

---

# Bose-Einstein-Kondensate in dynamischen Dipolpotentialen aus konischer Refraktion

**Bose-Einstein condensates in conical refraction based dynamic dipole potentials**

Zur Erlangung des Grades eines Doktors der Naturwissenschaften (Dr. rer. nat.)

genehmigte Dissertation von Felix Schmaltz aus Wiesbaden

Tag der Einreichung: 18.12.2018, Tag der Prüfung: 28.1.2019

Darmstadt – D 17

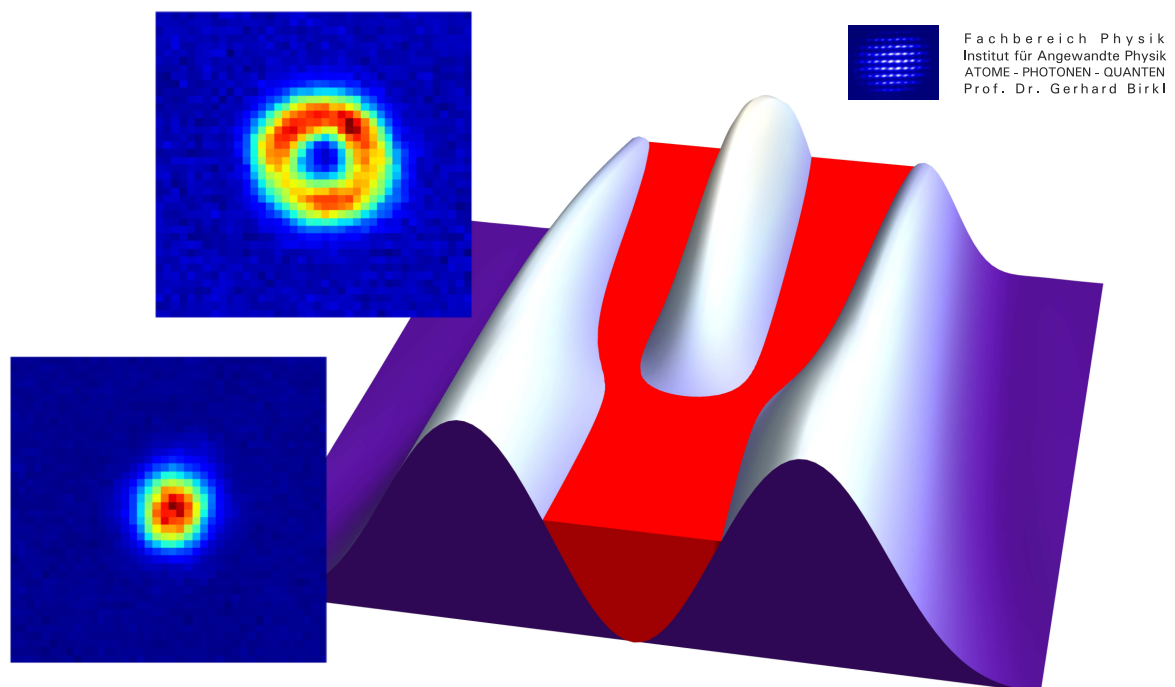
1. Gutachten: Prof. Dr. Gerhard Birkel

2. Gutachten: Prof. Dr. Thomas Walther

---



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT



Bose-Einstein-Kondensate in dynamischen Dipolpotentialen aus konischer Refraktion  
Bose-Einstein condensates in conical refraction based dynamic dipole potentials

Genehmigte Dissertation von Felix Schmaltz aus Wiesbaden

1. Gutachten: Prof. Dr. Gerhard Birkl
2. Gutachten: Prof. Dr. Thomas Walther

Tag der Einreichung: 18.12.2018

Tag der Prüfung: 28.1.2019

Darmstadt – D 17

Bitte zitieren Sie dieses Dokument als:

URN: urn:nbn:de:tuda-tuprints-84809

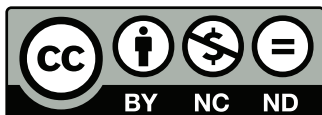
URL: <http://tuprints.ulb.tu-darmstadt.de/8480>

Dieses Dokument wird bereitgestellt von tuprints,

E-Publishing-Service der TU Darmstadt

<http://tuprints.ulb.tu-darmstadt.de>

[tuprints@ulb.tu-darmstadt.de](mailto:tuprints@ulb.tu-darmstadt.de)



Die Veröffentlichung steht unter folgender Creative Commons Lizenz:

Namensnennung – Keine kommerzielle Nutzung – Keine Bearbeitung 4.0 International

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/legalcode>

---

# Bose-Einstein-Kondensate in dynamischen Dipolpotentialen aus konischer Refraktion

Vom Fachbereich Physik  
der Technischen Universität Darmstadt

zur Erlangung des Grades  
eines Doktors der Naturwissenschaften (Dr. rer. nat.)

genehmigte Dissertation von  
Felix Schmaltz M.Sc.  
aus Wiesbaden

Darmstadt 2019  
D17



---

# Zusammenfassung

Inhalt der vorliegenden Arbeit ist die Untersuchung von Bose-Einstein-Kondensaten (BEC) in einschließenden optischen Dipolpotentialstrukturen, mit dem Ziel, die Interferometrie von geführten BECs und die Entwicklung von komplexen Leiterstrukturen für BECs zu untersuchen. Die Basis der vorgestellten Experimente bilden  $^{87}\text{Rb}$  Rubidiumatome, die in einer gekreuzten Dipolfalle gefangen werden und dort mittels evaporativer Kühlung in die Kondensatphase überführt werden. Dieses Kondensat aus 20000 Atomen wird anschließend in lineare oder ringförmige Dipolpotentialstrukturen umgeladen.

Im ersten Teil der Arbeit wird ein System vorgestellt, welches, durch gezieltes Programmieren von phasenstabilen Referenzoszillatoren, die Kontrolle der Phaseninformation eines Atominterferometers in einem linearen Wellenleiter erlaubt. Mit Hilfe einer neuartigen Fourieranalyse der dabei gewonnenen Messdaten ist es möglich, eine robuste Definition des Interferometerkontrastes zu liefern, was wiederum Grundlage zur Bestimmung der Kohärenzzeit von 3.3 ms der Wellenfunktion in diesem System ist. Ebenso lässt sich mit der Methode erstmals ein Streifenabstand der Interferenzmuster im Dichteprofil ermitteln, welcher größer als die Ausdehnung der Dichteverteilung selbst ist. Dies ermöglicht es, den Zusammenhang von räumlicher Interferenzfrequenz, Phasengradient des Kondensats, relativer Position und Relativgeschwindigkeit der Interferometerarme sehr genau zu untersuchen. Damit wird der zeitliche Verlauf der Atom-Atom-Wechselwirkung im Wellenleiter unter Einfluss der  $\Delta$ -Kick Kollimation qualitativ wiedergegeben.

Im zweiten Teil der Arbeit wird der Effekt der konischen Refraktion ausgenutzt, um neuartige Potentialgeometrien für Bose-Einstein-Kondensate zu etablieren. Dabei wird eine theoretische Beschreibung der konischen Refraktion vorgestellt, die den Einfluss der räumlichen Strukturierung des Eingangslasersstrahls in einen biaxialen Kristall auf die Lichtverteilung beschreibt. In Form einer Mikrospegeleinheit zur Strahlmanipulation wird ein System vorgestellt, welches die zuvor beschriebenen Lichtfelder experimentell erzeugen kann. Die dabei gewonnenen Messdaten werden vorgestellt und es wird gezeigt, dass sie in sehr guter Übereinstimmung mit dem theoretischen Modell stehen. Die so erzeugten Lichtfelder werden für das Speichern und Führen von Bose-Einstein-Kondensaten eingesetzt. Durch zeitliche Änderung der Blendenbilder auf der Mikrospegeleinheit kann die Potentialgeometrie dynamisch verändert werden, wobei die Kohärenz der eingeschlossenen Kondensate erhalten bleibt. Ausgehend von einem harmonischen Potentialeinschluss wird durch eine solche Potentialtransformation eine ringförmige Kondensatverteilung erzeugt. Außerdem wird demonstriert, dass es mit dem System möglich ist, Rotationsbewegung auf ein Bose-Einstein-Kondensat zu übertragen.



---

# Abstract

This thesis characterizes and analyzes the properties of Bose-Einstein condensates (BEC) in optical dipole potentials, which aims at the investigation of interferometry of guided BECs and the development of complex guiding structures for BECs. Using a crossed dipole trap  $^{87}\text{Rb}$  atoms are evaporatively cooled to perform the transition to the condensate state. Afterwards a condensate of 20000 atoms can be loaded into a linear or ring-shaped dipole trap.

In the first part of this thesis, a setup, using programmable and phase-stable reference oscillators, for the phase control of atom interferometers in linear wave guides is introduced. Using a Fourier analysis of the obtained experimental data a robust definition of the contrast of interference can be derived, which leads to the determination of a coherence time of the wave function in this system of 3.3 ms. For the first time it becomes possible to determine a fringe spacing of the interference, which is greater than the size of the actual density profile of the condensate. This enables one to study the relation of spatial fringe frequency, phase gradient of the condensate, as well as relative position and velocity of the interferometer legs with great precision. With this technique the impact of atom-atom interaction as a function of expansion time in a linear wave guide under the influence of  $\Delta$ -kick collimation is presented in a qualitative fashion.

The second part of the thesis presents the phenomenon of conical refraction and the study of novel trapping potential geometries for Bose-Einstein condensates based on it. Therefore a theoretical description of conical refraction is given, showing the impact of spatial manipulating the impinging laser beam onto a biaxial crystal on the occurring intensity pattern. Using a digital micro-mirror device a setup is introduced, that can generate the former theoretically described intensity patterns. Experimental data of these patterns are presented, which are in good agreement with theoretical calculations. The intensity patterns generated are then exploited to contain and guide a Bose-Einstein condensate. Using dynamically modified apertures displayed on the digital micro-mirror device, the potential structures can be changed, while the BEC coherence is preserved. Starting with a harmonic confining potential, by suitable transformation, a ring shaped condensate can be produced. In addition it is possible to impose a rotational motion onto a confined Bose-Einstein condensate.





---

---

# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2. Theorie und Grundlagen zur Erzeugung von Bose-Einstein-Kondensaten</b>	<b>5</b>
2.1. Theoretische Betrachtung von Bose-Einstein-Kondensaten . . . . .	5
2.1.1. Wechselwirkungsfreie Bosonengase . . . . .	5
2.1.2. Mean-Field-Theorie wechselwirkender Bosegase . . . . .	7
2.2. Dipolpotentiale . . . . .	9
2.3. Experimentelle Erzeugung von Bose-Einstein-Kondensaten . . . . .	10
2.3.1. Lasersysteme für magneto-optische Falle . . . . .	11
2.3.2. Lasersysteme für Dipolfallenpotentiale . . . . .	12
2.3.3. Lasersystem zur Bragg-Anregung . . . . .	12
<b>3. Atominterferometer in linearen Wellenleitern</b>	<b>13</b>
3.1. Atominterferometrie . . . . .	14
3.2. Kohärente Zustandsmanipulation . . . . .	15
3.2.1. Bragg-Streuung . . . . .	16
3.3. Erzeugung der Bragg-Pulse . . . . .	19
3.4. Delta-Kick Kollimation . . . . .	20
3.5. Beschreibung von Wellenfunktionen in Wellenleitern und deren Interferenz . . . . .	23
3.5.1. Evolution im Wellenleiter . . . . .	24
3.6. Experimenteller Ablauf: Mach-Zehnder-Interferometersequenz in linearen Wellenleitern . . . . .	26
3.7. Auswertung der Interferenzmessungen . . . . .	29
3.7.1. Auswertung eines symmetrischen Interferometers . . . . .	29
3.7.2. Fourieranalyse des Populationstransfers in Abhängigkeit von der externen Phase . . . . .	30
3.7.3. Auswertung eines asymmetrischen Interferometers . . . . .	32
3.8. Messung des Kontrastes über Interferometergröße . . . . .	36
3.9. Überprüfen der Abhängigkeiten der räumlichen Interferometerfrequenz	40
3.10. Relativgeschwindigkeit und Phasengradient in Abhängigkeit der Expansionszeit . . . . .	44
3.10.1. Untersuchung der Relativgeschwindigkeit . . . . .	44
3.10.2. Untersuchung des Phasengradienten . . . . .	44
3.11. Einfluss der Delta-Kick Kollimation auf die Relativgeschwindigkeit . . .	45
3.12. Zusammenfassung der Messergebnisse und Ausblick . . . . .	47

<b>4. Theoretische Beschreibung der konischen Refraktion</b>	<b>51</b>
4.1. Qualitative Beschreibung der Lichtausbreitung in Medien . . . . .	52
4.1.1. Isotrope Medien . . . . .	53
4.1.2. Uniaxiale Medien . . . . .	54
4.1.3. Biaxiale Medien . . . . .	55
4.2. Quantitative Beschreibung der konischen Refraktion . . . . .	57
4.2.1. Zylindersymmetrische Darstellung . . . . .	58
4.3. Konische Refraktion mit räumlich eingeschränkten Gaußstrahlen . . . .	64
4.3.1. Zylindersymmetrische Darstellung mit Kreisblende . . . . .	64
4.3.2. Einfluss von Kreis- & Ringblenden . . . . .	67
4.4. Beliebige zweidimensionale Blendengeometrie . . . . .	72
4.4.1. Segmentierte Kreisblende . . . . .	73
4.4.2. Ausblick auf weitere Blendengeometrien . . . . .	74
<b>5. Experimentelle Untersuchung der Lichtfelder der konischer Refraktion</b>	<b>77</b>
5.1. Beliebige Blendengeometrie durch Digital Micromirror Devices . . . . .	77
5.2. Experimenteller Aufbau . . . . .	79
5.2.1. Elektronische Ansteuerung . . . . .	79
5.2.2. Optischer Aufbau . . . . .	80
5.3. Änderung der Ringtopologie der konischen Refraktion durch Kreis- blenden . . . . .	83
5.4. Erzeugung von Doppelring-Lichtfeldern . . . . .	88
5.5. Einfluss von segmentierten Kreisblenden . . . . .	89
5.5.1. Abhängigkeit von Segmentgröße . . . . .	89
5.5.2. Auswertung der Lichtfelder durch segmentierte Blenden . . . .	91
5.5.3. Ergebnisse der Betrachtung segmentierter Kreisblenden . . . . .	98
<b>6. Bose-Einstein-Kondensate in Dipolpotentialen basierend auf konischer Refraktion</b>	<b>101</b>
6.1. Bose-Einstein-Kondensate in ringförmigen Wellenleitern . . . . .	101
6.2. Experimenteller Aufbau zum Untersuchen der Dipolfallenstrukturen .	104
6.2.1. Abbildung und Abbildungsmaßstab der Lichtfelder der koni- schen Refraktion . . . . .	105
6.2.2. Experimenteller Ablauf zur Untersuchung der Potentialeigen- schaften . . . . .	107
6.3. Transformation der Ringtopologie durch dynamische Kreisblenden . .	108
6.3.1. Untersuchung der Transformationsstrategie durch Temperatur- bestimmung . . . . .	111
6.3.2. Untersuchung der Kondensateigenschaften nach Transformation	119
6.3.3. Bestimmung der Atomlebensdauer . . . . .	123
6.3.4. Dichteverteilung eines Bose-Einstein-Kondensats unter Topolo- gietransformation . . . . .	124



6.4. Dynamisches Potential der konischen Refraktion zum Führen von Bose-Einstein-Kondensaten . . . . .	128
6.5. Zusammenfassung der Ergebnisse . . . . .	133
<b>7. Diskussion und Ausblick</b>	<b>135</b>
<b>A. Farbskala für Falschfarbendarstellung</b>	<b>139</b>
<b>B. Publikationsliste</b>	<b>141</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>143</b>



---

# 1 Einleitung

Nach den wissenschaftlichen Umwälzungen, die im Zuge der revolutionären Entdeckung der quantenmechanischen Beschreibung der mikroskopischen Welt, die physikalische Grundlagenforschung erfasste, liegt große Aufmerksamkeit auf der Untersuchung einzelner Quantenobjekte. Hierbei hat sich das Forschungsgebiet der kalten Atome, d.h. Atome mit geringer kinetischer Energie nahe am absoluten Energienullpunkt, als eine der treibenden Kräfte im Verständnis und der Bestätigung der quantenmechanischen Betrachtung erwiesen. Hierzu zählen die Untersuchungen von Quantensimulatoren, welche beispielsweise das Verhalten von Festkörpern in Form und Wechselwirkung direkt nachbilden können und untersuchbar machen [1, 2]. Mit solchen Systemen ist es möglich, quantenmechanische Modelle, wie beispielsweise das Ising-Modell experimentell zu überprüfen [3]. Auch ist es durch die direkte Kontrolle der quantenmechanischen Eigenschaften von einzelnen Atomen oder Ionen möglich, sogenannte Quantenalgorithmen zu untersuchen [4–7]. Ein weiteres Einsatzgebiet von kalten Atomen besteht in der Realisation von hoch präzisen Zeitmessungen, welche mit Atomuhren die fortschrittlichsten Zeitstandards zur Verfügung stellen [8, 9]. Als letztes Beispiel sei die Untersuchung von Quantenphasenübergängen genannt. Hierbei bilden sich neue qualitative globale Systemeigenschaften aus, die durch quantenmechanische Effekte hervorgerufen werden [10].

Grundlegend für all diese bahnbrechenden Entdeckungen ist das Verständnis und die Anwendung von Atom-Licht-Wechselwirkungseffekten, welche die experimentelle Basis für die Untersuchung von einzelnen Quantenobjekten bilden. Hierzu zählt die Laserkühlung, welche es ermöglicht, den Energieinhalt von Systemen manipulieren zu können, sowie das Erzeugen von Atomfallen, die einen räumlichen Einschluss der zu untersuchenden Objekte garantieren. Für Entwicklungen auf diesen Gebieten wurde im Jahr 1997 der Nobelpreis für Physik an Steven Chu, Claude Cohen-Tannoudji und William D. Phillips verliehen [11–13].

Ein besonderes quantenmechanisches Objekt, welches durch eine, bereits 1924 durch Einstein und Bose postulierte [14, 15], quantenstatistische Betrachtung beschrieben wird, ist das Bose-Einstein-Kondensat (BEC<sup>1</sup>). Bei diesem Quantenphasenübergang kondensiert bei genügend großer Phasenraumdichte ein Großteil der beteiligten Atome, in diesem Fall Bosonen, in den Grundzustand des Systems. Alle Bosonen lassen sich folglich mittels einer Wellenfunktion beschreiben. Um diese hohe Phasenraumdichte zu erreichen, kommen, neben den bereits bekannten Laserkühlverfahren, evaporative Kühlverfahren, d.h. Energieminimierung durch Entfernen energiereicher Systemteile zum Einsatz [16, 17]. Für die experimentelle Realisation des Kondensatzustands wurden 2001 Eric A. Cornell, Wolfgang Ketterle und

---

<sup>1</sup> kurz für engl. Bose-Einstein condensate

---

Carl E. Wieman mit dem Nobelpreis für Physik ausgezeichnet [18, 19]. Mit Hilfe der Welleneigenschaften dieses Quantenobjektes, die eindrucksvoll durch Interferenz [20] zweier Kondensatanteile nachgewiesen werden konnte, lassen sich beispielsweise Atominterferometer in Analogie zum Lichtinterferometer realisieren [21, 22]. Atominterferometer können beispielsweise für Präzisionsmessungen der Feinstrukturkonstante, der lokalen Gravitation oder von Rotationsbewegungen eingesetzt werden [23–25]. Ebenso können die superfluiden Eigenschaften eines Kondensats, welche auch zu Ausbildung quantisierter Rotationszustände, sogenannter Vortices, führen, für Präzisionsmessungen ausgenutzt werden [26]. In Analogie zur Dynamik superfluider elektrischer Ströme an Tunnelbarrieren lassen sich Messapparaturen wie SQUIDs<sup>2</sup> mit BECs realisieren [27].

In der vorliegenden Arbeit werden Ergebnisse präsentiert, die sich der Untersuchung von Bose-Einstein Kondensaten in linien- und ringförmigen Wellenleitern widmen. Die Ringwellenleiter, die hierbei untersucht werden und zum Einsatz kommen, werden mit Hilfe des linearen optischen Effektes der konischen Refraktion erzeugt.

In früheren Arbeiten wurden hierzu Ringgeometrien untersucht, welche sich aufgrund ihrer Dimension für geführte Interferometerexperimente eignen sollten. Hierbei stellte sich jedoch heraus, dass der Verlust der Phasenkohärenz eines Kondensats weiter untersucht und verstanden werden muss. In dieser Arbeit wird dazu ein System vorgestellt, das in der Lage ist, die Phase des Interferometerexperiments manipulieren zu können. Damit ist es möglich den Kontrast eines Atominterferometers in linearen Wellenleitern zu untersuchen. Außerdem kann durch geschickte Auswertemethoden dieser Messaufbau verwendet werden, um den Einfluss von Atom-Atom-Wechselwirkungseffekten im zeitlichen Verlauf sichtbar zu machen. In-teratomare Wechselwirkung steht im Verdacht, einen möglichen Mechanismus für die Dephasierung von elongierten BECs darzustellen [28].

Ein zweiter Teil dieser Arbeit beschäftigt sich mit der Untersuchung des Effektes der konischen Refraktion und der Frage, wie mit Hilfe dieses Effektes Lichtstrukturen erzeugt werden können, welche sich als optische Dipolfallengeometrien für die Manipulation von BECs eignen. Durch die Modifikation des räumlichen Profils des Eingangstrahls in einen biaxialen Kristall, welcher Grundlage für die Beobachtung der konischen Refraktion ist, lässt sich die resultierende Intensitätsverteilung erheblich verändern. Hierzu wird ein theoretischer Formalismus abgeleitet, welcher es ermöglicht, die Lichtverteilung der konischen Refraktion unter Einfluss von beliebigen Blendengeometrien im Eingangstrahl berechnen zu können. Mit Hilfe eines Mikrospiegelregisters (DMD<sup>3</sup>) im Strahlengang wird ein System vorgestellt, welches in der Lage ist, beliebige Blendengeometrien auf den Eingangstrahl aufprägen zu können, um diese mit den berechneten Lichtverteilungen vergleichen zu können. Ausgehend davon wird untersucht, ob sich diese Lichtfelder für den Einsatz als Dipolpotentiale für BECs eignen. Mit Hilfe der DMD-Einheit wird es außerdem möglich sein, die Potentialstruktur während des Experimentablaufs zu verändern. So wird

---

<sup>2</sup> kurz für engl. superconducting quantum interference device

<sup>3</sup> kurz für engl. digital micro-mirror device

---

zum einen ein Potential vorgestellt, in dem sich ein darin gespeichertes BEC von einer einfach zusammenhängenden harmonischen Form in eine ringförmige, mehrfach zusammenhängende Geometrie transformieren lässt. Zum anderen wird ein Experiment vorgestellt, in dem ein Kondensat in einer harmonischen Falle auf einer Kreisbahn geführt werden kann.

Der Inhalt der Arbeit gliedert sich somit in folgende Kapitel. In Kapitel 2 wird eine theoretische Beschreibung von Bose-Einstein-Kondensaten gegeben, sowie der experimentelle Aufbau für die Erzeugung von BECs erläutert. In Kapitel 3 werden die Experimente zur Untersuchung der Kohärenzeigenschaften und dem Einfluss der Mean-Field-Wechselwirkung auf Atominterferometer in linearen Wellenleitern vorgestellt. In Kapitel 4 werden die theoretischen Grundlagen für die Betrachtung der konischen Refraktion erläutert und die Betrachtung um beliebige Blendengeometrien, im speziellen Kreisblenden, zur Manipulation des Eingangsstrahls erweitert. In Kapitel 5 wird der experimentelle Aufbau zur Erzeugung der zuvor theoretisch hergeleiteten Lichtverteilungen vorgestellt. Die Funktionsweise der DMD-Einheit wird erläutert und die Messdaten der Lichtfelder mit den theoretisch gewonnenen Daten verglichen. In Kapitel 6 wird dann gezeigt, wie mit Hilfe dieser Lichtfelder Potentialgeometrien, welche zusätzlich zeitlich variabel sind, für BECs umgesetzt werden können und welchen Einfluss diese auf die gespeicherten Kondensatverteilungen hat. Zuletzt werden in Kapitel 7 die Ergebnisse der Arbeit zusammengefasst und ein Ausblick auf die weitere Entwicklung gegeben.

---

### **Bemerkung**

Für die Abbildungen dieser Arbeit, die mit Hilfe einer Falschfarbendarstellung wiedergeben sind, ist eine Farbpalette nach Anhang A gewählt worden. Diese dient zur Illustrierung von Lichtintensitäts- und Atomdichteverteilungen, wobei die Farbskala die Werte von Null bis zum Maximum der Verteilung angibt.



---

## 2 Theorie und Grundlagen zur Erzeugung von Bose-Einstein-Kondensaten

---

### 2.1 Theoretische Betrachtung von Bose-Einstein-Kondensaten

---

#### 2.1.1 Wechselwirkungsfreie Bosonengase

---

Betrachtet man die Statistik nicht wechselwirkender Bosonen im thermischen Gleichgewicht, so ergibt sich aus der Betrachtung der großkanonischen Zustandssumme [29], dass für die mittlere Besetzungszahl die Bose-Einstein-Verteilung

$$\bar{n}(\varepsilon_\nu) = \frac{1}{e^{(\varepsilon_\nu - \mu)\beta} - 1} \quad (2.1)$$

gilt. Mit  $\varepsilon_\nu$  wird die Energie des Einteilchenzustandes  $\nu$  im betrachteten Potential bezeichnet,  $\beta$  entspricht  $1/k_B T$ . In einem System mit fester Teilchenzahl  $N$ , kann das chemische Potential  $\mu$  als Normierungskonstante für Gleichung 2.1 aufgefasst werden. Bei großen Temperaturen ist das chemische Potential viel kleiner als die Energie  $\varepsilon_0$  des niedrigsten Einteilchenzustandes  $\nu = 0$ . Mit sinkender Temperatur steigt das chemische Potential an, muss jedoch kleiner als  $\varepsilon_0$  sein, da sonst die Besetzungszahl des Grundzustands nach Gleichung 2.1 negativ wird.

Betrachtet man zunächst den Bereich großer Temperaturen ( $\exp[-\mu/k_B T] < 1$ ), so lässt sich die Gesamtzahl der Atome als Summe über alle Besetzungszustände berechnen [30]

$$N = \sum_\nu \bar{n}(\varepsilon_\nu) = C_\alpha \Gamma(\alpha) g_\alpha(e^{-\mu\beta}) (k_B T)^\alpha \quad (2.2)$$

Der Index  $\alpha$  ist gleich der halben Anzahl der Freiheitsgrade der Teilchen und hängt somit von der Form des einschließenden Potentials sowie der Dimension des Raumes ab. Für freie Teilchen bzw. für Teilchen im Kastenpotential des dreidimensionalen Raumes beträgt  $\alpha = 3/2$ , für ein dreidimensionales harmonisches Potential ist  $\alpha = 3$ . Die Konstante  $C_\alpha$  ergibt sich aus der Zustandsdichte, die durch umwandeln der Summe in Gleichung 2.2 in Integralform entsteht. Sie lautet  $C_{3/2} = \frac{Vm^{3/2}}{2^{1/2}\pi^2\hbar^3}$  und  $C_3 = \frac{1}{2\hbar^3\omega_1\omega_2\omega_3}$ , wobei  $V$  das Volumen des Kastenpotentials,  $m$  die Teilchenmasse und  $\omega_i$  die Fallenfrequenz der  $i$ -ten Raumrichtung ist.  $\Gamma(\alpha)$  ist die Gammafunktion und

$g_\alpha(e^{-\mu\beta})$  die verallgemeinerte Riemannsche Zetafunktion. Für  $\mu = \varepsilon_0 = 0$  ergibt sich der Maximalwert der Teilchenzahl  $N_c$ . Die mit diesem kritischen Punkt assoziierte Temperatur  $T_c$  ist die Übergangstemperatur des Phasenübergangs zur Bose-Einstein-Kondensation

$$k_B T_c = \frac{N^{1/\alpha}}{(C_\alpha \Gamma(\alpha) \zeta(\alpha))^{1/\alpha}} \quad , \quad (2.3)$$

wobei  $\zeta(\alpha) = g_\alpha(1)$  die Riemannsche Zetafunktion beschreibt. Daraus ergibt sich eine Relation für die kritische Temperatur mit

$$k_B T_c(\alpha = 3) \approx 0.94 \hbar \bar{\omega} N^{1/3} \quad \text{sowie} \quad k_B T_c(\alpha = 3/2) \approx 3.31 \frac{\hbar^2 n^{2/3}}{m} \quad (2.4)$$

mit  $\bar{\omega} = (\omega_1 \omega_2 \omega_3)^{1/3}$  der gemittelten Fallenfrequenz und  $n = N/V$  der Teilchendichte. Es lässt sich zeigen, dass für  $T < T_c$  die Besetzung des Grundzustandes zunimmt. Für die Teilchenzahl unterhalb der kritischen Temperatur gilt

$$N = N_0 + N_{ex} \quad , \quad (2.5)$$

wobei  $N_0$  die Anzahl der Teilchen im Grundzustand und  $N_{ex}$  die Anzahl der Teilchen in den angeregten Zuständen, gegeben durch Gleichung 2.2, entspricht. Daraus erhält man den Kondensatanteil in Abhängigkeit der kritischen Temperatur

$$\frac{N_0}{N} = 1 - \left( \frac{T}{T_c} \right)^\alpha \quad . \quad (2.6)$$

Es zeigt sich somit, dass ab der kritischen Temperatur die Anzahl der Teilchen im kondensierten Grundzustand stetig zunimmt und bis zum Temperaturnullpunkt auf  $N$  angestiegen ist.

Unter der Annahme, dass sich alle Atome im Grundzustand befinden, erhält man das Dichteprofil des Bose-Einstein-Kondensats aus der Grundzustands-Wellenfunktion  $\phi_0(\vec{r})$

$$n(\vec{r}) = N |\phi_0(\vec{r})|^2 \quad . \quad (2.7)$$

Für die Grundzustandswellenfunktion eines harmonischen Potentials gilt

$$\phi_0(\vec{r}) = \left( \frac{m\bar{\omega}}{\pi\hbar} \right)^{3/4} e^{-\frac{m}{2\hbar}(\omega_1 x^2 + \omega_2 y^2 + \omega_3 z^2)} \quad , \quad (2.8)$$

wobei die Breite der Verteilung über die Oszillatorlänge  $a_{ho}^2 = \hbar/m\bar{\omega}$  bestimmt ist.

Mit Hilfe der Boltzmann-Verteilung  $n \propto e^{V_{ext}\beta}$  lässt sich das Dichteprofil der restlichen Teilchen außerhalb des Kondensats abschätzen. Für ein harmonisches Potential erhält man ebenso eine Gaußverteilung mit einer Breite von  $R = a_{ho} (\hbar\bar{\omega}\beta)^{-1/2}$ ,

die somit größer als  $a_{ho}$  ist. Betrachtet man die Dichteverteilung einer Atomwolke, so erkennt man, dass am kritischen Punkt die Atomverteilung schmaler wird, so wie es aus der Betrachtung der Breiten von Grundzustand und angeregten Zuständen folgt.

Ebenso lässt sich mit Hilfe von Gleichung 2.3 und der Definition der thermischen De-Broglie-Wellenlänge  $\lambda_{th} = 2\pi\hbar^2/mk_B T^{1/2}$  eine Bedingung an die Phasenraumdichte  $\rho_{\text{PSD}}$  stellen, ab der Bose-Einstein-Kondensation erfolgt

$$\rho_{\text{PSD}} = n\lambda_{th}^3 \geq (n\lambda_{th}^3)_c = \zeta(3/2) = 2.612 \quad . \quad (2.9)$$

---

## 2.1.2 Mean-Field-Theorie wechselwirkender Bosegase

---

Die Betrachtung des vorherigen Abschnitts geht davon aus, dass die Atome der bosonischen Atomverteilung nicht in Wechselwirkung miteinander treten. Für eine realistische Beschreibung des Kondensats müssen diese Atom-Atom-Wechselwirkungseffekte jedoch berücksichtigt werden. Es lässt sich zeigen [30], dass diese Wechselwirkung zwischen zwei Teilchen bei niedrigen Energien durch eine Kontaktwechselwirkung der Form  $U_0\delta(\vec{r} - \vec{r}')$  mit  $U_0 = 4\pi\hbar^2 a/m$  beschrieben werden kann,  $a$  ist hierbei die s-Wellen-Streulänge. Der effektive Hamiltonoperator des Systems lautet

$$H = \sum_{i=1}^N \left[ \frac{\vec{p}_i^2}{2m} + V(\vec{r}_i) \right] + U_0 \sum_{i<j} \delta(\vec{r} - \vec{r}') \quad , \quad (2.10)$$

wobei  $V(\vec{r}_i)$  ein externes Potential beschreibt. Daraus erhält man die Energie des Systems in Abhängigkeit der Kondensatwellenfunktion  $\psi(\vec{r}) = N^{1/2}\phi(\vec{r})$ , mit  $\phi(\vec{r})$  die Einteilchenwellenfunktion

$$E(\psi) = \int d\vec{r} \left[ \frac{\hbar^2}{2m} |\nabla\psi(\vec{r})|^2 + V(\vec{r}) |\psi(\vec{r})|^2 + \frac{1}{2} U_0 |\psi(\vec{r})|^4 \right] \quad . \quad (2.11)$$

Durch Minimieren von Gleichung 2.11 unter der Nebenbedingung  $N = \int d\vec{r} |\psi(\vec{r})|^2$  erhält man die zeitunabhängige Gross-Pitaevskii-Gleichung

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi(\vec{r}) + V(\vec{r})\psi(\vec{r}) + U_0 |\psi(\vec{r})|^2 \psi(\vec{r}) = \mu\psi(\vec{r}) \quad . \quad (2.12)$$

Diese hat die Form einer Schrödingergleichung mit einem zusätzlichen nichtlinearen Potentialterm  $U_0 |\psi(\vec{r})|^2$ , welcher durch die gemittelte Wechselwirkung der Teilchen im Kondensat hervorgerufen wird.

### Thomas-Fermi-Näherung

Ist die Anzahl der Teilchen groß und die Wechselwirkung repulsiv, so lässt sich die Gross-Pitaevskii-Gleichung wesentlich vereinfachen. In dieser Näherung, die auch

als Thomas-Fermi-Limit bezeichnet wird, lässt sich zeigen, dass die kinetische Energie im Verhältnis zur potentiellen Energie vernachlässigbar ist [31]. Gleichung 2.12 reduziert sich somit auf

$$\left[ V(\vec{r}) + U_0 |\psi(\vec{r})|^2 \right] \psi(\vec{r}) = \mu \psi(\vec{r}) \quad . \quad (2.13)$$

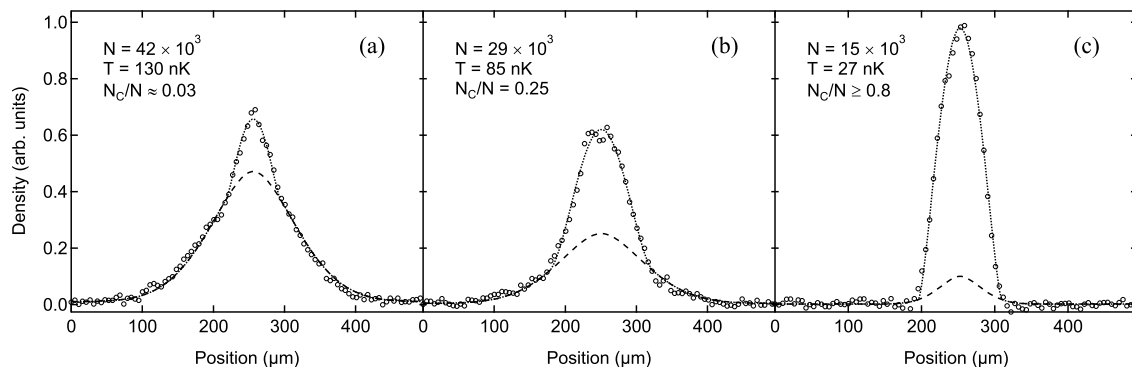
Die Lösung der Gleichung für  $\mu > V(\vec{r})$  lautet

$$n(\vec{r}) = |\psi(\vec{r})|^2 = \frac{\mu - V(\vec{r})}{U_0} \quad , \quad (2.14)$$

für  $\mu < V(\vec{r})$  ist  $\psi = 0$ . Die Dichteverteilung hat also die umgekehrte Form des einschließenden Potentials, welches bis zum chemischen Potential gefüllt ist. Die Ausdehnung der Verteilung ergibt sich aus der Bedingung  $\mu = V(R_{TF,i})$ , wobei  $R_{TF,i}$  Thomas-Fermi-Radius genannt wird. Für ein harmonisches Potential erhält man

$$R_{TF} = a_{ho} \left( \frac{15Na}{a_{ho}} \right)^{1/5} \quad . \quad (2.15)$$

Die Dichteverteilung einer teilweise kondensierten Atomwolke in einem harmonischen Potential lässt sich somit wie folgt beschreiben. Man erhält einen breiten Untergrund aus thermischen Atomen, die gaußverteilt sind und eine Breite von  $R = a_{ho} (\hbar\omega\beta)^{-1/2}$  haben. Darüber liegt eine schmalere quadratische Verteilung der kondensierten Atome mit einer Breite von  $R_{TF} = a_{ho} \left( \frac{15Na}{a_{ho}} \right)^{1/5}$ . Das Verhältnis der beiden Verteilungen ist über den Kondensatanteil gegeben. Diese Dichteverteilung wird auch bimodale Verteilung genannt. In Abbildung 2.1 ist eine Dichteverteilung einer teilweise kondensierten Atomwolke dargestellt. Am Verhältnis der beiden Verteilungen erkennt man den unterschiedlichen Kondensatanteil.



**Abbildung 2.1.:** Bimodale Dichteverteilung eines Bose-Einstein-Kondensats mit steigendem Kondensatanteil [32]

## 2.2 Dipolpotentiale

Betrachtet man ein atomares Zwei-Niveau System in einem intensiven Lichtfeld, etwa dem eines Lasers, so lässt sich das gekoppelte System aus Atom und Lichtfeld durch das „dressed atom model“ beschreiben. Hierbei wird der atomare Hamiltonoperator  $H_A$  um den Wechselwirkungsoperator von Lichtfeld und Atom  $H_{AL}$  erweitert. Durch Diagonalisieren des Hamiltonoperators  $H_A + H_{AL}$  in Dipolnäherung und „rotating wave approximation“ erhält man die Energieeigenzustände des gekoppelten Systems [33]. Sie lauten

$$E_+ = -\frac{\hbar\Delta}{2} + \frac{\hbar\Omega}{2} \quad (2.16a)$$

$$E_- = -\frac{\hbar\Delta}{2} - \frac{\hbar\Omega}{2} \quad , \quad (2.16b)$$

wobei  $\Delta = \omega_L - \omega_0$  die Verstimmung der Frequenzen von Laserfeld  $\omega_L$  und atomarer Resonanzfrequenz  $\omega_0$  und  $\Omega = \sqrt{\Delta^2 + \Omega_{Rabi}^2}$  die verallgemeinerte Rabifrequenz bezeichnet. Die Rabifrequenz  $\Omega_{Rabi} = \mu E/\hbar$  beschreibt die Kopplungsstärke zwischen den atomaren Niveaus und dem Lichtfeld. Sie ist proportional zur Feldamplitude  $E$  und zum Dipolmatrixelement  $\mu$ . Betrachtet man nun den Grundzustand (Gleichung 2.16b) des gekoppelten Zwei-Niveau Systems so sieht man, dass auf Grund der Abhängigkeit der verallgemeinerten Rabifrequenz von der Feldamplitude ein ortsabhängiges Potential in einem inhomogenen Lichtfeld entsteht. Ist der Laser rot verstimmt ( $\Delta < 0$ ) so ist das erzeugte Potential attraktiv, mit blau verstimmt Laserlicht lässt sich ein repulsives Potential erzeugen. Eine Entwicklung von  $\Omega$  um  $\Omega_{Rabi}/\Delta$  im Grenzfall  $\Omega_{Rabi} \ll |\Delta|$  liefert für das Dipolpotential

$$U(\vec{r}) = \frac{3\pi c^2 \Gamma}{2\omega_0^3 \Delta} I(\vec{r}) \quad , \quad (2.17)$$

mit  $\Gamma$  der spontanen Zerfallsrate und  $I(\vec{r})$  der ortsabhängigen Laserintensität. Wird zusätzlich die Feinaufspaltung berücksichtigt, so müssen die Verstimmungen zu den jeweiligen Resonanzfrequenzen berücksichtigt werden. Im Fall von Alkaliatomen wie Rubidium 87 ( $^{87}\text{Rb}$ ) ergibt sich für ein Dipolpotential mit Resonanzfrequenzen der atomaren Übergänge D1 und D2 ein Dipolpotential [34]

$$\begin{aligned} \tilde{U} = & -\frac{2\pi c^2 \Gamma_{D2}}{2\omega_{0,D2}^3} \left( \frac{1}{\omega_{0,D2} - \omega} + \frac{1}{\omega_{0,D2} + \omega} \right) \\ & -\frac{\pi c^2 \Gamma_{D1}}{2\omega_{0,D1}^3} \left( \frac{1}{\omega_{0,D1} - \omega} + \frac{1}{\omega_{0,D1} + \omega} \right) , \end{aligned} \quad (2.18)$$

wobei der Ausdruck

$$U(r) = \tilde{U} \cdot I(r) \quad (2.19)$$

die Proportionalität zwischen Lichtintensität und Potentialstärke beschreibt. Ebenso ergibt sich unter Berücksichtigung der atomaren Resonanzen ein Zusammenhang von Streurrate und Laserleistung von

$$\Gamma_{\text{Streu}}(r) = \tilde{\Gamma}_{\text{Streu}} \cdot I(r) , \quad (2.20)$$

mit der Proportionalitätskonstante

$$\begin{aligned} \tilde{\Gamma}_{\text{Streu}} = & \frac{2\pi c^2 \Gamma_{D2}^2}{2\hbar \omega_{0,D2}^3} \left( \frac{\omega}{\omega_{0,D2}} \right)^3 \left( \frac{1}{\omega_{0,D2} - \omega} + \frac{1}{\omega_{0,D2} + \omega} \right)^2 \\ & + \frac{\pi c^2 \Gamma_{D1}^2}{2\hbar \omega_{0,D1}^3} \left( \frac{\omega}{\omega_{0,D1}} \right)^3 \left( \frac{1}{\omega_{0,D1} - \omega} + \frac{1}{\omega_{0,D1} + \omega} \right)^2 . \end{aligned} \quad (2.21)$$

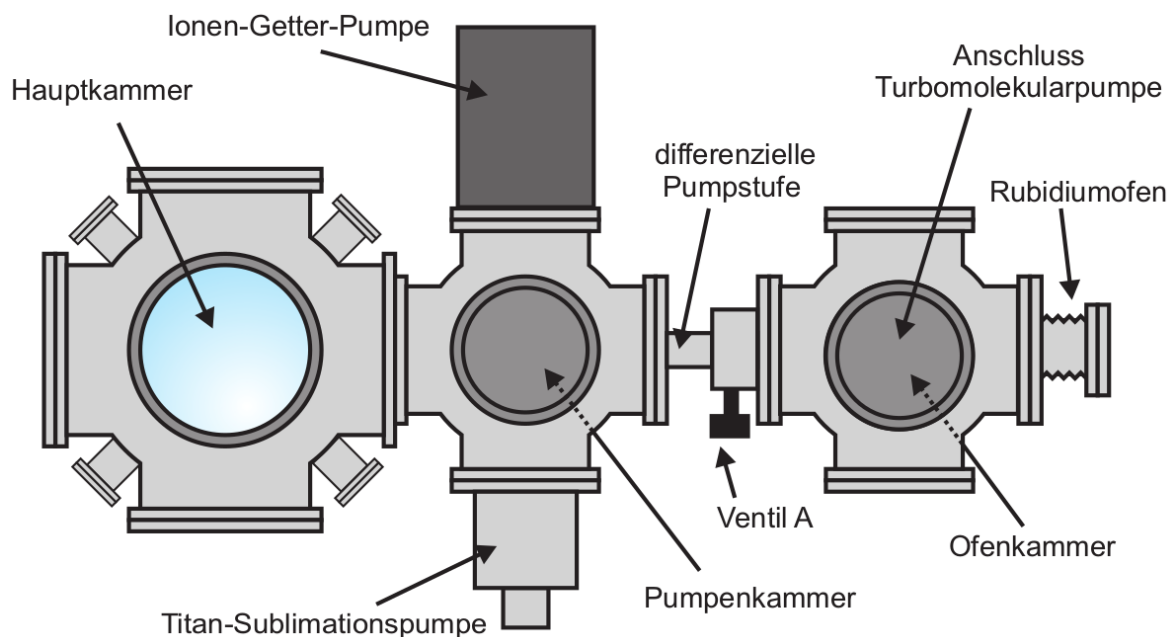
Vergleicht man die Gleichungen für Dipolpotential und Streurrate so sieht man, dass die Streurrate quadratisch, das Dipolpotential aber nur linear von der Verstimmung  $\omega_0 - \omega$  abhängt. Die Verstimmung sollte maximal gewählt werden, sodass die Fallentiefe ausreichend tief ist, die Streurrate jedoch minimal gehalten werden kann. Die Potentialform hängt von der gewählten Intensitätsverteilung  $I(r)$  und der Frequenz des Laserlichtes bzw. der Verstimmung zu den atomaren Resonanzen ab. So lassen sich, wie in späteren Kapiteln erläutert, unterschiedlichste Potentialgeometrien aus optischen Dipolpotentialen erzeugen.

---

## 2.3 Experimentelle Erzeugung von Bose-Einstein-Kondensaten

---

Im folgenden Abschnitt wird kurz der experimentelle Ablauf zur Erzeugung von Bose-Einstein-Kondensaten erläutert. Details dazu finden sich in vorangegangenen Arbeiten [35, 36]. Hierzu werden  $^{87}\text{Rb}$  Atome in einem Atomofen auf ca.  $120^\circ\text{C}$  erhitzt. Der dabei entstandene Rubidiumdampf wird über Chirplaserkühlung abgebremst und ein kalter Atomstrahl erzeugt. Der Rubidiumofen ist über eine differentielle Pumpstufe mit der Hauptvakuumkammer verbunden, in welcher ein Restdruck von ca. 2 bis  $6 \cdot 10^{-11}$  mbar herrscht. Eine schematische Darstellung der Vakuumapparatur ist in Abbildung 2.2 gezeigt. Mit Hilfe des Atomstrahls wird dort eine magneto-optische Falle über 8 s geladen, bis ca.  $10^8$  Atome bei einer Temperatur von  $\approx 150 \mu\text{K}$  eingeschlossen sind. Anschließend werden die Atome in ein attraktives Potential einer gekreuzten Dipolfalle umgeladen, um darin, durch evaporatives Kühlen, auf Temperaturen unter 100 nK abgekühlt zu werden. Dadurch wird eine Phasenraumdichte erzeugt, die groß genug ist, um den Übergang zur Kondensatphase zu erreichen. Die Evaporationsstrategie ist auf die zusätzlichen Wechselwirkungseffekte des hierbei verwendeten Lasersystems optimiert [32].



**Abbildung 2.2.:** Schematische Ansicht der Vakuumpumpe. Die Ofenkammer mit Rubidiumquelle ist über eine differenzielle Pumpstufe mit der Hauptvakuumpumpe verbunden. [36]

### 2.3.1 Lasersysteme für magneto-optische Falle

Als Referenz für die benutzten Lasersysteme wird ein auf die atomare Resonanz des Hyperfeinübergangs  $F=2$  nach  $F=3$  des D2 Übergangs von  $^{87}\text{Rb}$  stabilisierter Diodenlaser verwendet. Dieses Licht dient nicht nur als Referenz für alle weiteren Lasersysteme, es wird zusätzlich auch als resonantes Detektionslicht zur Absorptionsdetektion verwendet [37]. Für eine detaillierte Darstellung der verwendeten Lasersysteme sei an dieser Stelle auf weitere Arbeiten verwiesen [36, 38].

Das Kühllicht der magneto-optischen Falle wird durch eine MOPA<sup>1</sup>-System erzeugt und über Glasfasern zum Experiment geführt, wodurch am Ort der Atome eine Lichtleistung von insgesamt 70 mW bereitgestellt wird. Über eine Messung des Schwebungssignals von Referenz- und MOPA-Licht wird die Frequenzstabilität garantiert. Zusätzlich wird Rückpumplicht, resonant zum Übergang  $F=1$  nach  $F=2$  der D2-Linie, eines Diodenlasers, ebenso über eine Schwebungssignalmessung stabilisiert, zu den Atomen geführt. Typischerweise wird dort eine Leistung von 1 mW gemessen.

Für die Chirpkühlung wird ein separater Satz aus Kühl- und RückpumpLasern verwendet. Diese sind direkt auf das Absorptionssignal der benötigten Übergänge stabilisiert und werden in ihrer Frequenz für das Abkühlen durchgestimmt [39]. Am Ort der Atome stehen hier 30 mW Kühllicht und 1 mW Rückpumplicht zur Verfügung.

<sup>1</sup> kurz für engl. Master Oscillator Power Amplifier

---

### 2.3.2 Lasersysteme für Dipolfallenpotentiale

---

Für die Erzeugung der gekreuzten Dipolfalle wird Licht eines Faserlasers<sup>2</sup> mit einer maximalen Ausgangsleistung von 50 W bei einer Wellenlänge von 1070 nm verwendet. Die Lichtleistung und somit die Fallentiefe kann über eine Intensitätssteuerung während des Experiments geregelt werden [35]. Typischerweise werden 300000 bis 500000 Atome aus der magneto-optischen Falle in die gekreuzte Dipolfalle umgeladen. Nach dem evaporativen Kühlvorgang steht ein Kondensat mit einer Atomzahl von 20000 mit einem Kondensatanteil von 0.8 bei einer Temperatur von 27 nK zur Verfügung [32]. Ebenso lässt sich, wie es im weiteren Verlauf der Arbeit zur Anwendung kommt, das Dipolpotential eines einzelnen Strahls als linearer Wellenleiter für Kondensate verwenden. Die Strahlradien der Dipolfallenstrahlen betragen ca. 45  $\mu\text{m}$ . Daraus ergibt sich eine Rayleighlänge von ca. 6 mm. Die Messungen von Fallenfrequenzen für einen solchen Wellenleiter ergaben Werte von 100 bis  $150 \times 2\pi$  Hz [40].

Für die Untersuchungen der Lichtfelder der konischen Refraktion in dieser Arbeit wurde ein weiteres MOPA-System<sup>3</sup> verwendet, welches eine maximale Ausgangsleistung von 1 W liefern kann. Der Referenz-Masterlaser besteht aus einem interferenzfilter-stabilisiertem Diodenlaser, der sich im Bereich der D1-Linie von 795 nm um mindestens  $\pm 1$  nm verstimmen lässt. Zusätzlich kann ein Titan-Saphir-Lasersystem<sup>4</sup> verwendet werden, welches über einen Wellenlängenbereich von 760 nm bis 850 nm verstimmt werden kann. Dies ermöglicht einen flexiblen Einsatz von attraktiven und repulsiven Dipolfallenstrukturen, wobei in dieser Arbeit Wellenlängen von 794 bzw. 796 nm dazu verwendet werden.

Um die Atome gegen die Schwerkraft zu stabilisieren, wird ein stark elliptischer Laserstrahl verwendet, welcher in Richtung der Gravitation stark fokussiert wird und dadurch einen zwei-dimensionalen Einschluss in der Ebene senkrecht zur Gravitationsrichtung erzeugt [41]. Das dabei verwendete Licht wird durch ein MOPA-System mit einer Wellenlänge von 783.5 nm bereitgestellt.

---

### 2.3.3 Lasersystem zur Bragg-Anregung

---

Das Laserlicht für die Anregung mittels Bragg-Streuung wird durch einen frequenzstabilisierten Diodenlaser erzeugt, welcher relativ zum Rückpumplicht der magneto-optischen Falle, mit einer Frequenzdifferenz von -3 GHz, stabilisiert wird. Das Licht wird auf die zwei benötigten Strahlen aufgeteilt und kann mittels akusto-optischer Modulatoren geschaltet und in der Frequenz modifiziert werden [42]. Details zur Ansteuerung für die in dieser Arbeit verwendeten Experimente finden sich in Abschnitt 3.3.

---

<sup>2</sup> IPG YLR-50-1070-LP

<sup>3</sup> m2k-TA-785nm-1W

<sup>4</sup> Coherent 899-01



---

## 3 Atominterferometer in linearen Wellenleitern

Im folgenden Kapitel werden Interferenzexperimente mit Bose-Einstein-Kondensaten in linearen Wellenleitern vorgestellt. Der Ausgangspunkt der Überlegungen besteht in der Frage, wie lange das verwendete Kondensat in der Lage ist, Interferenzeffekte sichtbar zu machen, d.h. welche Größe ein Interferometer im Wellenleiter erreichen kann. In vorangegangenen Arbeiten wurden Interferenzexperimente in einem ringförmigen Wellenleiter durchgeführt, wobei die Interferometerzeit bzw. die Umlaufzeit in diesem Wellenleiter ca. 40 ms betrug [39, 43]. Diese Untersuchungen konnten schlussendlich keine eindeutige Parameterabhängigkeit der entstandenen Interferenzstrukturen zeigen. Des Weiteren wurde in anderen Untersuchungen eine Kohärenzzeit von 0.77 ms bestimmt [44], wobei die hier verwendete Technik der doppelten Braggstreuung [43] einen direkten Vergleich mit den Ergebnissen des Ringinterferometers nicht zulässt. Ausgehend von der Fragestellung wie groß die Interferometerzeit sein muss, um ein geführtes Ringinterferometer realisieren zu können, wird in dieser Arbeit der experimentelle Aufbau um die Möglichkeit der Phasenkontrolle des Interferometers erweitert. Zusammen mit der neu entwickelten Methode der Fourieranalyse wird es möglich sein, nicht nur die Kohärenzeigenschaften des Kondensats untersuchen zu können, sondern ebenso Effekte der Atom-Atom-Wechselwirkung im Kondensat sichtbar zu machen, welche zu einer Repulsion der Interferometerarme führt.

Im ersten Abschnitt 3.1 werden ein kurzer Überblick über den Themenbereich der Atominterferometrie gegeben und wesentliche Begrifflichkeiten eingeführt. In Abschnitt 3.2 wird die Methode der Braggstreuung vorgestellt, welche die kohärente Kontrolle von Impulszuständen erlaubt und die Grundlage für atominterferometrische Messungen liefert. Anschließend wird in Abschnitt 3.3 die experimentelle Umsetzung der Braggstreuung erläutert und die Phasenmanipulation durch Braggstreuung vorgestellt. In Abschnitt 3.4 wird die Methode der  $\Delta$ -Kick Kollimation und die Umsetzung in dieser Arbeit dargestellt. In Abschnitt 3.5 wird die Grundlage der theoretischen Beschreibung von Atominterferometern in linearen Wellenleitern hergeleitet. Abschnitt 3.6 behandelt den experimentellen Ablauf der in dieser Arbeit vorgestellten Mach-Zehnder-Interferometerexperimente in linearen Wellenleitern.

Mit Hilfe der Phasenkontrolle über die interferometrischen Messungen wird in Abschnitt 3.7 die neue Methode der Fourierausswertung der Interferometerexperimente eingeführt und gezeigt, wie damit bisher unzugängliche Kondensateigenschaften messbar gemacht werden können.

---

In den sich anschließenden Abschnitten 3.8 bis 3.11 werden erste Experimente und deren Ergebnisse durch die Fouriermethode vorgestellt. Hierbei wird sich zeigen, dass Wechselwirkungseffekte einen erheblichen Einfluss auf das Ergebnis der Interferenzexperimente haben können. Abschließend werden in Abschnitt 3.12 die bisher gewonnenen Ergebnisse zusammengefasst.

Die gezeigten atomaren Dichteverteilungen werden mit Hilfe einer Falschfarbendarstellung wiedergegeben. Der hierbei verwendete Farbverlauf ist in Anhang A erläutert. Der Maximalwert der Farbskala wird auf die maximale gemessene bzw. berechnete Atomzahl normiert.

---

### 3.1 Atominterferometrie

---

Interferometrische Messapparaturen gehören in der Messtechnik zu den Geräten für höchste Präzisionsmessungen. Dabei wird die Eigenschaft von Licht bzw. Laserlicht ausgenutzt, bei Überlagerung Interferenzeigenschaften zu zeigen. Hierzu wird das Licht einer kohärenten Lichtquelle über Spiegel und Strahlteiler geführt und die Interferenz auf einem Detektor beobachtet. So kann etwa die Rotation eines Systems über ein Sagnac-Interferometer bestimmt werden [45, 46] oder optische Weglängenänderungen über ein Michelson-Interferometer gemessen werden, eindrucksvoll eingesetzt, um den Einfluss von Gravitationswellen [47] messbar zu machen. Die Genauigkeit der Messapparaturen hängt hierbei von der Wellenlänge des verwendeten Lichtes, von der Größe des Interferometers bzw. von der Flugzeit des Lichtes in den Interferometerarmen ab.

Analog zum Lichtinterferometer können ebenso Atome, wobei die Wellenlänge einer Materiewelle nach deBroglie  $\lambda = h/p$  beträgt, als Quelle für Interferenzexperimente dienen [21, 22]. Die Eigenschaften der Materie, im Gegensatz zu Licht als Medium der Interferenz, stellen hierbei besondere Herausforderungen und Möglichkeiten an die experimentellen Aufbauten. So reagiert Materie stark auf Gravitation und auf elektrische und magnetische Felder und kann diese somit präzise vermessen. Ebenso muss die Dynamik und die Kontrolle von Ort und Impuls der Atome eine zentrale Rolle bei der Umsetzung von Materiewelleninterferometer einnehmen. So wurden Atominterferometer eines *atomic fountains* bereits erfolgreich zur Bestimmung der lokalen Gravitationskraft [24, 48, 49] eingesetzt, relative Genauigkeiten in der Einzelrealisation von bis zu  $\Delta g/g = 10^{-9}$  konnten dabei erreicht werden. Freie Atominterferometer wurden ebenso zu Magnetfeldmessungen [50], zur Bestimmung der Feinstrukturkonstante [23], zum Test des Äquivalenzprinzips mittels zweier Atompezies [51], sowie zu Rotationsmessungen [25, 52] bereits erfolgreich eingesetzt.

Die Kontrolle der Materiewelle im Sinne von Strahlteilern und Spiegeln erfolgt typischerweise über kohärente Ramanprozesse [21] bzw. über Streuung an stehenden Lichtwellen, sogenannte Bragg-Streuprozesse [53]. In beiden Fällen werden zwei Photonen Streuprozesse durchgeführt, welche ein gerichtetes Photonenrückstoßmoment  $\hbar k$  auf die Atome übertragen. Durch den Übertrag von mehreren Photonenmomenten von bis zu  $24\hbar k$  [54] bei einem Bragg-Streuprozess bzw. von bis zu

---

$102\hbar k$  [55] bei mehreren hintereinander ausgeführten Streuprozessen lässt sich die Interferometergröße und somit die Genauigkeit signifikant erhöhen. Ein maximaler Abstand der Interferometerarme und somit ein maximaler Abstand von kohärenten Quantenobjekten von einem halben Meter [56] konnte damit erreicht werden.

Schlussendlich ist jedoch bei dieser Art des Interferometers die Experimentdauer durch die Länge des freien Flugs und somit durch die Größe der Vakuumapparatur begrenzt. Indem das komplette Experiment in einem mitbewegten Bezugssystem durchgeführt wird, kann die Fallbewegung der Atome kompensiert werden. Dies wurde bereits erfolgreich durch Experimentieren während Parabelflügen [57], in Fallturmexperimenten [58, 59] oder während eines Raketenflugs [60] demonstriert. Hierbei konnten Interferometerzeiten von bis zu einer Sekunde realisiert werden [58].

Der in dieser Arbeit verwendete Ansatz für die Verwirklichung von stationären Atominterferometern besteht im Ausnutzen von Wellenleiterstrukturen um die verschiedenen Interferometerarme führen zu können. Hierzu bieten sich lineare Wellenleiter an, in denen die Atome sich entlang einer Raumdimension frei ausbreiten können [61, 62]. Im Hinblick auf geschlossene Geometrien, etwa für Rotationsmessungen, bieten sich ebenso Ringgeometrien an, wie sie auch in vorangegangenen Arbeiten untersucht wurden [39, 43, 63].

---

## 3.2 Kohärente Zustandsmanipulation

---

Um eine kohärente Materiewelle als Quelle einer Interferometermessung benutzen zu können, muss es möglich sein, unterschiedliche quantenmechanische Zustände der Materie präparieren zu können. Hierzu können beispielsweise Hyperfeingrundzustände der Materie verwendet werden, welche etwa durch sogenannte Ramanprozesse zugänglich gemacht werden können [64]. Dabei besteht eine Kopplung zwischen internen Zuständen des Atoms und seinen externen Impulszuständen. In Analogie zur Beugung von Lichtwellen an periodischen Gitterstrukturen etwa eines Kristalls [65] kann die Streuung von Materiewellen an Lichtkristallen betrachtet werden. Ein solcher Lichtkristall kann im einfachsten Fall aus zwei gegenläufigen, interferierenden Laserstrahlen bestehen, die eine stehende Lichtwelle ausbilden. Die Dynamik in solchen optischen Gittern, die einer periodischen Kristallstruktur ähneln, lässt sich mit Hilfe von Bloch-Zuständen beschreiben [66]. Bei dieser Streuung von Atomen an optischen Gittern kann zwischen zwei Wechselwirkungsregimen unterschieden werden. Die Kapitza-Dirac-Streuung bzw. das *thin grating regime* und der Bragg Streuung bzw. das *thick grating regime*. In dieser Arbeit und der folgenden Betrachtung wird die Bragg-Streuung [67] verwendet, da hier gezielt einzelne Impulszustände besetzt werden können; bei der Kapitza-Dirac-Streuung hingegen werden mehrere Beugungsordnungen bzw. Impulszustände bevölkert [68].

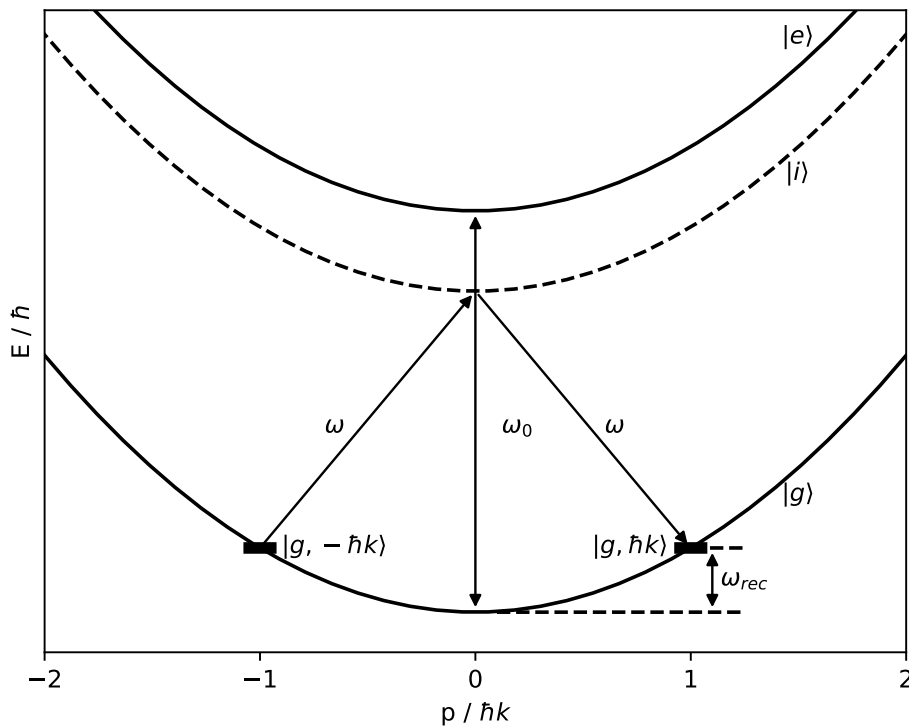
### 3.2.1 Bragg-Streuung

Betrachtet man zwei gegenläufige Laserstrahlen mit gleicher Amplitude  $E_0$ , Wellenvektor  $k$ , Frequenz  $\omega$ , Polarisationsvektor  $\vec{e}$  und einhüllender Funktion  $f(t)$ , so ergibt sich ein resultierendes elektrisches Feld

$$\vec{E}(z, t) = E_0 f(t) \sin(kz - \omega t) \vec{e} + E_0 f(t) \sin(kz + \omega t) \vec{e} \quad (3.1a)$$

$$= 2E_0 f(t) \sin(kz) \cos(\omega t) \vec{e}. \quad (3.1b)$$

Dieses Lichtfeld, beschrieben durch Gleichung 3.1b, formt die bereits erwähnte, periodische Lichtgitterstruktur, an der Atome gestreut werden können. Alternativ kann die Wechselwirkung der beiden elektrischen Felder mit dem quantenmechanischen Zwei-Niveau System des Atoms als stimulierte Absorption bzw. Emission beschrieben werden. In Abbildung 3.1 ist ein solcher Bragg-Übergang im Energiediagramm der Impulszustände dargestellt. Der Impulsübertrag auf die Atome wird dann als Paar ei-



**Abbildung 3.1.:** Schematische Darstellung eines Bragg-Übergangs mit Kopplung der Grundzustände  $|g, -\hbar k\rangle$  und  $|g, \hbar k\rangle$ .

nes solchen Wechselwirkungsprozesses beschrieben. Die Niveaus des Atoms werden in der folgenden Betrachtung mit  $|g\rangle$  und  $|e\rangle$  für den Grundzustand, respektive den angeregten Zustand abgekürzt. Ihr Energieabstand soll  $\hbar\omega_0$  betragen. Zusammen mit dem externen Impuls sollen somit die Zustände  $|g, -\hbar k\rangle$  und  $|g, \hbar k\rangle$  aneinander gekoppelt sein. Die Besetzungszahl des angeregten Zwischenniveaus  $|e, 0\rangle$  kann ver-

nachlässigt werden, solange die Verstimmung  $\delta = \omega - \omega_0$  zwischen Atomresonanz und Lichtfeld groß gewählt wird. Um nun die Besetzungszahlen der gekoppelten Impulszustände zu berechnen, kann man folgenden Wechselwirkungsoperator

$$\mathcal{H}_{\text{ww}}(\tau) = -ie^{i\omega\tau} \frac{\hbar\Omega_R}{2} (|e, 0\rangle \langle g, -\hbar k| - |e, 0\rangle \langle g, \hbar k|) + h.c. \quad (3.2)$$

betrachten [69]. Der dargestellte Term vermittelt hierbei die Absorption eines Photons, der hermitesch konjugierte Term die Emission. Die Wechselwirkungsdauer  $\tau$  kann durch die Form und Breite der einhüllenden Funktion  $f(t)$  bestimmt werden. Die Atom-Licht-Wechselwirkung soll in elektrischer Dipolnäherung beschrieben werden, wodurch sich eine Einphotonenrabifrequenz von

$$\Omega_R = \frac{\mu E}{\hbar} \quad (3.3)$$

ergibt, wobei  $\mu = \langle e | e\vec{r} | g \rangle$  das Dipolmatrixelement für den Übergang vom Grundzustand in den angeregten Zustand beschreibt. Zusammen mit dem ungestörten Hamiltonoperator des Systems

$$\mathcal{H}_0 = \hbar\omega_0 |e, 0\rangle \langle e, 0| + \hbar\omega_{\text{rec}} (|g, -\hbar k\rangle \langle g, -\hbar k| + |g, +\hbar k\rangle \langle g, +\hbar k|) \quad (3.4)$$

erhält man den Gesamthamiltonoperator  $\mathcal{H}(\tau) = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_{\text{ww}}(\tau)$ .  $E_{\text{rec}} = \hbar\omega_{\text{rec}} = \hbar^2 k^2 / 2m$  ist die Rückstoßenergie, die bei einem Emissions- oder Absorptionsvorgang übertragen wird. Über den allgemeinen Ansatz

$$|\Psi(\tau)\rangle = c_{-\hbar k}(\tau) e^{-i\omega_{\text{rec}}\tau} |g, -\hbar k\rangle + c_0(\tau) e^{-i\omega_0\tau} |e, 0\rangle + c_{+\hbar k}(\tau) e^{-i\omega_{\text{rec}}\tau} |g, +\hbar k\rangle \quad (3.5)$$

zusammen mit der Abschätzung  $\Delta^2 \gg \Omega_R^2$  mit  $\Delta = \delta + \omega_{\text{rec}}$  und den Anfangsbedingungen  $c_{-\hbar k}(0) = 1$ ,  $c_0 = c_{+\hbar k} = 0$  erhält man somit eine Lösung für die zeitliche Entwicklung der angeregten Impulszustände. Sie lautet

$$P_{+\hbar k}(\tau) = |c_{+\hbar k}(\tau)|^2 = \sin^2\left(\frac{\Omega_{R,2}}{2}\tau\right) \quad (3.6a)$$

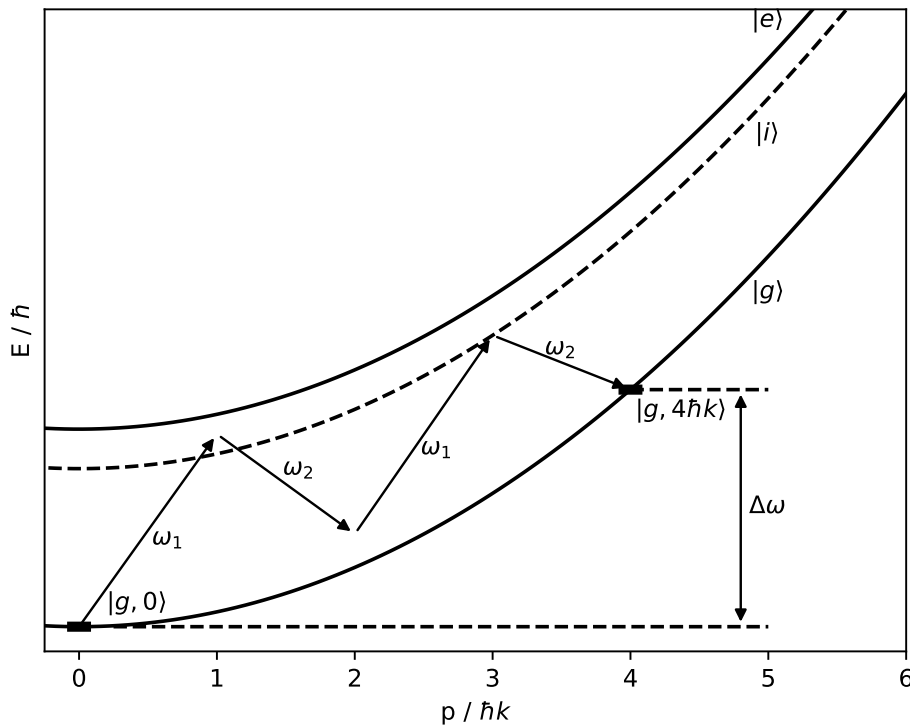
$$P_{-\hbar k}(\tau) = 1 - |c_{+\hbar k}(\tau)|^2 = \cos^2\left(\frac{\Omega_{R,2}}{2}\tau\right), \quad (3.6b)$$

wobei  $\Omega_{R,2} = \frac{\Omega_R^2}{2\Delta}$  die Zweiphotonen-Rabifrequenz ist. Durch Variation der Pulsdauer  $\tau$  lässt sich somit die Population der gekoppelten Impulszustände kohärent manipulieren. Die Besetzungszahl oszilliert zwischen Impulszuständen  $|g, -\hbar k\rangle$  und  $|g, +\hbar k\rangle$ .

Der beschriebene Prozess lässt sich, analog zu Mehrfachanregung der Ramanstreuung, auf höhere Ordnungen der Braggstreuung erweitern. Ein Streuprozess  $N_B$ -

ter Ordnung überträgt einen Impuls von  $2N_B\hbar k$  und lässt sich im oben beschriebenen Bild als  $2N_B$ -Photonenübergang interpretieren.

Um den Bragg-Streuprozess auf ein stationäres Bose-Einstein-Kondensat anzuwenden wird die stehende Lichtwelle relativ zu den Atomen bewegt. Das Energieschema eines solchen Übergangs ist in Abbildung 3.2 beispielhaft für einen Übergang der Ordnung  $N_B = 2$  dargestellt.



**Abbildung 3.2.:** Schematische Darstellung eines Bragg-Übergangs mit Kopplung der Grundzustände  $|g, 0\rangle$  und  $|g, 4\hbar k\rangle$ .

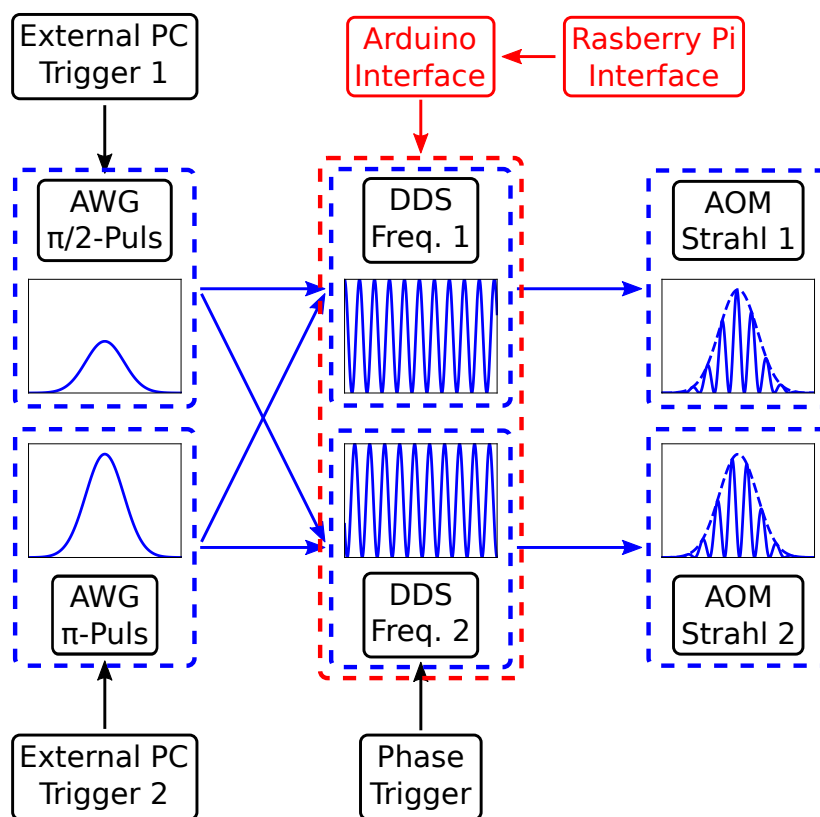
Hierbei wird einer der Laserstrahlen in seiner Frequenz so verstimmt, dass sich die stehende Lichtwelle mit einer Geschwindigkeit von  $N_B\hbar k/m$  relativ zum Kondensat bewegt und die Resonanzbedingung für diesen Übergang wieder erfüllt ist. Im Bezugssystem des Labors wird das Kondensat somit auf einen Impuls von  $2N_B\hbar k$  beschleunigt. Für die Verstimmung der beiden Laserstrahlen muss die Beziehung

$$\delta\omega = \frac{2N_B\hbar k^2}{m} = 4N_B\omega_{\text{rec}} \quad (3.7)$$

erfüllt sein.

### 3.3 Erzeugung der Bragg-Pulse

Wie in Abschnitt 2.3 beschrieben, wird zur Erzeugung der Bragg-Pulse das Licht eines stabilisierten Diodenlasers verwendet. Das Licht wird auf zwei Strahlen aufgeteilt und daraufhin jeweils durch einen akusto-optischen Modulator (kurz AOM) gestrahlt und in eine Glasfaser eingekoppelt. Am Experimentort wird das Licht der beiden Lichtfelder parallel bzw. anti parallel zu einem der Dipolfallenstrahlen der gekreuzten Dipolfalle eingestrahlt und formt dort die in Gleichung 3.1b beschriebene stehende Lichtwelle. Über die beiden AOM's der jeweiligen Strahlen kann die Kontrolle der Frequenzdifferenz sowie der Pulsfläche erfolgen. Der elektronische Aufbau für die Kontrolle der Bragg-Pulse ist in Abbildung 3.3 dargestellt. Als Quelle der



**Abbildung 3.3.:** Schematische Darstellung zur Erzeugung des elektronischen Signals für den Betrieb der AOM's, welche für die Erzeugung der Laserpulse benötigt werden. Deren Überlagerung erzeugt die beschriebene stehende Welle zur Bragganregung. eine detaillierte Beschreibung befindet sich im Text.

Radiofrequenz zum Betrieb der AOM's dient ein DDS-System mit vier phasenstabilen programmierbaren Ausgängen. Das verwendete Modul, basierend auf einem DDS-Chip<sup>1</sup>, ist in der Lage Signale bis 500 MHz mit einer Leistung von maximal

<sup>1</sup> AD9959



---

3 dBm auszugeben [70]. An zwei dieser Ausgänge wird ein Signal mit einer Frequenz von 80 MHz bzw.  $(80 + \delta\omega)$  MHz ausgegeben, wobei die Frequenzverschiebung  $\delta\omega = N_B \cdot 2\pi \times 15.084 \text{ kHz}$ , mit der Rückstoßfrequenz von  $^{87}\text{Rb}$  [71], über die Resonanzbedingung 3.7 die angeregte Braggordnung bestimmt. Im Rahmen dieser Arbeit wird typischerweise die erste Braggordnung  $N_B = 1$  angeregt. Alle Funktionen des DDS-Moduls können über ein Arduino-Interface programmiert werden; zur einfachen Ansteuerung ist das Arduino-Modul mit einem Linux-System auf Basis eines Raspberry-Pis verbunden. Über einen Netzwerkzugriff auf dieses Linux-System können alle Funktionen des DDS-Moduls somit programmiert werden. Über einen Trigger-Eingang am Arduino-Modul können beliebige programmierte Funktionen ausgelöst werden. Auf Grund der relativ langsamen Kommunikation zwischen Arduino und DDS ergibt sich eine konstante Verzögerung von  $130 \mu\text{s}$  zwischen Triggersignal und Funktionsänderung [70]. Dies könnte durch eine Kommunikation mit dem DDS-System mittels SPI-Schnittstelle verbessert werden. Es kann mit Hilfe des Triggersignals beispielsweise die in Abschnitt 3.6 beschriebene Phasenverschiebung über ein externes TTL-Signal ausgelöst werden. Die beiden Ausgänge des DDS-Moduls werden mit Hilfe eines Mischerbausteins<sup>2</sup> mit dem Signal eines Funktionsgenerators<sup>3</sup> gemischt. Auf dem Funktionsgenerator wird die für den Bragg-Puls nötige Pulsform einprogrammiert. Die Form entspricht der eines *Blackman*-Pulses [44], die Länge des einprogrammierten Zeitfensters beträgt typischerweise 50 - 100  $\mu\text{s}$ . Die Parameter Amplitude und Länge des Zeitfensters werden schlussendlich über die Pulsfläche des benötigten Bragg-Pulses bestimmt, d.h. halber Populationstransfer für  $\pi/2$ -Puls bzw. voller Populationstransfer für  $\pi$ -Puls. Über einen externen Trigger können die Signalgeneratoren während des Experiments ausgelöst werden und der gewünschte Bragg-Puls ausgeführt werden. Das so generierte elektronische Signal wird verstärkt und an die AOM's weitergeleitet. Die erzeugten Lichtpulse werden zum Experiment geleitet und bilden die bewegte stehende Lichtwelle aus. Die erzeugten Lichtpulse können zusätzlich an einer Photodiode detektiert und am Oszilloskop zur Kontrolle beobachtet werden.

---

### 3.4 Delta-Kick Kollimation

---

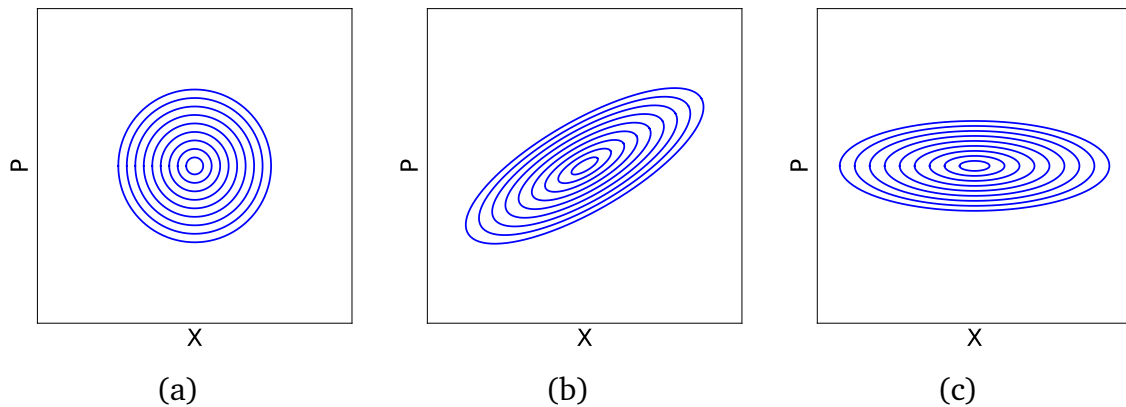
Eine Möglichkeit, um die Expansion von kalten Atomwolken und Kondensaten zu verringern, besteht darin, die frei expandierende Atomverteilung für kurze Zeit einem attraktiven Potential auszusetzen, sodass sich deren Geschwindigkeit durch die Potentialeinwirkung verringert. Diese Technik ist unter dem Begriff  $\Delta$ -Kick Kühlung bzw. Kollimation bekannt [72, 73]. Zur Veranschaulichung betrachtet man eine Atomverteilung mit gegebener Geschwindigkeitsverteilung, beispielsweise entstanden durch den Abbau der Mean-Field-Energie eines Kondensats, im Phasenraum in Abbildung 3.4(a). Durch die nun stattfindende ballistische Expansion kommt es zu einer Verbreiterung im Ortsraum, die schnellen Atome bewegen sich zum Rand der

---

<sup>2</sup> Minicircuits ZAD-3+

<sup>3</sup> Agilent 33120A. auch *arbitrary waveform generator* kurz AWG

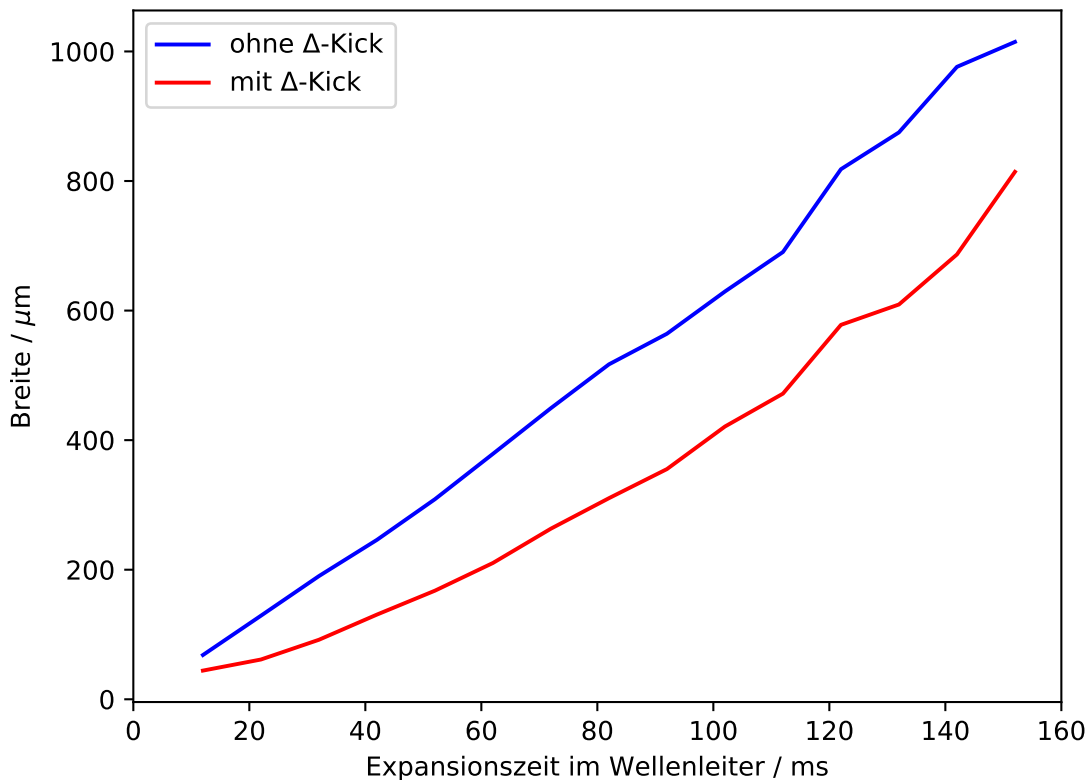




**Abbildung 3.4.:** Ablauf der  $\Delta$ -Kick Kühlung bzw. Kollimation: (a) Phasenraumdarstellung einer anfänglichen Atomverteilung mit gleichmäßiger Verteilung im Orts- und Impulsraum. (b) Nach einer Expansionszeit haben sich die schnellen Atome der Verteilung ebenso an den Rand der Ortsverteilung bewegt. Im Phasenraum führt dies zur Scherung. (c) Durch Einstrahlen eines Potentials kommt es zu einer ortsabhängigen Krafteinwirkung (Stoß), welche die Atome abbremst. Im Phasenraum wird die Verteilung gedreht. Die Geschwindigkeitsverteilung ist schmaler geworden.

Verteilung. Im Phasenraum in Abbildung 3.4(b) führt dies zu einer Scherung entlang der Ortsachse. Wird nun für kurze Zeit etwa ein harmonisches Potential eingestrahlt, so erfahren die Atome eine rücktreibende Kraft, welche umso stärker wirkt, je weiter sie sich vom Zentrum der Verteilung entfernt haben. D.h. Atome mit einer großen Geschwindigkeitskomponente erfahren eine große Kraft, eine kleine Kraft wirkt auf Atome mit einer geringeren Geschwindigkeit. Idealerweise entspricht hierbei die Form des Potentials genau der Geschwindigkeitsverteilung. In der Phasenraumdarstellung nach Abbildung 3.4(c) führt dieser Stoß des Potentials zu einer Drehung der Verteilung, sodass die schmale Achse der Verteilung nun im Impulsraum liegt. Somit ist die resultierende Atomverteilung zu diesem Zeitpunkt zwar im Ortsraum breiter, die Geschwindigkeitsverteilung aber schmaler geworden. Diese Betrachtung kann analog zur Wirkung einer Linse auf divergierende Strahlen verstanden werden, wobei im beschriebenen Fall eine *Kollimation* der sich ausbreitenden Atomverteilung stattgefunden hat.

Im Rahmen dieser Arbeit wird ein solches Verfahren dazu verwendet, die Ausbreitung einer Kondensatverteilung entlang eines Wellenleiters zu verringern. Für die weiteren Experimente ist es beispielsweise vorteilhaft, die Breite soweit zu verringern, sodass unterschiedliche Impulskomponenten eines Interferometers leichter räumlich von einander getrennt werden können. Das Kondensat wird hierbei in einer gekreuzten Dipolfalle erzeugt und kann daraufhin in einem der beiden Dipolfallenstrahlen frei expandieren (siehe Abschnitt 3.6). Nach einer Expansionszeit von 5 ms



**Abbildung 3.5.:** Entwicklung der gemessenen Kondensatbreite im linearen Wellenleiter mit und ohne  $\Delta$ -Kick Kollimation

in diesem Wellenleiter wird der senkrecht zu diesem orientierte zweite Dipolstrahl erneut für  $150 \mu\text{s}$  eingestrahlt. Dadurch wirkt, in Richtung des Wellenleiters, ein attraktives Dipolpotential auf die expandierenden Atome, was die Ausbreitung verlangsamen sollte. Die Parameter der  $\Delta$ -Kick Kollimation wurden so gewählt, dass nach einer Flugzeit von 60-80 ms, was der typischen Experimentdauer entspricht, eine möglichst schmale Kondensatverteilung im Wellenleiter erreicht wird. Um die Wirkung der Kollimation zu überprüfen, wurde die Breite der Atomverteilung über die Expansionszeit im linearen Wellenleiter gemessen und in Abbildung 3.5 aufgetragen.

Die Breite der Atomverteilung nach freier Expansion nimmt wie erwartet mit der Zeit linear zu. Ebenso ist zu erkennen, dass durch den Einsatz des  $\Delta$ -Kicks die Breite der Verteilung reduziert werden kann. Im Zeitfenster von 60-80 ms Expansionszeit ist die Breite dadurch um einen Faktor 2 verringert worden. Im Idealfall der  $\Delta$ -Kick Kollimation sollte die Breite der Atomverteilung mit der Expansionszeit gar nicht bzw. sehr wenig zunehmen. Im Experiment zeigt sich zu Beginn eine geringere Ausdehnung der Atomverteilung, welche jedoch mit der Zeit weiter zunimmt. Als Grund hierfür kann die geringe Wartezeit vor der Kollimation genannt werden. Diese muss auf der einen Seite so klein gewählt werden, damit räumliche Überlappung zwischen Atomen und Stoßpotential gewährleistet ist, auf der anderen Seite reicht die Zeit nicht aus, um die Expansion des Kondensats durch Mean-Field-Wechselwirkung

abzuwarten und anschließend kompensieren zu können. Ebenso entspricht die Form des Potentials vermutlich nicht genau der Form der Kondensatverteilung; Abweichungen von der harmonischen Form im Potential treten verstärkt zum Vorschein.

---

### 3.5 Beschreibung von Wellenfunktionen in Wellenleitern und deren Interferenz

---

Zur Beschreibung der Interferenz zweier Materiewellen, welche in diesem Fall aus einem Bose-Einstein-Kondensat besteht, kann im Allgemeinen eine Wellenfunktion der Form

$$\psi(\vec{r}, t) = \sqrt{n(\vec{r}, t)} e^{i\phi(\vec{r}, t)} \quad (3.8)$$

angenommen werden. Ausgehend von einer quadratischen Dichteverteilung des Kondensats im harmonischen Potential der gekreuzten Dipolfalle kann ebenso ein quadratisches Phasenprofil des expandierenden BECs der Form

$$\phi(x) = \frac{\alpha}{2}x^2 + \beta x \quad (3.9)$$

angenommen werden. Die Phase der Kondensatfunktion ist hierbei direkt mit der Geschwindigkeitsverteilung [31]

$$v(\vec{r}, t) = \frac{\hbar}{m} \nabla \phi(\vec{r}, t) \quad (3.10)$$

verknüpft. Werden nun zwei Kondensatteile überlagert bzw. das Betragsquadrat dieser beiden Wellenfunktionen berechnet, so ergibt sich folgender Ausdruck

$$\begin{aligned} |\psi_1(x) + \psi_2(x - \delta x)|^2 &= n_1(x) + n_2(x - \delta x) \\ &+ 2\sqrt{n_1(x)n_2(x - \delta x)} \cdot \cos[(\alpha\delta x + 2\beta)x - \varphi_0], \end{aligned} \quad (3.11)$$

wobei  $\delta x$  den räumlichen Versatz der beiden Kondensatteile beschreibt. Der letzte Term spiegelt die Interferenz der beiden Wellenpakete wieder. Der Parameter  $\beta$  wird mit einer Relativgeschwindigkeit  $\delta v$  der beiden Kondensatteile verknüpft [74].

$$2\beta = \frac{m\delta v}{\hbar} \quad (3.12)$$

Damit erhält man eine räumliche Frequenz des Interferenzmusters im Dichteprofil der Kondensatverteilung von

$$\kappa = \alpha\delta x + \frac{m\delta v}{\hbar} \quad (3.13)$$

bzw. einen Abstand der Interferenzstreifen von

$$d = \frac{2\pi}{\kappa}. \quad (3.14)$$

Der Phasengradient  $\alpha$  lässt sich über die Betrachtung von Skalengesetzen, siehe nächster Abschnitt 3.5.1, z.B. für die Expansion in einem quasi-eindimensionalen Wellenleiter berechnen. Ebenso lässt sich erkennen, dass die Position der Interferenzmaxima bzw. die Phase der räumlichen Dichtemodulation  $\varphi_0$  Einfluss auf die Position der entstehenden Interferenzmaxima hat.

---

### 3.5.1 Evolution im Wellenleiter

---

Die zeitliche Entwicklung einer Kondensatverteilung im linearen Wellenleiter lässt sich über die Verwendung von Skalierungsfaktoren beschreiben. Hierbei geht man davon aus, dass die zeitliche Entwicklung von Kondensatverteilungen im Wellenleiterpotential analog zur Entwicklung im freien Raum abläuft. Durch den zusätzlichen Einschluss eines Potentials müssen die Bewegungstrajektorien jedoch umskaliert werden. Aus einem Anfangsort  $R_j(0)$  und dem Skalierungsfaktor  $\lambda_j(t)$  ergibt sich somit eine Trajektorie [75]

$$R_j(t) = \lambda_j(t)R_j(0) \quad (3.15)$$

für die weitere zeitliche Entwicklung, wobei  $j = x, y, z$  für jede Raumdimension steht. Die einzelnen Skalierungsfaktoren  $\lambda_j(t)$  ergeben sich aus den Differentialgleichungen

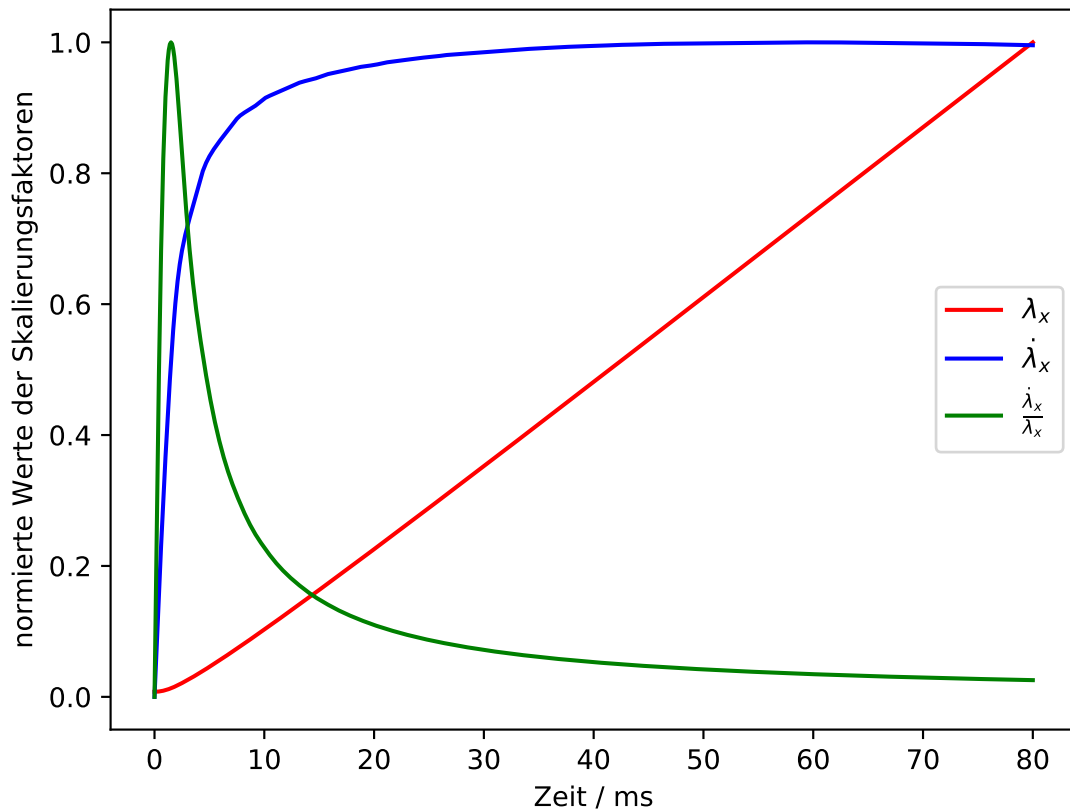
$$\ddot{\lambda}_j = \frac{\omega_j^2(0)}{\lambda_j \lambda_x \lambda_y \lambda_z} - \omega_j^2(t) \lambda_j, \quad (3.16)$$

wobei hier die Fallenfrequenzen des Anfangspotentials  $\omega_j(0)$ , sowie die Fallenfrequenzen nach Änderung der Potentialgeometrie  $\omega_j(t)$ , beispielsweise nach Umladen in das lineare Wellenleiterpotential, berücksichtigt werden müssen. Ein quadratisches Dichteprofil wird also nach Ausschalten eines harmonischen Einschlusses beibehalten und der Kondensatradius entwickelt sich nach Gleichung 3.15 und 3.16.

Aus den Anfangsbedingungen  $\lambda_j(0) = 1$  und  $\dot{\lambda}_j(0) = 0$  ergibt sich durch zeitliche Ableitung von Gleichung 3.15 die Beziehung

$$v_j(\vec{r}, t) = r_j \frac{\dot{\lambda}_j(t)}{\lambda_j(t)}. \quad (3.17)$$

Betrachtet man nun eine Raumrichtung  $x$ , in welcher die Dynamik des Interferometers stattfindet, so ergibt sich aus dem Zusammenhang von Kondensatphase und



**Abbildung 3.6.:** Typischer zeitlicher Verlauf des Skalierungsfaktors  $\lambda_x$  in Richtung des Wellenleiters. Zusätzlich ist die zeitliche Ableitung, sowie der Quotient  $\dot{\lambda}_x/\lambda_x$  eingezeichnet. Alle Verläufe sind zur Veranschaulichung auf einen maximalen Wert von Eins normiert.

Geschwindigkeitsverteilung 3.10 und dem quadratischen Phasenprofil des Kondensats 3.9 die Beziehung

$$v_x(x, t) = \frac{\hbar}{m} x \alpha(t). \quad (3.18)$$

Werden die Beziehungen 3.17 und 3.18 gleichgesetzt, ergibt sich der Zusammenhang

$$\alpha(t) = \frac{\dot{\lambda}_x(t)m}{\lambda_x(t)\hbar} \quad (3.19)$$

aus Skalierungsfaktor  $\lambda_x(t)$  bzw. seiner zeitlichen Ableitung  $\dot{\lambda}_x(t)$  und dem Phasengradienten der Kondensatverteilung  $\alpha$ . Das bedeutet, dass aus der Kenntnis der relevanten Fallenfrequenzen der auf die Kondensatverteilung während des Experiments einwirkenden Potentiale die zeitliche Entwicklung des Phasengradienten bestimmt werden kann. Aus dem Phasengradienten kann daraufhin auf die räumliche

---

Frequenz  $\kappa$  der Interferenzstreifen, nach Gleichung 3.13, eines asymmetrischen Interferometers mit räumlichen Versatz  $\delta x$  geschlossen werden.

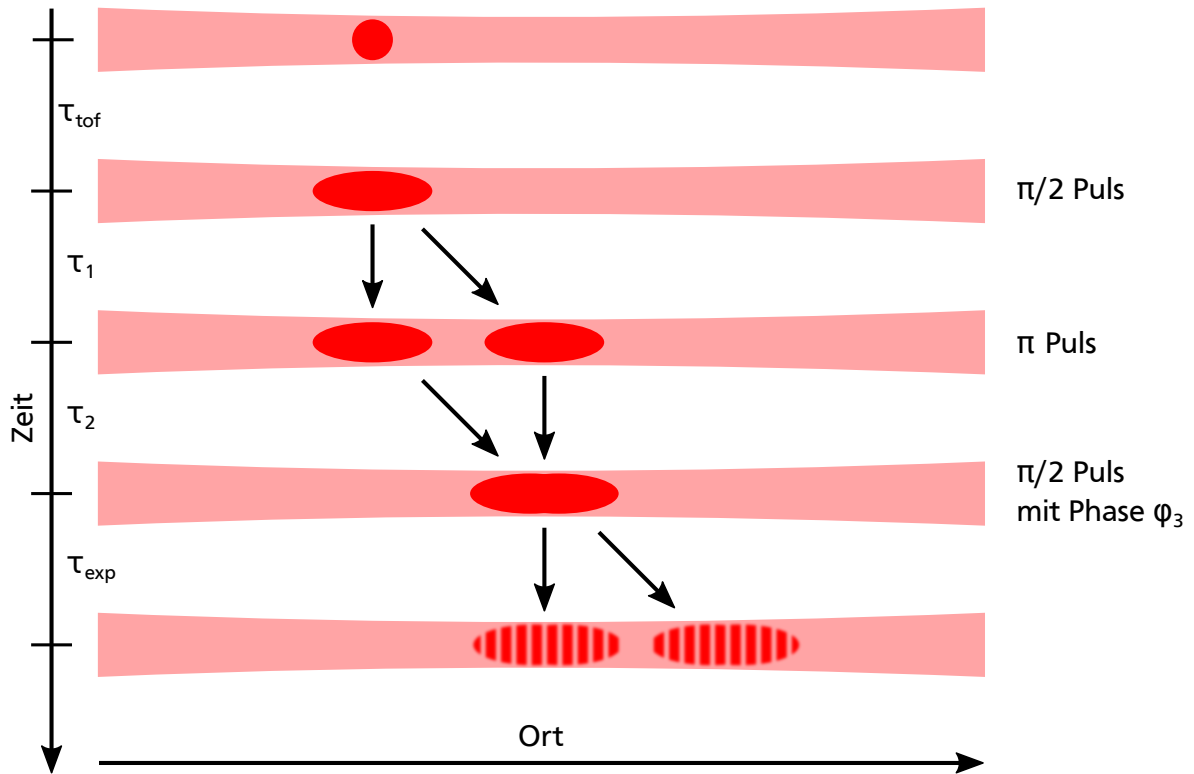
In Abbildung 3.6 ist für die typischen Fallenparameter [40,63] der zeitliche Verlauf des Skalierungsfaktors, seiner zeitlichen Ableitung sowie deren Quotient, der den Verlauf des Phasengradienten bestimmt, eingezeichnet. An der zeitlichen Ableitung  $\dot{\lambda}_x$  lässt sich die prinzipielle Dynamik des Kondensats nach dem Abschalten der gekreuzten Dipolfalle und freier Expansion im linearen Wellenleiter erkennen. Im Anfangsbereich bis 20 ms nimmt die Breite des Kondensats in beschleunigter Bewegung zu; ca. 90% der Geschwindigkeitsänderung der Kondensatatome findet in diesem Zeitabschnitt statt. Durch die Umwandlung der zwischenatomaren Wechselwirkungsenergie in kinetische Energie erfahren die Atome eine Kraft, die zu dieser Beschleunigung führen. Nach Umwandlung der Energie expandiert das Kondensat mit fast konstanter Geschwindigkeit, es findet nur noch eine kleine Änderung der Geschwindigkeit statt. Der Quotient aus Skalierungsfaktor und seiner Ableitung gibt qualitativ den zeitlichen Verlauf des Phasengradienten  $\alpha$  wieder. Nach anfänglichem Anstieg in den ersten ca. 5 ms, fällt dieser größtenteils antiproportional mit der Zeit ab.

---

### 3.6 Experimenteller Ablauf: Mach-Zehnder-Interferometersequenz in linearen Wellenleitern

---

In Abbildung 3.7 ist der zeitliche Ablauf einer typischen Mach-Zehnder-Interferenzmessung, wie sie in dieser Arbeit Anwendung findet, dargestellt. Nach dem Erzeugen des Kondensats in der gekreuzten Dipolfalle wird das Fallenpotential eines der beiden Dipolfallenarme verdoppelt und anschließend das Potential des zweiten Dipolfallenarms ausgeschaltet. Der verbleibende Dipolfallenarm dient somit als quasi-eindimensionaler Wellenleiter, indem das Kondensat, nach Ausschalten des zweiten Arms, sich den Skalengesetzten entsprechend ausbreiten und durch Anregung über Bragg-Pulse bewegen kann. Mit dessen Hilfe können die typischen Interferometerpulse, das Aufteilen mittels eines  $\pi/2$ -Pulses bzw. das Reflektieren mittels eines  $\pi$ -Spiegelpulses, durchgeführt werden. Nach einer Expansionszeit  $\tau_{\text{tof}}$  beginnt die Interferometersequenz mit einem ersten  $\pi/2$ -Puls, wodurch das Kondensat in eine kohärente Überlagerung aus zwei Impulszuständen  $1/\sqrt{2}(|0\hbar k\rangle + |2\hbar k\rangle)$  überführt wird. Nach einer ersten Wartezeit  $\tau_1$ , während der sich die beiden Kondensatteile räumlich trennen, wird ein  $\pi$ -Puls eingestrahlt. Dieser transferiert die Populationen zwischen den beiden beteiligten Impulszuständen, wodurch das Interferometer wieder geschlossen wird. Nach einer Wartezeit von  $\tau_2$  sind beide Kondensatteile wieder räumlich überlagert. Durch eine zweiten  $\pi/2$ -Puls werden die Kondensatteile auf die Basis der beiden Impulszustände projiziert und die Interferenz kann beobachtet werden. Zusätzlich kann die Phase  $\varphi_3$  dieses Pulses relativ zu den anderen Bragg-Pulsen



**Abbildung 3.7.:** Schematischer Ablauf eines Mach-Zehnder-Interferometers im linearen Wellenleiter. Durch die Wahl der Interferometerzeiten  $\tau_1$  und  $\tau_2$  kann das Interferometer komplett symmetrisch bzw. asymmetrisch aufgebaut werden. Über die Phase  $\varphi_0$  des letzten Interferometerpulses kann die Phase der Interferenzeffekte verändert werden. Die Zeit  $\tau_{\text{exp}}$  dient zur räumlichen Separation der Interferometerausgänge.

verändert und auf die Materiewelle übertragen werden. Die Phase des Atominterferometers wiederum hängt über die Beziehung [76]

$$\varphi_0 = N_B (\varphi_1 - 2\varphi_2 + \varphi_3) + 2N_B \vec{k} \cdot \vec{g} T^2 \quad (3.20)$$

sowohl von den Phasen der Interferometerpulse ab, als auch von einer äußeren Kraft  $\vec{a}$ , die entlang der Richtung des Interferometers zeigt, welche durch den Wellenvektor  $\vec{k}$  der Bragganregung gegeben ist. Da in dieser Arbeit der Wellenleiter und die Interferometerdynamik senkrecht zur Gravitationsrichtung angeordnet sind, ergibt das Skalarprodukt  $\vec{k} \cdot \vec{g} = 0$ . Mit  $T = \tau_1 + \tau_2$  fließt die Interferometerzeit in die Phasenänderung durch äußere Kräfte ein.

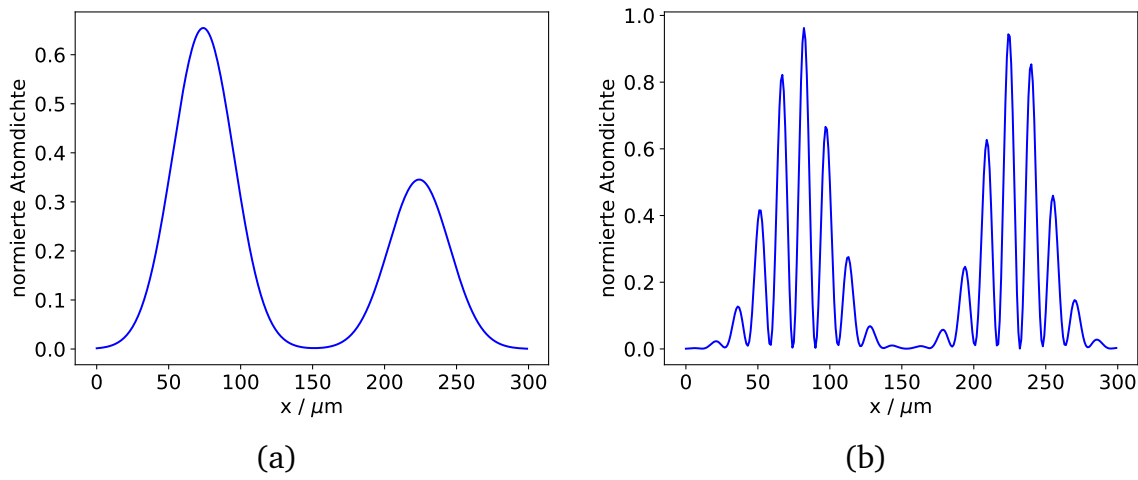
Durch eine zusätzliche Wartezeit  $\tau_{\text{exp}}$  werden die beiden Interferometerausgänge um einen Abstand  $\Delta p = 2N_B v_{\text{rec}} \tau_{\text{exp}}$ , mit  $v_{\text{rec}} = 5.8845 \text{ mm/s}$  [71], der Photo-

nenrückstoßgeschwindigkeit von  $^{87}\text{Rb}$  des D2-Übergangs, räumlich voneinander getrennt. Beide Ausgänge A und B zeigen ein komplementäres Interferenzmuster

$$|\psi_A(x_0)|^2(\varphi_0) + |\psi_B(x_0 - \Delta p)|^2(\varphi_0 + \pi) \quad (3.21)$$

nach Gleichung 3.11. Das Ergebnis eines solchen Experiments lässt sich qualitativ in zwei Gruppen einteilen.

### Symmetrisches Interferometer



**Abbildung 3.8.:** Schnitt durch eine berechnete Dichteverteilung nach einer Interferometersequenz. (a) Ist das Interferometer symmetrisch, so erkennt man keine Interferenzstreifen im Dichteprofil. Die Phase  $\varphi_0$  hat Einfluss auf die Population der beiden Interferometerausgänge. (b) Sind die Interferometerarme ungleich lang und das Interferometer asymmetrisch, so entstehen charakteristische Interferenzstreifen im Dichteprofil.

Wählt man die beiden Interferometerzeiten  $\tau_1$  und  $\tau_2$  gleich groß, so ergibt sich ein symmetrisches Interferometer mit gleich langen Interferometerarmen. Aus Gleichung 3.13 erkennt man, dass, soweit die Relativgeschwindigkeit zwischen den Wellenpaketen Null ist, keine Interferenzstreifen in den Interferometerausgängen sichtbar sind. Jedoch lässt sich die Interferenz am Transfer der Population zwischen den beiden Interferometerausgängen in Abhängigkeit der relative Phase  $\varphi_0$  des Interferometers beobachten. Beispielhaft ist ein Schnitt durch die berechnete Dichteverteilung eines solchen Interferometerexperiments in Abbildung 3.8(a) dargestellt.

### Asymmetrisches Interferometer

Sind die beiden Interferometerarme ungleich lang, bzw. die Zeiten  $\tau_1$  und  $\tau_2$  ungleich groß, verbleibt bei der finalen Überlagerung der Kondensateteile durch den zweiten  $\pi/2$ -Puls ein räumlicher Versatz von  $\delta x = (\tau_1 - \tau_2) \cdot 2N_B v_{\text{rec}}$ . Dies führt dazu,



---

dass sich Interferenzstreifen nach Gleichung 3.13 ausbilden. Ein mögliches Ergebnis hierfür ist in Abbildung 3.8(b) dargestellt.

---

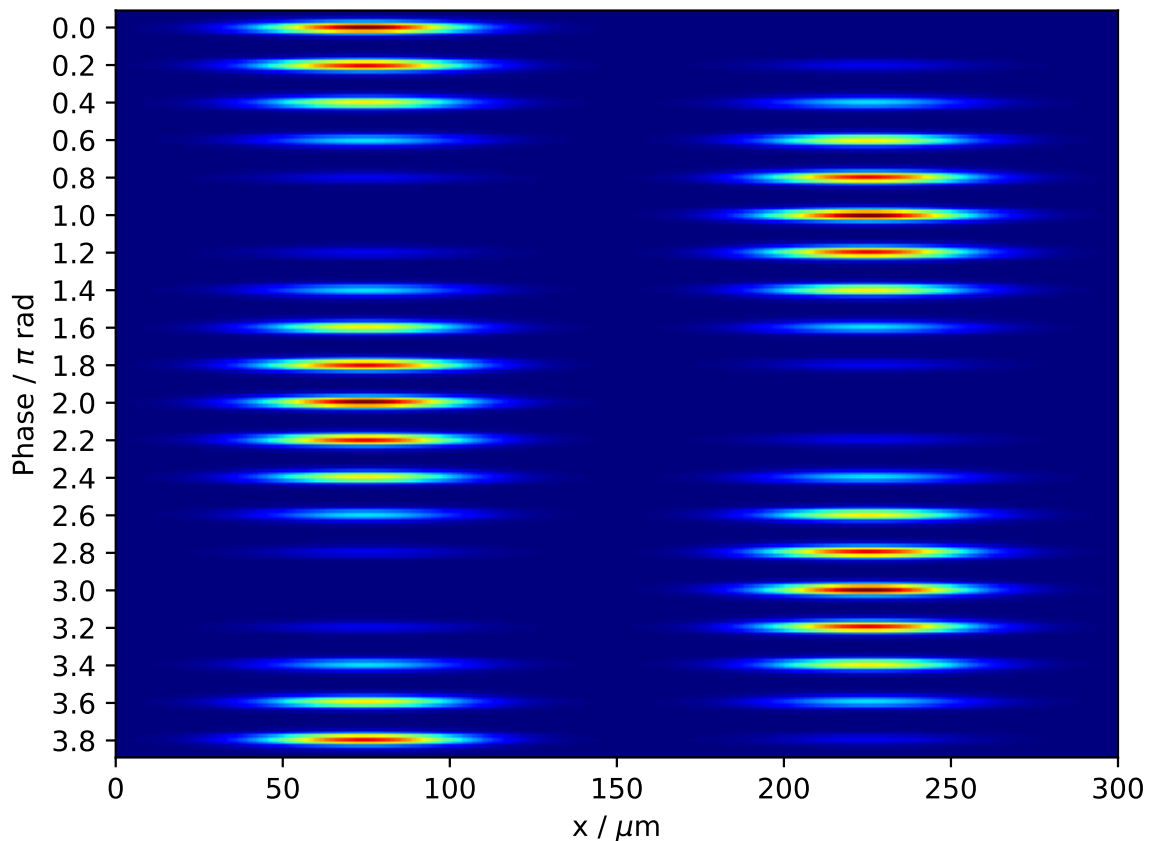
### 3.7 Auswertung der Interferenzmessungen

---

---

#### 3.7.1 Auswertung eines symmetrischen Interferometers

---



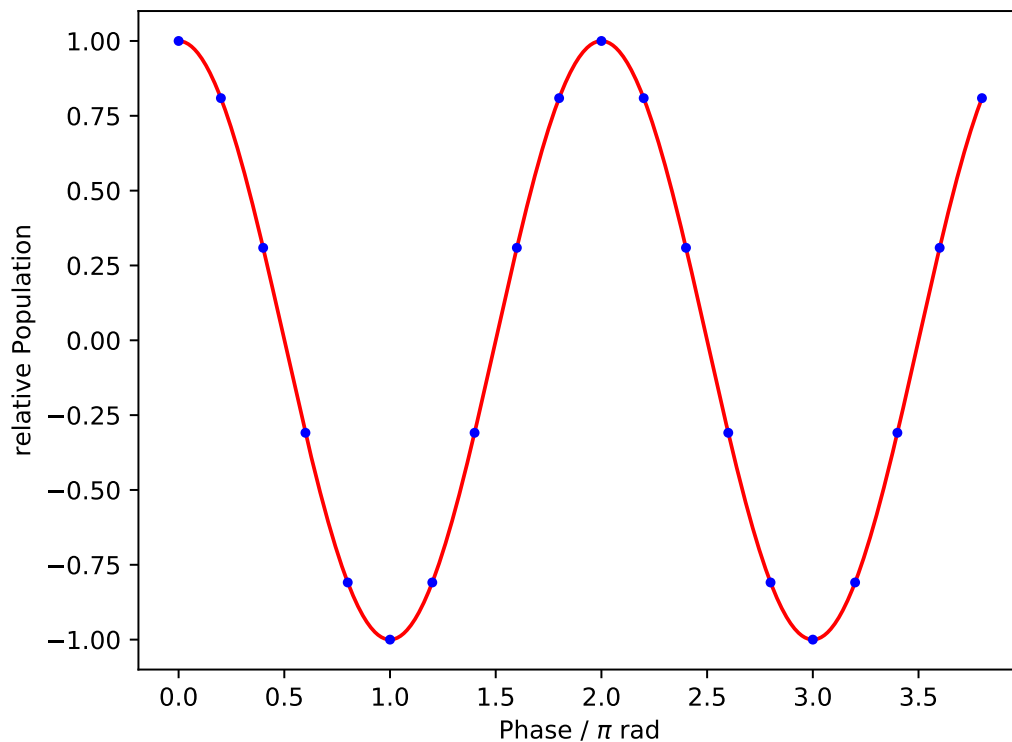
**Abbildung 3.9.:** Berechnete Dichteverteilung eines symmetrischen Interferometerexperiments. Die Phase  $\varphi_0$  wurde von 0 bis  $4\pi$  variiert und eine Populationsoszillation zwischen den beiden Interferometerausgängen kann über zwei Perioden beobachtet werden.

Der Kontrast einer Interferometermessung lässt sich im Allgemeinen aus dem Verhältnis der Modulationstiefe der durch Interferenz aufgeprägten Struktur und dem restlichen konstanten Untergrund bestimmen. In Abbildung 3.9 ist ein typisches Interferometerexperiment in einem linearen Wellenleiter nach den Gleichungen 3.21 bzw. 3.11 berechnet worden. Dies dient in der folgenden Betrachtung als Beispiel zur Illustration der Auswertemethode.

Man erkennt klar, wie die Atomverteilung in Abhängigkeit der Phase  $\varphi_0$  zwischen den Interferometerausgängen oszilliert. In diesem Fall kann der Kontrast über das Verhältnis der Atomzahlen in Ausgang  $A$  zu Ausgang  $B$  bestimmt werden:

$$N_{\text{osz}}(\varphi_0) = \frac{N_A - N_B}{N_A + N_B}. \quad (3.22)$$

Dieses Verhältnis sollte, wie in Abbildung 3.10 dargestellt ist, mit der Phase zwischen dem maximalen Wert des Kontrastes  $K$  sinusförmig oszillieren.



**Abbildung 3.10.:** Oszillation der relativen Population der beiden Interferometerausgänge über die aufgeprägte Phase  $\varphi_0$ . Die Werte ergeben sich aus der berechneten Dichteverteilung. Aus einer Sinusanpassung lässt sich die Amplitude bestimmen, welche dem Kontrast der Interferenz entspricht.

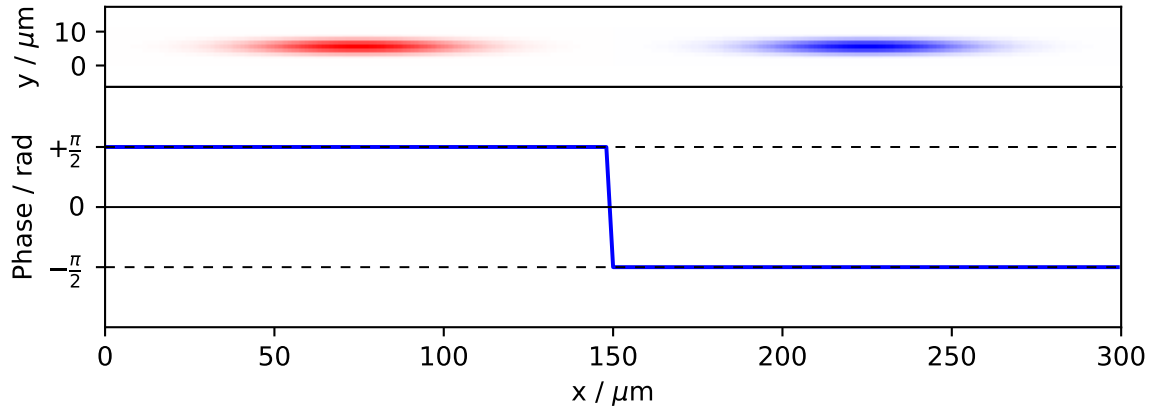
---

### 3.7.2 Fourieranalyse des Populationstransfers in Abhängigkeit von der externen Phase

---

Die einfachste Möglichkeit, die Atomzahlen  $N_A$  und  $N_B$  der einzelnen Interferometerausgänge zu bestimmen, ist die Summation über einen gewissen Bereich bzw. in einer Anpassung, meist gaußförmig, an die Atomverteilung dieses Bereichs. Dies setzt jedoch voraus, dass sowohl die Position dieser Ausgänge bekannt und über

die Messreihe konstant ist, sowie dass eine räumliche Trennung der beiden Interferometerausgänge stattgefunden hat. Ist dies nicht erfüllt, so kann das Ergebnis der Kontrastbestimmung stark von der Wahl der Interessensregion abhängen.



**Abbildung 3.11.:** Zusammengefasste Darstellung der Fourieranalyse des berechneten Interferometerexperiments. Im oberen Teil ist die Fourieramplitude der erwarteten Oszillationskomponente dargestellt. Die Einfärbung in rot bzw. blau dient der Unterscheidung der beiden Interferometerausgänge. Diese dienen als Kriterium für eine Auswahl der Interessensregionen zur Bestimmung der relativen Besetzungszahlen des Interferometers. Im unteren Teil ist die Fourierphase dargestellt, die beiden Ausgänge oszillieren genau mit einer Phasendifferenz von  $\pi$ .

Eine weitere Möglichkeit, die Region der Interferometerausgänge auszuwählen, beruht darauf, dass die zu erwartende Oszillationsperiode bekannt ist [77]. Dazu betrachtet man die diskrete Fouriertransformation eines jeden Pixelwerts  $n_{(x,y)}(\varphi_j)$  über die aufgeprägte diskrete Phase  $\varphi_j$  in  $N$  gleich verteilten Schritten:

$$F_{(x,y)}(k) = \sum_{j=1}^N n_{(x,y)}(\varphi_j) \cdot e^{\frac{2\pi i k j}{N}} . \quad (3.23)$$

Jede Frequenzkomponente  $k$  dieser Fouriertransformation entspricht somit der wiederholten Änderung dieses Pixelwerts; für die weitere Auswertung wird nur die Frequenzkomponente  $k_{\text{IF}}$  verwendet, welche der aufgeprägten Phasenänderung des Interferometers entspricht. Im betrachteten Beispiel wird die Oszillation etwa zweimal durchgeführt. Die Amplitude

$$a_{(x,y)}(k_{\text{IF}}) = |F_{(x,y)}(k_{\text{IF}})|^2 \quad (3.24)$$

dieser Fourierkomponente gibt somit ein Maß an, wie stark die ausgewählte Frequenzkomponente in der Messreihe vertreten ist. Pixelorte  $(x, y)$ , die im Bereich der Interferometerausgänge liegen, haben eine große Fourieramplitude. Pixelorte, die keine der aufgeprägten Oszillation zeigen, besitzen eine kleine Fourieramplitude. Durch Wahl einer geeigneten Mindestamplitude können somit Bereiche definiert werden, in denen eine Oszillation zwischen Interferometerausgängen stattfindet. Eine solche Auswertung der Fourieramplituden ist für das betrachtete Beispiel in Abbildung 3.11 im oberen Bereich zu sehen.

Hier erkennt man klar die Regionen der beiden Interferometerausgänge. Zusätzlich zur Fourieramplitude  $a_{(x,y)}(k_{\text{IF}})$  der Pixelwerte kann die Fourierphase

$$\Phi_{(x,y)}(k_{\text{IF}}) = \text{Arg} [F_{(x,y)}(k_{\text{IF}})] + \Phi_0 \quad (3.25)$$

jedes Pixelwerts angegeben werden. Da die Population der Atome zwischen den beiden Interferometerausgängen oszilliert, muss die Fourierphase dieser beiden Ortsbereiche eine Differenz von  $\pi$  aufweisen. In Abbildung 3.11 ist im unteren Bild eine Projektion auf die x-Achse der Fourierphase dargestellt. Durch geeignete Wahl des Nullpunktes  $\Phi_0$  der Fourierphase kann der Vorzeichenwechsel der Fourierphase nun als Kriterium zur Zuordnung der Ortsbereiche zu den beiden Interferometerausgängen erfolgen. Dies ist im oberen Bild von Abbildung 3.11 durch die Einfärbung in rot bzw. blau dargestellt. Mit Hilfe dieser Kriterien, d.h. Fourieramplitude größer als Schwellwert und Vorzeichen der Fourierphase, können die Ortspunkte  $(x, y)$  den beiden Interferometerausgängen zugeordnet werden. Für jedes Einzelbild einer Messreihe kann daraufhin die Summation der Atomzahlen nach Gleichung 3.22 erfolgen und der Kontrast bestimmt werden.

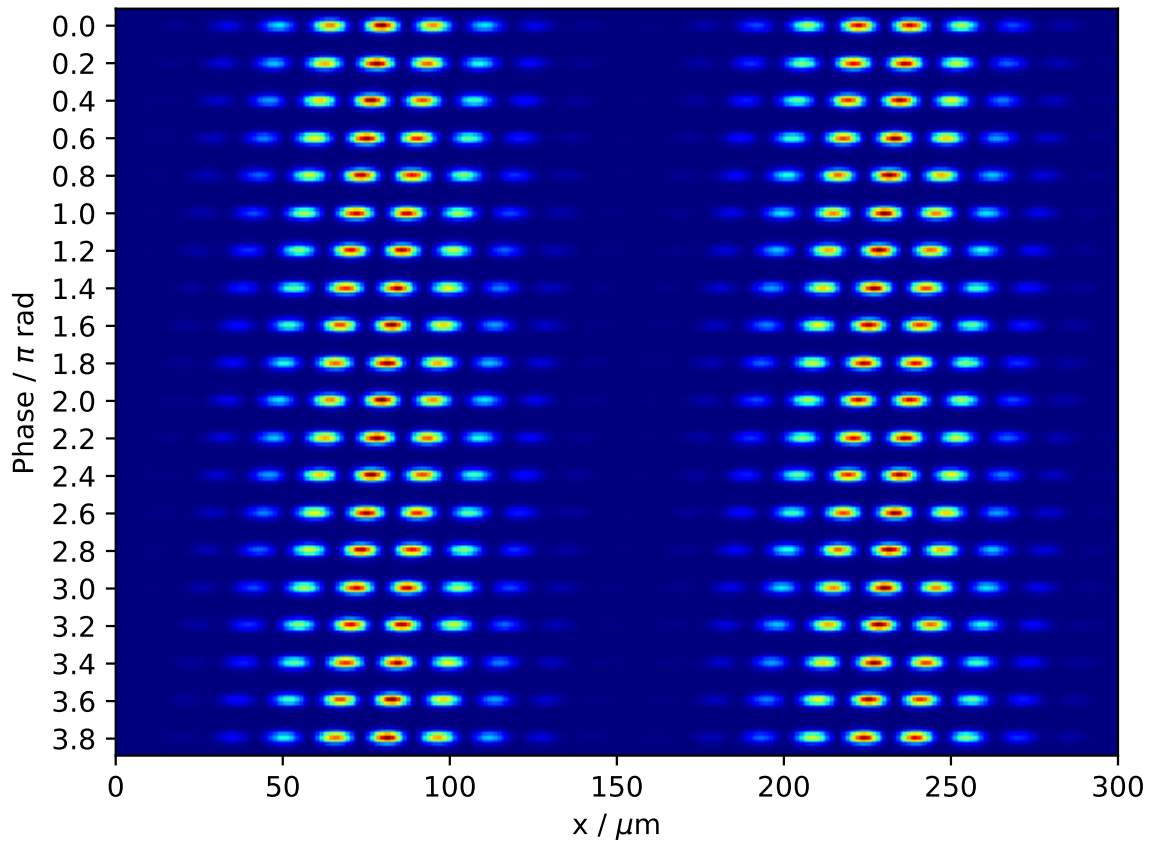
---

### 3.7.3 Auswertung eines asymmetrischen Interferometers

---

Betrachtet wird nun ein Interferometerexperiment, indem die Interferometerarme ungleich lang sind bzw. die räumliche Modulationsfrequenz  $\kappa \neq 0$  ist. Dies führt zu der bekannten Ausbildung von Interferenzstreifen über beide Interferometerausgänge. Wird nun die relative Phase verändert, so ändert sich die Position der einzelnen Interferenzmaxima, welche der Atomdichteverteilung aufgeprägt werden. In Abbildung 3.12 ist die Dichteverteilung eines typischen Experimentverlaufs berechnet worden.

Nun oszilliert die Atomverteilung nicht mehr, wie im Fall des symmetrischen Interferometers zwischen den beiden Interferometerausgängen, sondern die Interferenzmaxima wandern bei einer Phasenverschiebung von  $2\pi$  gerade um den Abstand  $d = 2\pi/\kappa$  der Interferenzmaxima der Dichteverteilung. Betrachtet man nun die Auswertung nach der Methode der Fouriertransformation in Abbildung 3.13, so lässt sich erkennen, dass der Wert der Fourieramplitude erneut die Orte der Interessensregion widerspiegelt. Die Fourierphase hingegen kann nicht mehr dazu genutzt werden, um die beiden Interferometerausgänge von einander zu unterscheiden. In diesem

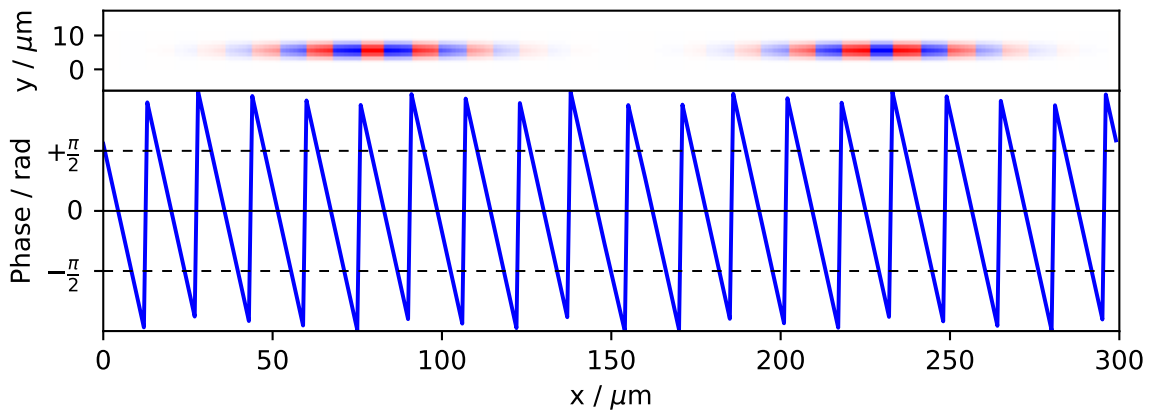


**Abbildung 3.12.:** Berechnete Dichteverteilung eines asymmetrischen Interferometerexperiments über externe Phasenänderung. Die Interferenzstreifen sind klar zu erkennen. Die externe Phase führt zu einer Verschiebung des Interferenzmusters.

Fall muss, um einen Kontrast der Interferenz bestimmen zu können, eine direkte Anpassung der Form

$$n(x) = \sum_{i=1}^2 \left[ n_{0,i} \cdot \exp\left(-2 \frac{(x-p_i)^2}{w_i^2}\right) (1 + a_i \cdot \sin(x\kappa + \phi_i)) \right] + b \quad (3.26)$$

an das Dichteprofil der Atomverteilung erfolgen. Die Modulationstiefe der aufgeprägten Sinusoszillation gibt ein Maß für den Kontrast der Interferenz an. Der Nachteil dieser Methode besteht in der komplizierten Anpassungsfunktion und der großen Zahl ihrer freien Parameter. Außerdem hängt die Sichtbarkeit solcher Interferenzstreifen stark von den Detektionsparametern ab, kleine Streifenabstände können möglicherweise überhaupt nicht mehr aufgelöst werden. Das Beobachten einer Oszillation zwischen den Interferometerausgängen hingegen stellt keine großen Anforderungen an das Detektionssystem, nur die Atomzahl einer Interessenregion muss bestimmt werden können.

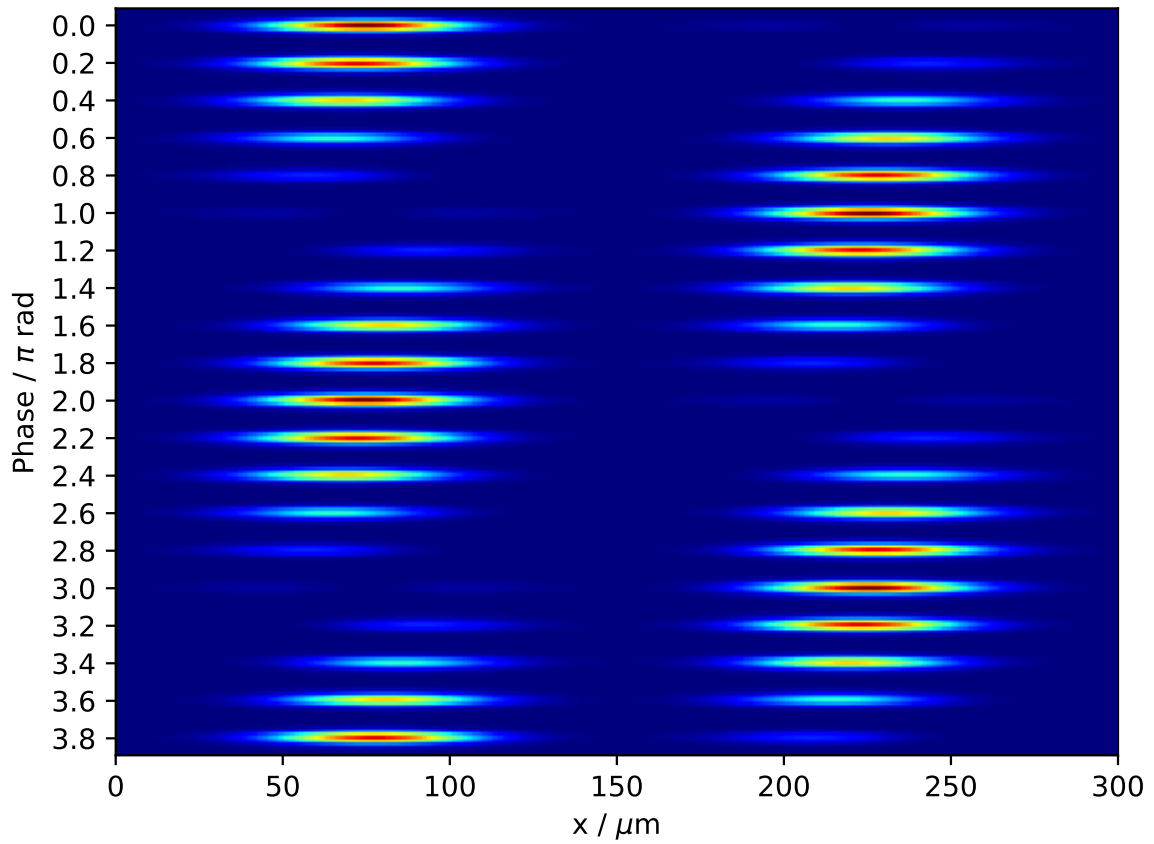


**Abbildung 3.13.:** Fourieranalyse des berechneten asymmetrischen Interferometerexperiments. Die Regionen des Interferometerausgänge werden erneut von der Fourieramplitude abgebildet. Die Fourierphase kann hierbei jedoch nicht zur Unterscheidung der Interferometerausgänge dienen. Jedoch entspricht die Steigung des Phasenprofils unten der räumlichen Frequenz  $\kappa$ .

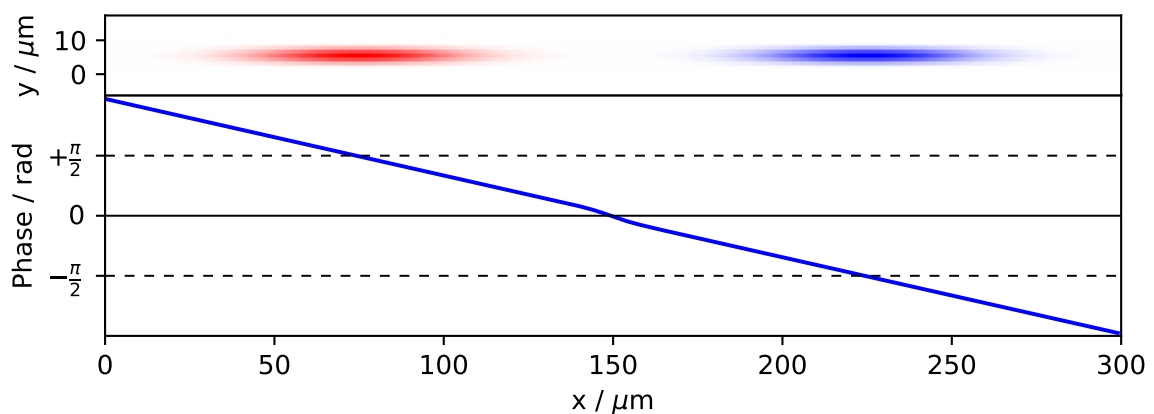
Eine Auswertung der Steigung des Fourierphasenprofils nach Abbildung 3.13 unten zeigt jedoch, dass diese genau der räumlichen Frequenz  $\kappa$  entspricht. Diese kann somit direkt, ohne die komplizierte Anpassungsfunktion bestimmt werden. Ebenso zeigt sich, dass mit Hilfe dieser Mess- bzw. Auswertungsmethode Zugang zum Parameterraum kleiner Frequenzwerte  $\kappa$  geschaffen wird. Dazu soll beispielhaft das in Abbildung 3.14 skizzierte Experiment betrachtet werden. Man kann erkennen wie, ähnlich dem symmetrischen Interferometerexperiment, die Population zwischen den beiden Interferometerausgängen mit der aufgeprägten Phase oszilliert. Die Position der Interferometerausgänge scheint sich jedoch mit der Phase zu verschieben. Dies kann, wie bereits erläutert, problematisch für eine Auswertung mit statischen Interessensregionen sein. Betrachtet man nun das Phasenprofil der Fourierauswertung in Abbildung 3.15, so erkennt man eine geringe Steigung bzw. einen kleinen Wert der räumlichen Frequenz  $\kappa$ . Im Gegensatz zur Berechnung des stark asymmetrischen Interferometers nach Abbildung 3.12 ist der Abstand der Interferenzstreifen nun so groß, dass eine direkte Anpassung der Gleichung 3.26 an das Dichteprofil kein eindeutiges Ergebnis liefern kann. Somit ist es mit dieser Messmethode erstmals möglich, diesen Parameterbereich der räumlichen Frequenz  $\kappa$  aufzulösen. Wird in Gleichung 3.13 der Abstand  $\delta x = 0$  gesetzt, was durch die Präparation eines symmetrischen Interferometers gewährleistet ist, so kann direkt die Relativgeschwindigkeit der Interferometerarme

$$\delta v = \frac{\hbar \kappa}{m} \quad (3.27)$$

bestimmt werden.

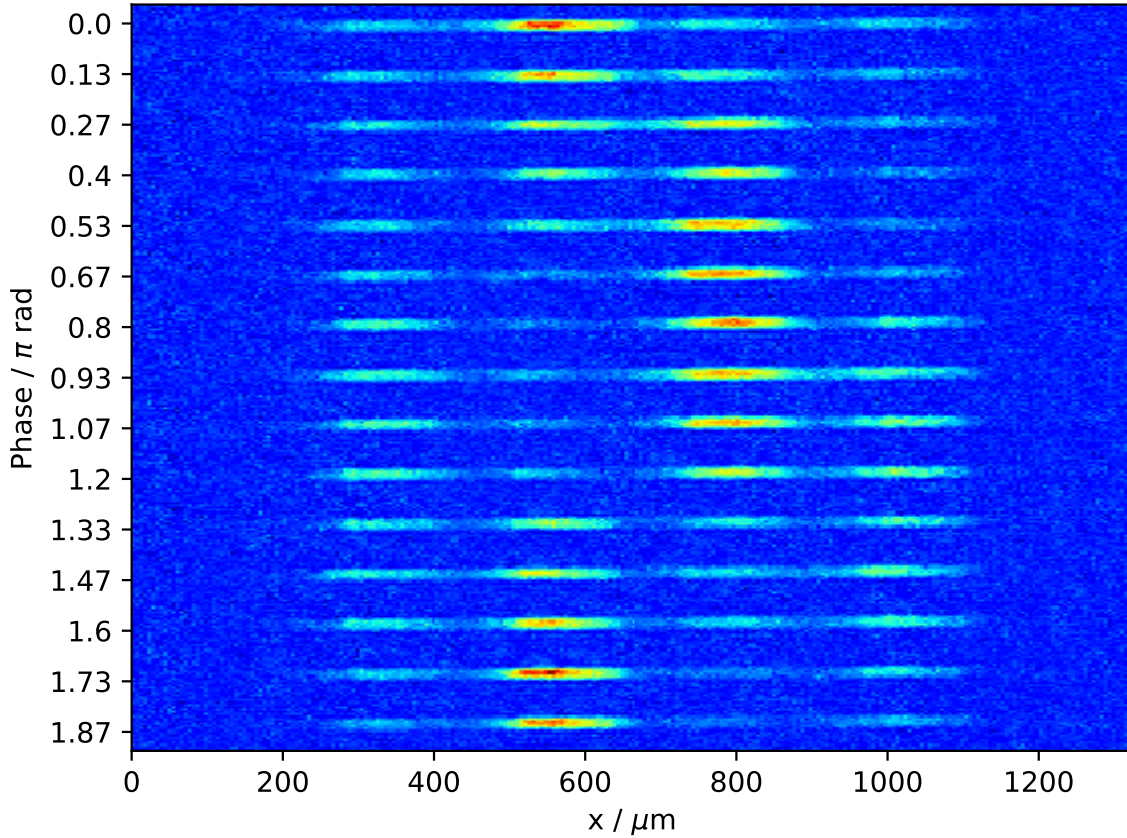


**Abbildung 3.14.:** Berechnete Dichteverteilung eines Interferometerexperiments über externe Phasenänderung mit kleiner räumlicher Frequenz  $\kappa$ .



**Abbildung 3.15.:** Ergebnis der Fourieranalyse des berechneten Interferometers mit kleiner räumlicher Frequenz  $\kappa$ .

### 3.8 Messung des Kontrastes über Interferometergröße



**Abbildung 3.16.:** Experimentelle Aufnahme eines Mach-Zehnder-Interferometers aufgetragen über die externe Phase des Interferometers.

Mit Hilfe der beschriebenen Methode der Fourieranalyse soll nun der Kontrast einer Interferometermessung im linearen Wellenleiter bestimmt werden. Hierbei wurde die  $\Delta$ -Kick Kollimation zur Verringerung der Ausdehnung der Kondensateile verwendet. Die Wartezeit vor dem  $\Delta$ -Kick beträgt 5 ms, das senkrechte Potential wurde für  $150 \mu\text{s}$  eingestrahlt. Nach der  $\Delta$ -Kick Kollimation erfolgt eine freie Expansion des Kondensats im Wellenleiter von  $\tau_{\text{tof}} = 16 \text{ ms}$ , woran sich eine symmetrische Mach-Zehnder-Interferometersequenz anschließt. Die Länge der Bragg-Pulse beträgt jeweils  $50 \mu\text{s}$ , die Pulsfläche wird über die Amplitude der einhüllenden Signalform eingestellt. Die Gesamtlänge des Interferometers beträgt

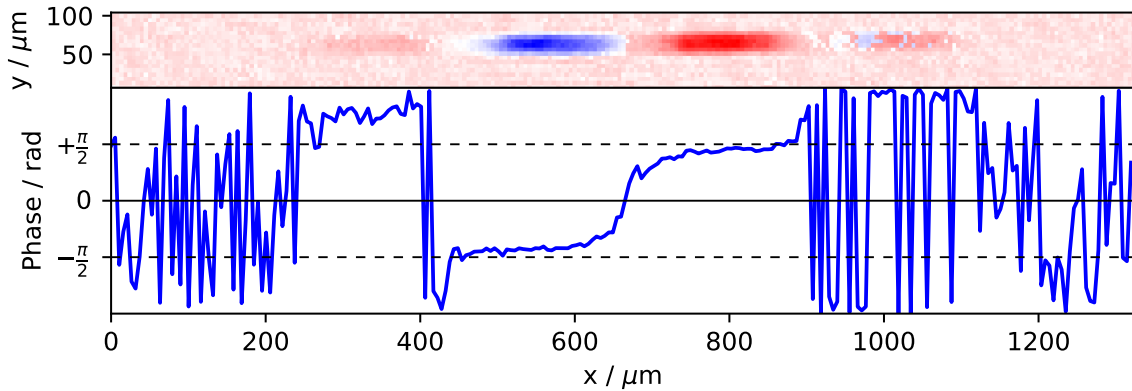
$$T_{\text{IF}} = \tau_1 + \tau_2 = 2T \quad (3.28)$$

die maximale Separation der Kondensateile beträgt  $\Delta x = 2 \cdot v_{\text{rec}} T$ . Die abschließende Wartezeit  $\tau_{\text{exp}}$  beträgt 20 ms. In Abbildung 3.16 ist das Ergebnis einer In-



terferenzmessung mit einer Interferometerzeit  $T_{\text{IF}} = 1.1 \text{ ms}$  über die externe Phase dargestellt.

Der Populationstransfer zwischen den beiden Interferometerausgängen in Abhängigkeit der externen Phase ist klar zu erkennen. Neben den Interferometerausgängen sind zusätzliche Atomverteilungen zu erkennen, die jedoch keine periodische Modulation aufweisen und somit als konstanter Untergrund für die weitere Auswertung keine Rolle spielen. Mit Hilfe der Fourieranalyse kann nun die Interessensregion der Interferometerausgänge festgelegt werden. Das Ergebnis der Fourieranalyse ist in Abbildung 3.17 dargestellt. Zu erkennen sind die beiden Interferometerausgänge



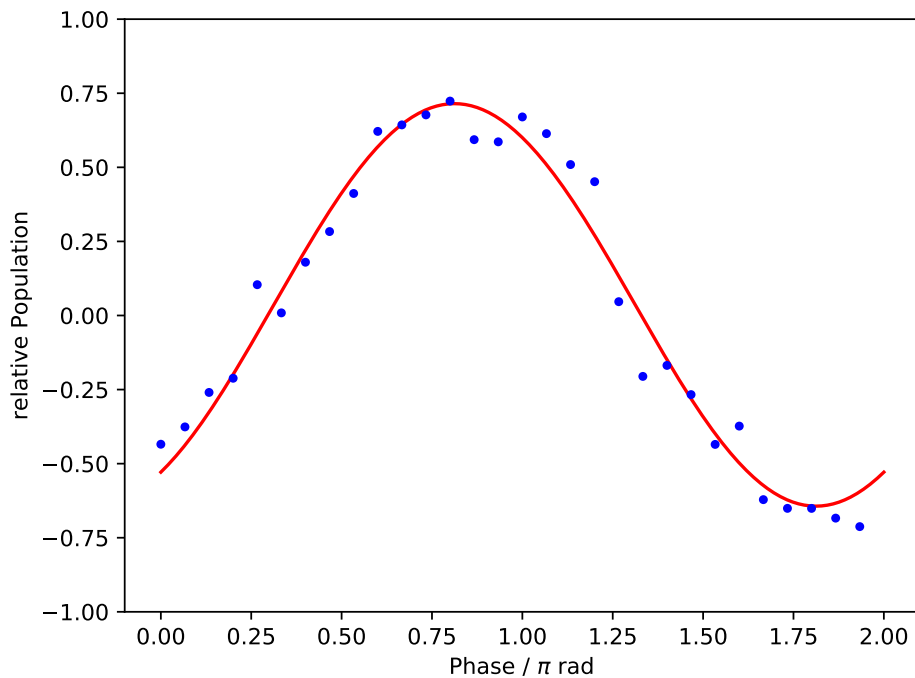
**Abbildung 3.17.:** Auswertung nach der Fouriermethode für die vorgestellte Messreihe.

mit großer Fourieramplitude und dem Vorzeichenwechsel der Fourierphase zwischen den beiden Ausgängen. Auf Basis dieser Auswertung kann nun die Atomoszillation zwischen den Ausgängen berechnet werden; das Ergebnis ist in Abbildung 3.18 zusammengefasst. Die Amplitude der angepassten Sinusfunktion und somit der Kontrast der Interferenz beträgt bei dieser Messung  $0.68 \pm 0.02$ . Diese Messung kann nun für unterschiedlich große Interferometer durchgeführt werden. Mit längerer Interferometerzeit  $T_{\text{IF}}$  ist ein Abfall im Kontrast zu erwarten; das Ergebnis ist in Abbildung 3.19 zusammengestellt. An die bestimmten Kontrastwerte ist ein gaußförmiger Abfall angepasst. Die Verringerung des Kontrastes bei stark asymmetrischen Kondensatverteilungen, wie es im linearen Wellenleiter der Fall ist, folgt einer solchen Abhängigkeit [78]. Die Anpassung ergibt eine Kohärenzzeit von  $\tau_{\text{coh}} = (3.3 \pm 0.2) \text{ ms}$ , wobei eine Funktion der Form

$$K(T_{\text{IF}}) = K_0 e^{\left(-\frac{T_{\text{IF}}^2}{\tau_{\text{coh}}^2}\right)} \quad (3.29)$$

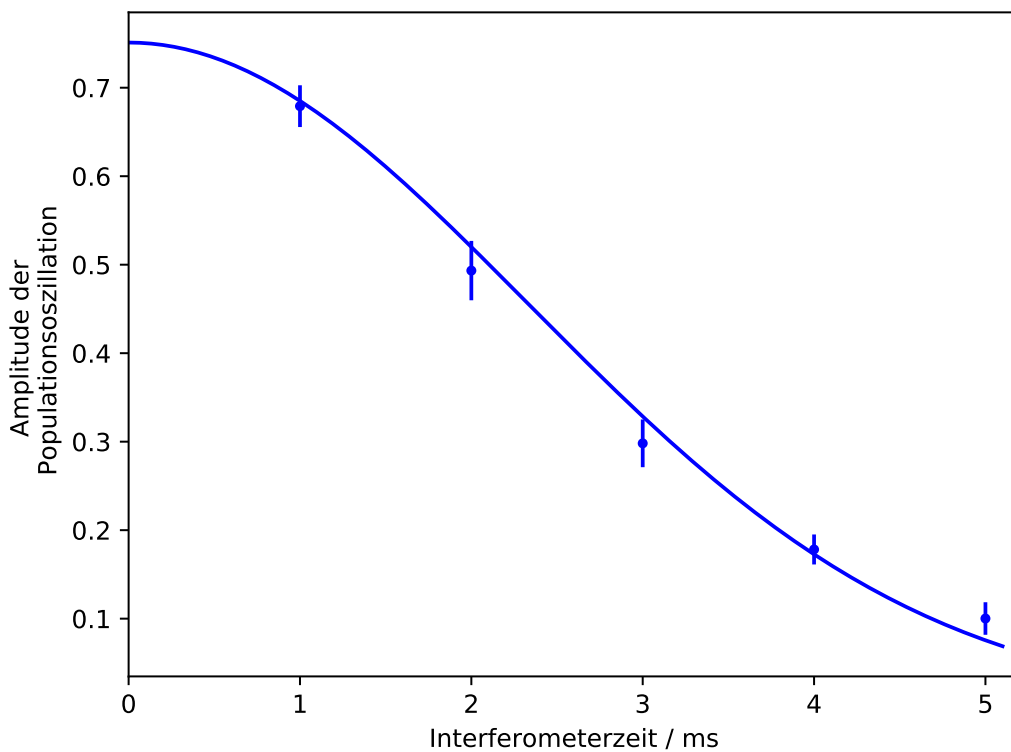
für die Anpassung verwendet wird. Die bestimmte Kohärenzzeit deckt sich mit den Ergebnissen aus vergleichbaren Experimenten in linearen Wellenleitern [61, 77].

Überraschend ist der Verlauf der Fourierphase für große Interferometerzeiten. Beispielhaft ist das Ergebnis der Auswertung in Abbildung 3.20 für eine Interferometerzeit von  $T_{\text{IF}} = 3.1 \text{ ms}$  gezeigt. Wie in Abschnitt 3.7 bereits besprochen, wird für

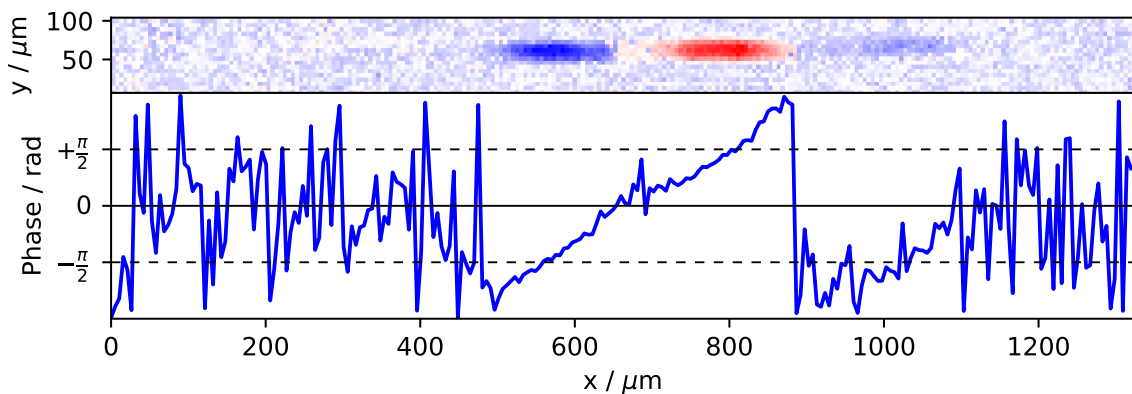


**Abbildung 3.18.:** Oszillationen der Population zwischen den beiden Interferometerausgängen der vorgestellten Messreihe, auf Basis der Fouriermethode. Die Atomzahlen einer Einzelmessung durch Absorptionsdetektion haben einen typischen Fehler von 10 %. Die Interferometerzeit beträgt 1.1 ms.

das Experiment eines symmetrischen Interferometers ein Phasenprofil ohne Steigung bzw. mit einer räumlichen Frequenz  $\kappa = 0$  erwartet. Somit muss die beobachtete Frequenz  $\kappa$ , nach Gleichung 3.27, mit einer Relativgeschwindigkeit der beiden Kondensateile verbunden sein. Die Steigung des Phasenprofils und die daraus errechnete Relativgeschwindigkeit sind in Abbildung 3.21 über den maximalen Abstand der beiden Kondensateile  $2v_{\text{rec}} \cdot T$  dargestellt. Die Relativgeschwindigkeit nimmt stetig mit dem maximalen Abstand der beiden Teilkondensate zu. Geht man davon aus, dass diese zusätzliche Geschwindigkeitskomponente der relativen Bewegung durch Wechselwirkungseffekte der Teilkondensate hervorgerufen wird [74, 79], so muss dieser Effekt bei der weiteren Betrachtung der Experimente berücksichtigt werden. Diese zusätzliche Relativbewegung der Kondensateile lässt sich durch ein einfaches Federmodell illustrieren. Beim ersten  $\pi/2$ -Puls stoßen sich die beiden Kondensateile, wie durch eine gespannte Feder aneinander gekoppelt, von einander ab. Die Wechselwirkungsstärke skaliert hierbei mit der Mean-Field-Energie des Systems. Beim Zusammenführen des Interferometers wirkt nun wieder diese Wechselwirkungskraft, jedoch entgegen der relativen Bewegungsrichtung der Kondensateile. Der Betrag der Wechselwirkung hat im Maße der Mean-Field-Energie des Systems abgenommen. D.h. die resultierende Relativgeschwindigkeit hängt von der Zeit zwischen Trennen und Zusammenführen der Interferometerarme ab.

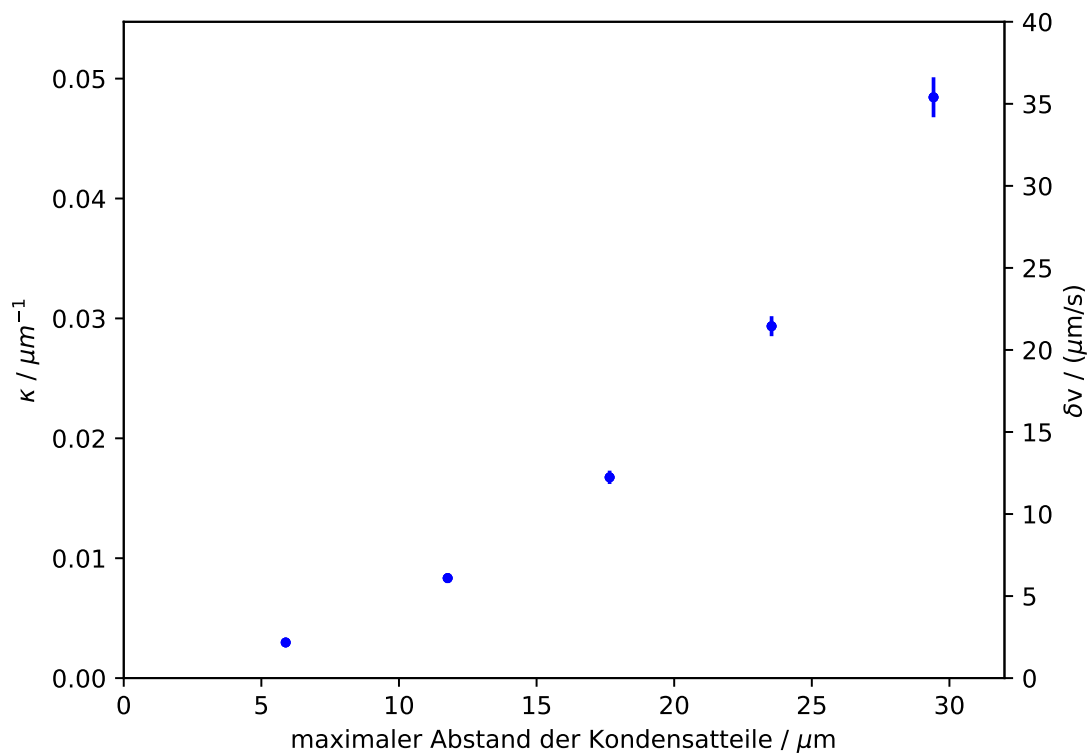


**Abbildung 3.19.:** Amplitude der Populationsoszillation aufgetragen über die Länge des Interferometers. Angepasst daran eine Gaußfunktion, woraus sich eine Kohärenzzeit von 3.3 ms ergibt.



**Abbildung 3.20.:** Fourieranalyse zu einer Interferometerzeit von 3.1 ms. Es ist eindeutig eine Steigung im Phasenprofil zu erkennen, welche auf die Ausbildung einer Relativgeschwindigkeit zwischen den Interferometerarmen hinweist.

Ebenso zeigt dies, dass nach einer Wartezeit von 16 ms vor Beginn des Experiments noch ausreichend potentielle Mean-Field-Energie im System vorhanden ist, um diesen Effekt hervorrufen zu können. Außerdem bleibt festzuhalten, dass mit

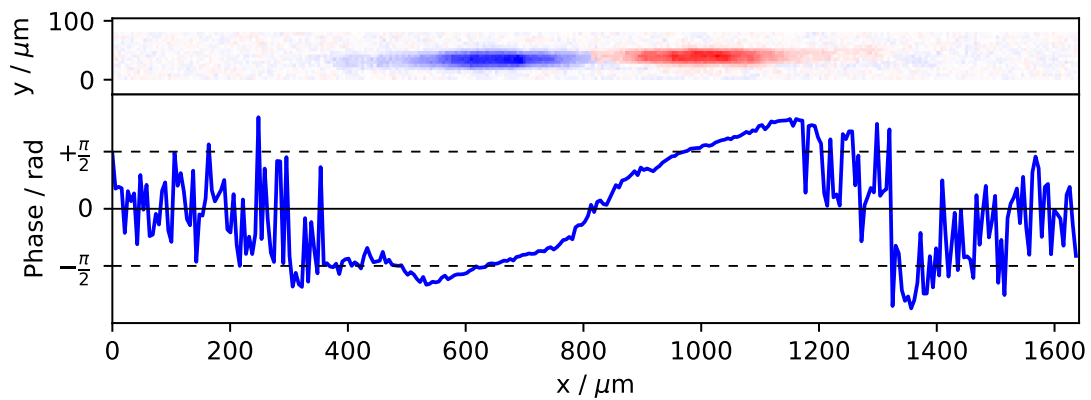


**Abbildung 3.21.:** Ausgewertete räumliche Frequenz  $\kappa$  bzw. Relativgeschwindigkeit  $\delta v$  aufgetragen über den maximalen Abstand der Interferometerarme.

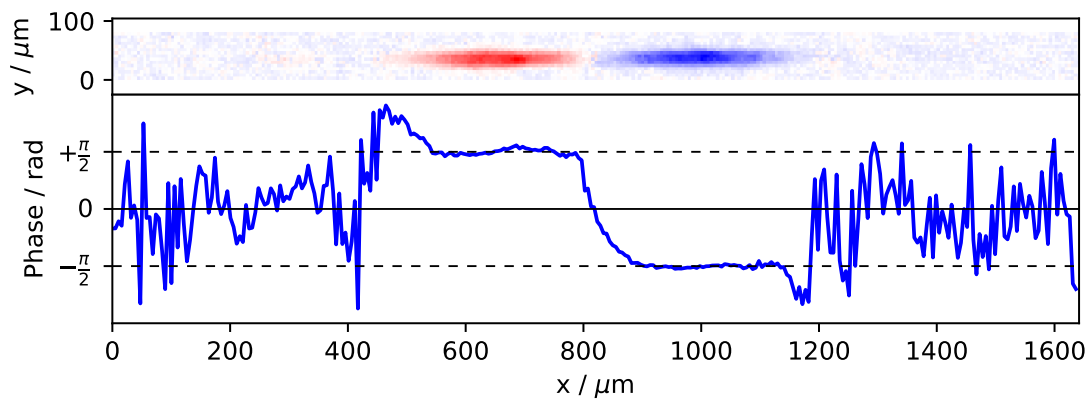
Hilfe der Fouriermethode es überhaupt erst möglich ist, diesen Effekt vermessen zu können.

### 3.9 Überprüfen der Abhängigkeiten der räumlichen Interferometerfrequenz

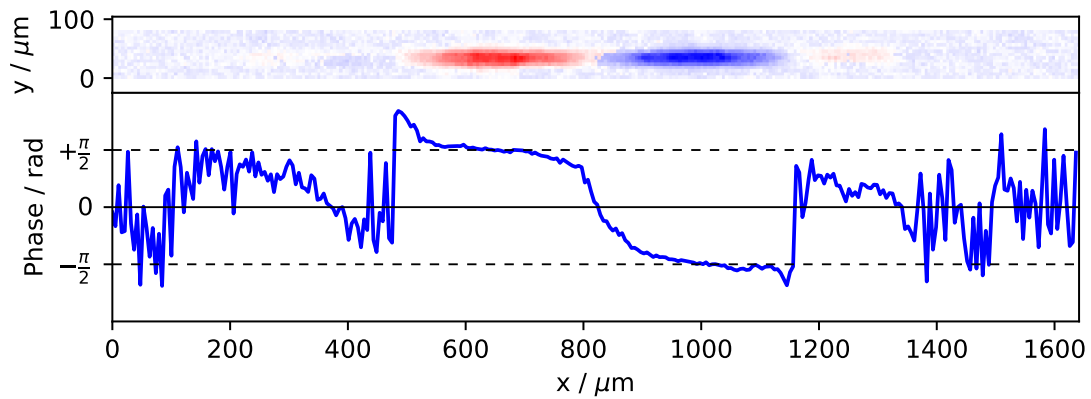
Wie aus Abschnitt 3.5 bekannt ist, hängt die beobachtete räumliche Frequenz  $\kappa$  nach Gleichung 3.13 sowohl vom räumlichen Versatz  $\delta x$  als auch von der relativen Geschwindigkeit der beiden Kondensateteile ab. In den folgenden Überlegungen soll überprüft werden, ob die mit Hilfe der Fouriermethode bestimmte Frequenz  $\kappa$  vom räumlichen Versatz bzw. von der Relativgeschwindigkeit abhängt. Die Experimentsequenz entspricht dem bekannten Verlauf mit einer Expansionszeit von  $\tau_{\text{tof}} = 16$  ms nach der  $\Delta$ -Kick Kollimation. Die Wartezeiten zwischen den Interferometerpulsen betragen  $\tau_1 = 1$  ms und  $\tau_2 = (1 - \delta\tau)$  ms, wobei die Zeitdifferenz  $\delta\tau$  und somit auch der räumliche Versatz  $\delta x = \delta\tau \cdot 2v_{\text{rec}}$  verändert wird. Die Fourierphasenprofile der unterschiedlichen Realisationen mit verändertem räumlichen Versatz sind in den Abbildungen 3.22 gezeigt. Der räumliche Versatz ist hierbei von  $0 \mu\text{m}$  auf  $1.18 \mu\text{m}$  erhöht worden. Es zeigt sich eindeutig, dass die Steigung des Phasenprofils bzw. die Frequenz der Interferenzstreifen  $\kappa$  mit steigendem Versatz  $\delta x$  ebenso zunimmt. Eine Auftragung der Frequenz  $\kappa$  über den Versatz  $\delta x$  fasst die Ergebnisse dieser Messung



(a)

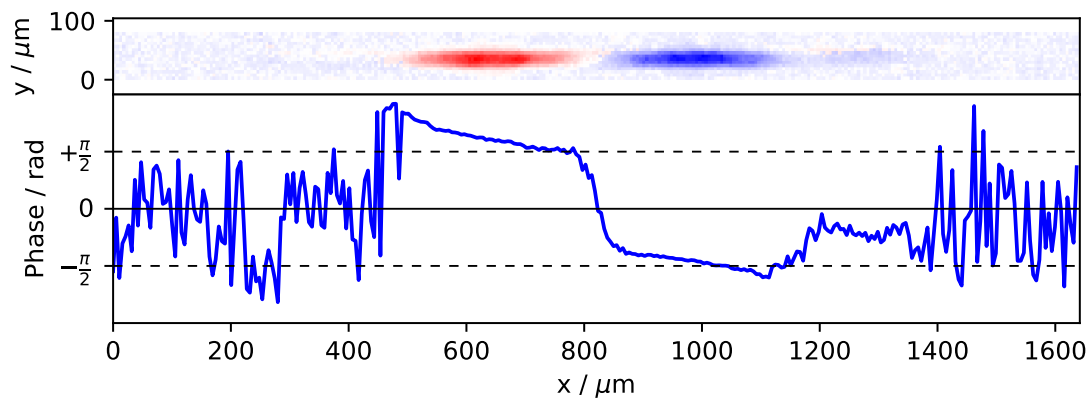


(b)

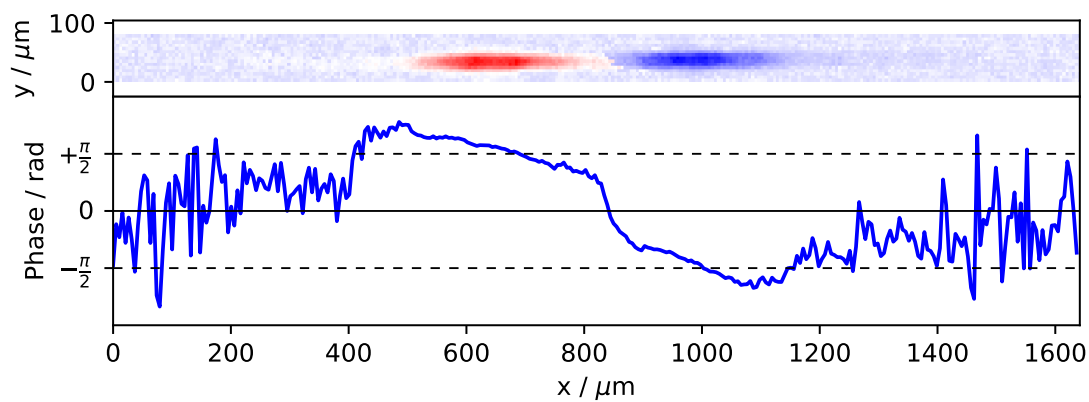


(c)

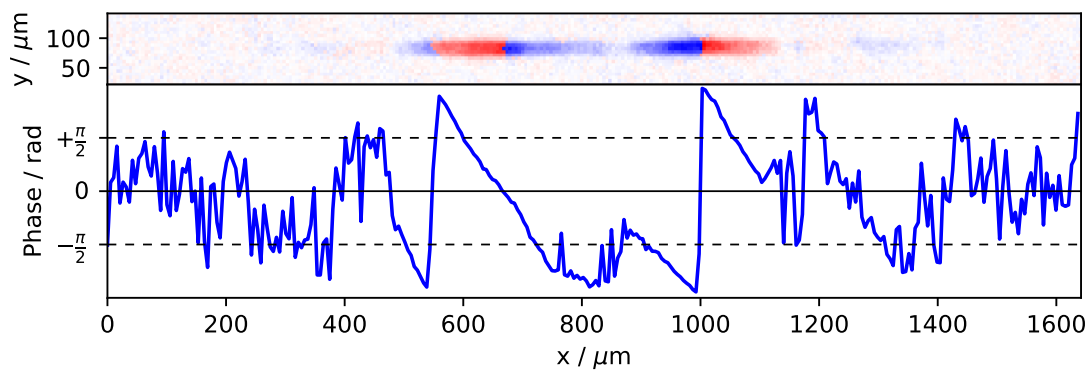
**Abbildung 3.22.:** Fourieranalyse einer Messung für eine feste Interferometerzeit und variierter Versatz  $\Delta x$  zum Zeitpunkt der Überlagerung: (a)  $\Delta x = 0 \mu\text{m}$ , (b)  $\Delta x = 0.12 \mu\text{m}$ , (c)  $\Delta x = 0.24 \mu\text{m}$



(d)



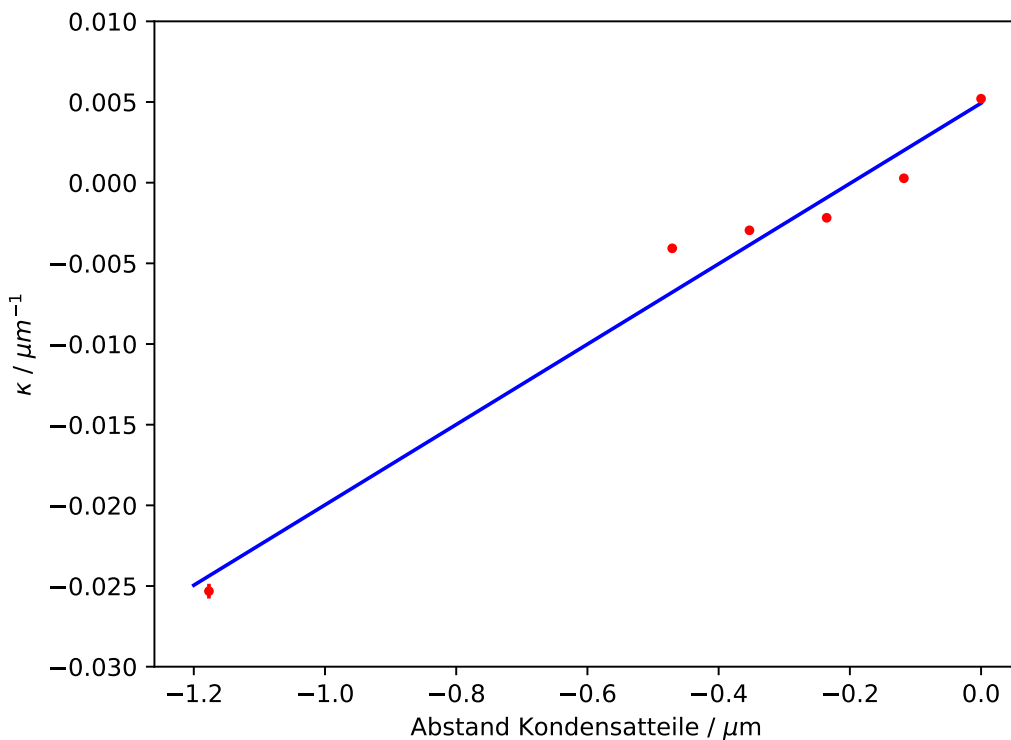
(e)



(f)

**Abbildung 3.22.:** Fortsetzung: (d)  $\Delta x = 0.35 \mu\text{m}$ , (e)  $\Delta x = 0.47 \mu\text{m}$ , (f)  $\Delta x = 1.18 \mu\text{m}$

in Abbildung 3.23 zusammen. Nach Gleichung 3.13 sollte die Frequenz  $\kappa$  linear mit dem Produkt aus räumlichen Versatz und Phasengradient  $\alpha$  zunehmen. Aus einer Geradenanpassung an diesen Verlauf, wie er in Abbildung 3.23 zu sehen ist, ergibt



**Abbildung 3.23.:** Ausgewertete räumliche Interferenzperiode  $\kappa$  über den Versatz  $\Delta x$  beim Schließen des Interferometers. Ein linearer Zusammenhang ist klar zu erkennen.

sich eine Steigung und somit ein Phasengradient von  $(0.0249 \pm 0.0020) \mu\text{m}^{-2}$ . Aus der Betrachtung nach Abschnitt 3.5.1 lässt sich ein Phasengradient mit Hilfe der Skalengesetze zu diesem Zeitpunkt von  $\alpha = 0.0261 \mu\text{m}^{-2}$  abschätzen. Der experimentell bestimmte Wert stimmt sehr gut damit überein. Aus dem y-Achsenabschnitt der angepassten Gerade lässt sich die Relativgeschwindigkeit der beiden Kondensateteile zu  $\delta v = (3.6 \pm 0.3) \mu\text{m}/\text{ms}$  bestimmen. Dies entspricht der im vorherigen Abschnitt bestimmten Relativgeschwindigkeit aus der Messreihe des symmetrischen Interferometerexperiments.

Eine vergleichbare Messreihe wurde in vorherigen Arbeiten [63] bereits über eine direkte Anpassung an das Dichteprofil des Interferometers nach Gleichung 3.26 und der daraus erfolgten Bestimmung der Frequenz  $\kappa$  erstellt. Der Versatz der beiden Kondensateteile musste hierbei groß genug gewählt werden, um die Sinusmodulation in den Interferometerausgängen klar sichtbar zu machen. Bei kleinen Abständen und somit großen Interferenzstreifenabständen konnten keine verlässlichen Werte bestimmt werden. Jedoch zeigte sich auch hier eine gute Übereinstimmung mit den theoretischen Werten des Phasengradienten  $\alpha$  nach Berechnung durch die Skalentheorie.

Mit der Messmethode des Mach-Zehnder-Interferometers und der Auswertung über die Fourieranalyse kann die erwartete Abhängigkeit der Frequenz  $\kappa$  von räum-

lichen Versatz und Phasengradient bestätigt werden. Die Möglichkeit, auch kleine räumliche Interferenzperioden  $\kappa$  experimentell untersuchen zu können, erlaubt eine verlässliche Bestimmung der Relativgeschwindigkeit  $\delta v$  der Interferometerarme.

---

### 3.10 Relativgeschwindigkeit und Phasengradient in Abhängigkeit der Expansionszeit

---

#### 3.10.1 Untersuchung der Relativgeschwindigkeit

---

Aus den vorangegangenen Messungen lässt sich ablesen, dass der Einfluss der Mean-Field-Wechselwirkung und somit das Ausbilden einer zusätzlichen Relativgeschwindigkeit zwischen den Interferometerarmen einen erheblichen Einfluss auf das Ergebnis der Experimente des Mach-Zehnder-Interferometers hat. Diese Wechselwirkung, welche üblicherweise als gemittelte Kontaktwechselwirkung zwischen den Atomen angenommen wird, sollte mit der Atomdichte und daher mit der Expansionszeit im Wellenleiter abnehmen. Um dies zu überprüfen, wird eine symmetrische Interferometermessung mit variabler Wartezeit vor der Interferometersequenz durchgeführt. Die Interferometerzeit  $T_{\text{IF}}$  beträgt hierbei 3 ms, die anschließende Wartezeit 40 ms. Die Frequenz  $\kappa$  sowie die daraus berechnete Relativgeschwindigkeit in Abhängigkeit der Wartezeit sind in Abbildung 3.24 wiedergegeben. Im Anfangsbereich kurzer Wartezeiten bildet sich bei einer Expansionszeit von 10 ms ein Maximalwert der Relativgeschwindigkeit aus. Von diesem Maximalwert nähert sich die Relativgeschwindigkeit asymptotisch an den Wert von Null an. Dies entspricht einer Verringerung der Atomdichte und damit verbunden einer Verringerung der Mean-Field-Wechselwirkung. Dies lässt die Schlussfolgerung zu, dass die beobachtete Relativgeschwindigkeit proportional zur Dichte bzw. zur Atom-Atom-Wechselwirkung ist.

---

#### 3.10.2 Untersuchung des Phasengradienten

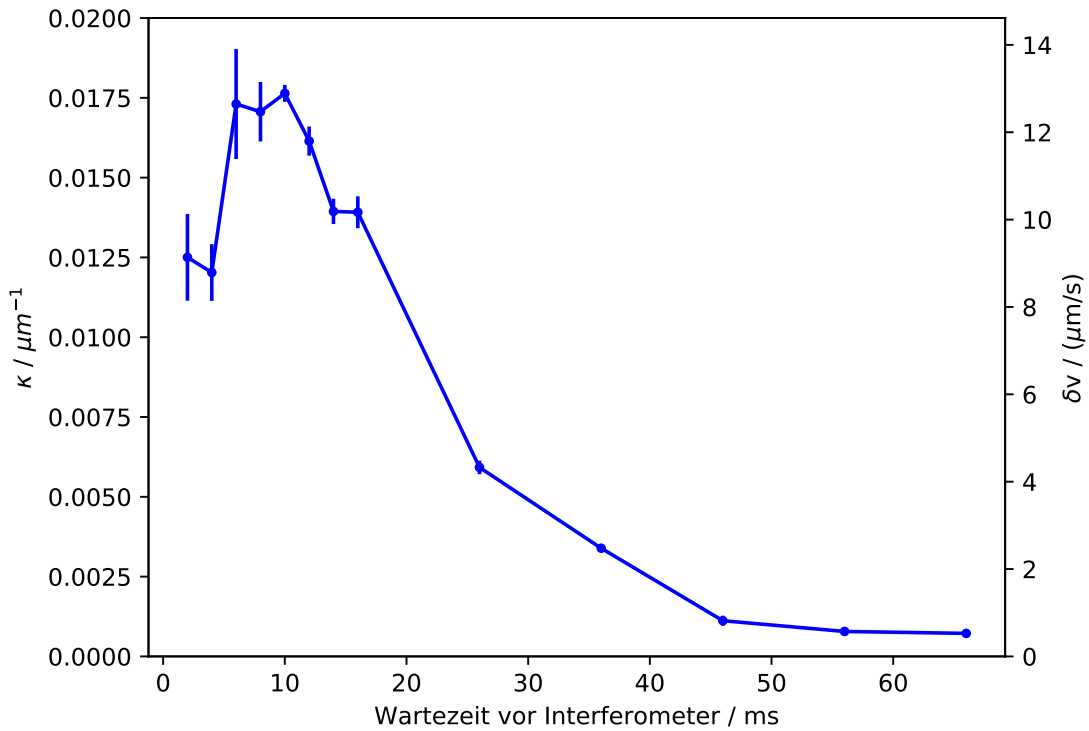
---

Aus einer zusätzlichen Interferometermessung eines asymmetrischen Interferometers, wobei die Zeitdifferenz  $\delta\tau = \tau_1 - \tau_2 = 100 \mu\text{s}$  und somit die Verschiebung  $\delta x = 1.18 \mu\text{m}$  beträgt, lässt sich über die Beziehung 3.13 bzw. aus der daraus abgeleiteten Abhängigkeit

$$\kappa(t)_{\text{asym.}} = \alpha(t)\delta x + \kappa(t)_{\text{sym.}} \quad (3.30)$$

der Phasengradient  $\alpha(t)$  bestimmen. Der aus der Differenz der beiden räumlichen Interferenzperioden  $\kappa$  des symmetrischen und asymmetrischen Mach-Zehnder-Interferometers bestimmte Phasengradient  $\alpha$  ist hierzu in Abbildung 3.25 aufgetragen. Der zeitliche Verlauf ist zusammen mit den theoretisch bestimmten Werten des Phasengradienten nach Gleichung 3.19 eingezeichnet. Ein Vergleich zeigt eine sehr gute Übereinstimmung, was die Ergebnisse früherer Messungen [63] bestätigt.





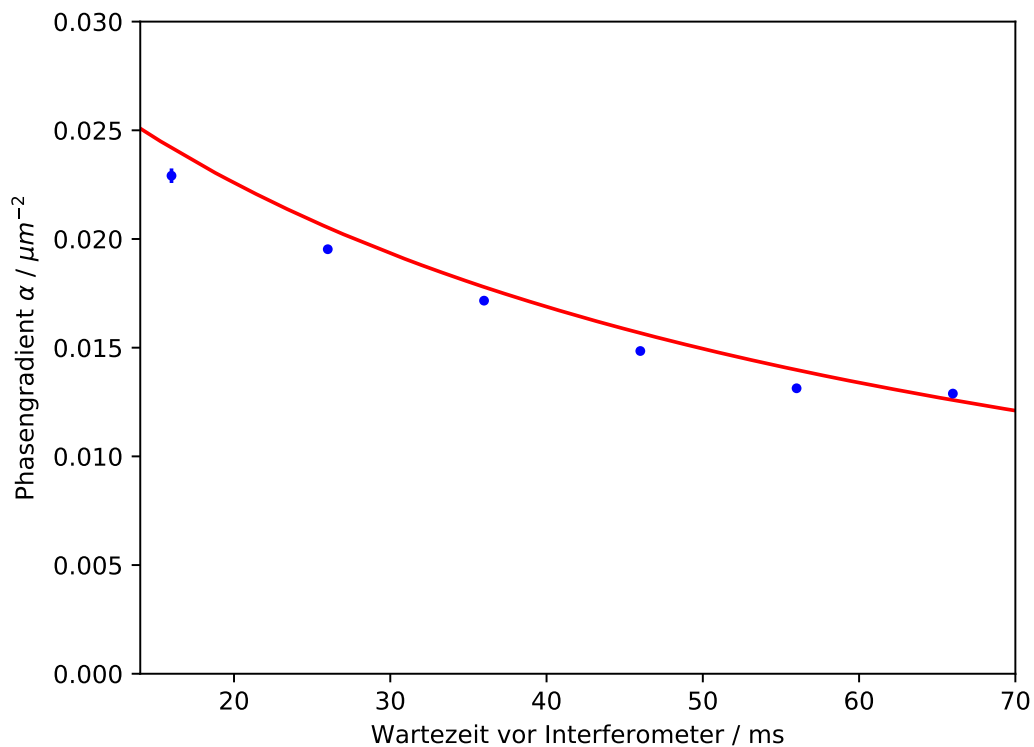
**Abbildung 3.24.:** Einfluss der Wartezeit  $\tau_{\text{tof}}$  auf die ausgewertete Relativgeschwindigkeit  $\delta v$  aus einer Messung mit symmetrischem Interferometer.

### 3.11 Einfluss der Delta-Kick Kollimation auf die Relativgeschwindigkeit

Die in Abschnitt 3.4 gezeigte Verringerung der Kondensatbreite durch die Anwendung der  $\Delta$ -Kick Kollimation sollte ebenso zu einer Erhöhung der Atomdichte der Kondensatverteilung führen. Diese Erhöhung wiederum sollte Einfluss auf die Mean-Field-Wechselwirkung innerhalb des Kondensats haben und sich in einer Messung der Interferenzperiode  $\kappa$  sichtbar machen lassen. Hierzu wird eine vergleichende Interferometermessung mit variabler Wartezeit  $\tau_{\text{tof}}$  vor dem Interferometer durchgeführt, wobei die Kollimation in einer Messreihe erfolgt bzw. in einer weiteren Messreihe das Kondensat frei im Wellenleiter expandiert. Das symmetrische Interferometer hat eine Gesamtzeit von  $T_{\text{IF}} = 3 \text{ ms}$  mit einer anschließenden Wartezeit von  $\tau_{\text{exp}} = 70 \text{ ms}$ . Diese Wartezeit wird soweit erhöht, dass die Interferometerausgänge auch für eine Messung ohne  $\Delta$ -Kick Kollimation eine ausreichende räumliche Separation aufweisen. Das Phasenprofil der Fourierphase wird nun für unterschiedliche Wartezeiten  $\tau_{\text{tof}}$  mit und ohne  $\Delta$ -Kick Kollimation ausgewertet. Die Ergebnisse sind in Abbildung 3.26 dargestellt.

#### Freie Expansion

Für kleine Wartezeiten vor der Interferometersequenz bildet sich ein deutliches Maximum der Relativgeschwindigkeit im Bereich von  $\tau_{\text{tof}} = 2 \text{ ms}$  aus, daran

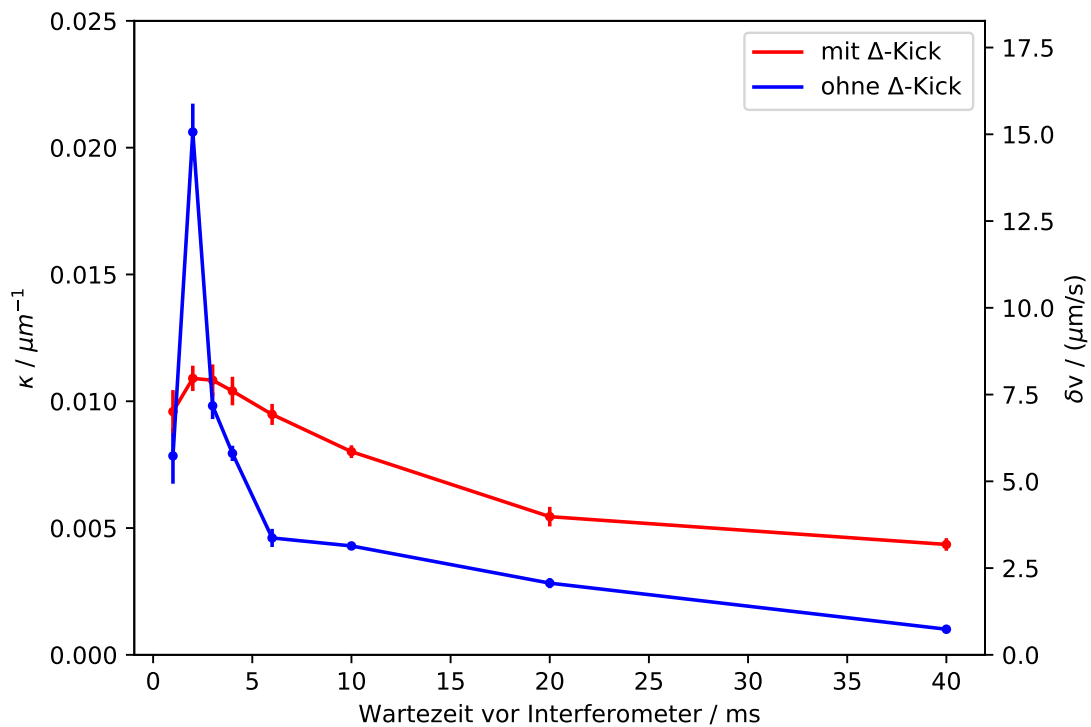


**Abbildung 3.25.:** Einfluss der Wartezeit  $\tau_{\text{tof}}$  auf den ausgewerteten Phasengradienten  $\alpha$ . In rot dargestellt der, mit Hilfe experimentell bestimmter Fallenfrequenzen, berechnete Phasengradient nach Skalentheorie.

anschließend fällt der Wert schnell ab und nähert sich der zu erwartenden Relativgeschwindigkeit von Null an. Der zeitliche Abschnitt, in dem Effekte der Mean-Field-Wechselwirkung zu beobachten sind, beschränkt sich auf die ersten 10 ms nach Freilassen im linearen Wellenleiter. Dies stimmt mit den bisherigen Beobachtungen überein [39,43,63], die nach einer Zeit von 10-20 ms nur noch ballistische Expansion der Kondensatverteilung beobachten konnten.

### Mit $\Delta$ -Kick Kollimation

Wird die Kollimation durchgeführt, so ist zu Beginn ein geringerer Anstieg der Relativgeschwindigkeit zu beobachten. Wenn man berücksichtigt, dass bei diesen Realisationen eine Expansionszeit von 5 ms mit anschließendem  $\Delta$ -Kick der Messung voraus gehen, erklärt dies den geringeren Einfluss eines Mean-Field-Potentials. Jedoch ist der Abfall der Relativgeschwindigkeit mit steigender Flugzeit wesentlich geringer, die Messwerte fallen doppelt so hoch aus wie in der Vergleichsmessung der freien Expansion. Durch die verringerte Kondensatbreite bzw. die erhöhte Atomdichte erklärt sich die Erhöhung der Relativgeschwindigkeit bzw. die Wechselwirkungsstärke der Atom-Atom-Wechselwirkung im Kondensat.



**Abbildung 3.26.:** Vergleich der ausgewerteten Relativgeschwindigkeiten aus einer Messung eines symmetrischen Interferometers nach ausgeführter  $\Delta$ -Kick Kollimation bzw. nach freier Expansion.

### 3.12 Zusammenfassung der Messergebnisse und Ausblick

Mit Hilfe der Phasenkontrolle über die verwendeten Bragg-Pulse des Mach-Zehnder-Atominterferometers kann die Phase der Interferenzmuster und damit die Bevölkering der Interferometerausgängen manipuliert werden. Mit Hilfe der neu entwickelten Ansteuerelektronik auf Basis eines DDS-Systems können die hierzu nötigen phasenstabilen Hochfrequenzsignale erzeugt und geschaltet werden. Zusammen mit der neuen Auswertungsmethode der Fourieranalyse über die aufgeprägte Phase wurde hiermit eine robuste Methode zur Bestimmung des Interferometerkontrastes und damit zur Bestimmung der Kohärenzzeit etabliert; die hierbei gemessene Kohärenzzeit beträgt  $(3.3 \pm 0.2)$  ms. Diese kurze Kohärenzzeit im Vergleich zu Experimenten ohne einschließende Wellenleiterstruktur [56, 58] wurde bereits in früheren Arbeiten beobachtet [44, 63, 77]. Hierbei scheint das Einschließen von Kondensaten in Wellenleitern und die dadurch verursachte Ausbildung einer Kondensatverteilung mit hohem Aspektverhältnis [28] ausschlaggebend für die Verringerung der Kohärenz. Die Phasenbeziehung innerhalb der elongierten Kondensatverteilung kann hierbei verloren gehen. Diese Phasendiffusion kann durch Atomwechselwirkungseffekte hervorgerufen werden [80]. Eine Abhängigkeit von Wechselwirkungsstärke und Dekohärenz konnte hierzu schon nachgewiesen werden [81]. Experimente, in denen der

---

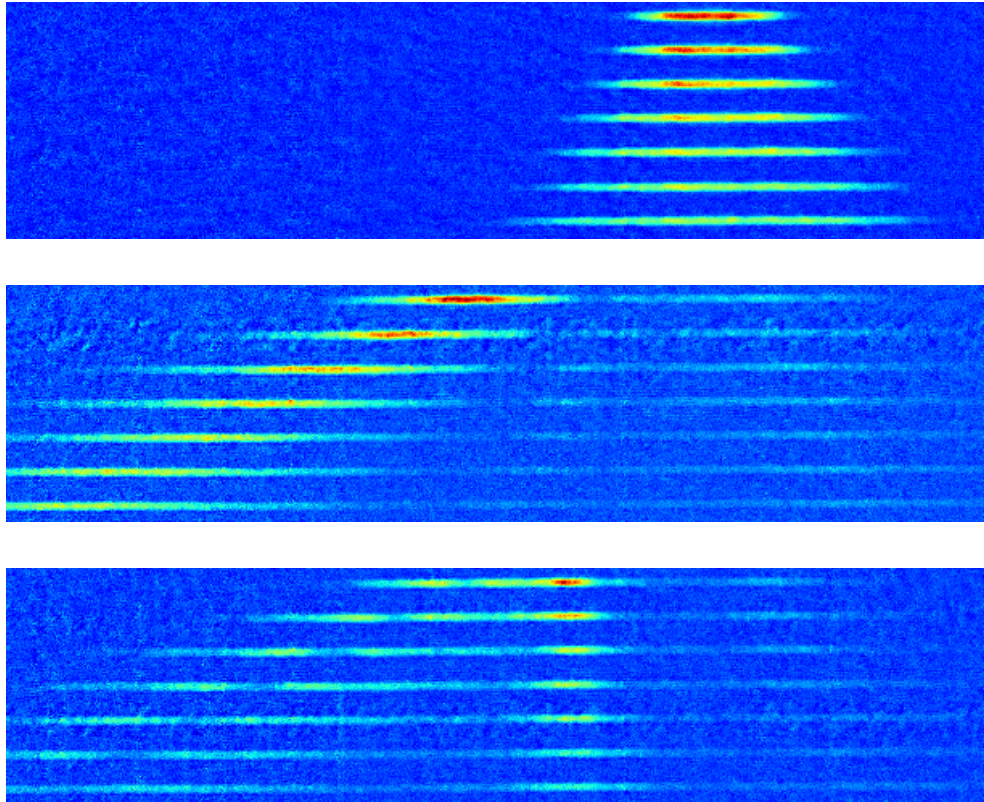
maximale Abstand der Interferometerarme zwar klein gehalten wurde, die beiden Kondensatteile aber mehrfach zwischen den beiden maximalen Abständen oszillierten, zeigten jedoch einen guten Interferometerkontrast. Interferometerzeiten von bis zu 80 ms konnten erfolgreich realisiert werden [82].

Des Weiteren wurde gezeigt, wie die Fouriermethode dazu benutzt werden kann, die räumliche Frequenz der Interferenzstreifen  $\kappa$  sehr präzise bestimmen zu können. Außerdem kann besonders der Parameterbereich von sehr kleinen räumlichen Frequenzen bzw. sehr großen Streifenabständen erstmals sichtbar gemacht werden. Damit konnte die systematische Abhängigkeit der Frequenz  $\kappa$  vom Phasengradient  $\alpha$ , dem Versatz  $\delta x$  und der Relativgeschwindigkeit bzw. der im System enthaltenen interatomaren Wechselwirkungsenergie überprüft werden. Es konnte der zeitliche Verlauf der Relativgeschwindigkeit bestimmt und ein Vergleich der Wechselwirkungsenergie von Kondensaten mit und ohne durchgeführter  $\Delta$ -Kick Kollimation angestellt werden. Es zeigte sich, dass die Effekte der Mean-Field-Wechselwirkung weit über die bisher abgeschätzte Wechselwirkungsenergie von ca. 20 ms nachweisbar ist.

Abgesehen von der Technik der  $\Delta$ -Kick Kollimation, welche die beschriebenen Auswirkungen auf die Atom-Atom-Wechselwirkung hat, werden andere Methoden bereits verwendet, um die Dispersion eines Kondensats zu verringern. Dazu zählt beispielsweise das Verwenden von solitonischen Zuständen, bei denen die Wechselwirkung mittels Feshbach-Resonanz auf nahezu Null reduziert werden kann; geführte Interferometer mit solchen Solitonen konnten bereits realisiert werden [83].

Ebenso kann mittels zeitlich langer und somit im Frequenzraum schmaler Bragg-Pulsen eine Geschwindigkeitsklasse von Atomen eines Kondensats beschleunigt werden [84] und die restlichen Atome verworfen werden. Damit erhält man eine schmale Kondensatverteilung mit geringer Dispersion. Eine Braggpulssequenz hierzu wurde bereits durchgeführt und die Interferenzfähigkeit der selektierten Atomverteilung überprüft. Die Atomdichteverteilung eines solchen Experiments ist in Abbildung 3.27 über die Zeit aufgetragen. Im oberen Teil ist die freie Expansion eines Kondensats im Wellenleiter über die Zeit dargestellt. Im mittleren Teil werden alle Atome daraufhin mit einem  $\pi$ -Puls beschleunigt. Durch einen spektral schmalen  $\pi$ -Puls, der nur resonant zu einer kleinen Geschwindigkeitsklasse des Kondensats ist, wird anschließend dieser Teil der Kondensatverteilung gestoppt. Die restlichen Atome verlassen den Interessensbereich.

Die Implementierung von solchen komplexen Pulssequenzen ist in der momentanen Konfiguration aus elektrischer Signalquelle, Mischer und Wellenformgenerator zwar möglich, jedoch nicht beliebig skalierbar. Möglich wäre es, die benötigten Pulsformen direkt auf einem den DDS steuernden Mikrocontroller abzulegen und so Frequenz-, Phasen- und Amplitudenmodulation für die Bragg-Pulse gemeinsam durchführen zu können [85]. So würden sich beispielsweise auch Bragg-Pulse höherer Ordnung mehrfach hintereinander ausführen lassen, um große Impulsanregungen realisieren zu können.



**Abbildung 3.27.:** Dichteverteilung im linearen Wellenleiter über die Expansionszeit dargestellt. (Oben) freie Expansion, (Mitte) Alle Atome mit  $\pi$ -Puls beschleunigt, (Unten) Eine Geschwindigkeitsklasse der Atome wird durch zweiten  $\pi$ -Puls gestoppt.



---

## 4 Theoretische Beschreibung der konischen Refraktion

1832 war es William Rowan Hamilton, der sich erstmals, ausgehend von der Beschreibung der Lichtausbreitung als Transversalwelle, mit der Ausbreitung von Licht in anisotropen Medien theoretisch beschäftigte [86]. Bei seinen theoretischen Studien erkannte er, dass unter bestimmten Umständen, nämlich bei der Propagation von Lichtwellen durch biaxiale Kristalle, das eingestrahlte Licht auf eine Kegeloberfläche abgelenkt werden muss und daraufhin als zylinderförmiges Lichtfeld aus dem Kristall austritt. Diese Voraussagen erregten breite Aufmerksamkeit, so kommentierte beispielsweise Airy Hamilton's Forschungen mit „perhaps the most remarkable prediction that has ever been made“ [87]. 1833 konnte Humphrey Lloyd erstmals den Effekt der konischen Refraktion in Aragonit experimentell bestätigen [88]. So liefert er einen der ersten experimentellen Beweise für die von Fresnel verallgemeinerte Theorie von transversalen Lichtwellen [89]. Die konische Refraktion stellt in der Historie der physikalischen Wissenschaft in mehrerer Hinsicht eine Besonderheit dar. Die Vorhersage eines experimentellen Effektes rein aus theoretischen Überlegungen erscheint hier vermutlich zum ersten Mal in der Wissenschaftsgeschichte, ebenso liefert das Zusammenspiel aus Orts- und Wellenvektorverteilung bei der Konstruktion der konischen Refraktion eine erste experimentelle Anwendung für Hamilton's Darstellung des Phasenraums, welche von ihm mathematisch verallgemeinert wurde und heute als *Hamiltonsches Prinzip* einen großen Anwendungsraum findet [90].

Das Wirkprinzip der konischen Refraktion kann am besten in seiner Artverwandtheit zur Doppelbrechung in uniaxialen Kristallen verstanden werden. Auch in biaxialen Kristallen tritt im Allgemeinen Doppelbrechung auf. Fällt jedoch die Ausbreitungsrichtung des Lichtes mit der optischen Achse des biaxialen Kristalls zusammen, so geht der Effekt der Doppelbrechung in den Effekt der konischen Refraktion über. Statt den zwei Strahlen der Doppelbrechung tritt eine ringförmige Lichtverteilung aus dem Kristall aus. Eine qualitative Beschreibung der Ausbreitung von Lichtfeldern in Kristallen und im Speziellen in biaxialen Kristallen wird in Abschnitt 4.1 vorgestellt.

In Abschnitt 4.2 wird der Formalismus zur qualitativen Beschreibung der durch konische Refraktion erzeugten Lichtfelder dargestellt. Aus dem Strahlprofil des Eingangsstrahls, sowie einer darauf angewendeten unitären Transformation, welche die Auswirkungen der Propagation innerhalb des biaxialen Kristalls widerspiegelt, lässt sich eine analytische Lösung für das entstehende Lichtfeld der konischen Refraktion angeben.

Aufbauend darauf wird in Abschnitt 4.3 eine Lösung für räumlich begrenzte Eingangsstrahlen vorgestellt, die sowohl für effektiv-eindimensionale rotationssymmetrische Geometrien, als auch für beliebige zweidimensionale Geometrien des Eingangsstrahls das Lichtfeld der konischen Refraktion beschreibt.

Die berechneten Intensitätsverteilungen der konischen Refraktion werden mit Hilfe einer Falschfarbendarstellung wiedergegeben. Der verwendete Farbverlauf ist in Anhang A erläutert. Der Maximalwert der Farbskala entspricht der normierten maximalen Intensität der Verteilung, der Minimalwert der Farbskala entspricht Null Intensität.

---

## 4.1 Qualitative Beschreibung der Lichtausbreitung in Medien

---

Im folgenden Abschnitt soll das Phänomen der konischen Refraktion, anhand der Ausbreitung elektromagnetischer ebener Wellen in Medien, dargestellt werden. Hierzu wird eine allgemeine Darstellung geliefert, die die Ausbreitung in isotropen Medien, sowie anisotropen, einachsigen bzw. zweiachsigen Kristallen umfasst. Dies gibt einen Einblick in die Phänomene der Lichtausbreitung in unterschiedlichen Materialien. Im Allgemeinen kann die Ausbreitung von elektrischen Feldern in Medien über die elektrische Flussdichte

$$\vec{D} = \tilde{\epsilon} \vec{E} \quad (4.1)$$

beschrieben werden. Hierbei ist  $\vec{E}$  das elektrische Feld und  $\tilde{\epsilon}$  die Permittivität. Diese kann durch einen Tensor zweiter Stufe beschrieben werden. Durch geeignete Transformation der Raumachsen kann die Permittivität auf ihre Hauptachsendarstellung reduziert werden. In dieser Darstellung vereinfacht sich somit der Ausdruck der Permittivität  $\tilde{\epsilon}$  zu einer Diagonalmatrix

$$\tilde{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_z \end{pmatrix}. \quad (4.2)$$

Unter der Annahme nicht magnetischer Stoffe ergibt sich der Brechungsindex  $n$  direkt aus der Permittivität ( $n_i^2 = \epsilon_i$ ). Für die Beschreibung der Ausbreitung in einem Medium mit gegebener Permittivität kann der Formalismus der Fresnelgleichungen der Wellennormalen [91]

$$\frac{s_x^2}{v_p^2 - v_x^2} + \frac{s_y^2}{v_p^2 - v_y^2} + \frac{s_z^2}{v_p^2 - v_z^2} = 0 \quad (4.3)$$



---

verwendet werden. Hierbei wurden die normierten Komponenten des Wellenvektors des eingestrahlten elektrischen Feldes

$$s_i = \frac{\vec{k}}{|\vec{k}|} \quad \text{mit} \quad s_x^2 + s_y^2 + s_z^2 = 1 \quad , \quad (4.4)$$

sowie die fundamentale Ausbreitungsgeschwindigkeit entlang der Hauptachsen

$$v_i = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_i}} = \frac{c}{n_i} \quad (4.5)$$

eingeführt. Damit lässt sich die Ausbreitungsgeschwindigkeit (Phasengeschwindigkeit)  $v_p$ , welche im Allgemeinen nun richtungsabhängig wird, bestimmen. Alle transparenten Medien lassen sich somit in drei unterschiedliche Klassen einordnen. Die Klasse der isotropen Medien, in der alle Komponenten der Permittivität gleich sind ( $\epsilon_x = \epsilon_y = \epsilon_z = \epsilon$ ), die Klasse der uniaxialen Medien ( $\epsilon_x = \epsilon_y \neq \epsilon_z$ ), sowie die Klasse der biaxialen Medien ( $\epsilon_x \neq \epsilon_y \neq \epsilon_z$ ).

Der Brechungsindex realer Materialien ist üblicherweise ebenso abhängig von der Wellenlänge der betrachteten Strahlung, kann aber bei der Beschreibung von monochromatischen, ebenen Wellen vernachlässigt werden.

---

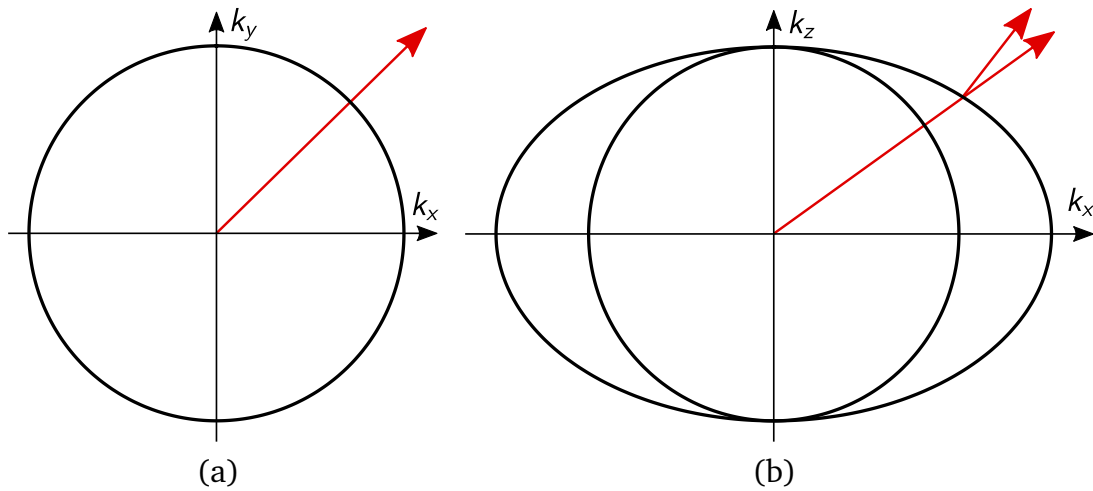
#### 4.1.1 Isotrope Medien

---

Im Fall, dass alle Komponenten der Permittivität gleich sind, ergibt sich für alle Geschwindigkeiten  $v_i = v_0 = c/n$  und somit hat Gleichung 4.3 nur eine Lösung für alle Richtungen der einfallenden Welle

$$v_p = v_0 \quad . \quad (4.6)$$

Trägt man die Wellennormalenfläche (auch Fresnelellipsoid) eines isotropen Mediums im  $k$ -Vektorraum auf, so ergibt sich eine Kugel mit Radius  $v_0$ . In Abbildung 4.1 (a) ist die  $xy$ -Ebene dieses Körpers eingezeichnet. Der Normalenvektor auf dieser Fläche zeigt die Ausbreitungsrichtung des entsprechenden Wellenvektors an, der Schnittpunkt des Letzteren mit der Wellennormalenfläche entspricht der Ausbreitungsgeschwindigkeit. Für jeden Eingangsstrahl entspricht somit die Ausbreitungsrichtung im Medium der Richtung des Eingangsstrahls.



**Abbildung 4.1.:** Abgebildet ist der Fresnelellipsoid, wobei der Normalenvektor auf seiner Oberfläche die Ausbreitungsgeschwindigkeit im Medium darstellt. (a) Isotropes Medium (b) Uniaxiales Medium

#### 4.1.2 Uniaxiale Medien

Für den Fall uniaxialer Medien ( $\epsilon_x = \epsilon_y \neq \epsilon_z$ ) ergeben sich zwei unterschiedliche fundamentale Ausbreitungsgeschwindigkeiten. Im Weiteren gilt  $v_x = v_y = v_o$  und  $v_z = v_e$ . Durch Einsetzen in Gleichung 4.3 und die Ersetzungen

$$s_x^2 + s_y^2 = \sin^2 \varphi \quad \text{und} \quad s_z^2 = \cos^2 \varphi \quad (4.7)$$

ergeben sich für die Phasengeschwindigkeit zwei Lösungen

$$v_{p,1}^2 = v_o^2 \quad \text{und} \quad v_{p,2}^2 = v_o^2 \cos^2 \varphi + v_e^2 \sin^2 \varphi \quad . \quad (4.8)$$

Die xz-Ebene des Fresnelellipsoids ist in Abbildung 4.1(b) dargestellt. Die erste Lösung ergibt wie im isotropen Fall einen Kreis, die zweite Lösung ergibt eine Ellipse. Durch Konstruieren der Normalenvektoren für einen Einfallsvektor  $\vec{k}$  lassen sich, analog zum ersten Fall, die Ausbreitungsrichtungen des Lichtfeldes und die Phasengeschwindigkeiten bestimmen. Es bilden sich zwei Strahlen unterschiedlicher Richtung und Geschwindigkeit aus, diese werden in der Literatur ordentlich bzw. außerordentlicher Strahl der Doppelbrechung genannt. Es kann gezeigt werden, dass die beiden Strahlen orthogonale Polarisation besitzen müssen [92]. Die ausgezeichnete z-Achse, in der Geschwindigkeit und Richtung der propagierenden Strahlen gleich sind, wird optische Achse genannt; es tritt keine Doppelbrechung auf.

### 4.1.3 Biaxiale Medien

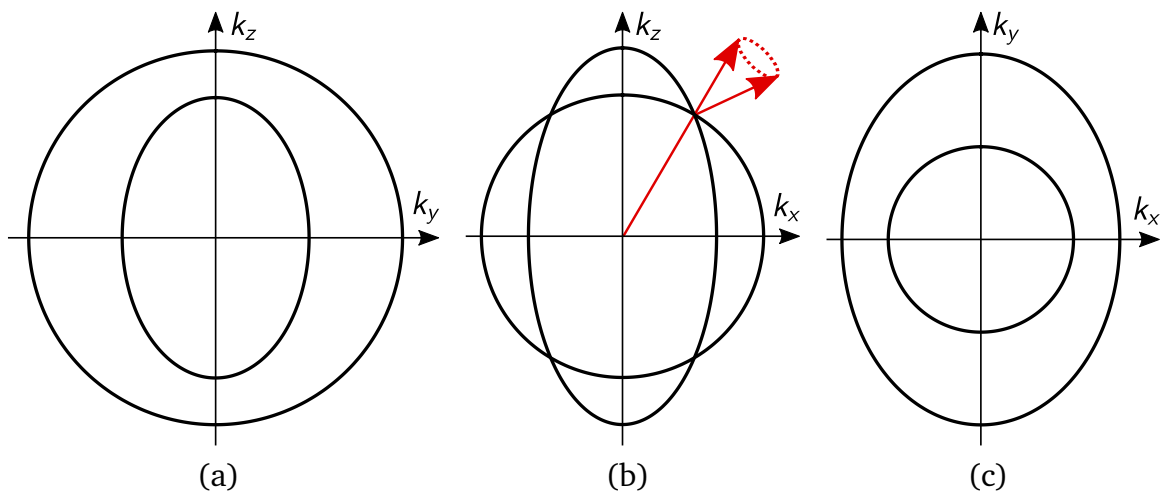
Für die Betrachtung des allgemeinen Falls dreier unterschiedlicher Komponenten der Permittivität soll  $\epsilon_x < \epsilon_y < \epsilon_z$  bzw.  $v_x > v_y > v_z$  angenommen werden. Zur weiteren Bestimmung wird jeweils ein  $s_i = 0$  gewählt, die Wellennormalenfläche in der entsprechend dazu senkrechten Ebene ausgerechnet. Wird etwa  $s_x = 0$  gesetzt, so erhält man aus Gleichung 4.3 wieder zwei Lösungen

$$v_{p,1}^2 = v_x^2 \quad \text{und} \quad v_{p,2}^2 = v_z^2 s_y^2 + v_y^2 s_z^2 \quad . \quad (4.9)$$

Durch die Wahl der Ersetzungen  $v_p s_y = y$  und  $v_p s_z = z$  und damit  $v_p^2 = x^2 + y^2$  ergeben sich die Gleichungen [91]

$$y^2 + z^2 = v_x^2 \quad \text{und} \quad (y^2 + z^2)^2 = v_z^2 y^2 + v_y^2 z^2 \quad . \quad (4.10)$$

Analog dazu lassen sich die weiteren Schnittebenen des Fresnelellipsoids erzeugen.

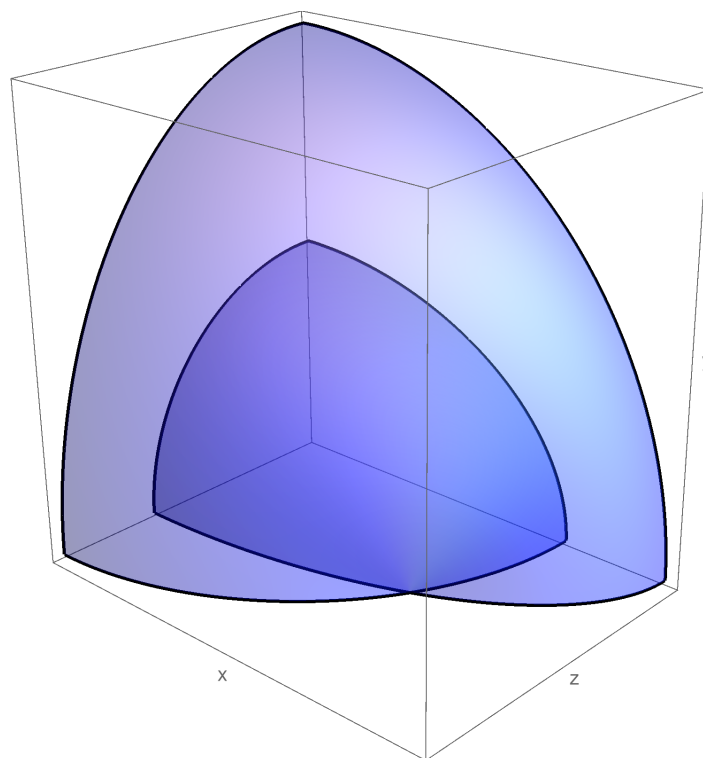


**Abbildung 4.2.:** Fresnelellipsoid für die drei Hauptebenen eines biaxialen Mediums. In Unterbild (b) ist der besondere Effekt der konischen Refraktion zu erkennen. (a) yz-Ebene (b) xz-Ebene (c) xy-Ebene

So erhält man die Darstellung der yz-Ebene des Ellipsoids in Abbildung 4.2(a), welche einem Kreis und einer Ellipse entsprechen. Hierbei liegt die Ellipse komplett innerhalb des Kreises. In den Abbildungen 4.2(b) und 4.2(c) sind die Schnitte der xz-Ebene ( $s_y = 0$ ) und der xy-Ebene ( $s_z = 0$ ) dargestellt. Die Größen von Kreis bzw. Ellipse hängen somit von den beteiligten Komponenten der Geschwindigkeiten  $v_i$  bzw. Brechungsindizes  $n_i$  ab. Es lassen sich für jeden k-Vektor die Normalenvektoren auf der Fresnelellipsoidoberfläche bestimmen und es tritt, wie im Fall des uniaxialen Mediums, Doppelbrechung auf. Der Sonderfall eines biaxialen Mediums ist in Abbildung 4.2(b) zu erkennen. Hier schneiden sich die beiden Fresnelellipsoidober-

---

flächen in vier Punkten und es existiert nur ein Wert für den Betrag der Phasengeschwindigkeit. Diese Richtungen zeichnen somit die zwei optischen Achsen des Systems aus. Bei Betrachtung der Normalenvektoren auf der Oberfläche an diesem Schnittpunkt mit der optischen Achse ist erkennbar, dass unendlich viele, auf einer Kegeloberfläche liegende Normalenvektoren existieren. Diese Entartung der Propagationsrichtung an diesem singulären Punkt, auch diabolischer Punkt [87] genannt, lässt sich durch eine Betrachtung der Polarisationszustände aufheben. Bei einem Umlauf um die Kegeloberfläche muss der Polarisationszustand um  $2\pi$  rotieren [93], gegenüberliegende Punkte auf der Kegeloberfläche müssen somit senkrecht zueinander polarisiert sein. Eine weitere Darstellung eines Quadranten des Fresnelellipsoids mit einem Schnittpunkt der Oberflächen ist in Abbildung 4.3 gezeigt. Strahlt man



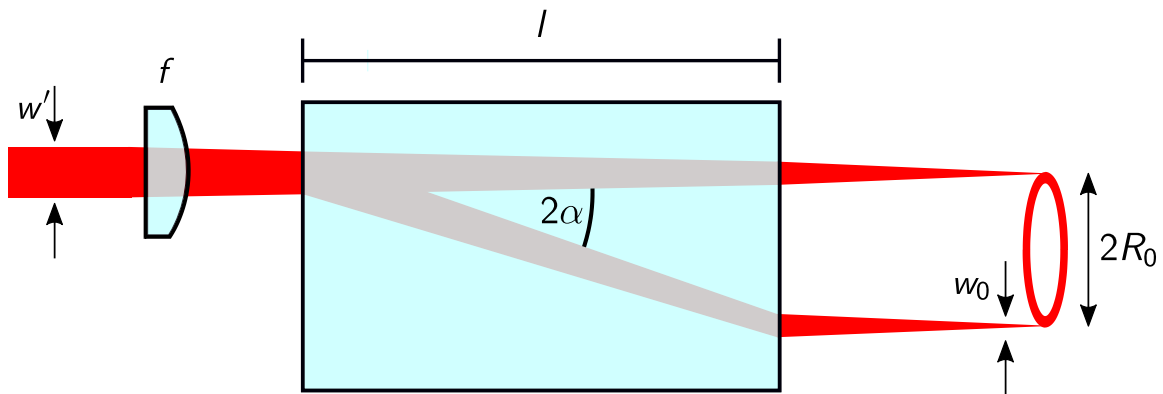
**Abbildung 4.3.:** Dreidimensionale Darstellung eines Quadranten des Fresnelellipsoids für einen biaxialen Kristall. In der  $xz$ -Ebene ist der Schnittpunkt der beiden Oberflächen zu erkennen, an denen der Normalenvektor auf die Kegeloberfläche entartet.

Licht entlang einer der optischen Achsen eines biaxialen Kristalls ein, so wird das Lichtfeld innerhalb des Mediums auf der durch die Normalenvektoren bestimmten Fläche kegelförmig abgelenkt und bildet nach Austritt aus dem Medium ein Lichtfeld mit kreisförmiger Symmetrie aus. Aufgrund dieser Kegelsymmetrie wird dieses Phänomen konische Refraktion genannt. Um die komplette entstehende Ringstruktur sichtbar zu machen ist, aufgrund der Rotation der Polarisationsrichtung bei einem Umlauf um die Ringstruktur um  $2\pi$ , zirkular polarisiertes Licht notwendig. Wird li-

near polarisiertes Licht eingestrahlt, so ist nur ein Teil der Ringstruktur, entsprechend seiner Polarisationskomponente, sichtbar.

## 4.2 Quantitative Beschreibung der konischen Refraktion

Die im vorherigen Kapitel qualitative Beschreibung hat gezeigt, dass in biaxialen Medien eine ebene monochromatische Welle, wenn sie entlang einer der optischen Achsen eingestrahlt wird, dem Effekt der konischen Refraktion unterliegt. Für eine quantitative Betrachtung wird ein kollimierter gaußförmiger Strahl mit Strahltaile  $w'$  durch eine Linse fokussiert, wodurch in der Fokalebene ein gaußförmiger Strahl mit Strahltaile  $w_0$  entsteht. Wird nun ein biaxialer Kristall in den Bereich nach der fokussierenden Linse eingebracht, so entsteht in der Fokalebene ein scharf abgebildetes ringförmiges Lichtfeld der konischen Refraktion. Ein solcher Aufbau ist in Abbildung 4.4 dargestellt. Der halbe Ablenkwinkel  $\alpha$  der konischen Refraktion ist



**Abbildung 4.4.:** Schematischer Aufbau zur Beobachtung der konischen Refraktion mit Hilfe von gaußförmigen Laserstrahlen.

gegeben durch [94]

$$\alpha = \frac{1}{2} \arctan \left[ \frac{\sqrt{(n_1^2 - n_2^2)(n_2^2 - n_3^2)}}{n_1 n_3} \right] \approx \frac{\sqrt{(n_1 - n_2)(n_2 - n_3)}}{n_2}, \quad (4.11)$$

wobei die Brechungsindizes der Hauptachsen durch  $n_1 < n_2 < n_3$  gegeben sind. Das biaxiale Medium besteht in dieser Arbeit aus  $\text{KGd}(\text{WO}_4)_2$  (auch KGW), welches bei einer typischen Wellenlänge von 795 nm Brechungsindizes [95] bzw. einen Ablenkwinkel von

$$n_1 = 1.994, \quad n_2 = 2.024, \quad n_3 = 2.075, \quad \alpha = 19.05 \text{ mrad} \quad (4.12)$$

aufweist. Der Radius der ringförmigen Struktur ergibt sich somit aus  $R_0 = l \cdot \alpha$ , wobei die Länge des Kristalls mit  $l$  bezeichnet wird.

Eine vollständige Beschreibung des Lichtfeldes der konischen Refraktion wurde erstmals 1978 von Belskii und Khapalyuk [96] geliefert. Dabei wurde berücksichtigt, dass das eingestrahlte Lichtfeld aus verschiedenen  $k$ -Vektoren zusammengesetzt ist und somit das Lichtfeld der konischen Refraktion ebenso aus einer Superposition der unterschiedlichen Lichtfelder besteht. Die Wirkung des biaxialen Kristalls lässt sich, in paraxialer Näherung, als unitäre Transformation  $\hat{U}(\vec{\kappa})$ , angewendet auf die Fouriertransformierte des eingestrahltten Lichtfeldes  $\vec{a}(\vec{\kappa})$  darstellen [87]. Für das Lichtfeld  $\vec{D}$  der konischen Refraktion, aus Überlagerung der ebenen Wellen  $\vec{\kappa} = (\kappa_x, \kappa_y)$ , erhält man somit die Lösung [87, 97]

$$\vec{D} = \frac{1}{(2\pi)^2} \cdot \iint_{-\infty}^{\infty} d\vec{\kappa} \cdot \hat{U}(\vec{\kappa}) \cdot \vec{a}(\vec{\kappa}) \cdot \exp(i\vec{\kappa}\vec{\rho}) \quad \text{mit} \quad (4.13)$$

$$\hat{U}(\vec{\kappa}) = \exp\left(-i\frac{1}{2n}\kappa^2 Z\right) \left[ \cos(\rho_0\kappa) \hat{1} + \frac{\sin(\rho_0\kappa)}{\kappa} \cdot (\hat{\sigma}_3\kappa_x + \hat{\sigma}_1\kappa_y) \right]. \quad (4.14)$$

Hierbei ist es hilfreich die auf den fokussierten Strahlradius  $w_0$  normierten Variablen

$$\vec{\rho} = \frac{\vec{r}}{w_0}, \quad \rho_0 = \frac{R_0}{w_0}, \quad Z = \frac{z}{z_r}, \quad \vec{\kappa} = \vec{k}w_0 \quad (4.15)$$

zu verwenden.

---

#### 4.2.1 Zylindersymmetrische Darstellung

---

Zur weiteren Vereinfachung kann davon ausgegangen werden, dass das eingestrahlte Lichtfeld eine Zylindersymmetrie aufweist, wie sie etwa bei symmetrischen Gaußstrahlen vorherrscht. Das elektrische Feld  $\vec{E}$  lässt sich mit

$$\vec{E}(\rho) = \sqrt{\frac{2P}{\pi w_0^2}} \exp(-\rho^2) \vec{e}_0 \quad (4.16)$$

beschreiben,  $\vec{e}_0$  ist der Polarisationsvektor im Jones-Formalismus,  $P$  die Gesamtleistung des Lichtfeldes. Wenn man berücksichtigt, dass die Fouriertransformation in Polarkoordinaten  $\vec{\rho} = (\rho \cos \varphi, \rho \sin \varphi)$

$$a(\kappa) = 2\pi \int_0^{\infty} d\rho \rho \cdot E(\rho) \cdot J_0(\kappa \cdot \rho) \quad (4.17)$$

lautet, so ergibt sich im konkreten Fall des rotations-symmetrischen Gaußstrahls die Form

$$a(\kappa) = \sqrt{\frac{2\pi P}{w_0^2}} \exp\left(-\frac{\kappa^2}{4}\right) . \quad (4.18)$$

In Gleichung 4.17 wird die Besselfunktion  $J_n$  verwendet. Durch Umschreiben von Gleichung 4.13 in Polarkoordinaten und Einsetzen der Fouriertransformation aus Gleichung 4.18 erhält man die Lösung [97]

$$\vec{D} = \begin{pmatrix} B_0 + B_1 \cos \varphi & B_1 \sin \varphi \\ B_1 \sin \varphi & B_0 - B_1 \cos \varphi \end{pmatrix} \vec{e}_0 . \quad (4.19)$$

Mit  $B_0$  und  $B_1$  werden die *Belskii-Khapalyuk-Berry* Integrale

$$\begin{aligned} B_0(\rho, Z, \rho_0) &= \sqrt{\frac{P}{2\pi w_0^2}} \int_0^\infty d\kappa \kappa \exp\left(-\frac{\kappa^2}{4}\right) \exp\left(-\frac{i}{2n} \kappa^2 Z\right) \cos(\kappa \rho_0) J_0(\kappa \rho) \\ B_1(\rho, Z, \rho_0) &= \sqrt{\frac{P}{2\pi w_0^2}} \int_0^\infty d\kappa \kappa \exp\left(-\frac{\kappa^2}{4}\right) \exp\left(-i \frac{1}{2n} \kappa^2 Z\right) \sin(\kappa \rho_0) J_1(\kappa \rho) \end{aligned} \quad (4.20)$$

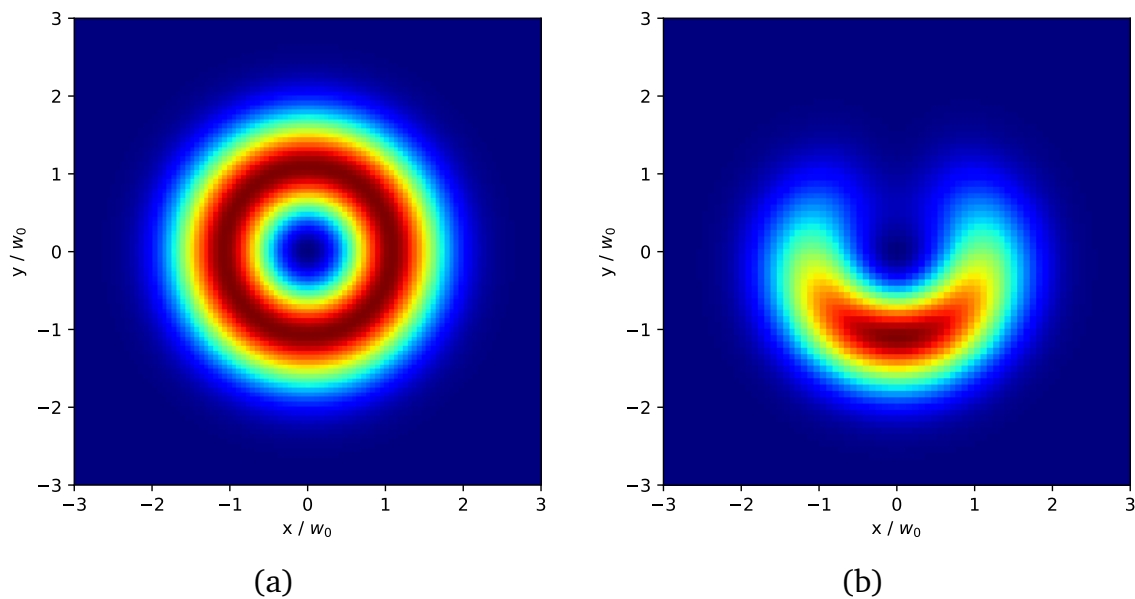
bezeichnet. Damit lässt sich die Intensitätsverteilung der konischen Refraktion vollständig, für alle Abbildungsebenen  $Z$ , wobei die Fokalebene bei  $Z = 0$  liegt, bestimmen. Typischerweise ist die Eingangspolarisation des Lichtfeldes zirkular bzw. linear ausgerichtet, wodurch die Polarisationsvektoren die Werte

$$\vec{e}_{0,\text{circ}} = \frac{1}{\sqrt{2}} (1, \pm i) , \quad \vec{e}_{0,\text{lin}} = (\cos \Phi, \sin \Phi) \quad (4.21)$$

erhalten. Man erhält für die Intensitätsverteilung  $I = \vec{D} \cdot \vec{D}^*$  schlussendlich folgende Ausdrücke

$$I_{\text{circ}} = |B_0|^2 + |B_1|^2 , \quad I_{\text{lin}} = I_{\text{circ}} + 2\text{Re}[B_0 B_1^*] \cos(2\Phi - \varphi) . \quad (4.22)$$

Für den Fall zirkularer Polarisation erhält man eine homogene, ringförmige Intensitätsverteilung entsprechend den ortsabhängigen Funktionen  $B_0$  und  $B_1$ ; linear polarisiertes Licht hingegen erzeugt eine sichelförmige Intensitätsmodulation auf der Ringstruktur der konischen Refraktion. Dabei ist das Maximum der Intensität durch die Orientierung der linearen Polarisation relativ zum Koordinatensystem der Kristallorientierung gegeben. Über den räumlichen Winkel  $\varphi$  nimmt die Intensität vom Maximum innerhalb von  $180^\circ$  auf Null ab. Die Abbildungen 4.5 zeigen exemplarisch die Unterschiede in der Intensitätsverteilung für die beiden Polarisationszustände.



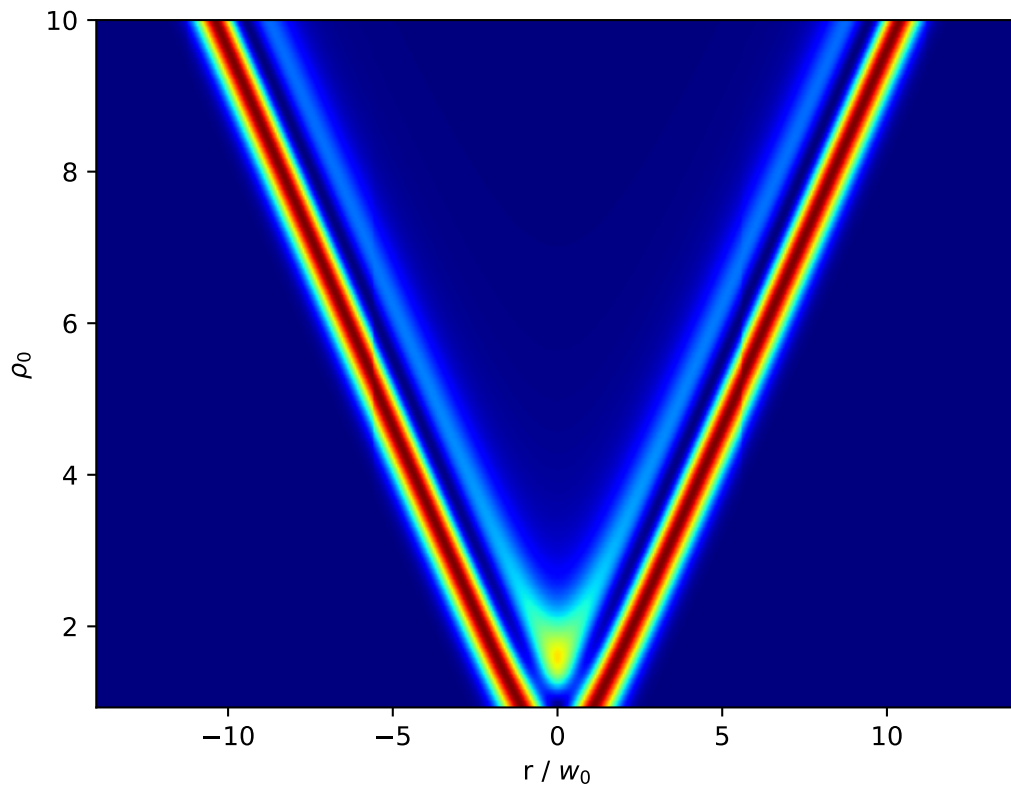
**Abbildung 4.5.:** Berechnete Intensitätsverteilung der konischen Refraktion in der Fokalebene für (a) zirkular polarisiertes Licht, (b) linear polarisiertes Licht

#### Einfluss durch normierten Ringradius $\rho_0$

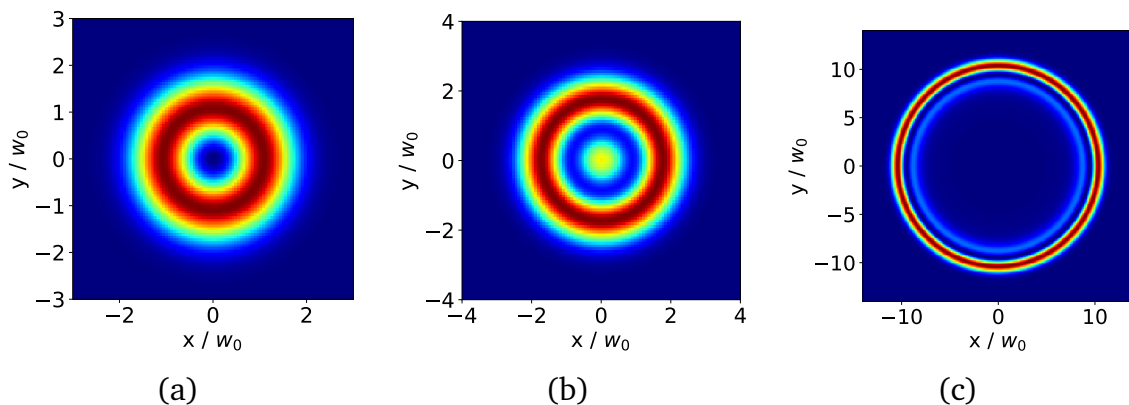
Zusätzlich hat der normierte Ringradius  $\rho_0$  Einfluss auf die Intensitätsverteilung der konischen Refraktion, welcher im Rahmen der qualitativen Betrachtung nicht wiedergegeben wird. Aufgrund der Interferenz der verschiedenen, im Profil des eingestrahnten Gaußstrahls enthaltenen Vektoren  $\vec{k}$  ergeben sich unterschiedliche radialsymmetrische Lichtverteilungen. In Abbildung 4.6 ist die radiale Intensitätsverteilung in Abhängigkeit des normierten Ringradius  $\rho_0$  aufgetragen. Für Werte des normierten Ringradius von  $\rho_0 \approx 0.9$  ergibt sich die aus der qualitativen Betrachtung hergeleitete einfache Ringstruktur. Wird der Parameter  $\rho_0$  nun erhöht, so bildet sich im Zentrum der Verteilung ein zusätzliches Intensitätsmaximum heraus, welches sich nach weiterer Vergrößerung zu einer Doppelringstruktur verformt. Der zwischen den beiden hellen Ringstruktur gebildete dunkle Ring wird in der Literatur als „dunkler Poggendorff-Ring“ bezeichnet [98]. Bei geeigneter Wahl des Parameters  $\rho_0$  kann die Intensität zwischen den hellen Lichtstrukturen auf Null abfallen. In den Abbildungen 4.7 sind die Fokalebene für diese Werte  $\rho_0$  dargestellt. Die in Abbildung 4.7(c) dargestellte Lichtverteilung wurde bereits erfolgreich als ringförmige Wellenleiterstruktur für atomoptische Experimente eingesetzt [39, 63, 99]. Hierbei dienen die beiden hellen Ringstrukturen, durch den Einsatz blau verstimmter Lichtfelder, als Potentialbarrieren.

Des Weiteren führt die Interferenz der verschiedenen Wellen zu einer Ortsabhängigkeit in der Ausbreitungsrichtung  $Z$  des eingestrahnten Lichtfeldes. Diese Abhängigkeit ist in den Abbildungen 4.8, für die bereits erwähnten Werte von  $\rho_0$  dargestellt. Im Fall des Einzelringregimes ( $\rho_0 = 0.92$ ) ist erkennbar, dass sich, zusätzlich zur





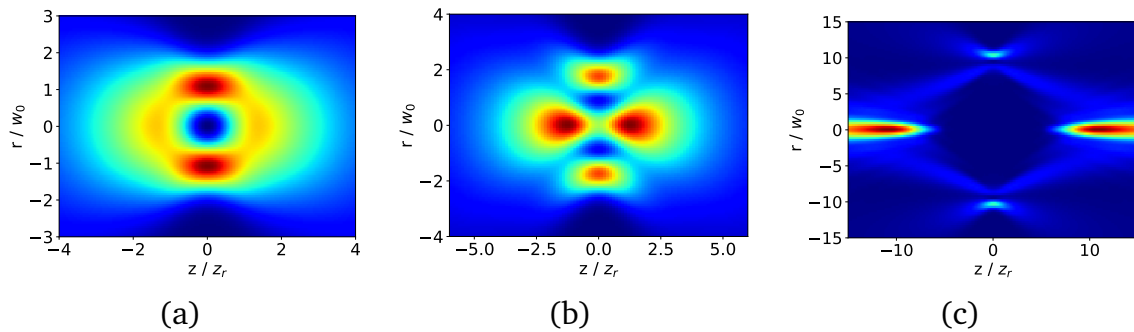
**Abbildung 4.6.:** Abhängigkeit der radialen Intensitätsverteilung vom normierten Ringradius  $\rho_0$



**Abbildung 4.7.:** Berechnung der intensitätsverteilung in der Fokalebene der konischen Refraktion für verschiedene Werte des normierten Ringradius  $\rho_0 = R_0/w_0$  (a)  $\rho_0 = 0.92$ , (b)  $\rho_0 = 1.5$ , (c)  $\rho_0 = 10$

geschlossenen Intensitätsverteilung der Fokalebene, eine geschlossene Verteilung in z-Richtung ausbildet (Abb. 4.8(a)). Ein solches Lichtfeld könnte somit als repulsive Dipolfalle, mit zur atomaren Resonanz blau verstimmttem Licht, einen kompletten Einschluss im Ortsraum erzeugen [100]. Wählt man große Werte des normierten

Ringradius, so erkennt man, dass sich die Lichtverteilung weit außerhalb der Fokalebene in einem Punkt, dem „Raman spot“, konzentriert [101].



**Abbildung 4.8.:** Berechnung der radialen Intensitätsverteilung der konischen Refraktion für unterschiedliche Abbildungsebenen (a)  $\rho_0 = 0.92$ , (b)  $\rho_0 = 1.5$ , (c)  $\rho_0 = 10$

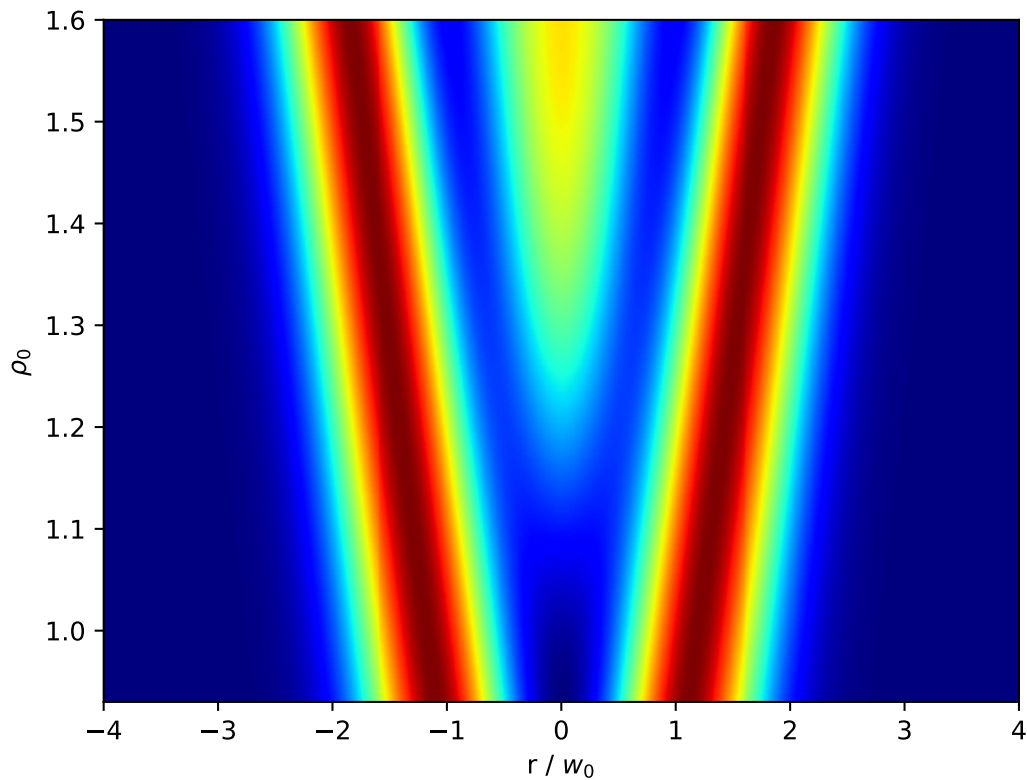
### Änderung der Topologie

Die beschriebene Abhängigkeit der Intensitätsverteilung vom normierten Ringradius  $\rho_0$  kann nicht nur genutzt werden, um unterschiedliche statische Ringgeometrien experimentell zu realisieren. Durch dynamische Veränderungen der Strahlgröße des fokussierten Laserstrahls  $w_0$  kann direkt Einfluss auf den normierten Ringradius genommen werden. Dazu betrachtet man seine Abhängigkeit von den Größen

$$\rho_0 = \frac{R_0}{w_0}, \quad w_0 = \frac{\lambda f}{\pi w'}, \quad (4.23)$$

wobei  $w'$  der kollimierte Strahlradius des eingestrahlteten Laserstrahls, mit Licht der Wellenlänge  $\lambda$  ist, welcher mit einer Linse der Brennweite  $f$  auf einen Strahlradius  $w_0$  fokussiert wird. Somit kann, etwa durch Änderung des kollimierten Strahlradius  $w'$ , direkt Einfluss auf den normierten Ringradius  $\rho_0$  genommen werden. Durch Variation des Strahlradius über die Zeit, lassen sich somit verschiedene dynamische Deformationsprozesse der Intensitätsverteilung durchführen. In [Abbildung 4.9](#) ist ein solcher interessanter Parameterbereich dargestellt.

Man beginnt den Experimentzyklus mit einer Intensitätsverteilung des Parameters  $\rho_0 = 0.92$  und erzeugt, mit blau verstimmtem Lichtfeld, ein repulsives harmonisches Potential für kalte Atome. Nun wird der Strahlradius entsprechend vergrößert, bis der Parameter  $\rho_0 = 1.5$  erreicht wird. Während dieses Transformationsprozesses bleiben die Atome stets durch das repulsive Ringpotential eingeschränkt, es bildet sich jedoch im Zentrum ein zusätzliches repulsives Potentialmaximum aus, welches die Atome verdrängt. Es entsteht somit eine ringförmige Atomverteilung im dunklen Bereich der Intensitätsverteilung. Aus dem einfach zusammenhängenden Ortsraum der harmonischen Falle hat sich ein mehrfach zusammenhängender Ortsraum gebil-



**Abbildung 4.9.:** vergrößerte Darstellung der Abhängigkeit der radialen Intensitätsverteilung vom normierten Ringradius  $\rho_0$  im Bereich von 0.9 bis 1.6

det. Dieser Prozess kann rückgängig gemacht und beliebig oft wiederholt werden. Es sei hierbei darauf hingewiesen, dass eine solche Änderung des Strahlradius prinzipiell möglich ist, experimentell jedoch große Anforderungen stellt. So sollten bei diesem Prozess Strahlfehler und Strahlbewegung möglichst klein sein, der Transformationsprozess, im Vergleich zur Lebensdauer der Atome, möglichst schnell ablaufen und die Änderung möglichst kontinuierlich sein. Plötzliche Änderungen des Fallenpotentials können zu ungewollten Anregungen der Atome führen [37]. In früheren Arbeiten [102] wurde bereits untersucht ob es möglich ist, den Strahlradius des Eingangsstrahls, mit Hilfe eines Teleskops variabler Vergrößerung, ausgehend von Linsen mit variabler Brennweite<sup>1</sup> [103], zu verändern. Es konnte hierbei gezeigt werden, dass eine variable Dipolfallenstrukturen realisierbar ist, jedoch konnte das Teleskop variabler Vergrößerung die gestellten Anforderungen an Stabilität und Reproduzierbarkeit nicht erfüllen [40, 104]. Eine weitere Möglichkeit, die Strahlgröße zu verändern, wird im folgenden Abschnitt beschrieben und theoretisch dargestellt. Hierbei wird der Eingangstrahl durch eine Blende variabler Öffnungsgröße eingeschränkt und somit der Strahlradius im Fokus verändert.

<sup>1</sup> optotune EL-10-30 Series

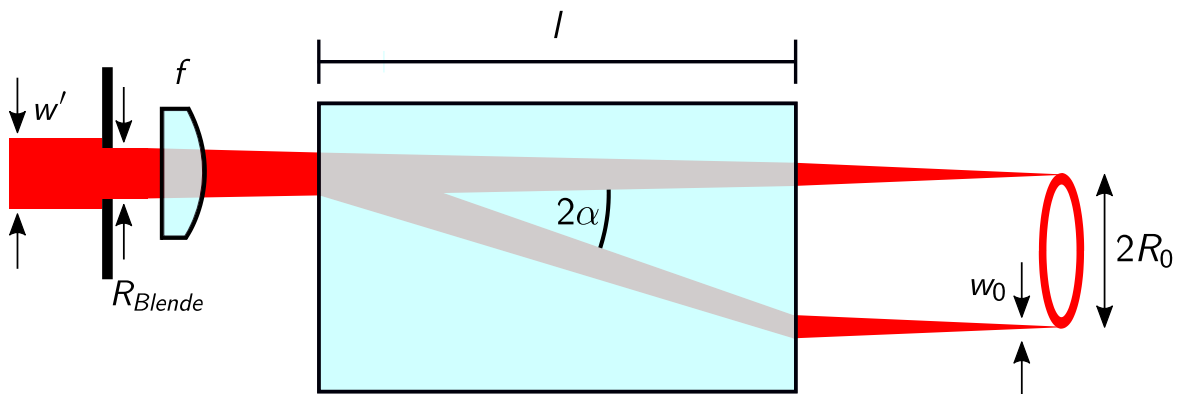
### 4.3 Konische Refraktion mit räumlich eingeschränkten Gaußstrahlen

Ausgehend von der paraxialen Beschreibung durch Berry bzw. Belskii und Khapalyuk lässt sich eine analytische Lösung der konischen Refraktion räumlich eingeschränkter Eingangsstrahlen finden. Im ersten Abschnitt wird basierend auf der bereits dargestellten rotationssymmetrischen Lösung eine Formulierung für gaußförmige Eingangsstrahlen vorgestellt, in den eine zentrierte Kreisblende eingebracht wird. Dies kann analog dazu wieder auf ein eindimensionales Problem reduziert werden.

Zusätzlich wird eine Lösung der Lichtfeldverteilung vorgestellt, welche sich durch beliebige zweidimensionale Blendengeometrien ergibt, die auf den gaußförmigen Eingangstrahl aufgeprägt werden. Diese neuartige Beschreibung der konischen Refraktion wird im Weiteren zur Darstellung von Lichtfelder verwendet, welche durch segmentierte [105, 106] oder Beugungsgitter-artige Blendengeometrien erzeugt werden.

#### 4.3.1 Zylindersymmetrische Darstellung mit Kreisblende

Eine Möglichkeit, um die Strahlgröße eines einfallenden gaußschen Strahls zu verändern, besteht in der Beschränkung durch eine Kreisblende mit Radius  $R_{\text{Blende}}$ . Diese wird, wie in Abbildung 4.10 dargestellt, in den kollimierten Strahl eingebracht und führt zu einer Veränderung der Strahlgröße  $w_0$  in der Fokalebene der Linse. Dabei ist natürlich zu berücksichtigen, dass durch die zusätzliche Apertur im Strahlengang nicht nur seine Größe verändert, sondern auch zusätzliche Beugungseffekte auftreten. Im Allgemeinen lässt sich das elektrische Feld nach einer Kreisblende durch eine



**Abbildung 4.10.:** Schematische Darstellung des Aufbaus zur Erzeugung der Lichtverteilung der konischen Refraktion mit zusätzlicher Kreisblende

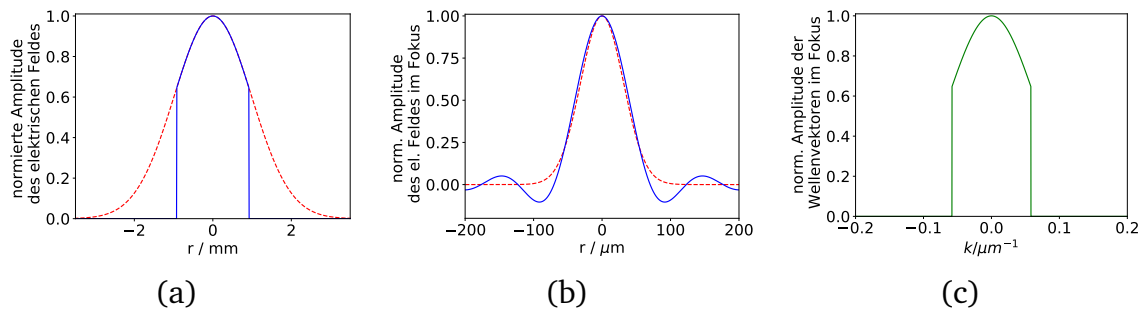
entsprechend gewählte Begrenzung in radialer Richtung beschreiben:

$$E(r, R_{\text{Blende}}) = \sqrt{\frac{2P}{\pi w'^2}} \exp\left(-\frac{r^2}{w'^2}\right) \theta(R_{\text{Blende}} - r) . \quad (4.24)$$

Hierbei wird die Amplitude des elektrischen Feldes für Radien  $r$  größer als dem Blendenradius  $R_{\text{Blende}}$  durch die Heaviside-Stufenfunktion  $\theta$  auf Null gesetzt. Um die Feldverteilung der konischen Refraktion nach Gleichung 4.13 auswerten zu können, muss nun die Fouriertransformierte des Eingangstrahls in der Fokalebene der Linse  $f$  berechnet werden. Im Rahmen der Fourieroptik lässt sich zeigen [107], dass durch die Transformation

$$E_f(r) = i \frac{2\pi}{\lambda f} \int_0^{\infty} dr' r' E(r') J_0\left(\frac{2\pi}{\lambda f} r r'\right) \quad (4.25)$$

die Abbildung einer beliebigen rotationssymmetrischen Feldverteilung in die Fokalebene der abbildenden Linse berechnet werden kann. In den Abbildungen 4.11 ist der Einfluss einer Blende auf das elektrische Feld im kollimierten bzw. fokussierten Strahl für typische Parameter des Experiments dargestellt. Die entsprechenden



**Abbildung 4.11.:** Einfluss einer Blende mit Radius  $R_{\text{Blende}} = 1.84 \text{ mm}$  auf das elektrische Feld eines gaußschen Laserstrahls mit Radius  $w' = 1.39 \text{ mm}$ : (a) im kollimierten Strahl (rot gestrichelt ist die Feldverteilung ohne Blende), (b) Im Fokus einer Linse mit Brennweite  $f = 125 \text{ mm}$  (rot gestrichelt ist eine angepasste Gaußfunktion), (c) Wellenvektorverteilung in Fokus der Linse.

elektrischen Feldverteilungen wurden mit den Gleichungen 4.24 bzw. 4.25 berechnet. Hierbei wurde ein Strahlradius von  $w' = 1.39 \text{ mm}$  vor der Blende angenommen, welcher daraufhin mit einer Linse mit Brennweite  $f = 125 \text{ mm}$  fokussiert wird. Ausgehend davon entsteht, ohne beschränkende Blende, im Fokus eine gaußförmige Feldverteilung mit einem Radius von  $w_0 = 22.7 \mu\text{m}$ . Wird nun eine Blende mit Radius  $R_{\text{Blende}} = 1.84 \text{ mm}$  in den kollimierten Strahl eingebracht, so wird die Feldverteilung die Form von Abbildung 4.11(a) annehmen, welche daraufhin durch die fokussierende Linse in eine Form nach Abbildung 4.11(b) gebracht wird. Zum einen sind hier die Beugungseffekte der Apertur zu erkennen, zum anderen kann man den Radius der zentralen Struktur durch eine angepasste Gaußfunktion abschätzen (rot gestrichelte Kurve). Diese Anpassung ergibt einen effektiven Radius im Fokus von  $w_{0,\text{eff}} = 26.3 \mu\text{m}$ . Durch das Abschneiden der Blende hat die transmittierte Leistung auf 97 % abgenommen.

Zur Berechnung der Feldverteilung der konischen Refraktion aus einem solchen Eingangsstrahl, wird im ersten Schritt die Wellenvektorverteilung in der Fokalebene der Linse  $f$  in Abhängigkeit der Feldverteilung des kollimierten Eingangsstrahls benötigt. Diese ergibt sich aus Gleichung 4.17, wobei die Feldverteilung nach Gleichung 4.25 eingesetzt wird:

$$\begin{aligned}
a(k) &= 2\pi \int_0^{\infty} dr r E_f(r) J_0(kr) \\
&= 2\pi \int_0^{\infty} dr r J_0(kr) \left\{ i \frac{2\pi}{\lambda f} \int_0^{\infty} dr' r' E(r') J_0\left(\frac{2\pi}{\lambda f} r r'\right) \right\} \\
&= \frac{i(2\pi)^2}{\lambda f} \int_0^{\infty} dr' r' E(r') \left\{ \int_0^{\infty} dr r J_0(kr) J_0\left(\frac{2\pi}{\lambda f} \cdot r r'\right) \right\} \\
&= \frac{i2\pi}{k} \int_0^{\infty} dr' r' E(r') \delta\left(r' - \frac{\lambda f}{2\pi} k\right) \\
&= i\lambda f E\left(\frac{\lambda f k}{2\pi}\right).
\end{aligned} \tag{4.26}$$

Um das erste Integral der zwei Besselfunktionen zu lösen wurde die Beziehung

$$\int_0^{\infty} dx x J_\nu(\alpha x) J_\nu(\alpha' x) = \frac{1}{\alpha} \delta(\alpha - \alpha') \tag{4.27}$$

ausgenutzt [108]. Setzt man nun die elektrische Feldverteilung nach Gleichung 4.24 und den normierten Wellenvektor  $\kappa = k w_0$  ein und definiert den auf den Strahlradius des kollimierten Strahls normierten Blendenradius  $\varrho = R_{\text{Blende}}/w'$ , so erhält man

$$a(\kappa) = i \sqrt{\frac{2\pi P}{w_0^2}} \cdot \exp\left(-\frac{\kappa^2}{4}\right) \cdot \theta(2\varrho - \kappa) \tag{4.28}$$

die Wellenvektorverteilung des durch die Blende eingeschränkten gaußschen Strahls in der Fokalebene der abbildenden Linse. In Abbildung 4.11(c) ist die Wellenvektorverteilung in der Fokalebene der Linse für den beschriebenen Beispielfall dargestellt. Diese entspricht, bis auf die bei  $2\varrho$  abschneidende Heavisidefunktion, der Fouriertransformation eines einfachen gaußschen Strahlprofils nach Gleichung 4.18. Mit Hilfe der Wellenvektorverteilung  $a(\kappa)$  kann nun das Lichtfeld der konischen Refrak-

tion nach Gleichung 4.13 berechnet werden. Man erhält die *Belskii-Khapalyuk-Berry* Integrale folgender Form:

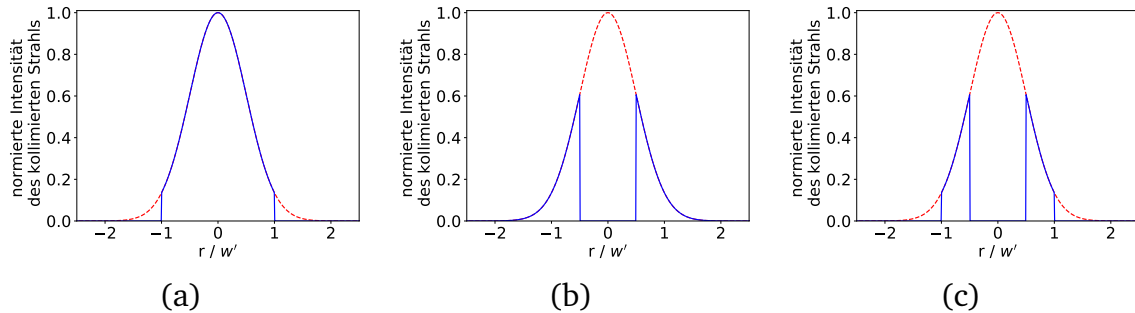
$$B_0(\rho, Z, \rho_0) = i \sqrt{\frac{P}{2\pi w_0^2}} \int_0^{2\varrho} d\kappa \kappa \exp\left(-\frac{\kappa^2}{4}\right) \exp\left(-i\frac{1}{2n}\kappa^2 Z\right) \cos(\kappa\rho_0) J_0(\kappa\rho) \quad (4.29)$$

$$B_1(\rho, Z, \rho_0) = i \sqrt{\frac{P}{2\pi w_0^2}} \int_0^{2\varrho} d\kappa \kappa \exp\left(-\frac{\kappa^2}{4}\right) \exp\left(-i\frac{1}{2n}\kappa^2 Z\right) \sin(\kappa\rho_0) J_1(\kappa\rho)$$

Die obere Integrationsgrenze von  $\kappa$  wird durch die Heavisidefunktion auf den Wert  $2\varrho$  begrenzt. Es lässt sich analog dazu zeigen, dass ebenso eine untere Integrationsgrenze von  $2\varrho_{min}$  mit  $\varrho_{min} = R_{Blende,in}/w'$  gewählt werden kann. Dies ermöglicht es, die Konfiguration einer Ringblende mit innerem und äußerem Radius ( $R_{Blende,in}$  bzw.  $R_{Blende}$ ) im kollimierten Eingangsstrahl berechnen zu können.

### 4.3.2 Einfluss von Kreis- & Ringblenden

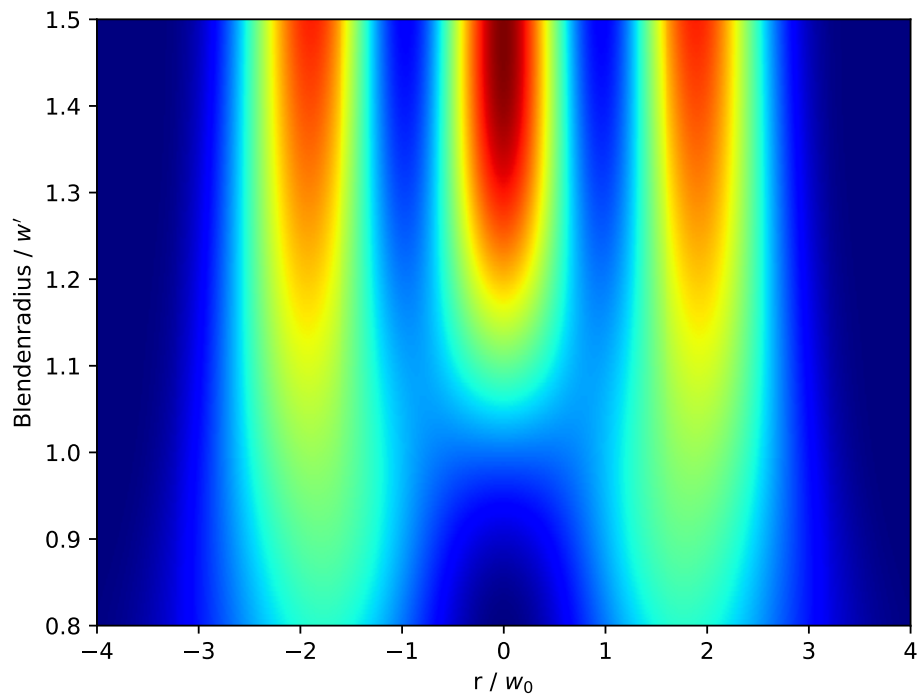
Mit Hilfe der Gleichungen 4.29 kann nun die Lichtverteilung der konischen Refraktion berechnet werden, wobei ein durch Kreisblenden eingeschränkter Gaußstrahl angenommen wird. In Abbildung 4.12(a) ist ein Schnitt durch das Zentrum der Intensitätsverteilung des kollimierten Strahls hinter einer Kreisblende dargestellt. Die



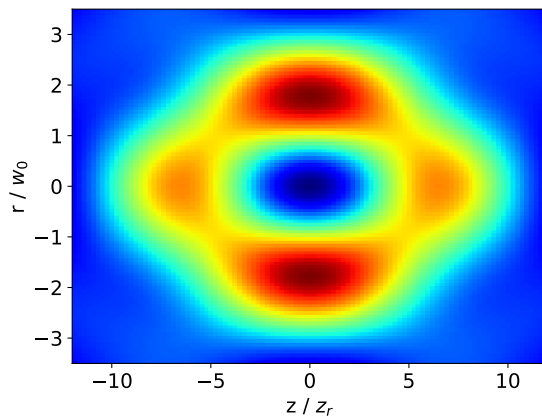
**Abbildung 4.12.:** Transmittierte Intensität (blau) eines kollimierten Gaußstrahls an unterschiedlichen Blendengeometrien. In rot ist die ursprüngliche Intensitätsverteilung angedeutet ( $w' = 1$ ). (a) Kreisblende mit  $R_{Blende} = 1 \cdot w'$ , die das Zentrum des Gaußstrahls passieren lässt, (b) Kreisblende, die das Zentrum bis zu einem Radius von  $R_{Blende,in} = 0.5 \cdot w'$  abblockt, (c) Ringblende, die nur das Licht zwischen dem inneren und äußeren Radius passieren lässt

daraus resultierende Intensitätsverteilung der konischen Refraktion ist, analog zur Betrachtung ohne Blende vom normierten Ringradius  $\rho_0 = R_0/w_0$  abhängig, wobei

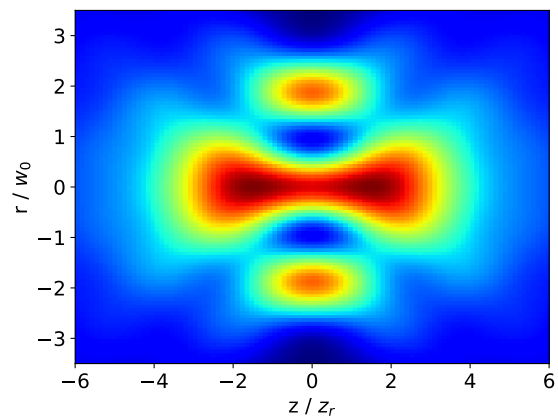
hier der fokussierte Strahlradius  $w_0$  ohne den Einfluss der Blendengeometrie eingesetzt wird. Zusätzlich wird die Intensitätsverteilung durch den Blendenradius beeinflusst. In Abbildung 4.13(a) ist der radiale Intensitätsverlauf für einen normierten Ringradius  $\rho_0 = 1.6$  über den Blendenradius aufgetragen. Bei Verkleinern der Blen-



(a)



(b)

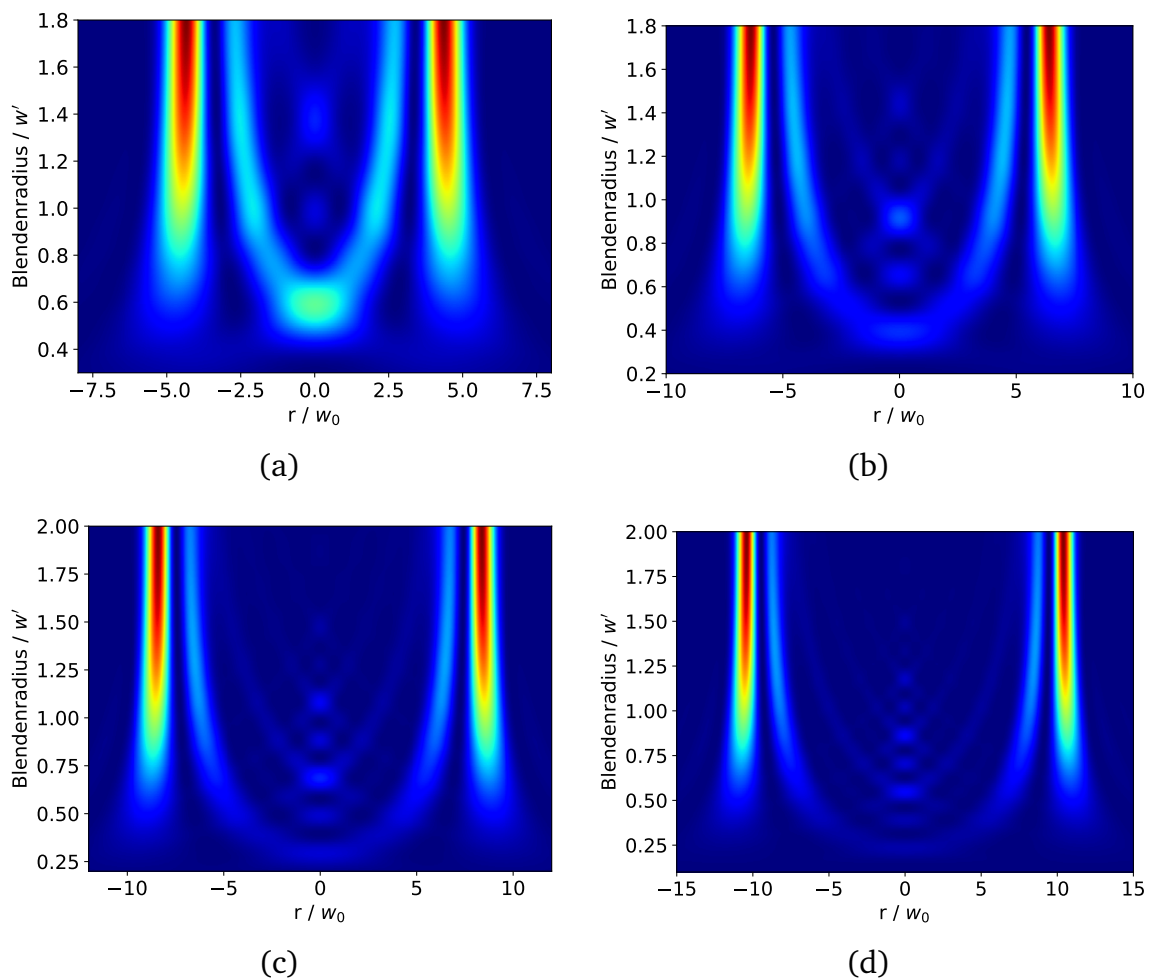


(c)

**Abbildung 4.13.:** Einfluss einer Kreisblende auf die Intensitätsverteilung der konischen Refraktion. (a) Radiale Intensitätsverteilung aufgetragen über Blendenradius. (b) Intensitätsverteilung aufgetragen über Propagationsrichtung  $z$  für den kleinsten dargestellten Blendenradius  $0.8 \cdot w'$  und (c) den größten Blendenradius  $(1.5 \cdot w')$ .



dengröÙe erkennt man, wie die Intensitätsverteilung sich dem bekannten Intensitätsverlauf eines Einzelrings annähert. Dieses Verhalten ist bereits aus der im vorherigen Abschnitt 4.2.1 beschriebenen Abhängigkeit der Intensitätsverteilung vom normierten Ringradius  $\rho_0$  bekannt. Durch eine Änderung der BlendengröÙe kann somit eine effektive Änderung des normierten Ringradius hervorgerufen werden. Zusätzlich dazu sind die Intensitätsverteilungen für den Fall der kleinsten ( $0.8 \cdot w'$ ) bzw. größten Blende ( $1.5 \cdot w'$ ) in Strahlrichtung Z in den Abbildungen 4.13(b) und 4.13(c) dargestellt. Auch diese entsprechen den im vorherigen Kapitel dargestellten Verteilungen bei einer Änderung von  $\rho_0$ . In den Abbildungen 4.14 sind die Intensitätsverteilungen

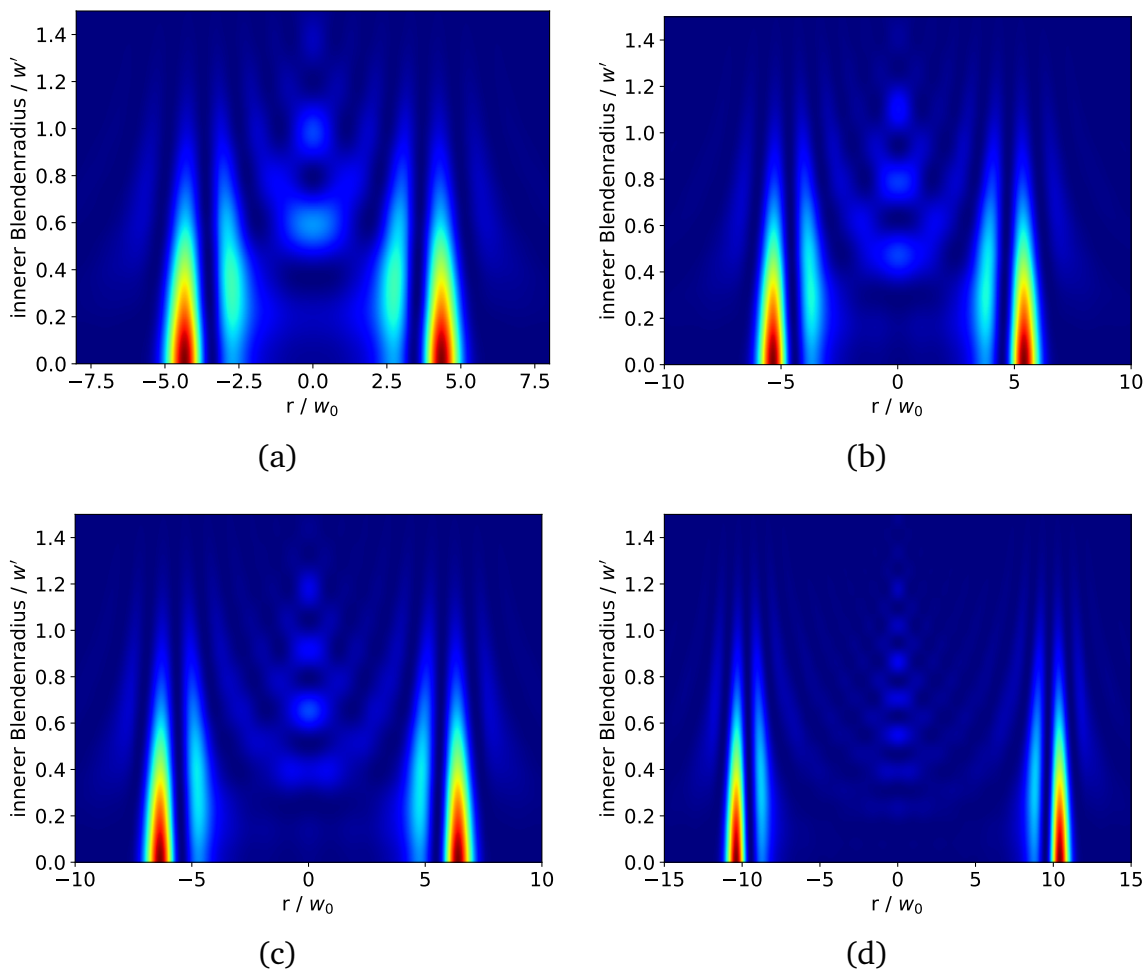


**Abbildung 4.14.:** Radiale Intensitätsverteilung in Abhängigkeit des Blendendurchmessers für unterschiedliche Werte des normierten Ringradius  $\rho_0$  : (a) 4, (b) 6, (c) 8, (d) 10

gen der Fokalebene für normierte RinggröÙen  $\rho_0$  von 4 in Abbildung 4.14(a) bis  $\rho_0 = 10$  in Abbildung 4.14(d) über die normierte BlendengröÙe  $w'$  aufgetragen. In diesen Abbildungen ist der Übergang von Doppelring- zu Einzelringgeometrien zu erkennen. Die Lichtstruktur des inneren hellen Rings transformiert sich bei Verrin-

gerung des Blendenradius zu einem zentralen Intensitätsmaximum. Ebenso treten dabei im zentralen Bereich diverse Beugungseffekte auf, die zu einer Ausbildung zusätzlicher Ring- bzw. Punktstrukturen führen. Durch geeignete Wahl von Blendenradius und normiertem Ringradius lassen sich so Intensitätsstrukturen aus mehreren konzentrischen Kreisen erzeugen.

Im Allgemeinen zeigt sich, dass sich im Grenzfall sehr großer Blendenradien die Intensitätsverteilung der Situation ohne Kreisblende aus dem vorherigen Abschnitt 4.2 annähert. Wird der Blendenradius verkleinert, so wird zum einen der effektive Strahlradius vergrößert, bzw. das Verhältnis  $\rho_0 = R_0/w_{0,\text{eff}}$  verkleinert, zum anderen treten zusätzliche Effekte der Beugung an der Kreisblende auf.

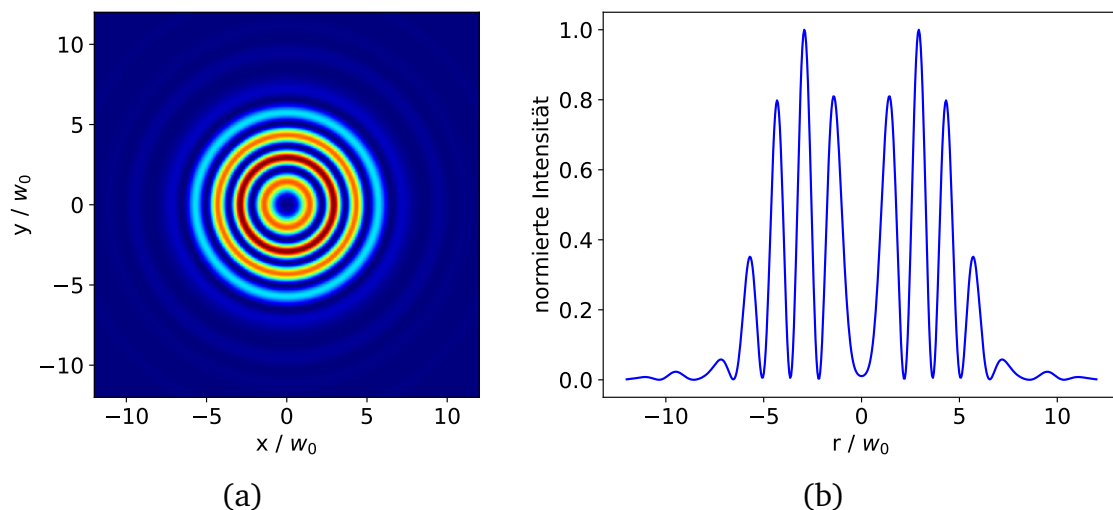


**Abbildung 4.15.:** Radiale Intensitätsverteilung in Abhängigkeit des inneren Blendenradius bei konstantem äußeren Blendenradius  $R_{\text{Blende}} = 2w'$  für unterschiedliche Werte des normierten Ringradius  $\rho_0$  : (a) 4, (b) 5, (c) 6, (d) 10

Der Einfluss von Beugungseffekten auf die konische Refraktion lässt sich besonders durch das Ausblenden des inneren Teils des Eingangsstrahls demonstrieren. Da-

zu wird die eingestrahle Intensitätsverteilung des Gaußstrahls bis zu einem Radius  $R_{\text{innen}}$  abgeblockt, der restliche Teil des Strahls transmittiert. Eine solche Intensitätsverteilung ist in Abbildung 4.12(b) skizziert. Für verschiedene normierte Ringradien  $\rho_0$  ist die resultierende Intensitätsverteilung der konischen Refraktion in den Abbildungen 4.15 dargestellt. Der äußere Radius der erzeugten Ringblende wurde auf  $2w'$  fixiert und ist groß genug gewählt, um keinen Einfluss auf die Intensitätsverteilung auszuüben. Wird der innere Blendenradius Null gesetzt, geht die Verteilung in den Fall ohne Apertur über. Wird der innere Blendenradius nun erhöht, erscheinen zusätzliche Ringstrukturen im Intensitätsprofil.

In Abbildung 4.16 ist der Einsatz einer Ringblende demonstriert, wobei eine Blende der in Abbildung 4.12(c) dargestellten Form gewählt wird. Die Berechnung der Fokalebene zeigt eine Struktur aus vier hellen konzentrischen Ringen. Hierbei wird ein normierter Ringradius von  $\rho_0 = 4$  und Blendenradien von  $R_{\text{Blende,in}} = 0.8 \cdot w'$  und  $R_{\text{Blende}} = 1.6 \cdot w'$  gewählt, wodurch in diesem Fall die eingestrahle Leistung auf 27% der Eingangsleistung reduziert wird.



**Abbildung 4.16.:** Darstellung der konischen Refraktion mit mehreren konzentrischen Ringstrukturen. Gewählt wurde eine Ringblende mit innerem Blendenradius  $R_{\text{Blende,in}} = 0.8 \cdot w'$ , äußerem Blendenradius  $R_{\text{Blende}} = 1.6 \cdot w'$  bei einem normierten Ringradius von  $\rho_0 = 4$ . (a) Darstellung der Fokalebene der erzeugten Lichtverteilung, (b) Schnitt durch das Zentrum der normierten Intensitätsverteilung

Somit lässt sich durch geschickte Wahl der inneren und äußeren Blendenradien sowie normiertem Ringradius prinzipiell beliebig viele konzentrische Ringstrukturen erzeugen. Jedoch geschieht dies auf Kosten der insgesamt transmittierten Leistung durch die eingebrachte Kreisblende. Je kleiner der normierte Ringradius  $\rho_0$  gewählt wird, umso mehr Lichtleistung kann in den Ringstrukturen deponiert werden.

#### 4.4 Beliebige zweidimensionale Blendengeometrie

Ausgehend von der im vorherigen Kapitel skizzierten Lösungsstrategie kann eine Lösung für beliebige zweidimensionale Blendengeometrien hergeleitet werden. Dabei wird von einem gaußförmigen Eingangsstrahl ausgegangen, welcher von einer beliebigen Blendengeometrie  $f_{\text{Blende}}$  überlagert wird

$$E(\vec{r}) = E_0 \exp\left(-\frac{\vec{r}^2}{w'^2}\right) \cdot f_{\text{Blende}}(\vec{r}) . \quad (4.30)$$

Die Transformation des elektrischen Feldes in die Fokalebene der abbildenden Linse  $E_f$  sowie die Transformation in den  $\vec{k}$ -Raum  $a$  lässt sich nun ebenso mit Hilfe von Fouriertransformationen im zweidimensionalen kartesischen Raum darstellen: [107]

$$E_f(\vec{r}) = \frac{i}{\lambda f} \iint_{-\infty}^{\infty} d\vec{r}' E(\vec{r}') \cdot \exp\left(i \frac{2\pi}{\lambda f} \vec{r}' \cdot \vec{r}\right) \quad (4.31)$$

$$a(\vec{k}) = \iint_{-\infty}^{\infty} d\vec{r} E_f(\vec{r}) \cdot \exp(-i\vec{k}\vec{r}) .$$

Nach einigen Umformungen, welche analog zu den Rechenschritten in Gleichung 4.26 durchgeführt werden, erhält man eine Formulierung der Vektorverteilung

$$a(\vec{k}) = ia_0 \cdot \exp\left(-\frac{\vec{k}^2}{4}\right) \cdot f_{\text{Blende}}\left(\frac{\vec{k}w'}{2}\right) \quad (4.32)$$

in der Ebene der fokussierenden Linse. Diese Lösung kann nun verwendet werden, um mit Hilfe von Gleichung 4.13 eine Beschreibung der Feldverteilung durch die konische Refraktion anzugeben. Man erhält ein elektrisches Feld in kartesischen Koordinaten  $\vec{\kappa} = (\kappa_x, \kappa_y)$  mit den *Belskii-Khapalyuk-Berry* Integralen  $B_0$  und  $B_1$ :

$$\vec{D} = \frac{1}{(2\pi)^2} \begin{pmatrix} B_0 + B_1 \frac{\kappa_x}{\kappa} & B_1 \frac{\kappa_y}{\kappa} \\ B_1 \frac{\kappa_y}{\kappa} & B_0 - B_1 \frac{\kappa_x}{\kappa} \end{pmatrix} \vec{e}_0$$

$$B_0(\vec{\rho}, Z, \rho_0) = \iint_{-\infty}^{\infty} d\vec{\kappa} a(\vec{\kappa}) \exp\left(-\frac{i}{2n} \kappa^2 Z\right) \exp(-i\vec{\kappa}\vec{\rho}) \cos(\kappa\rho_0) \quad (4.33)$$

$$B_1(\vec{\rho}, Z, \rho_0) = \iint_{-\infty}^{\infty} d\vec{\kappa} a(\vec{\kappa}) \exp\left(-\frac{i}{2n} \kappa^2 Z\right) \exp(-i\vec{\kappa}\vec{\rho}) \sin(\kappa\rho_0) .$$

In Polarkoordinatendarstellung  $\vec{\kappa} = (\kappa \cos \varphi, \kappa \sin \varphi)$  ergeben sich die Gleichungen

$$\vec{D} = \frac{1}{(2\pi)^2} \begin{pmatrix} B_0 + B_1 \cos \varphi & B_1 \sin \varphi \\ B_1 \sin \varphi & B_0 - B_1 \cos \varphi \end{pmatrix} \vec{e}_0 \quad (4.34)$$

mit den Integraldarstellungen

$$\begin{aligned} B_0(\rho, \phi, Z, \rho_0) &= \int_0^\infty \int_0^{2\pi} d\kappa d\varphi \kappa a(\kappa, \varphi) \exp\left(-\frac{i}{2n} \kappa^2 Z\right) \\ &\quad \times \exp(-i\kappa\rho \cos(\phi - \varphi)) \cos(\kappa\rho_0) \\ B_1(\rho, \phi, Z, \rho_0) &= i \int_0^\infty \int_0^{2\pi} d\kappa d\varphi \kappa a(\kappa, \varphi) \exp\left(-\frac{i}{2n} \kappa^2 Z\right) \\ &\quad \times \exp(-i\kappa\rho \cos(\phi - \varphi)) \cos(\kappa\rho_0) . \end{aligned} \quad (4.35)$$

Die so gefundene allgemeine Darstellung der konischen Refraktion mit räumlich modulierter Eingangsintensität kann nun genutzt werden, um den Einfluss einer Vielzahl an Blendengeometrien auf die Intensitätsverteilung der konischen Refraktion berechnen zu können. Die aufgeprägte Intensitätsmodulation, etwa durch eine Blende, kann durch die entsprechende Wahl der Blendenfunktion  $f_{\text{Blende}}$  auf das Lichtfeld bzw. seine Fouriertransformation übertragen und mit Hilfe der dargestellten Gleichungen berechnet werden.

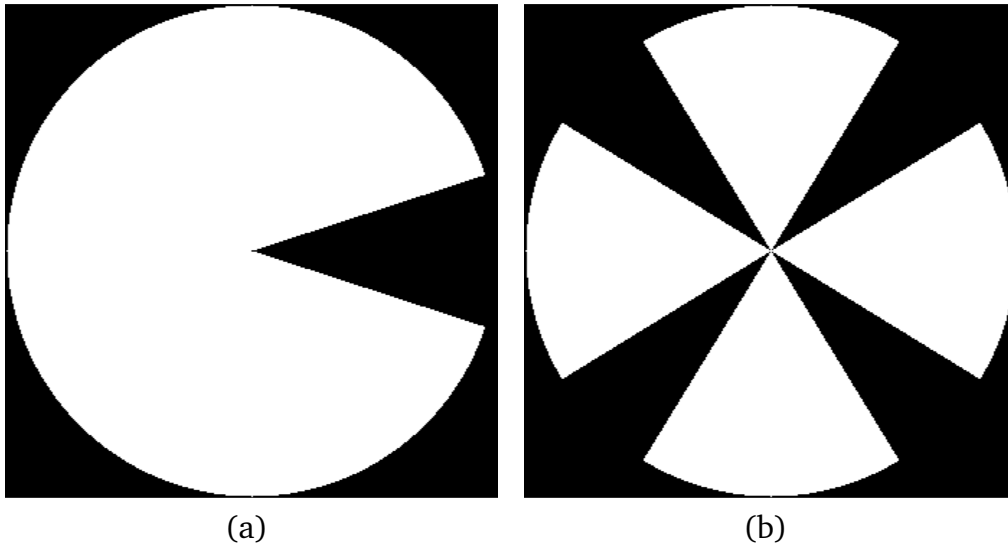
---

#### 4.4.1 Segmentierte Kreisblende

---

Eine Verallgemeinerung der Kreis- bzw. Ringblende in den zweidimensionalen Raum besteht in der Betrachtung von segmentierten Kreisblenden. Hierbei wird der transmittive Bereich der Blende nicht nur in radialer, sondern auch in azimuthaler Richtung variiert. Beispielfür eine solche Blendengeometrie seien die in Abbildung 4.17 gezeigten segmentierten Kreisblenden aus einem bzw. vier Segmenten. Dabei wird in radialer Richtung der einfallende Gaußstrahl bis zu einem Radius von  $R_{\text{Blende}}$  durchgelassen, in azimuthaler Richtung wird ein bestimmter Winkelbereich abgeblockt bzw. transmittiert. Analog zu Betrachtung der rotationssymmetrischen Kreisblende kann auch in diesem Fall die Blendenfunktion  $f_{\text{Blende}}$  mit einer Rechteckfunktion bzw. Stufenfunktionen

$$\begin{aligned} f_{\text{Blende}}(\kappa, \varphi) &= \sum_{i,j} \theta(2\rho_{\max,i} - \kappa) \cdot \theta(2\rho_{\min,i} + \kappa) \\ &\quad \times \theta(\varphi_{\max,j} - \varphi) \cdot \theta(\varphi_{\min,j} + \varphi) \end{aligned} \quad (4.36)$$



**Abbildung 4.17.:** Beispielhafte Blendenanordnung für segmentierte Kreisblenden mit (a) einem und (b) vier Segmentteilen

beschrieben werden. Die Blendenfunktion wurde hierbei auf  $i$  radiale Bereiche und  $j$  Winkelbereiche verallgemeinert. Wird somit die Fouriertransformierte des Eingangsstrahls 4.32 in die Integraldarstellung 4.35 eingesetzt, können dort die entsprechenden Integrationsgrenzen angepasst werden:

$$\int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \kappa d\kappa d\varphi \rightarrow \sum_{i,j} \int_{2\varrho_{\min,i}}^{2\varrho_{\max,i}} \int_{\varphi_{\min,j}}^{\varphi_{\max,j}} \kappa d\kappa d\varphi . \quad (4.37)$$

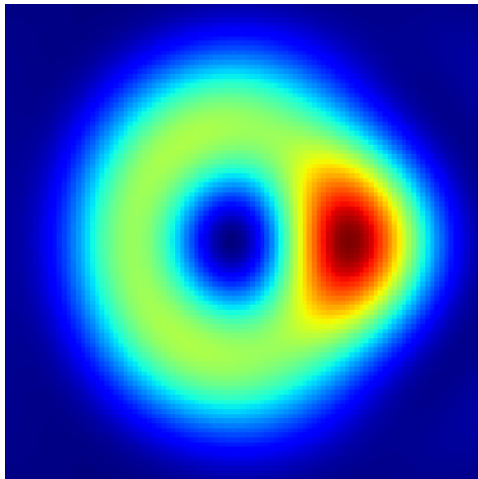
Man erhält für die oben gezeigten Blendengeometrien somit die in Abbildung 4.18 gezeigten Lichtfelder. Für eine detaillierte Beschreibung und die experimentelle Erzeugung solcher Lichtfelder sei auf das folgende Kapitel 5.5 verwiesen.

---

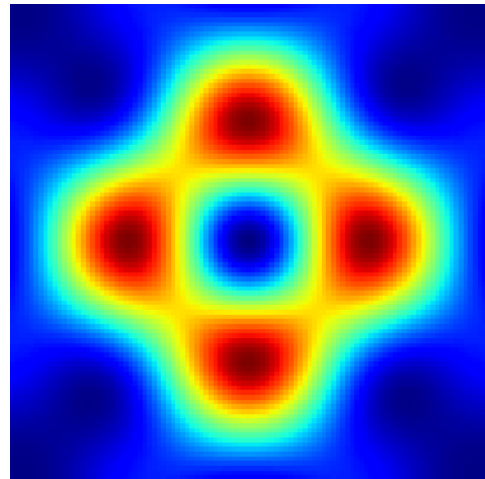
#### 4.4.2 Ausblick auf weitere Blendengeometrien

---

Mit Hilfe des hier beschriebenen Formalismus ist es möglich, die Lichtverteilung durch den Effekt der konischen Refraktion berechnen zu können. Mit der zusätzlichen Berücksichtigung von beliebigen Blendenfunktionen, welche auf einen gaußförmigen Eingangsstrahl aufgeprägt werden, ergeben sich neuartige Intensitätsverteilungen der konischen Refraktion. Daraus eröffnet sich ein weites Themenfeld, was noch weiterer Untersuchungen bedarf, um beispielsweise Lichtverteilungen für vielfältige Potentialgeometrien erzeugen zu können. In Abbildung 4.19 ist eine Lichtfeldverteilung gezeigt, welche eine Mehrfacherzeugung von Ringstrukturen zeigt. Diese wurde durch eine Schachbrettmuster als Eingangsmodulator erzeugt, was wiederum



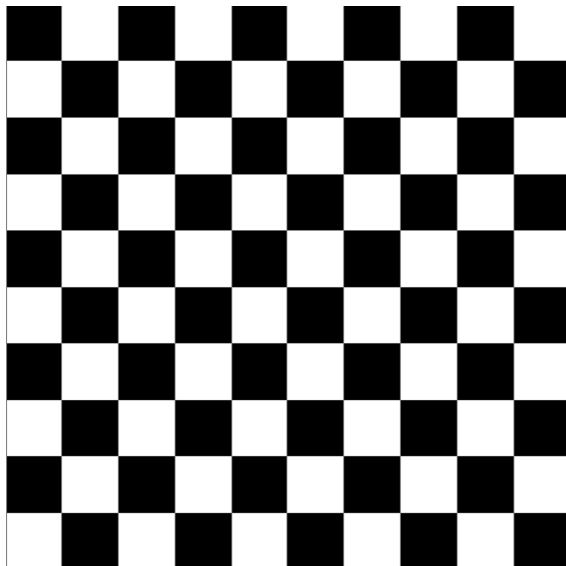
(a)



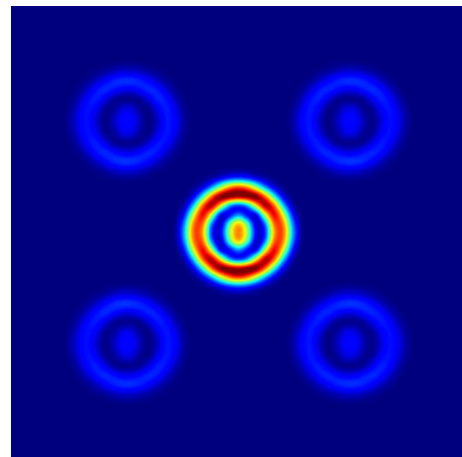
(b)

**Abbildung 4.18.:** Berechnete Intensitätsverteilung der konischen Refraktion mit segmentierten Blenden aus (a) einem und (b) vier Segmentteilen

als Beugungsgitter verstanden werden kann. Durch die Größe der Strukturen, bzw. die Gitterkonstante des Beugungsgitters kann der Abstand der erzeugten Ringverteilungen angepasst werden.



(a)



(b)

**Abbildung 4.19.:** Aus dem Formalismus lassen sich komplett neue Lichtverteilungen auf Basis der konischen Refraktion erzeugen. (a) Blendenfunktion, die einem Eingangsstrahl aufgeprägt wird und (b) die daraus berechnete Lichtfeldverteilung der konischen Refraktion.





---

## 5 Experimentelle Untersuchung der Lichtfelder der konischer Refraktion

In Abschnitt 4.3 wurde gezeigt, wie mit Hilfe von verschiedenen Blendengeometrien Einfluss auf die Lichtverteilung der konischen Refraktion genommen werden kann. Hierzu wurde der eingestrahlte kollimierte Gaußstrahl im Ortsraum durch eine beliebig geformte Blende eingeschränkt, wodurch die Blendengeometrie auf die Verteilung der Vektoren  $\vec{k}$  in der Fokalebene der fokussierenden Linse und somit auf die Feldverteilung der konischen Refraktion übertragen wurde.

Im ersten Abschnitt 5.1 wird gezeigt, wie die verschiedenen Blendengeometrien mit Hilfe einer Mikrospiegeleinheit erzeugt werden können. Eine solche Mikrospiegeleinheit besteht aus einer Vielzahl an Kleinstspiegeln, deren Ablenkwinkel einzeln angesteuert und somit in den Zustand der Transmission bzw. Absorption gebracht werden können. Ein auf diese Oberfläche aufgespieltes Bild dient somit als veränderbare reflektierende Oberfläche, welche räumliche Intensitätsmodulationen auf einen Eingangsstrahl aufprägen kann. Die Funktionsweise einer Mikrospiegeleinheit sowie ihr Einsatz als Strahlmodulator für die konische Refraktion werden erläutert.

In Abschnitt 5.2 wird der optische Aufbau des kompletten Systems aus Mikrospiegeleinheit und biaxialem Kristall vorgestellt, welcher zur Erzeugung unterschiedlicher Lichtfelder der konischen Refraktion genutzt wird.

In den abschließenden Abschnitten werden die Ergebnisse der mit diesem optischen Aufbau erzeugten Lichtfelder sowie ein Vergleich mit den berechneten Lichtfeldern aus Kapitel 4 dargestellt. Hierbei wird die Transformation der Lichtfeldgeometrie vom Einzel- zum Einzelring mit zusätzlichem Intensitätsmaximum in Abschnitt 5.3, die Erzeugung von Mehrfachringen in Abschnitt 5.4, sowie das Erzeugen von segmentierten Intensitätsverteilungen in Abschnitt 5.5 im Detail beschrieben.

Die berechneten sowie die gemessenen Intensitätsverteilungen der konischen Refraktion werden mit Hilfe einer Falschfarbendarstellung wiedergegeben. Der verwendete Farbverlauf ist in Anhang A erläutert. Der Maximalwert der Farbskala entspricht der normierten maximalen Intensität der Verteilung, der Minimalwert der Farbskala entspricht Null Intensität.

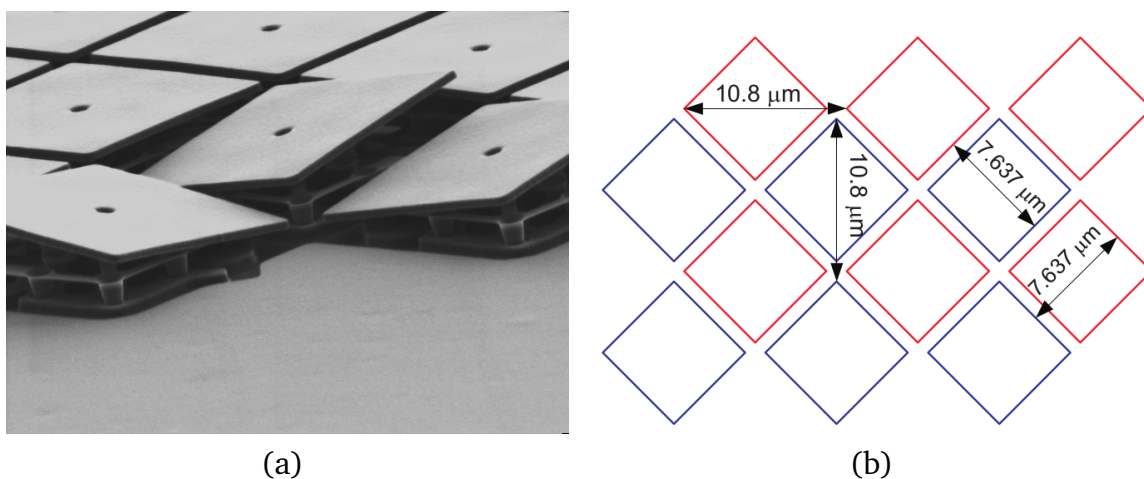
---

### 5.1 Beliebige Blendengeometrie durch Digital Micromirror Devices

---

Um die benötigte Modulation des Eingangsstrahls für die konische Refraktion erzeugen zu können, wird eine Mikrospiegeleinheit (kurz DMD von *Digital Micromirror Device*) verwendet, welche typischerweise aus rechteckigen Kleinstspiegeln mit einer

Kantenlänge von wenigen Mikrometern ( $5.4\ \mu\text{m}$  bis  $13.6\ \mu\text{m}$ ) besteht, die wiederum in einer Gitterstruktur angeordnet sind. Auf einem Träger sind hierbei mehrere 100000 bis zu einigen Millionen Mikrospiegel aufgebracht (Module mit 8 Millionen Mikrospiegel bei einer Auflösung von  $3840 \times 2160$  sind erhältlich). Diese Technologie, auch unter dem Namen *Digital Light Processing* (kurz DLP) bekannt, ist eine Entwicklung der Firma *Texas Instruments* zur digitalen Bilderzeugung bzw. Projektionstechnik. Jeder Mikrospiegel lässt sich einzeln elektronisch ansteuern, wodurch sein Winkel zur Normalen der DMD-Oberfläche über elektrostatische Kräfte verändert werden kann. Der Winkel zur DMD-Normalen lässt sich auf  $\pm 12^\circ$  einstellen; im deaktivierten Zustand beträgt der Winkel zur Normalen  $0^\circ$ , diese Position kann jedoch im Betrieb nicht aktiv geschaltet werden. Die Ansteuerung der einzelnen Spiegel erfolgt über eine Bilddatei mit 1-Bit Bildtiefe, wodurch eine der beiden Spiegelpositionen gewählt wird. Die Auflösung des Bildes entspricht der Abmessung der DMD-Einheit, sodass jedem Mikrospiegel ein Pixelwert der Bilddatei zugeordnet werden kann. Jeder Bitwert eines Spiegels steuert somit ein Transmittieren bzw. Abblocken der auf den Mikrospiegel auftreffenden Lichtleistung. In Abbildung 5.1(a) ist eine Mikroskopaufnahme der Oberfläche einer DMD-Einheit dargestellt. Es sind die einzelnen Mikrospiegel in den unterschiedlich ausgelenkten Positionen zu erkennen.



**Abbildung 5.1.:** (a) Mikroskopaufnahme eines Mikrospiegeleinheit [109], (b) Schematische Darstellung der Anordnung der einzelnen Mikrospiegel [110]

Das in dieser Arbeit verwendete Modul ist ein *DLP LightCrafter Evaluation Module* [110], welches neben der DMD-Einheit über eine Ansteuerelektronik verfügt. Für die weitere Verwendung wurde ein Teil dieses Moduls, eine Lichtquelle und eine Abbildungsoptik, entfernt, um direkten Zugang zur DMD-Einheit zu bekommen. Die DMD-Einheit hat eine Größe von  $3.6\ \text{mm} \times 6.5\ \text{mm}$  mit einer Auflösung von  $684 \times 608$  Mikrospiegeln. Dabei ist zu berücksichtigen, dass die Geometrie der auf dem Träger verbauten Mikrospiegel um  $45^\circ$  zur Horizontalen gedreht ist (siehe Abbildung 5.1(b)). Die einzelnen Mikrospiegel haben entlang ihrer Symmetrieachse einen

---

Abstand von  $7.6\ \mu\text{m}$ , entlang ihrer Diagonalen bzw. entlang der Horizontalen und Vertikalen des DMD-Moduls einen Abstand von  $10.8\ \mu\text{m}$ .

### **Beugung an Mikrospiegeln**

Aufgrund der geringen Größe der einzelnen Mikrospiegel und ihrer Gitterstruktur kommt es nach der Reflexion zu starken Beugungseffekten. Die maximale reflektierte Leistung, zuzüglich der Reflektionsverluste an den Oberflächen, in die dritte Beugungsordnung des erzeugten Blazegitters entspricht hierbei 33 % [111]. Des Weiteren ist zu beachten, dass der Ablenkwinkel der reflektierten Strahlen, aufgrund der Beugung an den Mikrospiegeln, von der Wellenlänge des eingestrahlten Lichts abhängt. Dies muss bei der Abbildung der entstehenden Lichtstrukturen und Änderung der Wellenlänge berücksichtigt werden.

### **Ansteuerung, Schaltzeiten und Schaltverhalten**

Die verwendete DMD-Einheit kann über eine mitgelieferte Software bzw. über eine Python Bibliothek angesteuert werden. Für den weiteren Experimentbetrieb ist es möglich 96 1-Bit Bilddateien in 4 24-Bit großen Speicherbereichen abzulegen und diese über einen externen Trigger zyklisch zu wechseln. Jede Bilddatei entspricht einer Blendenkonfiguration mit entsprechenden Spiegelpositionen. Die minimale Umschaltzeit beträgt hierbei  $250\ \mu\text{s}$ , wenn nur einer der 24-Bit Speicherbereiche verwendet wird. Soll der komplette Speicherbereich verwendet werden, so erhöht sich, durch eine nötige *Bufferswap*-Operation, die Umschaltzeit auf  $385\ \mu\text{s}$  [110]. In einer früheren Arbeit konnten die erreichbaren Umschaltzeiten experimentell zu  $216\ \mu\text{s}$  für 24 Bilder im Speicher bzw.  $372\ \mu\text{s}$  bei 96 Bildern bestimmt werden [111]. Ebenso ist darauf zu achten, dass die Anzahl der abgelegten Bilder gerade (bis 48 Bilder) bzw. durch vier teilbar ist (größer 48). Dies liegt daran, dass alle vier Speicherbereiche zyklisch durch die *Bufferswap*-Operation gewechselt werden müssen [112].

In vorherigen Arbeiten [111, 113] hat sich außerdem gezeigt, dass beim Umschalten zwischen den im Speicher abgelegten Bilddateien, die Mikrospiegel eine Oszillation um ihre Endposition durchführen. Wegen ihrer geringen Trägheit, was wiederum schnelle Umschaltprozesse erlaubt, und einer Relaxation in den Nullzustand während des Umschaltvorgangs, kommt es zu diesem Phänomen. Im transmittierten Strahl führt dieses Verhalten zu einer Oszillation der Leistung mit einer Frequenz 4 MHz mit einer  $e^{-1}$ -Abklingzeit von  $1.7\ \mu\text{s}$ ; die Leistung fällt bei dieser Oszillation auf 10-20 % der Eingangsleistung ab [111].

---

## **5.2 Experimenteller Aufbau**

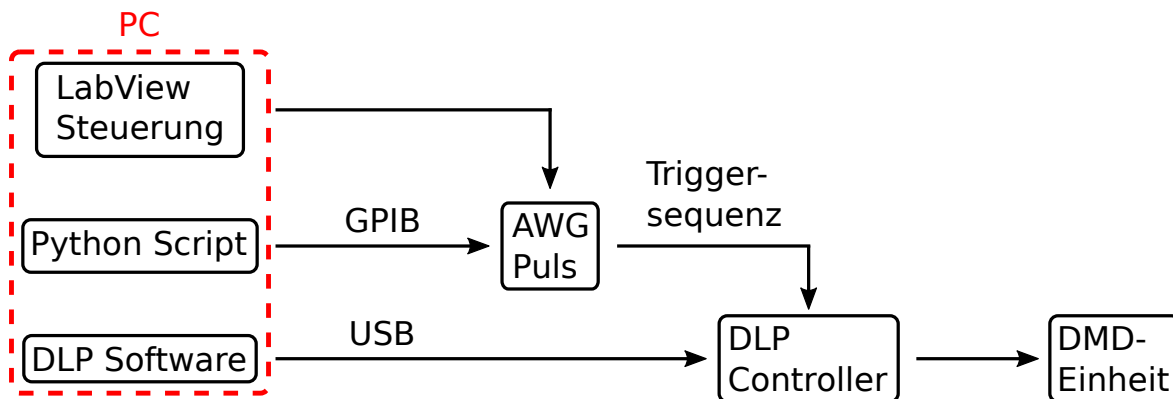
---

### **5.2.1 Elektronische Ansteuerung**

---

Um die unterschiedlichen Blendenbilder auf der DMD-Einheit darstellen und im experimentellen Ablauf zeitkritisch steuern zu können, ist die in Abbildung 5.2 skiz-

zierte Verschaltung aufgebaut worden. Die eigentliche Mikrospiegeleinheit wird von



**Abbildung 5.2.:** Elektronischer Ansteuerung des DMD-Moduls für den Einsatz als variable Blendenstruktur.

einem DLP-Controller gesteuert, wobei die komplette Infrastruktur auf dem verwendeten *DLP LightCrafter Evaluation Module* vorhanden ist. Mit Hilfe der mitgelieferten Software kann der Controller angesprochen werden, um die notwendigen Einstellungen, wie Triggermodi, Darstellungsmodi, Firmwareupdates vornehmen zu können. Außerdem können die Bilddateien, die auf der DMD-Einheit dargestellt werden sollen auf den internen Speicher übertragen werden. Das Umschalten zwischen diesen Bilddateien kann entweder über die Software oder, wenn die Abfolge im späteren Experiment zeitkritisch erfolgen soll, über einen externen Trigger erfolgen. Dazu wird ein Funktionsgenerator<sup>1</sup> (kurz AWG) verwendet, der beliebige Pulsformen wiedergeben kann. Diese Pulsformen können aus bis zu 16000 Datenpunkten bestehen und werden per *GPIB* von einem Steuerrechner mittels eines *Python*-Scripts übertragen. So kann eine Folge aus *TTL*-Pulsen in den AWG geschrieben werden, welche daraufhin im Experimentzyklus zeitkritisch das Umschalten zwischen denen im Speicher des DLP Controller abgelegten Blendenbildern auslösen kann. Das Starten einer solchen Pulsfolge kann in die verwendete *LabView*-Experimentsteuerung integriert und zum entsprechenden Zeitpunkt des Experiments ausgeführt werden.

---

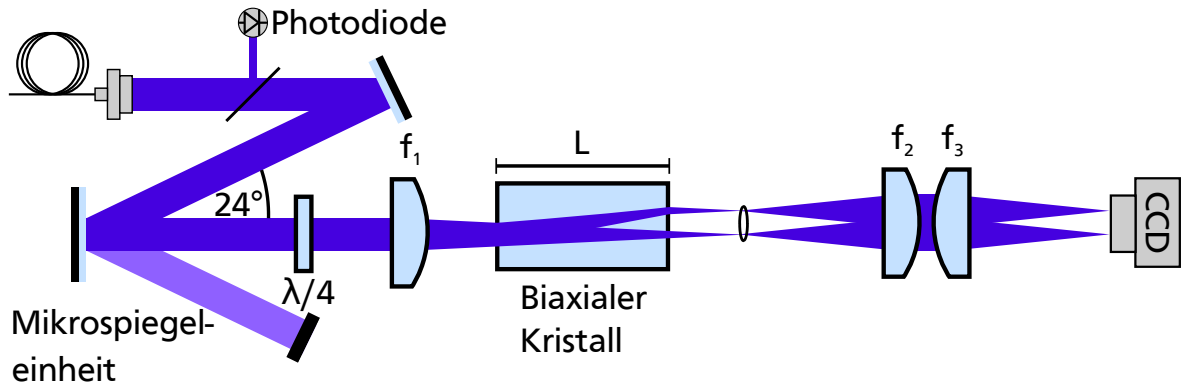
## 5.2.2 Optischer Aufbau

---

Mit Hilfe beliebiger Blendengeometrien, welche auf der DMD-Einheit angezeigt werden, sollte es nun möglich sein, die gewünschte Modulation auf einen kollimierten Gaußstrahl aufprägen zu können. Dazu wird der in Abbildung 5.3 dargestellte optische Aufbau verwendet. Linear polarisiertes Laserlicht des MOPA-Systems (siehe Abschnitt 2.3) wird durch eine optische Faser zum Experiment geleitet und dort mit Hilfe eines Linsensystems (*Thorlabs TC12APC-780*) kollimiert. In dieser Arbeit wird entweder Laserlicht der Wellenlänge 794 nm (blau verstimmt, repulsiv) bzw. 796 nm

---

<sup>1</sup> Agilent 33120A



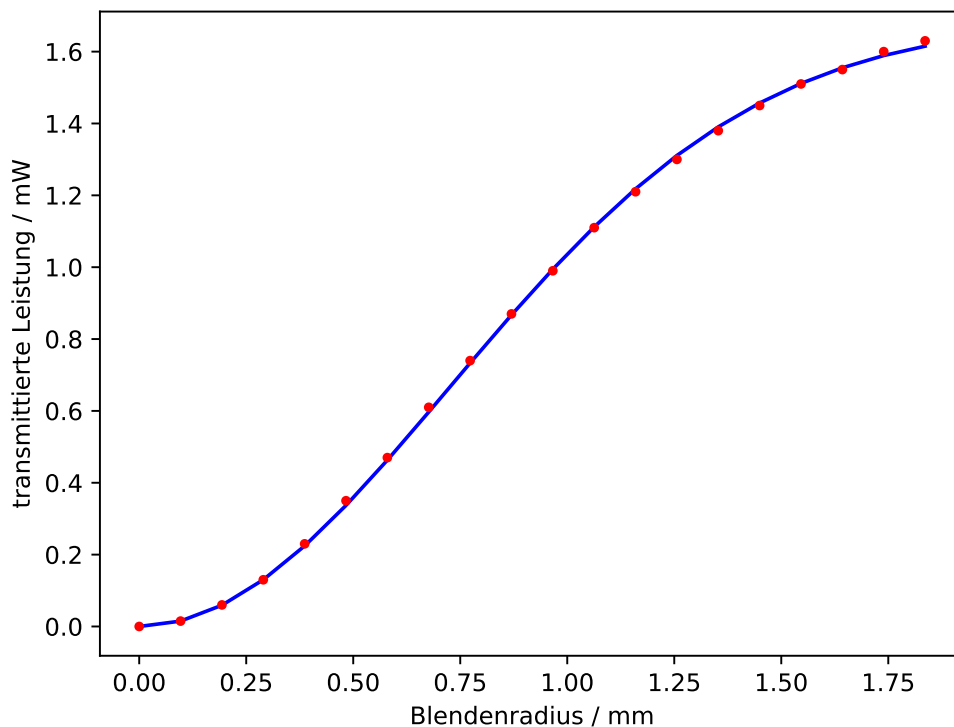
**Abbildung 5.3.:** Experimenteller Aufbau für die Erzeugung der Lichtstrukturen mit DMD-Einheit und biaxialen Kristall. Die Fokalebene wird auf eine CCD-Kamera abgebildet.

(rot verstimmt, attraktiv) verwendet. Für die Berechnungen in diesem Abschnitt wird, wenn nicht explizit erwähnt, eine Wellenlänge von 794 nm angenommen. Ein Teil des Lichtes wird zur Stabilisierung der Lichtleistung auf eine Photodiode gelenkt. Der kollimierte Strahl wird anschließend unter einem Winkel von  $\sim 24^\circ$  zur Oberflächennormalen auf die DMD-Einheit eingestrahlt. Die Mikrospiegel, mit einem zugehörigen Bitwert von 1, lenken das Licht in Richtung der Normalen ab, das Licht der Spiegel mit einem Bitwert von 0, sowie alle entstehenden Beugungsstrukturen, werden abgeblockt. Das Licht trifft daraufhin auf eine  $\lambda/4$ -Verzögerungsplatte, mit deren Hilfe die benötigte zirkulare Polarisation erzeugt wird, sowie eine fokussierende Linse der Brennweite  $f = 125$  mm. Im fokussierten Bereich wird das Licht durch den biaxialen KGW-Kristall gelenkt und die entstehende Ringstruktur kann auf eine CCD-Kamera (PointGrey Chameleon [114]) abgebildet werden. Das Licht wird ebenso in die Experimentkammer abgebildet und kann dort mit den gefangenen Atomen überlagert werden (in Abbildung 5.3 zur Vereinfachung nicht dargestellt, genaue Beschreibung in Abschnitt 6.2).

### Transmission an Kreisblende

Für die weiteren Experimente ist es nötig, den kollimierten Strahlradius genau zu bestimmen, um so die spezifischen Parameter der konischen Refraktion berechnen zu können (siehe Abschnitt 4.2). Dazu werden Bilddateien mit Kreisblenden unterschiedlicher Größe, bis zu einem maximalen Radius von 1.84 mm, auf den Gaußstrahl aufgeprägt. Die transmittierte Leistung eines Gaußstrahls, mit Eingangsleistung  $P_0$ , durch eine zentrierte Kreisblende lässt sich in Abhängigkeit des Blendenradius  $R_{\text{Blende}}$  und des Strahlradius  $w$  durch

$$P_{\text{trans}} = P_0 \left( 1 - \exp \left[ -2 \frac{R_{\text{Blende}}^2}{w^2} \right] \right) \quad (5.1)$$



**Abbildung 5.4.:** Leistung im gaußschen Laserstrahl nach einer Kreisblende mit Radius  $R_{\text{Blende}}$ , gemessen vor dem letzten Umlenkspiegel in die Vakuumkammer bei 1 V Photodiodensignal.

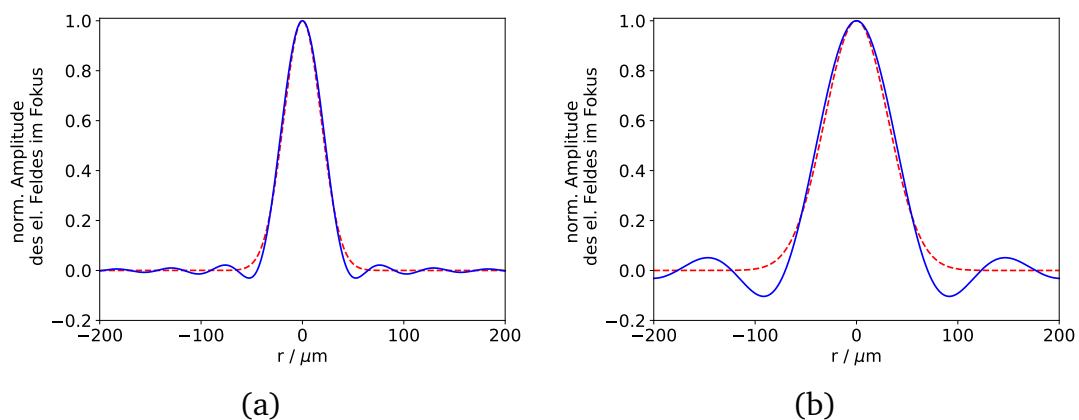
ausdrücken. Durch eine Anpassung dieses Zusammenhangs an die gemessene Leistung in Abhängigkeit des Blendenradius lässt sich der Strahlradius auf der DMD-Einheit bestimmen. Die Messwerte mit angepasster Funktion sind in Abbildung 5.4 dargestellt. Die Messwerte zeigen eindeutig den erwarteten Zusammenhang, die Anpassung ergibt einen Wert des Strahlradius von  $w' = (1.39 \pm 0.01)$  mm. Für eine spätere Berechnung der totalen Leistung am Ort der Atome, etwa für eine Abschätzung der Potentialtiefen, kann diese Eichkurve ebenso verwendet werden. Die dargestellten Messwerte wurden unmittelbar vor der Vakuumkammer (vor rechteckigem Umlenkspiegel), bei einem Photodiodensignal der Stabilisierung von 1 V, gemessen und können in guter Näherung als die Lichtleistung am Ort der Atome angenommen werden.

### Typische Parameter des Gaußstrahls und der konischen Refraktion

Zur Beobachtung der konischen Refraktion wird ein biaxialer KGW-Kristall mit einer Länge von 2.2 mm verwendet. Daraus ergibt sich, bei einem Ablenkwinkel von 19.05 mrad, ein fundamentaler Ringradius von  $R_0 = 42 \mu\text{m}$ . Der Fokus nach der fokussierenden Linse mit einer Brennweite von 125 mm hat einen Radius von  $w_0 = 22.7 \mu\text{m}$ , wobei von einem Strahlradius von 1.39 mm des kollimierten Strahls ausgegangen wird. Daraus errechnet sich ein normierter Ringradius von  $\rho_0 = R_0/w_0 = 1.85$ .

### 5.3 Änderung der Ringtopologie der konischen Refraktion durch Kreisblenden

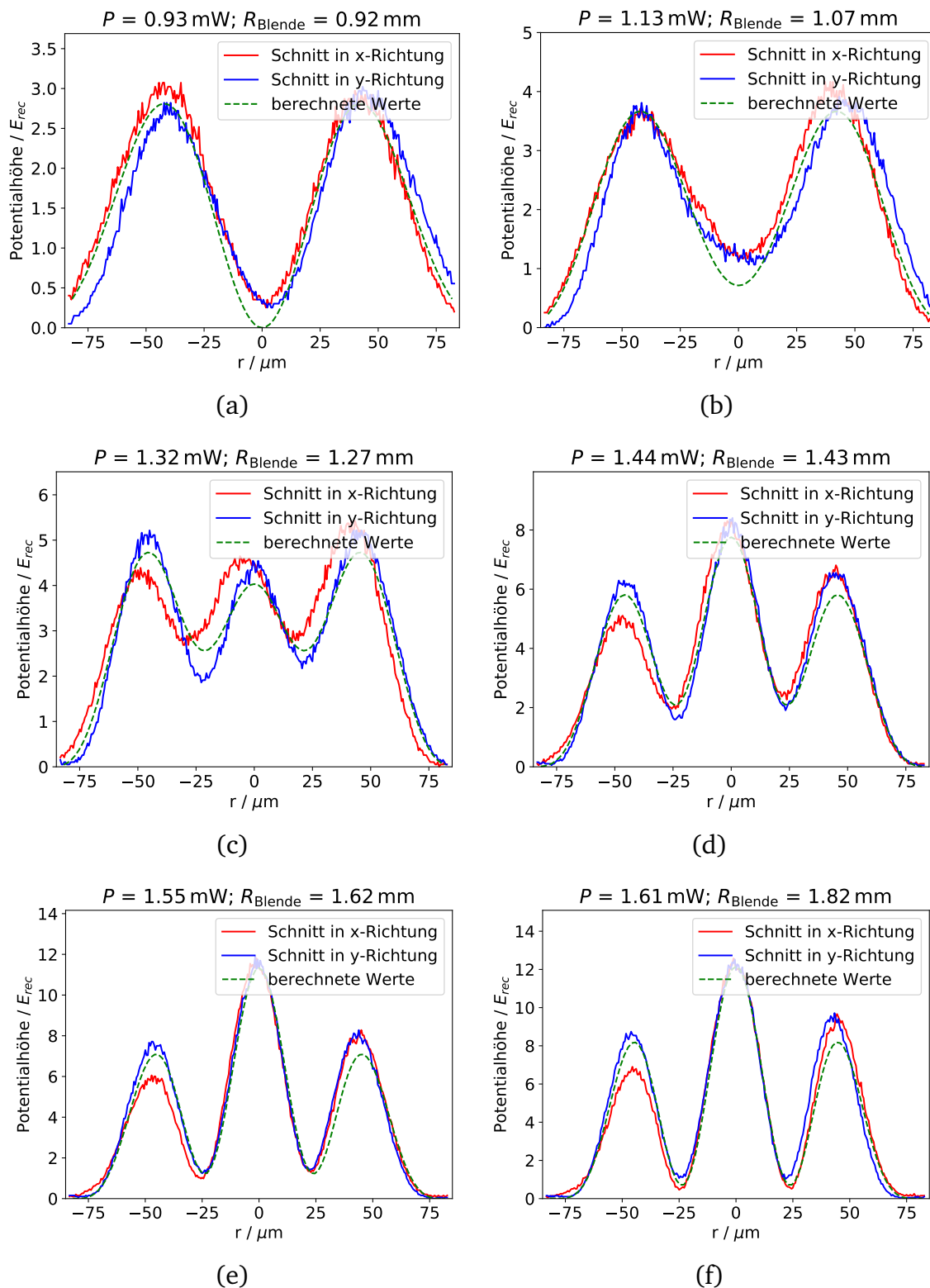
Mit Hilfe der DMD-Einheit soll nun das in Abschnitt 4.3 theoretisch beschriebene Verhalten der konischen Refraktion nachgewiesen werden. Auf der DMD-Einheit wird dazu ein Bild einer Kreisblende dargestellt und somit nur der zentrale Bereich des kollimierten Strahls weitergeleitet. In Abhängigkeit des Blendenradius soll sich die Form der Intensitätsverteilung nach der theoretischen Vorhersage von einer Lichtverteilung entsprechend dem Ringparameter  $\rho_0 = R_0/w_0 = 1.85$ , zu einer Verteilung mit verringertem Ringparameter verändern. Dafür werden Blenden mit einem Radius von  $R_{\text{Blende}} = 1.84 \text{ mm}$  bis  $0.92 \text{ mm}$  verwendet. Start- und Endpunkt wurden so gewählt, dass die entstehenden Ringstrukturen (Einzelring bei kleiner Blende und Einzelring mit zusätzlichem zentralen Maximum bei großer Blende) klar erkennbar und die verbleibende Lichtleistung in den dunklen Innenbereichen zwischen den Lichtstrukturen möglichst klein ist. Dies wurde in Hinblick auf die Verwendung der so erzeugten Intensitätsverteilung als repulsives Lichtpotential gewählt. Da sich Atome in einem solchen Potential in genau diesen Raumbereichen aufhalten sollen, resultiert daraus eine möglichst kleine Photonenstreurate. Außerdem sollten etwaige ungewollte Unebenheiten in der Lichtverteilung und entsprechende Unebenheiten in der Potentialstruktur dieses Bereichs dadurch möglichst klein gehalten werden. Betrachtet man die berechneten elektrischen Feldverteilungen im Fokus für den Start- bzw. Endpunkt in Abbildung 5.5, so erkennt man die entstehenden Beugungsmaxima und die veränderte Strahlgröße des zentralen Maximums. Eine Anpassung an die



**Abbildung 5.5.:** Berechnete Feldverteilung im Fokus eines Gaußstrahls mit Kreisblende der Größe (a)  $R_{\text{Blende}} = 1.84 \text{ mm}$  und (b)  $0.92 \text{ mm}$

Feldverteilung liefert einen effektiven Strahlradius im Fokus von  $w_{0,\text{eff}} = 26.3 \mu\text{m}$  und  $44.2 \mu\text{m}$  im Fall der großen bzw. kleinen Blendenöffnung. Mit diesen Strahlradien lassen sich effektive normierte Ringradien von  $\rho_{0,\text{eff}} = 1.59$  bzw.  $0.95$  berechnen. Ein Vergleich mit der konischen Refraktion ohne Kreisblende ergibt, dass sich diese Ringstrukturen bei normierten Ringradien von idealerweise  $\rho_0 = 1.5$  bzw.  $0.92$  zeigen.

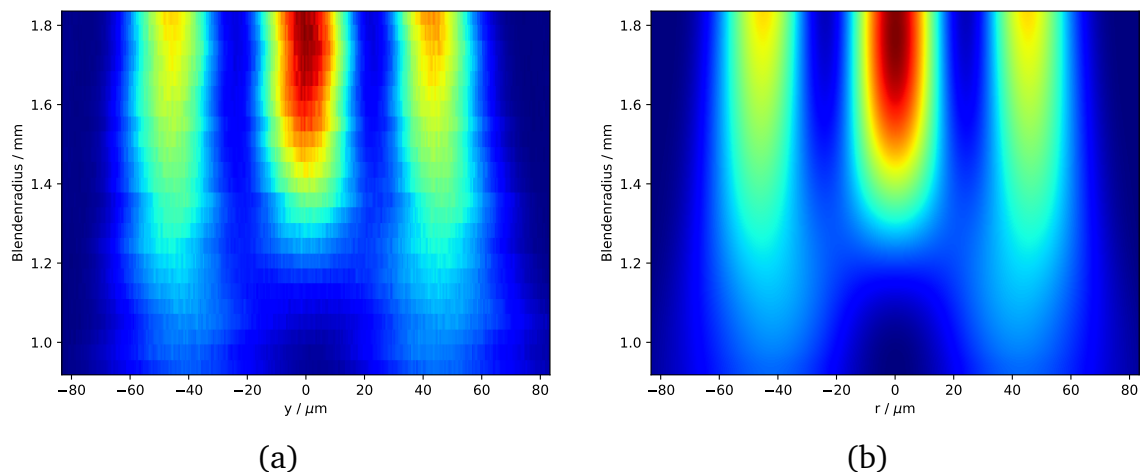




**Abbildung 5.6.:** Schnitt entlang der horizontalen bzw. vertikalen Richtung durch die Intensitätsverteilung der konischen Refraktion bei unterschiedlichen Blendengrößen und konstanter Leistungsstabilisierung von 1 V



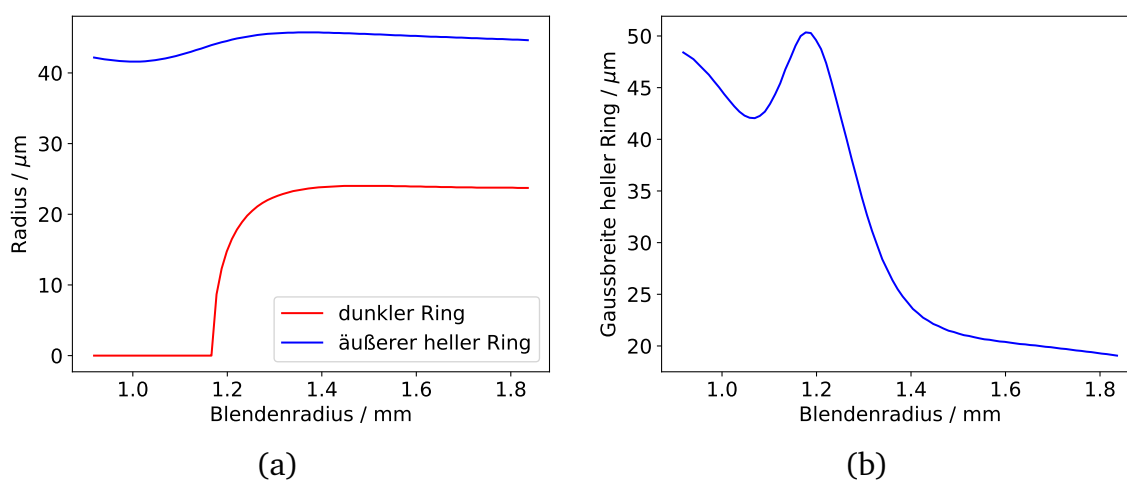
Mit Hilfe der CCD-Kamera werden nun die entstehenden Lichtstrukturen der konischen Refraktion aufgenommen. In den Abbildungen 5.6 ist ein Schnitt entlang der x bzw. y Achse durch das Zentrum der entstehenden Lichtstruktur für verschiedene Blendenrößen dargestellt. Ebenso ist eine Berechnung nach Gleichung 4.29 für die zuvor bestimmten Parameter eingezeichnet. Auf der y-Achse ist die ortsabhängige Intensität der konischen Refraktion eingezeichnet, wobei diese, im Vorgriff auf die spätere Anwendung als optische Dipolfallenstruktur, in eine Falltiefe nach Gleichung 2.19 umgerechnet wurde. Hierbei wurde angenommen, dass das Lichtfeld in Wechselwirkung mit  $^{87}\text{Rb}$ -Atomen tritt und eine Wellenlänge von 794 nm hat. Die Eingangsleistung des Lichtstrahls wurde konstant auf einem Stabilisierungswert von 1 V gehalten, was wiederum zu einer Verringerung der Leistung in Abhängigkeit des Blendenradius führt; bei kleinen Kreisblenden ist somit die Gesamtleistung geringer. Die resultierende Lichtleistung in der dargestellten Fokalebene der konischen Refraktion, welche ebenso der Eichkurve nach Abbildung 5.4 folgt, ist in den Abbildungen 5.6 vermerkt.



**Abbildung 5.7.:** Querschnitte durch die Intensitätsverteilung der konischen Refraktion in Abhängigkeit des Blendenradius bei konstanter optischer Eingangsleistung. (a) Experimentell bestimmte Werte, (b) berechnete Werte.

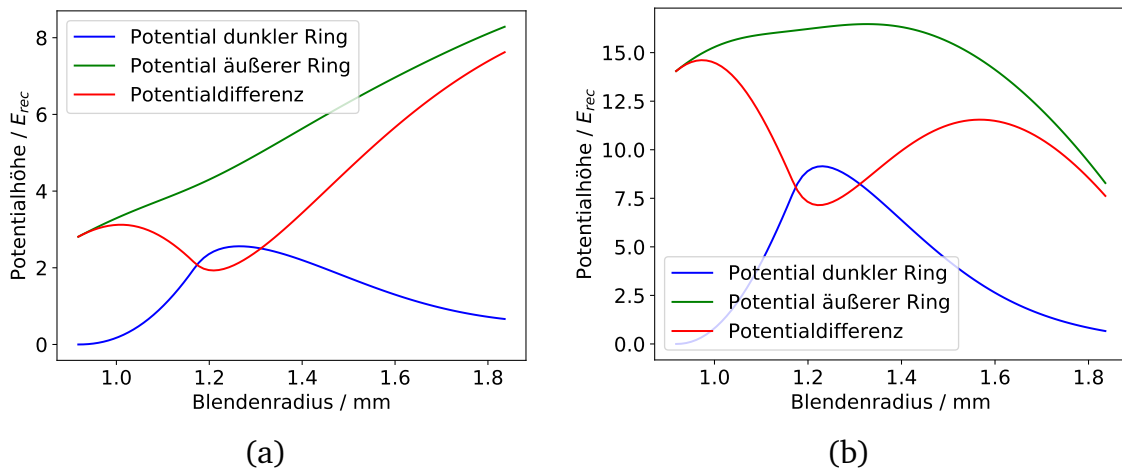
Ergänzend dazu zeigt Abbildung 5.7 die Schnitte in y-Richtung bzw. die berechneten Werte in radialer Richtung aufgetragen über den Blendenradius an der horizontalen Achse in zweidimensionaler Darstellung. An diesen beiden Abbildungen lässt sich erkennen, dass die theoretisch gemachten Vorhersagen sehr gut mit den gemessenen Werten übereinstimmen. Es konnte der Verlauf für unterschiedliche Blendenrößen qualitativ wiedergegeben werden. Mit dem Öffnen der Blende wird die Lichtstruktur von einer einzelnen Ringstruktur (Abb. 5.6(a)) mit Null Intensität im Zentrum, zu einer Ringstruktur mit zusätzlichem Intensitätsmaximum im Zentrum, welche von einer dunklen Ringstruktur mit nahezu Null Intensität (Abb.

5.6(f)) umgeben ist, verändert. Der Übergang zwischen diesen beiden qualitativ unterschiedlichen Ringgeometrien kann dabei, unter Kontrolle des Parameters der Blendengröße, beliebig schnell und stetig durchgeführt werden. In Abbildung 5.8(a) ist die Position des äußeren hellen Rings und die Position des zentralen dunklen Rings in Abhängigkeit von der Blendengröße angegeben. Man erkennt, dass die Position des äußeren hellen Rings sich nahezu kaum ändert und einen Radius von ca.  $43 \mu\text{m}$  hat. Der zentrale dunkle Bereich befindet sich für Blendengrößen bis  $1.15 \text{ mm}$  im Zentrum des hellen Rings, dann beginnt sich das zusätzliche Intensitätsmaximum auszubilden und der dunkle Ring entsteht und vergrößert sich stetig. Bis zu einem Blendenradius von ca.  $1.3 \text{ mm}$  dehnt sich dessen Radius auf  $23 \mu\text{m}$  aus und bleibt dann ebenso nahezu konstant. Weiter lässt sich erkennen, dass, aufgrund der erhöh-



**Abbildung 5.8.:** (a) radiale Position des äußeren Intensitätsmaximums (blau) und Position des zentralen Minimums (rot) aufgetragen über den Blendenradius, (b) angepasste Gaußbreite des äußeren Intensitätsmaximums aufgetragen über den Blendenradius

ten Gesamtleistung und der kleineren Breite der Intensitätsmaxima, mit steigendem Blendenradius die Intensität bzw. Potentialtiefe zunimmt. Eine Abschätzung für die Breite des hellen Ringes liefert Abbildung 5.8(b), wobei die Werte durch eine Gaußanpassung an die berechneten Lichtfelder gewonnen wurden. Man erkennt, dass die Breite des Rings von anfänglich  $45 \mu\text{m}$  auf  $20 \mu\text{m}$  abnimmt. Ein Vergleich mit den bestimmten effektiven Strahlradien  $w_{0,\text{eff}}$  unter Einfluss der Kreisblende zeigt, dass die Breite der Ringstruktur vom Strahlradius des Eingangsstrahls abhängt. Im Übergangsbereich bei einem Blendenradius von ca.  $1.2 \text{ mm}$  nimmt die Ringbreite sogar leicht zu, was vermutlich an der qualitativen Änderung der Verteilungsform der Intensität liegt. Die resultierenden Potentialhöhen für den äußeren hellen Ring, den inneren dunklen Bereich und die Differenz der beiden Größen, was wiederum einer Fallentiefe zugeordnet werden kann, sind in Abbildung 5.9(a) dargestellt. Vor allem im Anfangsbereich bzw. im Übergangsbereich, d.h. dort, wo sich das zusätzli-



**Abbildung 5.9.:** Intensität (umgerechnet in Potentialhöhe eines typischen optischen Dipolpotentials) des äußeren hellen Rings (grün), des zentralen dunklen Rings (blau) und der resultierenden Fallentiefe aus der Differenz der beiden Größen (rot). (a) für den Fall konstanter optischer Eingangsleistung bei einem Regelsignal von 1 V, (b) für den Fall einer Eingangsleistung von 5 V bei kleinster Blendengröße und linearer Leistungsreduktion auf 1 V bei größter Blendengröße

che zentrale Intensitätsmaximum ausbildet (siehe Abb. 5.6(c)), ist die Potentialdifferenz bzw. Fallentiefe besonders gering. Die aus den Gleichungen 4.29 gewonnenen theoretischen Beschreibungen sind somit in der Lage, die Ortsverteilung sowie die absoluten Werte der Intensitätsverteilung in sehr guter Übereinstimmung mit den experimentellen Werten wiederzugeben. So lassen sich im weiteren Verlauf die entsprechenden Parameter der erzeugten optischen Dipolfallengeometrien sehr genau bestimmen (siehe Abschnitt 6.3) und qualitativ beschreiben. Die hier gezeigten Abhängigkeiten wurden auf Basis der berechneten Intensitätswerte abgeleitet.

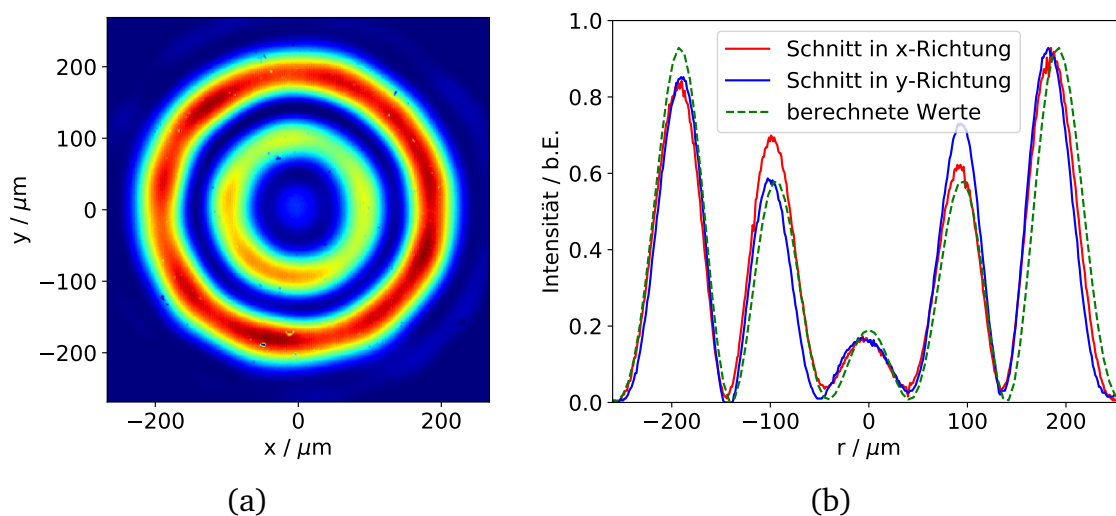
### Leistungsrampe

Ein Möglichkeit, die Potentialdifferenzen bei unterschiedlichen Blendenradien auszugleichen, besteht darin, die eingestrahlte optische Leistung mit Vergrößerung des Blendenradius zu verringern. Hierbei wurde die eingestrahlte Gesamtleistung bei der kleinsten Blendengröße um einen Faktor 5, in Relation zur größten Blendengröße, erhöht. Mit linearem Vergrößern des Blendenradius wurde die Gesamtleistung linear auf den Ausgangswert verringert. Der Verlauf der resultierenden Potentialhöhen über den Blendenradius ist in Abbildung 5.9(b) wiedergegeben. Man erkennt, wie die erhöhte Leistung bei kleinen Blendengrößen dazu führt, dass dort, sowie im Übergangsbereich der Lichtfeldgeometrieänderung, die Potentialhöhen deutlich erhöht und die Variation der Potentialhöhe über den kompletten Bereich der Änderung der Blendengröße verringert werden kann. Diese Überlegungen bilden die

Basis für die später angestellten Optimierungsversuche für die Transformation von Dipolpotentialen durch eine Öffnung der Blende in Abschnitt 6.3.

## 5.4 Erzeugung von Doppelring-Lichtfeldern

Mit Hilfe eines größeren KGW-Kristalls soll in diesem Abschnitt eine weitere Anwendungsmöglichkeit von Kreisblenden demonstriert werden. Wie aus Abschnitt 4.3 bekannt, ist es ebenso möglich, Intensitätsverteilungen aus mehreren konzentrischen Ringen zu erzeugen. Aus einer Kristalllänge von 9 mm ergibt sich in diesem Experiment ein fundamentaler Ringradius  $R_0 = 171.5 \mu\text{m}$ . Der Eingangstrahl hat einen Radius  $w' = 1.4 \text{ mm}$ , was zusammen mit einer fokussierenden Linse mit Brennweite 200 mm einen fokussierten Strahlradius von  $w_0 = 35.5 \mu\text{m}$  erzeugt. Daraus ergibt sich ein normierter Ringradius von  $\rho_0 = 4.8$ . Der gewählte Blendenradius der Kreisblende beträgt  $R_{\text{Blende}} = 1.2 \text{ mm}$ . Mit Hilfe dieser Parameter kann der erwartete Intensitätsverlauf berechnet werden und mit einer Kameraaufnahme der experimentellen Intensitätsverteilung, welche in Abbildung 5.10(a) zu sehen ist, verglichen werden. Die Schnitte in x und y-Richtung zusammen mit den berechneten Werten sind in Abbildung 5.10(b) dargestellt. Die berechneten Werte liefern auch hier ein Ergebnis,



**Abbildung 5.10.:** (a) Kameraaufnahme einer Doppelringstruktur durch konische Refraktion. (b) Schnitte entlang der x- und y-Achse zusammen mit den berechneten Werten. Parameter siehe im Text.

dass in sehr guter Übereinstimmung mit der gemessenen Intensitätsverteilung steht. Es konnte eine Intensitätsstruktur aus zwei konzentrischen Ringverteilungen erzeugt werden, wobei die Radien der Ringe ca. 100 und 200  $\mu\text{m}$  betragen. Die Intensität der inneren Ringverteilung beträgt ca. 60 bis 70 % der Intensität der äußeren Ringverteilung. An der eingestellten Blende wird ca. 77 % der Eingangsleistung transmittiert.

---

## 5.5 Einfluss von segmentierten Kreisblenden

---

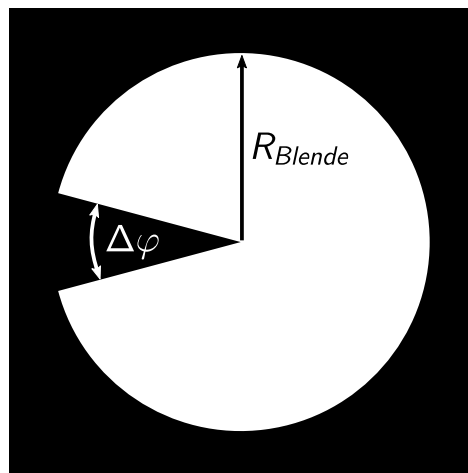
Wie im Abschnitt 4.4.1 vorgestellt, ist es möglich neuartige ringförmige Potentialgeometrien der konischen Refraktion zu erzeugen, indem der Eingangsstrahl nicht nur in radialer, sondern auch in azimuthaler Richtung eingeschränkt wird. Dabei wird mit Hilfe der Einschränkung in radialer Richtung die Form des Potentials, wie in Abschnitt 5.3 beschrieben, beeinflusst. Durch Wahl der azimuthalen Winkelbereiche der Blendengeometrie, kann die Breite und die Anzahl der entstehenden Strukturen beeinflusst werden. Im ersten Unterabschnitt wird der Einfluss der Blendengröße in azimuthaler Richtung auf das Lichtfeld der konischen Refraktion genauer untersucht. Im zweiten Unterabschnitt wird der Einfluss der Segmentanzahl auf das Lichtfeld vorgestellt. Bei den folgenden Betrachtungen wird davon ausgegangen, dass die erzeugte Lichtverteilung als attraktives Dipolpotential auf die Atome wirkt. Für die Berechnungen der Fallentiefen wird hierbei von einer Verstimmung von 1 nm ausgegangen. Die Leistung wird für alle betrachteten Fälle auf einen konstanten Wert vor der Blendenanordnung stabilisiert. Somit wird die Gesamtleistung am Ort der Lichtverteilung entsprechend der Blendengeometrie verringert.

---

### 5.5.1 Abhängigkeit von Segmentgröße

---

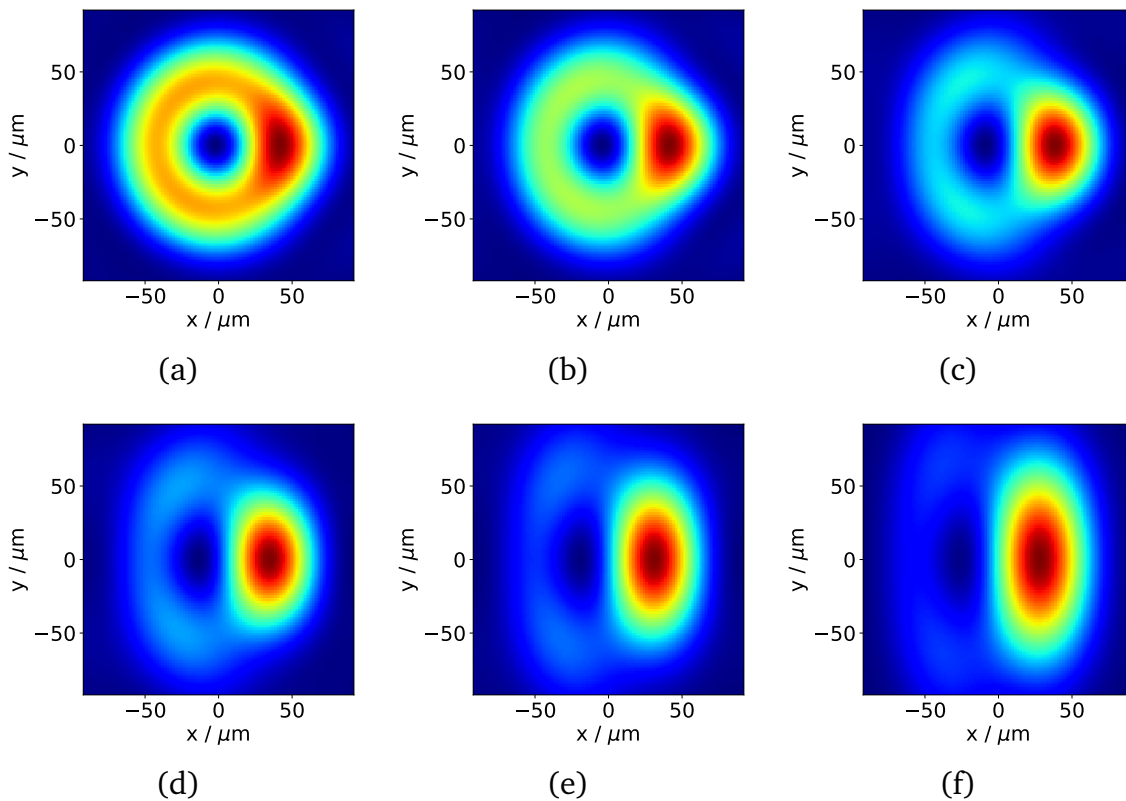
Um den Einfluss der Segmentgröße darzustellen, wird eine in Abbildung 5.11 skizzierte Blendengeometrie angenommen. Der Radius der Blende beträgt  $R_{\text{Blende}} = 0.92 \text{ mm}$ , um einen einzelnen hellen Ring zu erzeugen. In azimuthaler Richtung wird ein Winkelbereich mit variabler Größe  $\Delta\varphi$  eingeblendet. Die so erzeugten Intensi-



**Abbildung 5.11.:** Schematische Darstellung der segmentierten Kreisblende mit einem Blendensegment

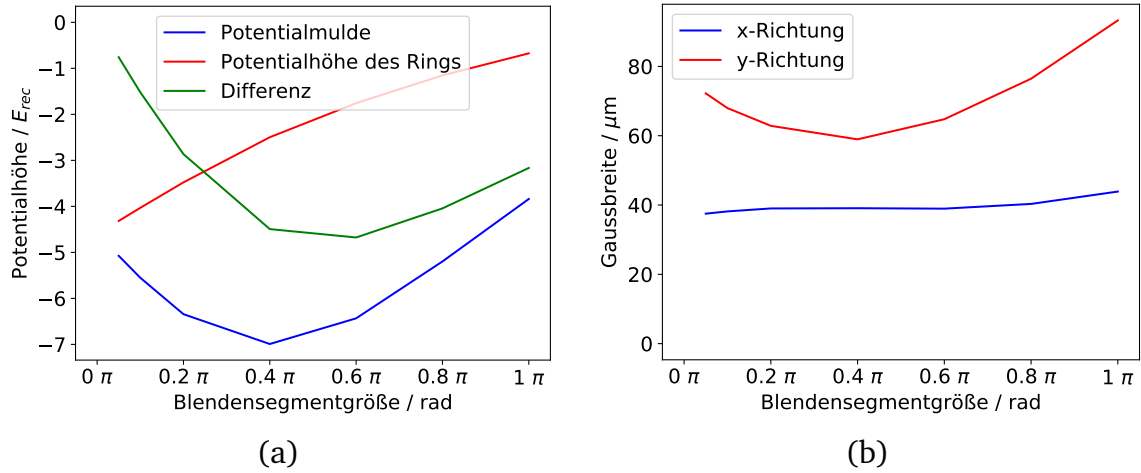
tätsverteilungen der konischen Refraktion sind in den Abbildungen 5.12 für Segmentgrößen von  $0.1 \times \pi$  bis  $1.0 \times \pi$  rad dargestellt. Zusätzlich zur ringförmigen Struktur der konischen Refraktion entsteht auf der gegenüberliegenden Seite des Blenden-

segments ein zusätzliches Intensitätsmaximum. Durch Wahl der Position des Blendensegments kann ebenso die Position des Intensitätsmaximums geändert werden. Mit zunehmender Segmentgröße wird der typische Ring der konischen Refraktion immer schwächer und ovaler, das Verhältnis der Lichtleistung im Ring zu Intensitätsmaximum nimmt ab. In Abbildung 5.13(a) sind die Intensitäten bzw. Potentialtie-



**Abbildung 5.12.:** Berechnete Intensitätsverteilung der konischen Refraktion mit unterschiedlich großen Blendensegmentgrößen  $\Delta\varphi$  in rad: (a)  $0.1 \times \pi$ , (b)  $0.2 \times \pi$ , (c)  $0.4 \times \pi$ , (d)  $0.6 \times \pi$ , (e)  $0.8 \times \pi$ , (f)  $1.0 \times \pi$

fen des Maximums, des Ringbereichs und deren Differenz über die Segmentgröße aufgetragen. Hierbei wird berücksichtigt, dass die Lichtleistung sich bei Vergrößern des Blendensegments entsprechend verringert. Die Potentialhöhe des Ringbereichs nimmt mit steigender Segmentgröße kontinuierlich ab, die Höhe der Potentialmulde bzw. der Differenz der beiden hat ein Maximum bei  $0.4 \times \pi$  bzw.  $0.6 \times \pi$  rad. Die Größe des Potentialmaximums ändert sich ebenso mit der Segmentgröße, eine Abschätzung durch eine Gaußanpassung ergibt die in Abbildung 5.13(b) dargestellten Werte. Die Gaußbreite in x-Richtung bleibt näherungsweise konstant bei ca.  $40 \mu\text{m}$ , die Breite in y-Richtung hat ein Minimum von  $60 \mu\text{m}$  bei einer Segmentbreite von  $0.4 \times \pi$  rad.



**Abbildung 5.13.:** (a) Potentialhöhen des Ringbereichs, Potentialmulde und die Differenz der Beiden und (b) Gaußbreiten in x und y-Richtung aus einer angepassten Gaußfunktion aufgetragen über die Segmentgröße der Blende

### 5.5.2 Auswertung der Lichtfelder durch segmentierte Blenden

Im folgenden Abschnitt wird das Verhalten der konischen Refraktion unter dem Einfluss von Segmentblenden mit unterschiedlicher Segmentanzahl untersucht. Es werden jeweils Segmentabschnitte mit einer azimuthalen Breite von  $0.2 \times \pi$  rad verwendet. Der Blendenradius beträgt  $R_{\text{Blende}} = 1.84$  mm bzw.  $0.92$  mm. Für jede Blendenkonfiguration wird sowohl eine CCD-Kameraaufnahme und eine Berechnung mit den entsprechenden Parametern vorgestellt und ausgewertet. Um die Intensitätsverteilungen auszuwerten, wird eine Transformation in Polarkoordinaten durchgeführt und für jeden azimuthalen Winkel die Intensitätsverteilung über den Radius aufgetragen. An diese Verteilung wird eine quadratische Funktion der Form

$$I(r) = \frac{1}{2} m_{\text{Atom}} \omega^2 (r - r_0)^2 + I_0 \quad (5.2)$$

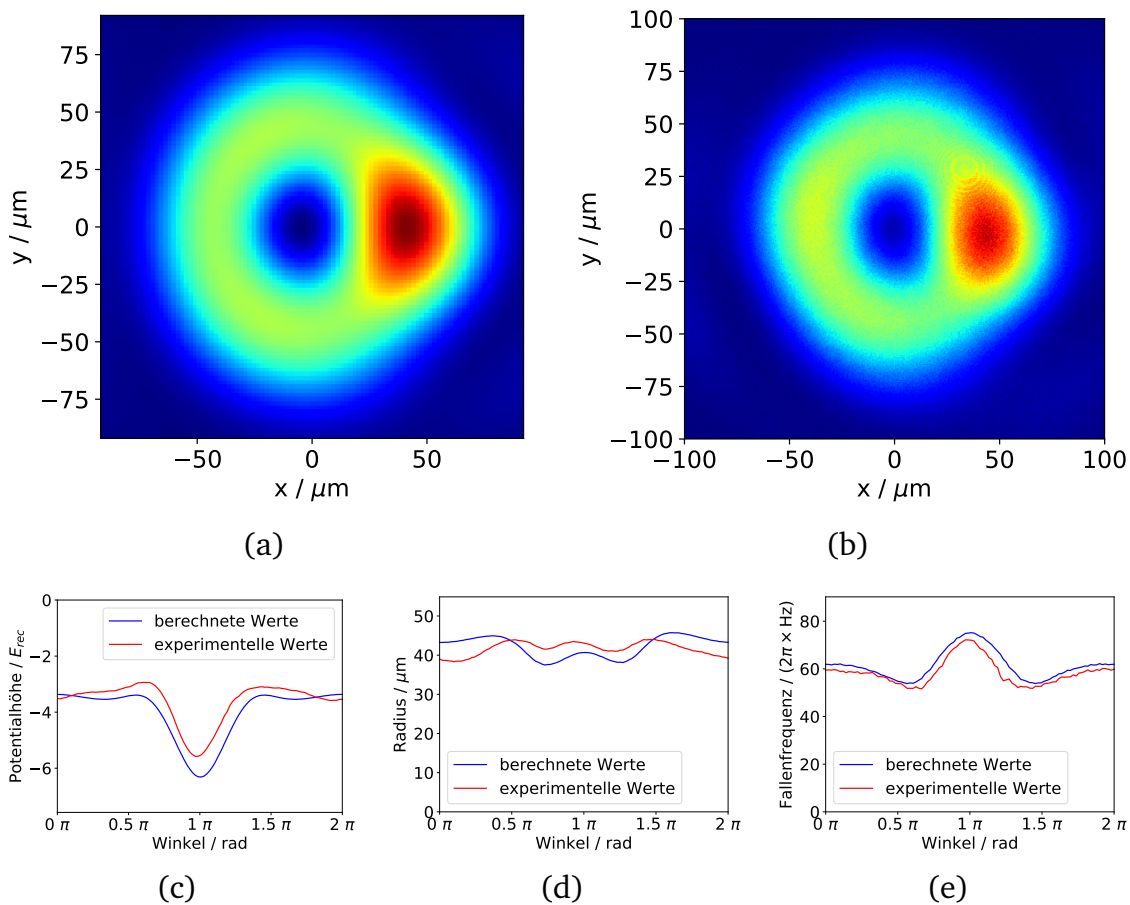
angepasst, um daraus die maximale Intensität  $I_0$  bzw. die entsprechende Potentialhöhe, den Abstand  $r_0$  des Maximums vom Zentrum, sowie die Fallenfrequenz  $\omega$  abzuschätzen. Aus der minimalen und maximalen Potentialhöhe im Ring wird ebenso die Modulationstiefe

$$\left| \frac{U_{\text{min}} - U_{\text{max}}}{U_{\text{min}}} \right| \quad (5.3)$$

errechnet. Die Potentialwerte werden in Einheiten der Rückstoßenergie, d.h. der Energie, die bei einem Photonenstreuprozess auf ein Atom übertragen wird, angegeben. Diese beträgt im Fall der D2-Resonanz von  $^{87}\text{Rb}$   $E_{\text{rec}} = \hbar \omega_{\text{rec}} = h \cdot 3.771$  kHz.



## Ein Blendensegment



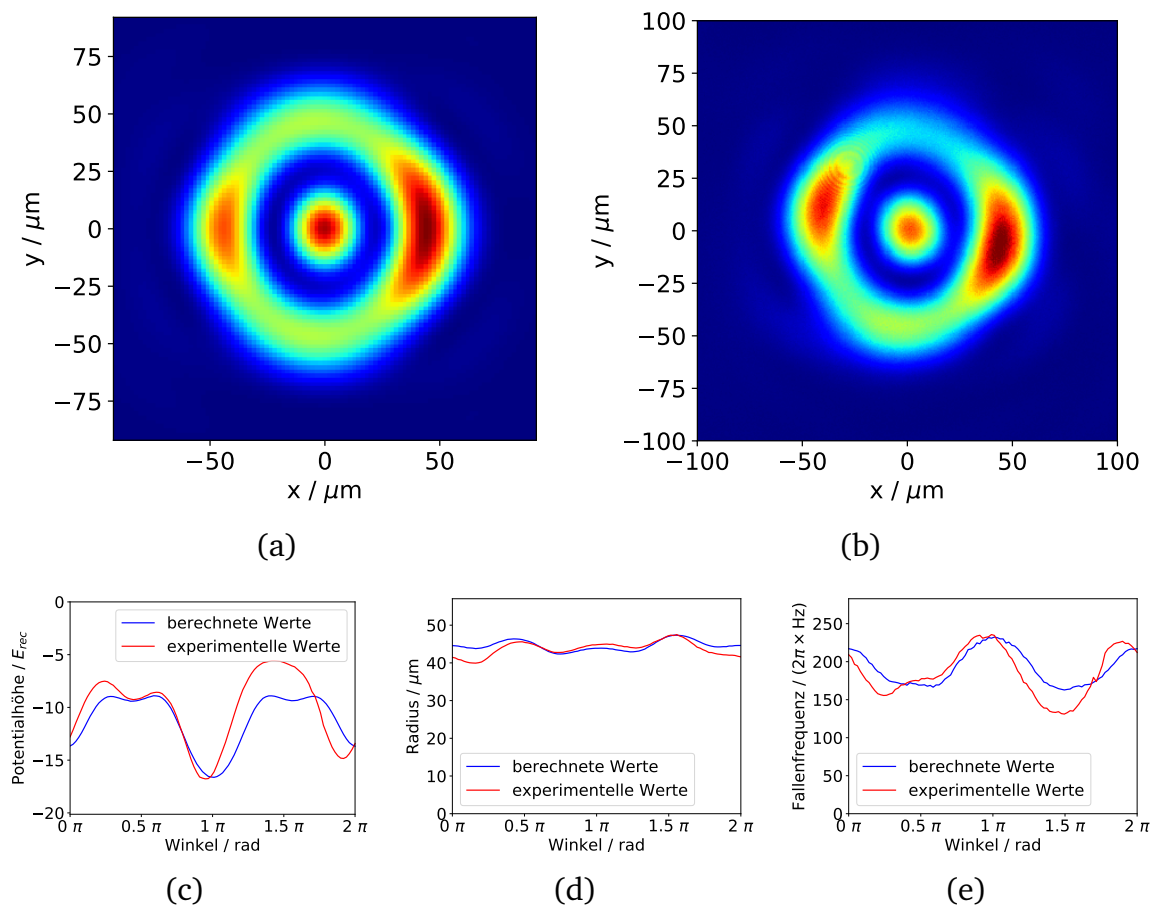
**Abbildung 5.14.:** Einfluss auf Intensitätsverteilung der konischen Refraktion durch eine Kreisblende mit einem Segment und einem Radius von 0.92 mm: (a) berechnete Intensitätsverteilung, (b) Kameraaufnahme der Intensitätsverteilung, (c) Lichtintensität bzw. Potentialhöhe der Verteilung, (d) radialer Abstand des Intensitätsmaximum vom Zentrum, (e) Fallenfrequenz

Durch Einstrahlen einer segmentierten Blende mit einem Segment und einem Radius von 0.92 mm erhält man eine Intensitätsverteilung der konischen Refraktion, die zusätzlich zur Ringverteilung ein zusätzliches Intensitätsmaximum enthält, siehe Abschnitt 5.5.1. In den Abbildungen 5.14 ist sowohl die Berechnung des Lichtfeldes (Abb. 5.14(a)) als auch die Kameraaufnahme zu sehen (Abb. 5.14(b)). In den Abbildungen 5.14(c) bis 5.14(e) sind die erwähnten Auswertungen dargestellt. Hierbei beginnt die Winkelvariable auf der x-Achse bei der „9 Uhr-Stellung“ und läuft dann gegen den Uhrzeigersinn bis zu ihrem Startwert weiter. Man erkennt, dass die berechneten Werte eine sehr gute Übereinstimmung mit den gemessenen Daten aus der Kameraaufnahme zeigen. Eine angepasste Gaußfunktion an das Intensitätsmaximum ergibt eine Breite in x-Richtung von  $39.4 \mu\text{m}$  und eine Breite von  $62.3 \mu\text{m}$  in



y-Richtung. Das Minimum des Potentials beträgt  $-6.3E_{\text{rec}}$ , das Maximum liegt bei  $-3.4E_{\text{rec}}$ . Daraus ergibt sich eine Tiefe der aufgeprägten Modulation von 0.47. Die Lichtleistung, nach Passieren der Blendegeometrie beträgt 0.92 mW.

Wählt man eine Blendengröße von 1.84 mm, so entsteht, wie man in Abbildung 5.15 erkennt, zusätzlich das charakteristische Intensitätsmaximum im Zentrum der Ringstruktur. Auf der Ringstruktur entsteht auch hier, auf der dem Blendensegment

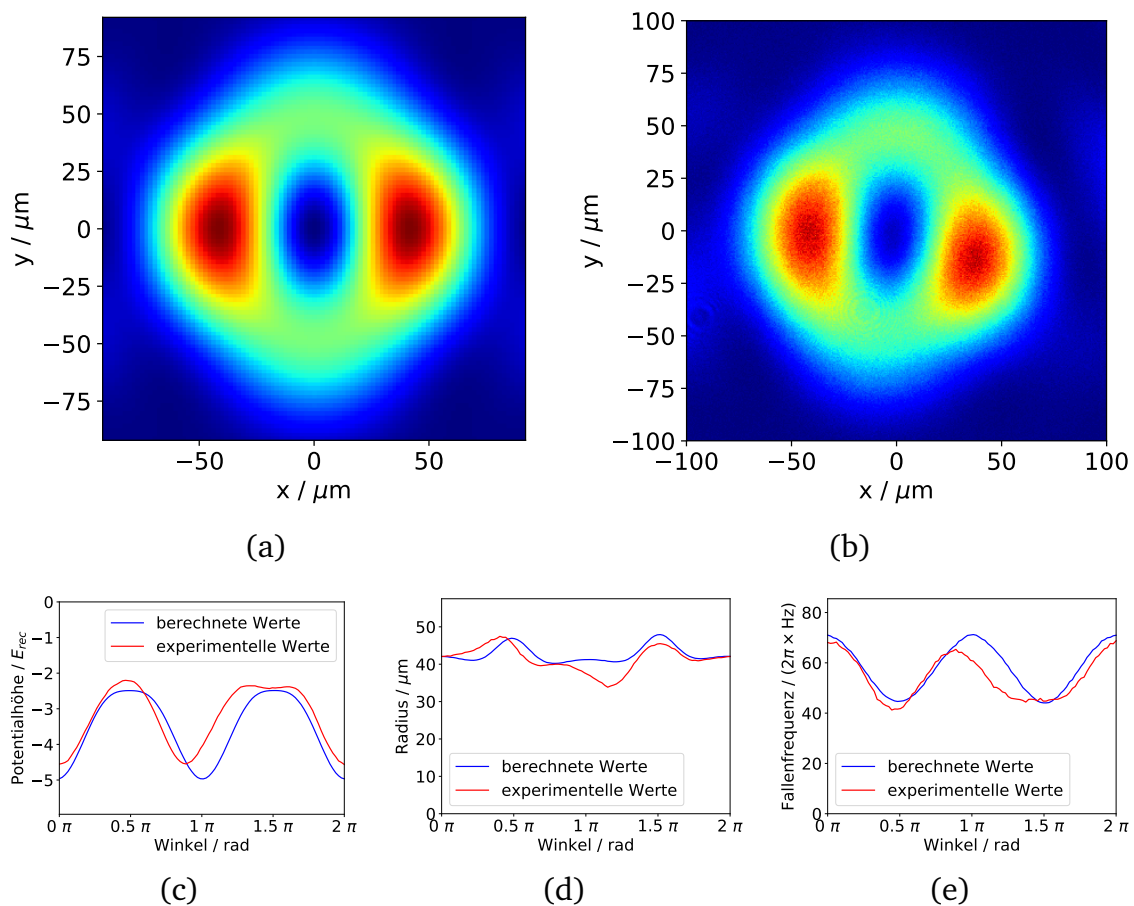


**Abbildung 5.15.:** Einfluss auf Intensitätsverteilung der konischen Refraktion durch eine Kreisblende mit einem Segment und einem Radius von 1.84 mm: (a) berechnete Intensitätsverteilung, (b) Kameraaufnahme der Intensitätsverteilung, (c) Lichtintensität bzw. Potentialhöhe der Verteilung, (d) radialer Abstand des Intensitätsmaximums vom Zentrum, (e) Fallenfrequenz

gegenüberliegenden Seite, ein Intensitätsmaximum. Jedoch erscheint, im Gegensatz zur Konfiguration des Einzelrings, auf der dem Maximum entgegen gesetzten Seite ein zusätzliches abgeschwächtes Intensitätsmaximum. Dieses Verhalten lässt sich sowohl in den Berechnungen als auch den experimentellen Daten erkennen. Die Breiten des ausgeprägten Maximums betragen in diesem Fall  $21.6\ \mu\text{m}$  in x-Richtung und  $50.2\ \mu\text{m}$  in y-Richtung. Da die Breite in radialer Richtung der Ringverteilung mit der

Breite des Eingangsstrahls verknüpft ist, erklärt dies die unterschiedlichen Breiten der Anpassungen von kleiner und großer Blendenöffnung. Die Breite in x-Richtung entspricht den effektiven Strahlradien  $w_{0,eff}$ , die in Abschnitt 5.3 abgeschätzt wurden. Die Modulationstiefe beträgt bei dieser Konfiguration 0.47, was sich aus einer minimalen Potentialtiefe von  $-16.6 E_{rec}$  und einer maximalen Potential von  $-8.9 E_{rec}$  ergibt. Die Gesamtleistung im Lichtfeld beträgt 1.60 mW. Die errechneten Potentialwerte sind, zum einen durch die kleinere Strukturbreite, zum anderen durch die erhöhte Lichtleistung der größeren Kreisblende, im Vergleich zur Einzelringverteilung erhöht.

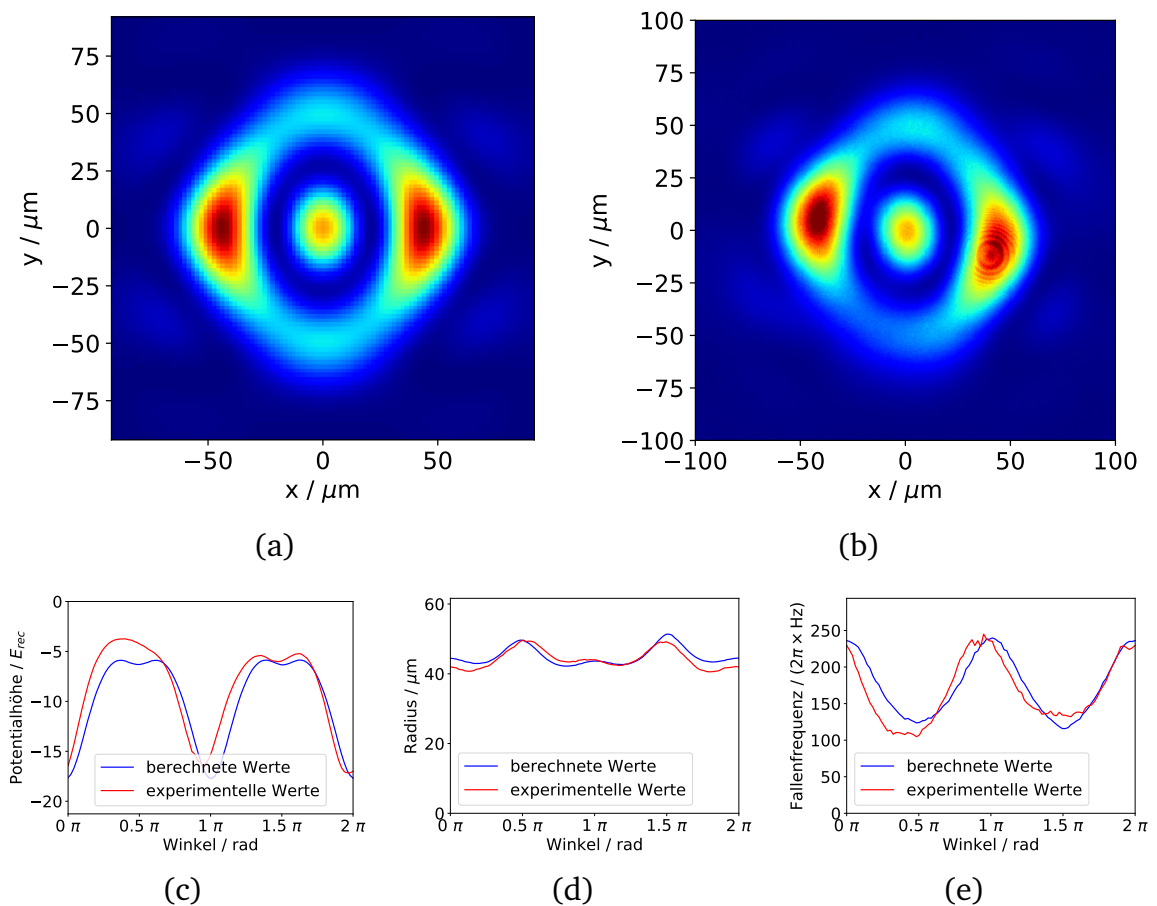
## Zwei Blendensegmente



**Abbildung 5.16.:** Einfluss auf Intensitätsverteilung der konischen Refraktion durch eine Kreisblende mit zwei Segmenten und einem Radius von 0.92 mm: (a) berechnete Intensitätsverteilung, (b) Kameraaufnahme der Intensitätsverteilung, (c) Lichtintensität bzw. Potentialhöhe der Verteilung, (d) radialer Abstand des Intensitätsmaximum vom Zentrum, (e) Fallenfrequenz

Werden nun zwei, auf entgegen gesetzten Seiten positionierte Blendensegmente eingefügt, so erkennt man, dass in der Intensitätsverteilung der konischen Refraktion ebenso zwei Intensitätsmaxima ausgebildet werden. Wählt man eine Blende um die Einzelringgeometrie, wie in Abbildung 5.16, beobachten zu können, erkennt man zwei Intensitätsmaxima gleicher Form mit Breiten von  $36.7 \mu\text{m}$  in x-Richtung und  $64.8 \mu\text{m}$  in y-Richtung. Aus der minimalen und maximalen Potentialhöhe von  $-5.0 E_{\text{rec}}$  und  $-2.5 E_{\text{rec}}$  ergibt sich eine Modulationstiefe von 0.50. Die Lichtleistung beträgt in diesem Fall  $0.82 \text{ mW}$ .

Wählt man eine Blende mit Radius  $1.84 \text{ mm}$ , so ergibt sich eine Intensitätsverteilung, wie sie in Abbildung 5.17 zu sehen ist. Die beiden gegenüberliegenden In-

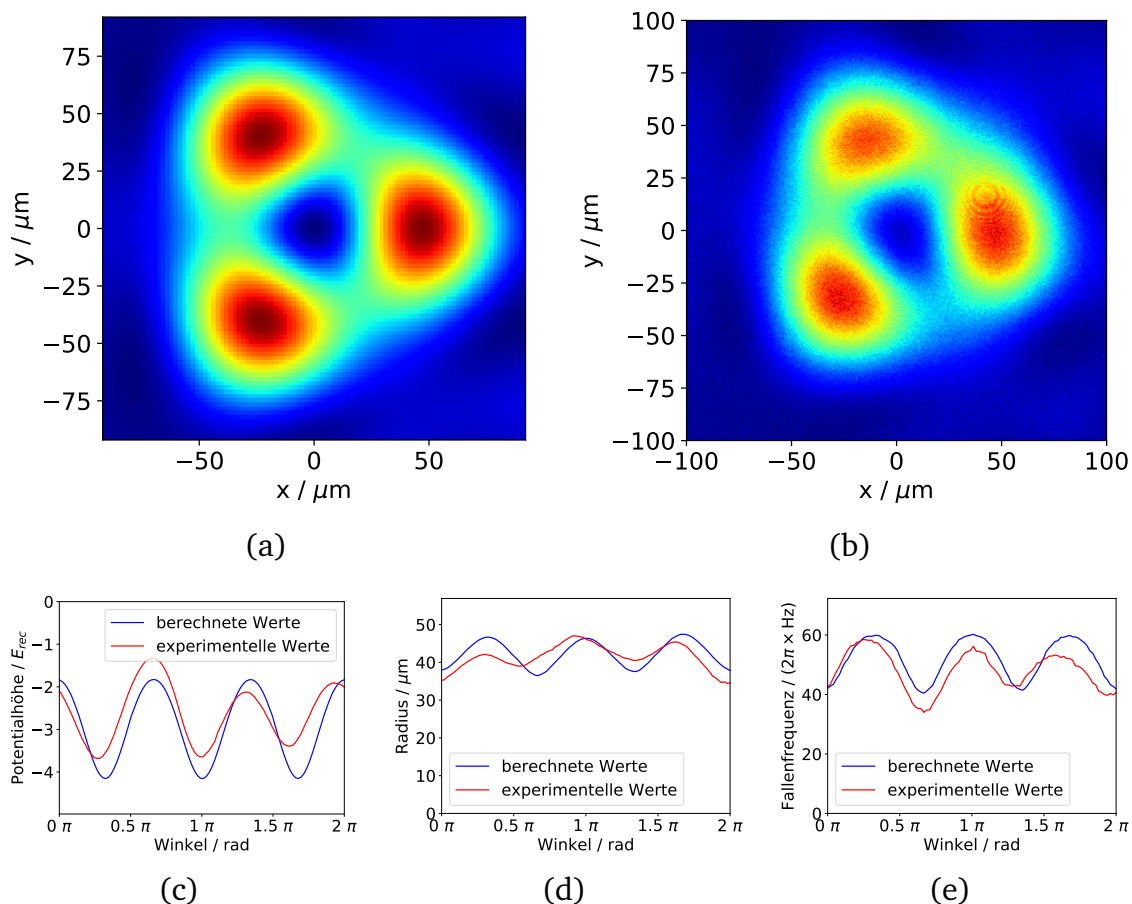


**Abbildung 5.17.:** Einfluss auf Intensitätsverteilung der konischen Refraktion durch eine Kreisblende mit zwei Segmenten und einem Radius von  $1.84 \text{ mm}$ : (a) berechnete Intensitätsverteilung, (b) Kameraaufnahme der Intensitätsverteilung, (c) Lichtintensität bzw. Potentialhöhe der Verteilung, (d) radialer Abstand des Intensitätsmaximum vom Zentrum, (e) Fallenfrequenz

tensitätsmaxima im Ringbereich sind klar zu erkennen und haben eine Breite von  $20.8 \mu\text{m}$  in x-Richtung und  $40.4 \mu\text{m}$  in y-Richtung. Ebenso erkennt man das charak-

teristische zentrale Intensitätsmaximum. Die Gesamtleistung ergibt einen Wert von 1.42 mW, wodurch sich Potentialhöhen von  $-17.7E_{\text{rec}}$  und  $-5.9E_{\text{rec}}$  im Minimum bzw. Maximum ergeben. Die Modulationstiefe beträgt somit 0.67.

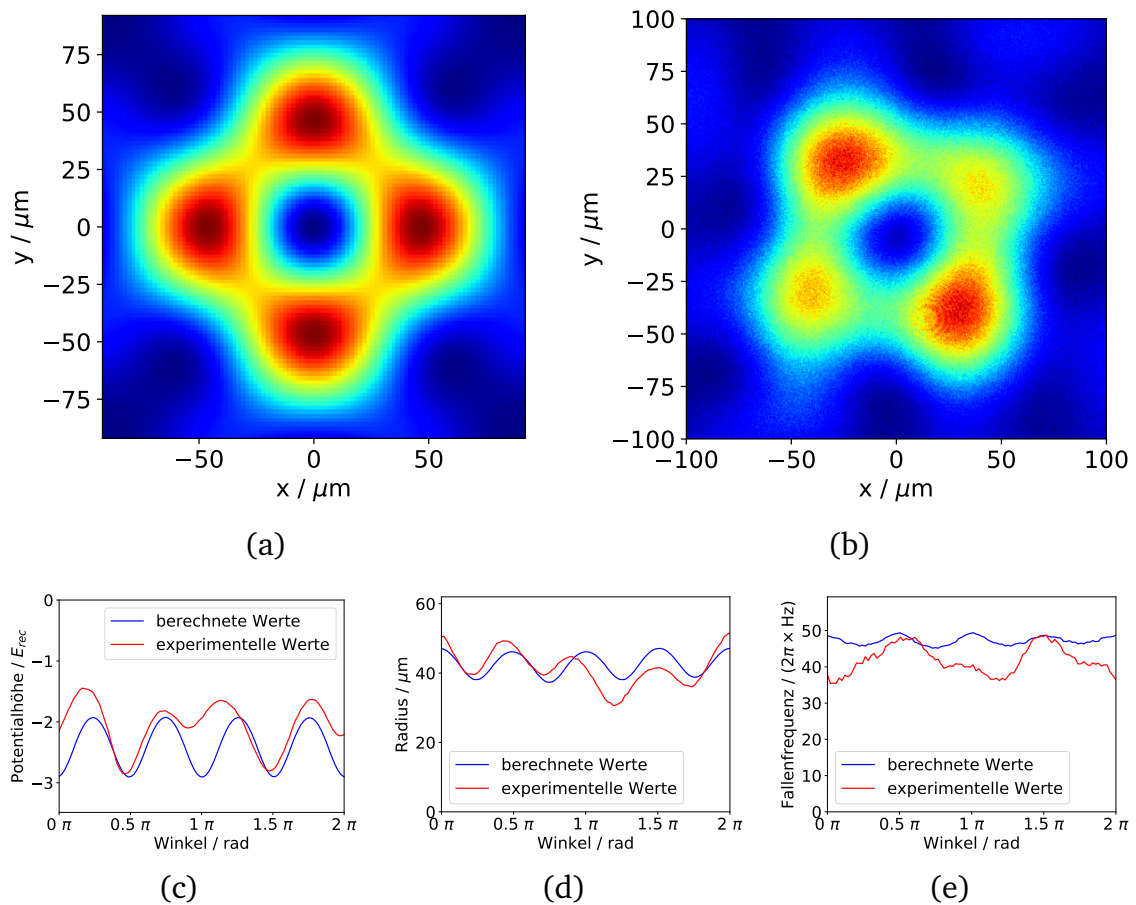
### Drei Blendensegmente



**Abbildung 5.18.:** Einfluss auf Intensitätsverteilung der konischen Refraktion durch eine Kreisblende mit drei Segmenten und einem Radius von 0.92 mm: (a) berechnete Intensitätsverteilung, (b) Kameraaufnahme der Intensitätsverteilung, (c) Lichtintensität bzw. Potentialhöhe der Verteilung, (d) radialer Abstand des Intensitätsmaximum vom Zentrum, (e) Fallenfrequenz

In Abbildung 5.18 ist die Intensitätsverteilung einer Blende aus drei Blendensegmenten dargestellt. Die Segmente sind symmetrisch in Abständen von  $120^\circ$  auf der Blende angeordnet. Die Maxima haben eine Breite von  $41.2 \mu\text{m}$  in  $x$ -Richtung und  $51.6 \mu\text{m}$  in  $y$ -Richtung. Die Leistung der Intensitätsverteilung beträgt 0.72 mW. Aus den Potentialhöhen ergibt sich eine Modulation des Potentials von 0.56, wobei hier  $-4.2E_{\text{rec}}$  und  $-1.8E_{\text{rec}}$  als minimaler und maximaler Wert des Potentials bestimmt werden konnten.

## Vier Blendensegmente

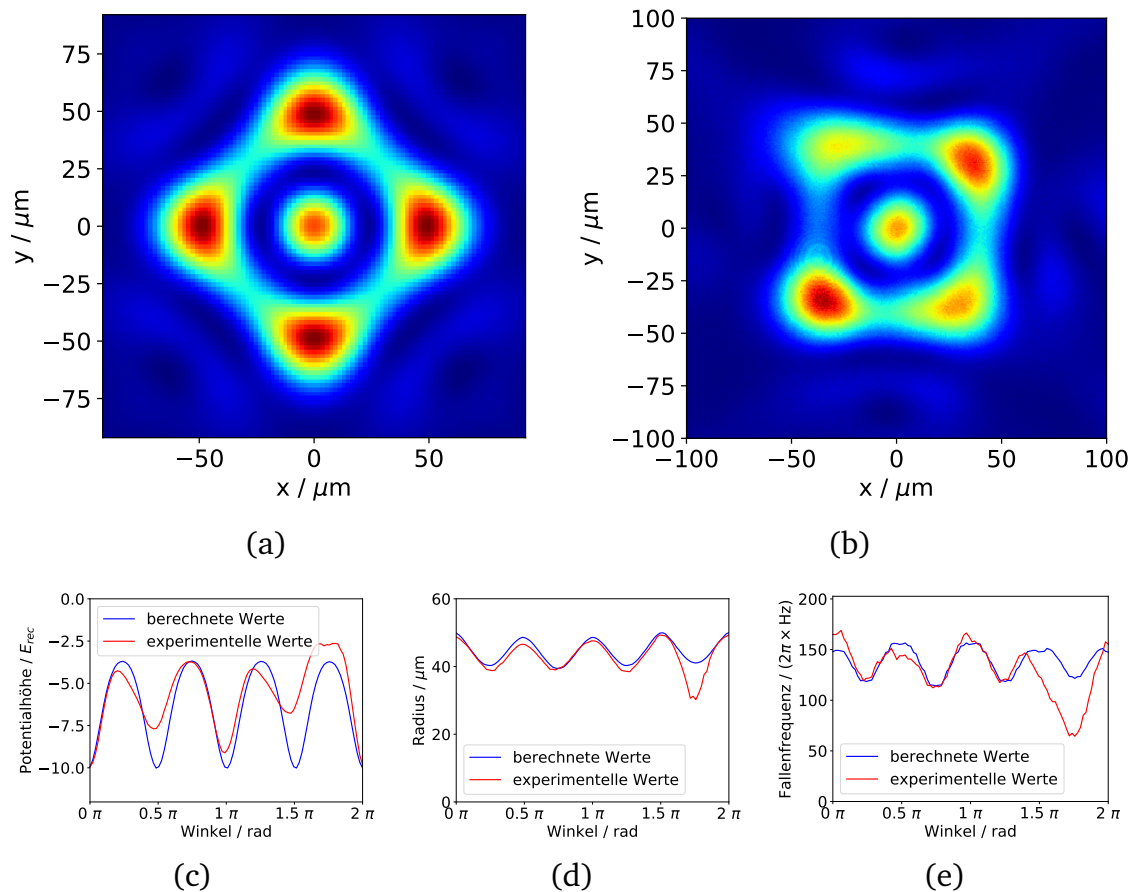


**Abbildung 5.19.:** Einfluss auf Intensitätsverteilung der konischen Refraktion durch eine Kreisblende mit vier Segmenten und einem Radius von  $0.92 \text{ mm}$ : (a) berechnete Intensitätsverteilung, (b) Kameraaufnahme der Intensitätsverteilung, (c) Lichtintensität bzw. Potentialhöhe der Verteilung, (d) radialer Abstand des Intensitätsmaximums vom Zentrum, (e) Fallenfrequenz

In [Abbildung 5.19](#) ist die Intensitätsverteilung der konischen Refraktion aus einer Blende mit vier symmetrisch angeordneten Blendensegmenten gezeigt. Für die Auswertung wurden die Daten der Kameraaufnahme um  $45^\circ$  gegen den Uhrzeigersinn gedreht, um sie mit den berechneten Werten vergleichen zu können. Die Auswertung der Breiten ergibt Werte von  $41.8 \mu\text{m}$  in x-Richtung und  $52.8 \mu\text{m}$  in y-Richtung. Die Lichtleistung, abgeschwächt durch die weiteren Blendensegmente, beträgt nur noch  $0.61 \text{ mW}$ . Betrachtet man die Potentialwerte von  $-2.9 E_{\text{rec}}$  und  $-1.9 E_{\text{rec}}$ , so ergibt sich daraus eine Modulation von  $0.34$ , die auf das Potential aufgeprägt wird.

In [Abbildung 5.20](#) wird der Einsatz der großen Segmentblende mit vier Segmentteilen demonstriert. Man erhält eine Breite in x-Richtung von  $23.8 \mu\text{m}$  und  $29.4 \mu\text{m}$  in y-Richtung. Betrachtet man die Kameraaufnahmen der Intensitätsverteilung

lungen der Blenden mit vier Segmentstücken, so ist die fundamentale Struktur der vier Intensitätsmaxima noch gut zu erkennen, der direkte Vergleich mit den berechneten Verteilungen zeigt aber eindeutige Abweichungen. Die Modulationtiefe beträgt 0.63, was sich aus einer Potentialhöhe von  $-10.0 E_{\text{rec}}$  im Minimum und  $-3.7 E_{\text{rec}}$  im Maximum berechnet. Die gesamte Lichtleistung beträgt hierbei 1.07 mW.



**Abbildung 5.20.:** Einfluss auf Intensitätsverteilung der konischen Refraktion durch eine Kreisblende mit vier Segmenten und einem Radius von 1.82 mm: (a) berechnete Intensitätsverteilung, (b) Kameraaufnahme der Intensitätsverteilung, (c) Lichtintensität bzw. Potentialhöhe der Verteilung, (d) radialer Abstand des Intensitätsmaximum vom Zentrum, (e) Fallenfrequenz

### 5.5.3 Ergebnisse der Betrachtung segmentierter Kreisblenden

Aus den vergleichenden Darstellung der aufgenommenen Intensitätsverteilung der konischen Refraktion und der berechneten Lichtverteilung lässt sich zeigen, dass es möglich ist eine Intensitätsmodulation auf das Lichtfeld aufzuprägen. Diese Modulation lässt sich experimentell bis zu einer Segmentzahl von vier eindeutig beobachten,



die Berechnungen der Lichtfelder sind in sehr guter Übereinstimmung mit den gemessenen Lichtverteilungen.

Wird eine kleine Blendengeometrie mit einem Radius von 0.92 mm und einer Segmentbreite  $0.2 \times \pi$  rad verwendet, so lassen sich Einzelringverteilungen mit Intensitätsmaxima entsprechend der Segmentanzahl beobachten. Die Parameter der Auswertung sind in Tabelle 5.1 zusammengefasst. Bis zu einer Segmentanzahl von

Segmentanzahl	Gaußbreite / $\mu\text{m}$		Potentialtiefe / $E_{\text{rec}}$			Lichtleistung nach Blende / mW
	x / $\mu\text{m}$	y / $\mu\text{m}$	Min	Max	Modulation	
1	39.4	62.3	-6.3	-3.4	0.47	0.92
2	36.7	64.8	-5.0	-2.5	0.50	0.82
3	41.2	51.6	-4.2	-1.8	0.56	0.72
4	41.8	52.8	-2.9	-1.9	0.34	0.61

**Tabelle 5.1.:** Übersicht der Parameter der durch Keilblenden modulierten Intensitätsverteilung der konischen Refraktion. Der Radius der Blende beträgt 0.92 mm.

drei spiegelt die berechnete Lichtverteilung die gemessene Verteilungen sehr gut wieder. Die Berechnung kann somit in guter Näherung in eine Parameterbestimmung weiterer Experimente, beispielsweise für den Einsatz als Dipolpotentialgeometrie für kalte Atome, einfließen. Ab einer Segmentanzahl von vier sind Abweichungen der experimentellen Aufnahmen von den berechneten Verteilungen zu erkennen. Durch die zusätzliche Absorption der verwendeten Blendengeometrien sinkt die Lichtleistung mit steigender Segmentanzahl. Mit steigender Segmentanzahl nimmt zu Beginn die Modulation der Lichtverteilung zu, ab vier Segmenten können jedoch die einzelnen Intensitätsmaxima zunehmend nicht mehr von einander getrennt werden und die Modulation nimmt wieder ab.

Die Parameter für eine segmentierte Blende mit einem Radius von 1.84 mm sind in Tabelle 5.2 zusammengestellt. Die Intensitätsverteilung zeigt das charakteristische zusätzliche Intensitätsmaximum im Zentrum, die Ringstruktur ist im Vergleich zur Einzelringverteilung schmaler. Die Lichtleistung ist aufgrund des größeren Durchmessers insgesamt größer und nimmt ebenso mit steigender Segmentanzahl ab. Aufgrund der höheren Leistung und der kleineren Strukturbreite sind die absoluten Intensitäten bzw. Potentialhöhen im Vergleich zur Einzelringverteilung größer. Bei einer Blende mit einem Segment zeigt sich, dass die Lichtverteilung nicht nur ein Intensitätsmaximum aufweist, so wie es im Fall der Einzelringverteilung der Fall war, sondern ein zusätzliches Maximum auf der im Ring gegenüberliegenden Seite entsteht. Dieses Verhalten ist jedoch nur bei ungerader Segmentanzahl zu beobachten. Die Modulationstiefe ist im Vergleich zur Einzelringanordnung zwar erhöht, jedoch sind die Abweichungen der experimentell aufgenommenen Lichtfelder von den berechneten Lichtverteilungen stärker; die Justage des experimentellen Aufbaus ist im Fall der großen Blende, im Vergleich zum Einsatz einer kleinen Blende, insgesamt anspruchsvoller und anfälliger für Fehljustage.

Segment- anzahl	Gaußbreite / $\mu\text{m}$		Potentialtiefe / $E_{\text{rec}}$			Lichtleistung nach Blende / mW
	x / $\mu\text{m}$	y / $\mu\text{m}$	Min	Max	Modulation	
1	21.6	50.2	-16.6	-8.9	0.47	1.60
2	20.8	40.4	-17.7	-5.9	0.67	1.42
4	23.8	29.4	-10.0	-3.7	0.63	1.07

**Tabelle 5.2.:** Übersicht der Parameter der durch Keilblenden modulierten Intensitätsverteilung der konischen Refraktion. Der Radius der Blende beträgt 1.84 mm.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass bis zu einer Segmentanzahl von vier Blendensegmenten die Erzeugung von eindeutigen Intensitätsmodulationen der Ringverteilung der konischen Refraktion erfolgreich war und die experimentell gemessenen Intensitätsverteilungen sehr gut mit den berechneten Werten übereinstimmen. Die gemessenen Breiten der Intensitätsmaxima sind in den Tabellen 5.1 und 5.2 für eine kleine bzw. große Keilblende abschließend zusammengefasst. Bei experimentellen Untersuchungen von Segmentblenden mit höherer Anzahl zeigte sich, dass die aufgeprägten Intensitätsmodulationen abgeschwächt werden und nicht mehr beobachtet werden können.



---

## 6 Bose-Einstein-Kondensate in Dipolpotentialen basierend auf konischer Refraktion

Mit Hilfe der in den zwei vorherigen Kapiteln theoretisch und experimentell untersuchten Lichtfelder der konischen Refraktion, welche durch unterschiedliche Blendegeometrien variiert werden können, sollen im folgenden Abschnitt Experimente mit Bose-Einstein-Kondensaten in ringförmigen Potentialgeometrien durchgeführt werden. Im ersten Abschnitt 6.1 wird ein Überblick über die möglichen Anwendungen solcher Systeme gegeben, sowie Möglichkeiten der experimentellen Umsetzung vorgestellt. Anschließend wird in Abschnitt 6.2 der in dieser Arbeit verwendete Aufbau für die Untersuchung der Lichtfeldstrukturen als dynamisch variable Dipolpotentialgeometrien vorgestellt. Mit Hilfe der DMD-Einheit wird in Abschnitt 6.3 das dynamische Umformen der Potentialgeometrie und des darin eingeschlossenen Kondensats, von einer einfach zusammenhängenden harmonischen zu einer mehrfach zusammenhängenden ringförmigen Geometrie, vorgestellt und untersucht. In Abschnitt 6.4 wird untersucht, ob Lichtfelder der konischen Refraktion, welche durch Keilblenden auf der DMD-Einheit erzeugt werden, dazu genutzt werden können, um kondensierte Atomensembles in Rotation zu versetzen.

Die gezeigten atomaren Dichteverteilungen werden mit Hilfe einer Falschfarbendarstellung wiedergegeben. Der hierbei verwendete Farbverlauf ist in Anhang A erläutert. Der Maximalwert der Farbskala wird auf die maximal bestimmte Atomzahl normiert.

---

### 6.1 Bose-Einstein-Kondensate in ringförmigen Wellenleitern

---

Das Kombinieren von Quantenobjekten wie Bose-Einstein-Kondensaten und diverser Potentialgeometrien hat in den vergangenen Jahren zur Entwicklung unterschiedlichster Forschungsgegenstände geführt. Durch die Wahl der einschließenden Potentialformen können die Eigenschaften dieser makroskopischen Quantenobjekte gezielt verändert und ausgenutzt werden. So kann etwa durch starken Einschluss in ein bis zwei räumlichen Dimensionen die Dynamik der Quantenobjekte auf die verbleibenden Raumdimensionen beschränkt werden. In solchen Systemen konnten beispielsweise die hierfür charakteristischen Quantenphasenübergänge zum Mott-Isolator [115], der Berezinskii-Kosterlitz-Thouless-Übergang in zwei dimensional Systemen [116] oder der Übergang zum Tonks-Girardeau Gas in ein dimensional Systemen [117] beobachtet werden.

Besonderes Interesse besteht in der Realisation von ringförmigen Potentialgeometrien, welche ein ideales (quasi) eindimensionales System mit periodischen Randbedingungen darstellt. Solche Ringpotentiale lassen sich beispielsweise mit Hilfe von statischen Magnetfeldkonfigurationen [118], durch Radiofrequenz gekoppelte Magnetfallen [119, 120] oder durch zeitlich gemittelte Magnetfeldpotentiale [121, 122] erzeugen.

Ebenso lässt sich durch Ausnutzen der Dipolwechselwirkung von polarisierbaren neutralen Atomen mit externen Lichtfeldern, siehe Abschnitt 2.2, eine Potentialstruktur der Form des eingesetzten Lichtfeldes herstellen. Mit Hilfe zylinderförmiger Laguerre Lasermoden [123, 124] oder durch zeitlich gemittelte, kreisförmig bewegte Laserstrahlen [125, 126] konnten bereits erfolgreich Ringpotentiale mit Kondensatverteilungen erzeugt werden. Ebenso bietet es sich an durch direkt abgebildete Intensitätsmasken [127] z.B. mit DMD-Modulen [128–130] beliebige, auch kreisförmige Lichtverteilungen zu erzeugen. Eine weitere Möglichkeit bieten direkt auf optische Elemente wie Faserferulen aufgebrauchte Phasenplatten [131], die ringförmige Lichtverteilungen erzeugen können. Es können aber auch Kombinationen aus magnetischen und optischen Potentialgeometrien zur Erzeugung von ringförmigen Potentialen eingesetzt werden [26].

Die in dieser Arbeit verwendete Technik der konischen Refraktion ist ebenso in der Lage ringförmige Lichtverteilungen zu erzeugen, welche zusätzlich in ihrer Form dynamisch verändert werden können (Abschnitt 5.3 und 5.5). In vorherigen Arbeiten wurde ein Lichtfeld der konischen Refraktion für das Speichern und Führen von BECs verwendet [63, 99, 100] und gezeigt, dass ein Umladen und Führen ohne Verlust der Kohärenz stattfindet [63]. Diese Potentialstruktur aus Lichtfeldern der konischen Refraktion lässt sich beispielsweise für geführte Ringinterferometer benutzen [39, 43].

Das Interesse an geschlossenen Potentialgeometrien, im speziellen an Ringgeometrien, zeigt sich an der Vielzahl von wissenschaftlichen Veröffentlichungen in diesem Themenbereich, der oft unter dem Schlagwort *Atomtronics* zusammengefasst wird [132]. Hierbei liegt ein Schwerpunkt auf dem Nachbauen von elektronischen Schaltkreisen und Komponenten, wie z.B. Batterien [133], Dioden [134] und Transistoren [135, 136], welche nun mit kohärenten Quantenobjekten als Informationsträger realisiert werden.

Eine der besonderen Eigenschaften von BECs ist sein superfluides Verhalten, wobei die Relation [31]

$$v(\vec{r}, t) = \frac{\hbar}{m} \nabla \phi(\vec{r}, t) \quad (6.1)$$

für die Geschwindigkeitsverteilung  $v$  eines Kondensats gilt, welches mittels einer Wellenfunktion der einfachen Form  $\psi(\vec{r}, t) = \sqrt{n(\vec{r}, t)} e^{i\phi(\vec{r}, t)}$  beschrieben werden kann. Daraus ergibt sich direkt die Rotationsfreiheit des Geschwindigkeitsfelds  $\nabla \times v = 0$ . Aus der Voraussetzung, dass sich die Phase der Wellenfunktion bei einem Umlauf

nur um ein Vielfaches von  $2\pi$  ändern darf, folgt die *Onsager Quantisierungsbedingung* [10]

$$\oint v dl = \frac{nh}{m}, \quad (6.2)$$

welche durch einen *Vortex* erfüllt wird. Dieser beschreibt einen superfluiden Fluss um ein Zentrum, wobei sich die Geschwindigkeit  $v \sim 1/r$  proportional mit dem Abstand  $r$  zum Zentrum verändert. In diesem Zentrum bildet sich ein Kern aus, indem die Atomdichte null ist. Diese Vortices konnten in Kondensaten, welche mit Hilfe eines zusätzlichen rotierenden Potentials angeregt wurden, bereits beobachtet werden [137, 138]. Hierbei lassen sich Stellen in der Dichteverteilung beobachten, in denen die Dichte auf Null abgesunken ist. Typischerweise entstehen mehrere Vortices mit Quantenzahl  $n = 1$ , welche sich in einer Gitterstruktur anordnen [139]. Die Stabilität von Vortices, vor allem von Vortices mit höheren Quantenzahlen, lässt sich durch Kondensate in Ringpotentialen deutlich erhöhen [140]. Die Möglichkeit stabile ringförmige Kondensatwellenfunktionen mit Hilfe von Ringpotentialen zu erzeugen bietet somit einen vielversprechenden Ansatz, um die superfluiden bzw. quantenmechanischen Eigenschaften von BECs gezielt experimentell auszunutzen und untersuchen zu können. Zum Anregen eines superfluiden Flusses eines Kondensats in ringförmigen Fallen haben sich sowohl das „Rühren“ mit Hilfe von attraktiven Potentialsenken oder repulsiven Potentialbarrieren [26], aber auch das Aufprägen einer Rotationsbewegung mittels Zwei-Photonen-Ramananregungen durch Laguerre-Strahlen, welche einen optischen Bahndrehimpuls tragen [140], als Technik erfolgreich etabliert. Durch Einstrahlen von repulsiven Barrieren in das Ringpotential lassen sich ebenso Tunnelbarrieren aufprägen und an diesen das quantenmechanische Passieren der Kondensatwellenfunktion beobachten [141]. Solche Systeme aus ringförmigen Kondensatverteilungen mit einer oder mehreren Tunnelbarrieren [142] lassen sich benutzen, um daran den Josephson-Effekt [143] und darauf basierend Quantensensoren zur Feldmessung, sogenannte *SQUIDs*, zu realisieren [27, 124].

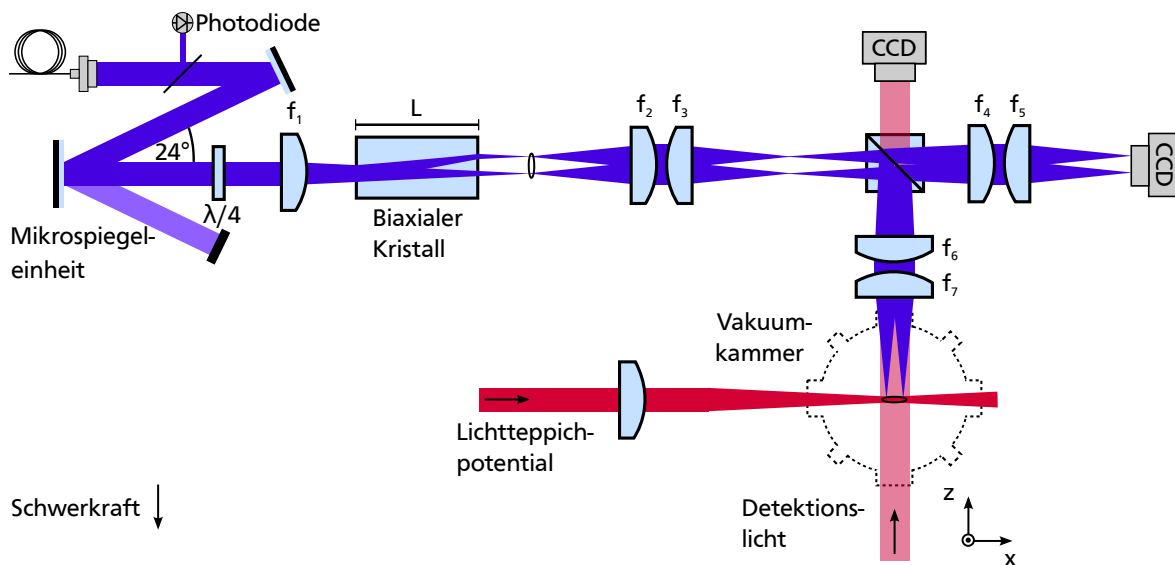
Eine weitere Möglichkeit, um die Dynamik von BECs in eindimensionalen Ringgeometrien zu untersuchen besteht in der Konfiguration eines Ringgitters, wobei die einzelnen Potentialminima nur über Tunnelwechselwirkung an ihre nächsten Nachbarn koppeln [144]. Solche Ringgitter können beispielsweise als *SQUIDs* oder zu Quantenberechnungen benutzt werden [145, 146].

Mit Hilfe eines durch konische Refraktion erzeugten Lichtfeldes und dem zusätzlichen Einsatz einer DMD-Einheit soll in den folgenden Kapiteln gezeigt werden, dass sich dieses System, in dem skizzierten thematischen Kontext, einsetzen lässt. Dabei stellt sich die Frage, ob es möglich ist, mit Hilfe der DMD-Einheit die Potentialgeometrie dynamisch verändern zu können und ob diese Änderung adiabatisch, d.h. ohne Anregung eines darin gespeicherten Kondensats, abläuft. Es bleibt zu zeigen, ob die in Abschnitt 5.1 gezeigten Schwankungen der Lichtleistung beim Umschalten zwischen verschiedenen Blendenbildern auf der DMD-Einheit zum Aufheizen der Atome führen oder ob diese Dynamik so schnell abläuft, dass die gespeicherten Atome ein

zeitlich gemittelt Potential wahrnehmen. Aus den Arbeiten mit zeitlich gemittelten Potentialen ist bereits bekannt, dass die Änderungsfrequenz des Lichtfeldes etwa das Zehnfache der Fallenfrequenz betragen muss [147].

## 6.2 Experimenteller Aufbau zum Untersuchen der Dipolfallenstrukturen

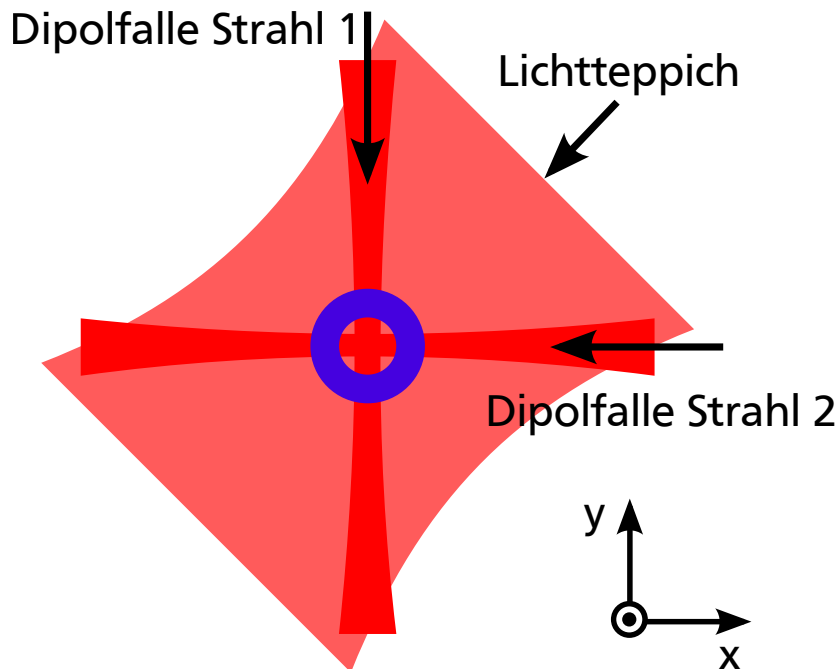
Die in den vorangegangenen Kapiteln vorgestellten Lichtfelder der konischen Refraktion sollen nun über die Vermittlung der optischen Dipolwechselwirkung genutzt werden, um Potentialstrukturen für BECs zu erzeugen. Dabei können die Lichtstrukturen abhängig von ihrer Verstimmung als repulsive bzw. attraktive Potentialstrukturen auf die Atome wirken (siehe Abschnitt 2.2). Dazu wird der in Abschnitt 5.2 vorgestellte optische Aufbau in das Experiment integriert, die Lichtfelder in die Vakuumkammer geleitet und daraufhin mit den bereitgestellten Kondensaten in Wechselwirkung gebracht. Der optische Aufbau des Experiments ist in Abbildung 6.1 dargestellt. In der Abbildungsebene der Linse  $f_1$  entsteht die bekannte Intensitätsverteilung der



**Abbildung 6.1.:** Schematischer Aufbau zur Erzeugung der Dipolfallenstruktur aus konischer Refraktion und Lichtteppich. Das Lichtfeld der konischen Refraktion wird über zwei Abbildungsoptiken in die Vakuumkammer abgebildet. Das Lichtfeld kann simultan über eine weitere Abbildung auf einer CCD-Kamera überwacht werden.

konischen Refraktion. Über die beiden Abbildungsoptiken  $f_2 - f_3$  und  $f_6 - f_7$  wird diese Struktur in die Vakuumkammer abgebildet und kann als Dipolpotential wirken. In der Horizontalen wird zusätzlich das Lichtteppichpotential eingestrahlt und dient dazu, die Atome in einer Ebene gegen die Gravitation zu halten. Diese beiden Lichtfelder in Superposition dienen als Potentialstrukturen für das dort erzeugte BEC. Dieses wird daraufhin in den Potentialstrukturen mittels Absorptionsdetektion abgebildet. Zusätzlich kann die Intensitätsverteilung über die Abbildungsoptiken  $f_2 - f_3$

und  $f_4 - f_5$  mit Hilfe einer CCD-Kamera dargestellt und während des Experimentierens kontrolliert werden. Die Konfiguration der unterschiedlichen, am Experiment beteiligten Lichtfelder am Ort der Atome ist in Abbildung 6.2 skizziert. Die gekreuzte



**Abbildung 6.2.:** Aufsicht auf die verwendeten Dipolfallenstrukturen. Im Kreuzungspunkt der beiden linearen Dipolfallen entsteht durch evaporatives Kühlen das BEC. Das Lichtteppichpotential befindet sich in der, durch die gekreuzte Dipolfalle, aufgespannten Ebene. Senkrecht dazu wird das Ringpotential der konischen Refraktion eingestrahlt.

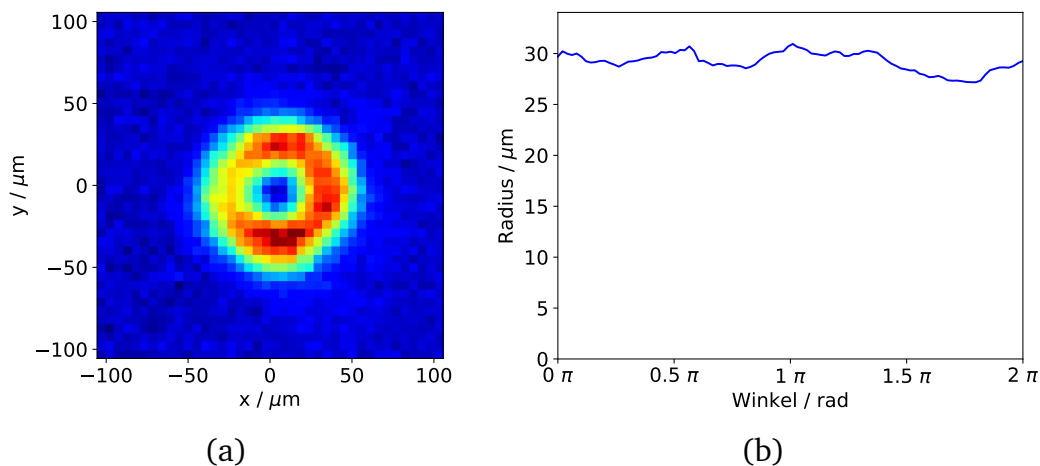
Dipolfalle, in welcher die Evaporation der kalten Atome bis hin zur Kondensation stattfindet, ist in horizontaler und vertikaler Richtung eingezeichnet. Am Kreuzungspunkt, der auch als Referenzpunkt für die Lichtfeld bzw. Potentialstrukturen dient, wird das BEC erzeugt. In der Ebene der gekreuzten Dipolfalle liegt zusätzlich das Lichtfeld des Lichtteppichs und senkrecht dazu wird das Lichtfeld der konischen Refraktion eingestrahlt. Je nach Lichtfeldgeometrie der konischen Refraktion wird sein Ort relativ zum Kreuzungspunkt eingestellt. Im gezeigten Bild ist ein einzelnes, blau verstimmt, ringförmiges Lichtfeld skizziert, dessen Zentrum hier als harmonisches Dipolpotential dient.

### 6.2.1 Abbildung und Abbildungsmaßstab der Lichtfelder der konischen Refraktion

Mit den eingesetzten Teleskopanordnungen lässt sich ein Abbildungsmaßstab für die Wiederabbildung der erzeugten Lichtfelder der konischen Refraktion in der Fokalebene der Linse  $f_1$  angeben. Für die erste Abbildung der Linsen  $f_2 = 200$  mm und

$f_3 = 400 \text{ mm}$  ergibt sich eine Vergrößerung um einen Faktor 2, das Teleskop aus  $f_6 = 400 \text{ mm}$  und  $f_7 = 300 \text{ mm}$  erzeugt ein Bild, welches um einen Faktor 0.75 verkleinert. Somit sollte von den im Abschnitt 4 vorgestellten Lichtfeldern zu den Dipolpotentialstrukturen in der Vakuumkammer eine Vergrößerung um den Faktor 1.5 erfolgen.

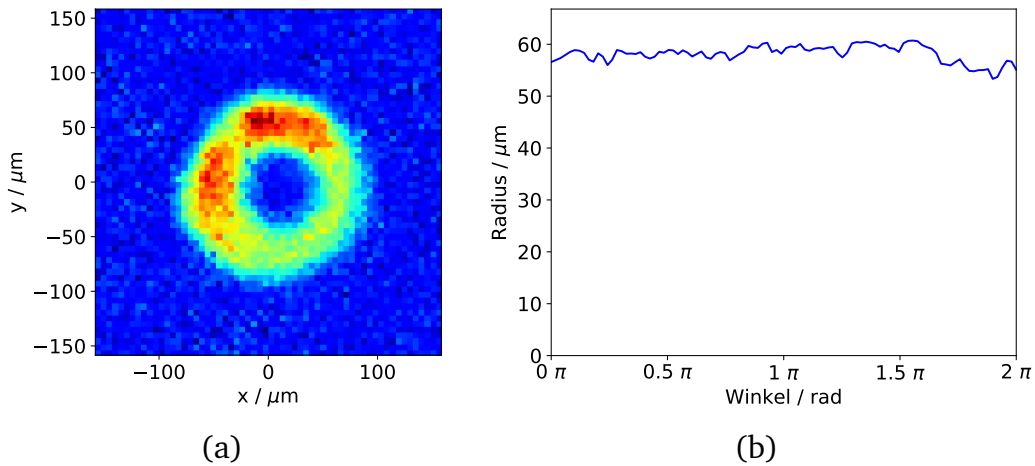
Aus Absorptionsdetektionsaufnahmen eines Kondensats in ringförmigen Dipolpotentialstrukturen der konischen Refraktion kann der Radius der Dipolpotentialgeometrie bestimmt werden. Dies wurde sowohl für Lichtfelder roter als auch blauer Verstimmung durchgeführt, wodurch sich sowohl der Radius der dunklen als auch der Radius der hellen Intensitätsstrukturen der konischen Refraktion nach Wiederabbildung bestimmen lassen. Eine typische Aufnahme der Kondensatverteilung nach dem Umladen in die dunkle Ringstruktur eines Dipolpotentials der konischen Refraktion ist in Abbildung 6.3(a) gezeigt. Das Lichtfeld entspricht hierbei einer in Abschnitt 5.3 beschriebenen Form; die Atome haben sich im dunklen Ringbereich ausgebreitet. Der Radius der Atomverteilung, der sich aus einer Auswertung von 20 solcher Aufnahmen ergibt, hat einen Wert von  $(30.5 \pm 2.1) \mu\text{m}$ .



**Abbildung 6.3.:** (a) Typische Aufnahme der Dichteverteilung der im ringförmigen Dipolpotential eingeschlossenen Atome. Die Atome sind hierbei im repulsiven Potential der konischen Refraktion eingeschlossen. (b) Daraus errechnete azimutale Auftragung des Radius der Dichteverteilung.

Wird nun Licht mit roter Verstimmung zur Resonanz gewählt, so entsteht ein attraktives Potential und die Lichtstrukturen lassen sich direkt durch darin gespeicherte Atome sichtbar machen. In Abbildung 6.4 ist eine Absorptionsaufnahme eines gespeicherten BECs im Ringpotential einer Einzelringgeometrie dargestellt. Aus einer Messreihe ergibt sich ein Mittelwert des Radius der Atomverteilung von  $(57.8 \pm 3.6) \mu\text{m}$ . Vergleicht man nun die beiden experimentell bestimmten Radien der Atomverteilungen mit den gemessenen Radien des dunklen und hellen Rings der Lichtfeldverteilung von  $23 \mu\text{m}$  und  $43 \mu\text{m}$ , so ergibt sich ein Abbildungsmaßstab von  $1.33 \pm 0.09$

bzw.  $1.34 \pm 0.08$ . Berücksichtigt man, dass der Abstand der Linse  $f_1$  zur ersten Abbil-



**Abbildung 6.4.:** (a) Typische Aufnahme der Dichteverteilung der im ringförmigen Dipolpotential eingeschlossenen Atome. Die Atome sind hierbei im attraktiven Potential der konischen Refraktion eingeschlossen. (b) Daraus errechnete azimutale Auftragung des Radius der Dichteverteilung.

dungslinse  $f_2$  um 2 cm vom nominellen Abstand  $f_1 + f_2$  abweicht, so ergibt eine Berechnung mit Hilfe der Matrizenoptik einen Abbildungsmaßstab des ersten Teleskops von 1.8. Daraus berechnet sich ein realer Abbildungsmaßstab der Intensitätsverteilung der konischen Refraktion von  $1.8 \cdot 3/4 = 1.35$ , welcher in guter Übereinstimmung mit den experimentell gemessenen Werten steht.

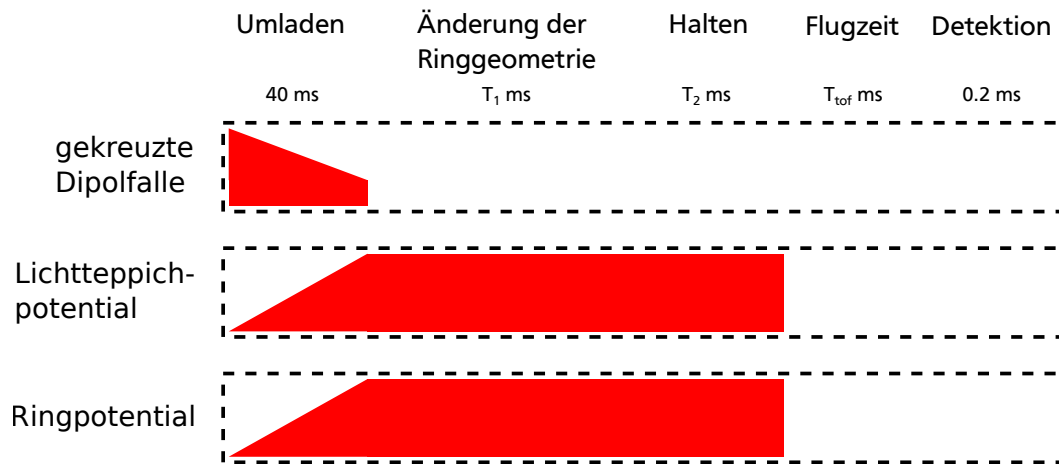
Die in Abschnitt 4 bestimmten Längenmaße der Lichtverteilung müssen mit dem experimentellen Abbildungsmaßstab von 1.34 multipliziert werden, um die Maße des Dipolpotentials am Ort der Atome zu erhalten. Die bestimmten Potentialtiefen aus den Intensitätsverteilungen der Fokalebene müssen mit einem Faktor  $(1/1.34)^2$  multipliziert werden, um die Potentialtiefen in der Vakuumkammer zu erhalten. Die Fallenfrequenzen skalieren ebenso mit den Faktor  $(1/1.34)^2$ .

## 6.2.2 Experimenteller Ablauf zur Untersuchung der Potentialeigenschaften

Der Ausgangspunkt von Experimenten mit BECs in Potentialen der konischen Refraktion ist eine Kondensat, welches im Kreuzungspunkt der beiden Dipolfallenstrahlen nach der Evaporationsphase entsteht. Innerhalb von 40 ms wird die Leistung und somit die Potentialtiefe der gekreuzten Dipolfalle linear herabgesetzt und im gleichen Zeitraum die Potentialtiefe von Lichtteppich und Ring linear erhöht. Nach diesem Umladeprozess, der möglichst adiabatisch und somit ohne Anregung des Kondensats stattfindet, wird die gekreuzte Dipolfalle ausgeschaltet und das Kondensat befindet sich in der zu untersuchenden Potentialstruktur. Nun kann die Geometrie der Potentialstruktur, über verschiedene Blendenformen, die auf der DMD-Einheit in zeitlicher



Abfolge über eine Zeit  $T_1$  abgespielt werden, verändert werden. Anschließend kann das Kondensat in einer Potentialgeometrie für eine Zeit  $T_2$  gehalten und nach dem Abschalten der Lichtfelder und entsprechender Wartezeit  $T_{\text{tof}}$  abgebildet werden. In Abbildung 6.5 ist ein zeitlicher Ablauf eines Experiments dargestellt.

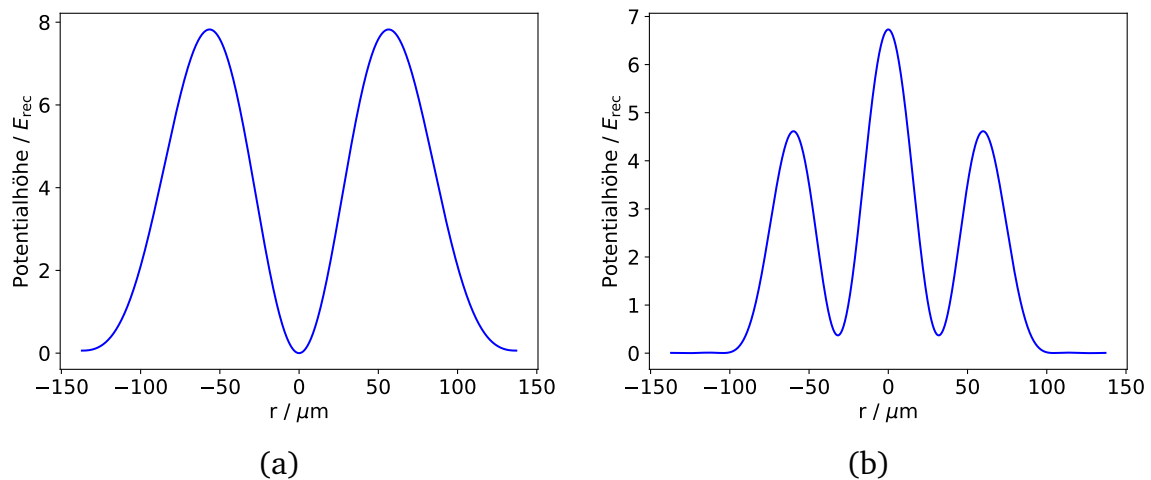


**Abbildung 6.5.:** Experimenteller Ablauf zum Umladen des Kondensats aus gekreuzter Dipolfalle in das Ringpotential. Nach Transfer kann die Struktur von Potential und Dichteverteilung über Änderung der Blende modifiziert werden. Nach optionaler Halte- und Flugzeit wird die Dichteverteilung detektiert.

### 6.3 Transformation der Ringtopologie durch dynamische Kreisblenden

Der Ablauf des Experiments besteht aus der im vorherigen Abschnitt 6.2.2 vorgestellten zeitlichen Sequenz. Hierbei wird das Lichtteppichpotential auf ein Photodiodensignal von 3 V während des Experiments stabilisiert, was einer optischen Leistung von 115 mW entspricht. Die Fallenfrequenz des Lichtteppichpotentials für diese typischen Experimentparameter beträgt  $169 \times 2\pi$  Hz [63]. Die Leistung des Ringlichtes wird zwischen ca. 1 und 10 mW, je nach Blendengröße und Photodiodensignal, stabilisiert. Die Wellenlänge des verwendeten Ringlichtes für dieses Experiment beträgt 794 nm, das entstehende Dipolpotential wirkt somit repulsiv auf die Atome. Typischerweise wird während des Umladens in das kombinierte Dipolpotential aus Ring und Lichtteppich ein einzelnes Ringpotential, wie in Abbildung 6.6(a) dargestellt, eingestrahlt. Die Erzeugung des Lichtfeldes wurde in Abschnitt 5.3 bereits detailliert vorgestellt und die gute Übereinstimmung von berechneter und gemessener Intensitätsverteilung gezeigt. Die aus der Lichtverteilung abgeleiteten Größen des Potentials werden in den nachfolgenden Ausführungen auf Basis der theoretischen Beschreibung der konischen Refraktion angestellt. Der Blendenradius der auf der DMD-Einheit hierfür dargestellten Kreisblende beträgt 0.92 mm. Aus einer Anpassung einer Gaußfunktion bzw. einer quadratischen Funktion an das Maximum



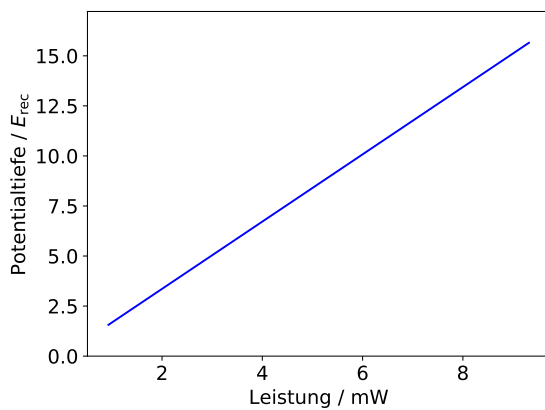


**Abbildung 6.6.:** Schnitt durch die Potentialstruktur der konischen Refraktion am Ort der Atome: (a) Bei einer Blende mit Radius 0.92 mm und einer Gesamtleistung von 4.7 mW, entsprechend einem Photodiodensignal von 5 V. (b) Bei einer Blende mit Radius 1.84 mm und einer Gesamtleistung von 1.6 mW, entsprechend einem Photodiodensignal von 1 V.

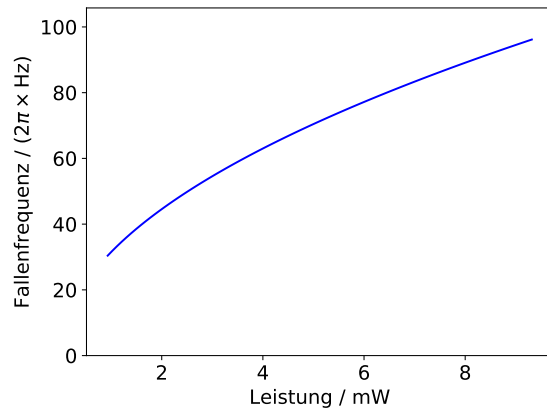
bzw. Minimum der Potentialstruktur am Ort der Atome lassen sich die wichtigen Parameter der Potentialstrukturen bestimmen. Das erzeugte Maximum des Potentials liegt bei einem Radius von  $57 \mu\text{m}$  und hat einer Gaußbreite von  $67 \mu\text{m}$ . Die Gaußbreite des zentralen Minimums der Potentialstruktur beträgt  $57 \mu\text{m}$ . Betrachtet man das zentrale Minimum als Dipolpotentialminimum für ein darin eingeschlossenes Kondensat, so lässt sich dessen Fallentiefe bzw. Fallenfrequenz in Abhängigkeit der optischen Leistung am Ort der Atome angeben. Dieser Zusammenhang ist in den Abbildungen 6.7 dargestellt. Nachdem die Transformation des ringförmigen Dipolpotentials abgeschlossen ist, wirkt die in Abbildung 6.6(b) gezeigte Konfiguration als Dipolpotential auf das Kondensat ein. Die Blende an der DMD-Einheit hat hierbei einen Radius von 1.84 mm. Das Kondensat verteilt sich in der ringförmigen dunklen Potentialstruktur zwischen zentralem Maximum und der äußeren Ringstruktur. Der Radius der dunklen Ringstruktur beträgt nun  $31 \mu\text{m}$ , das Intensitätsmaximum befindet sich bei einem Radius von  $59 \mu\text{m}$ . Die Gaußbreite des Potentialminimums beträgt etwa  $34 \mu\text{m}$ , die Breite des Potentialmaximums  $33 \mu\text{m}$ . Die Potentialtiefe sowie die Fallenfrequenz des Potentialminimums, welches als Fallenstruktur für das eingeschlossene Kondensat dient, sind in den Abbildungen 6.8 dargestellt.

### Transformation

Um den Übergang zwischen den zwei dargestellten Potentialgeometrien durchzuführen wird auf der DMD-Einheit eine Bildersequenz aus 48 Kreisblenden abgespeichert, wobei der Radius der Kreisblenden linear vom Anfangswert von 0.92 auf

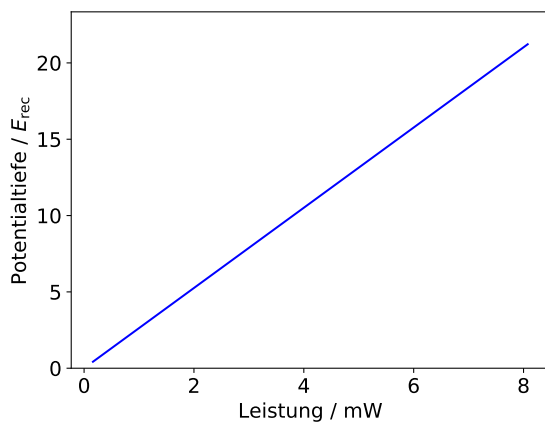


(a)

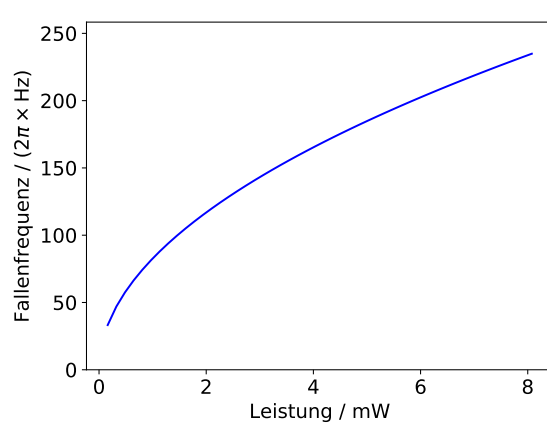


(b)

**Abbildung 6.7.:** Für ein Dipolpotential aus einem einzelnen Ring der konischen Refraktion (siehe Abb. 6.6(a)) ist die Fallentiefe (a) und die Fallenfrequenz (b) in Abhängigkeit der optischen Leistung aufgetragen. Dies entspricht einem Regelsignal von 1 bis 10 V.



(a)



(b)

**Abbildung 6.8.:** Für ein Dipolpotential aus zentralem Maximum und umgebenden Ring der konischen Refraktion (siehe Abb. 6.6(b)) ist die Fallentiefe (a) und die Fallenfrequenz (b) in Abhängigkeit der optischen Leistung aufgetragen. Dies entspricht einem Regelsignal von 0.1 bis 5 V.

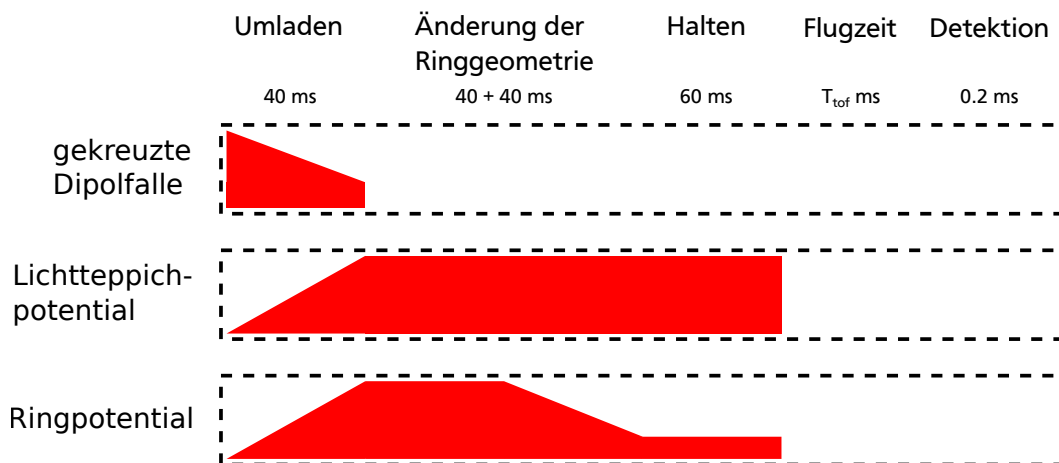
1.84 mm anwächst, was einer Zunahme des Blendenradius von ca.  $20 \mu\text{m}$  pro Bild entspricht. Die Dauer des Transformationsprozesses liegt zwischen 40 und 80 ms. Über eine Pulsform mit entsprechenden Triggersignalen, die in einen Funktionsgenerator einprogrammiert werden, kann dieser Prozess gesteuert werden (siehe Abschnitt 5.2.1).

### 6.3.1 Untersuchung der Transformationsstrategie durch Temperaturbestimmung

Nach dem Umladen bzw. nach dem Transformieren des Potentials kann mittels Flugzeitmessung die Temperatur des Atomensembles bestimmt werden. Aus einer Erhöhung der Temperatur kann abgeleitet werden, dass Energie an das Atomensemble übertragen wurde. Diese Temperaturerhöhung kann schließlich dazu führen, dass die Phasenraumdicke des Ensembles soweit abnimmt, dass keine kondensierte Atomphase mehr vorliegt. Um diesen Effekt zu untersuchen, werden die nachfolgenden Transformationsstrategien angewendet.

#### Strategie 1

Dazu wird der in Abbildung 6.9 gezeigte Experimentverlauf gewählt, wobei hier der Transformationsprozess in zwei Teile geteilt ist. Im ersten Teil wird die Veränderung des Blendenradius in 40 ms durchgeführt, im zweiten Teil die Lichtleistung linear auf verschiedene Werte heruntersgesetzt. Daran anschließend wird das Ensemble für 60 ms in der entstandenen Ringgeometrie gehalten. Nach einer variablen freien Expansionszeit von 10 bis 22 ms wird die Atomverteilung detektiert. Aus der Breite



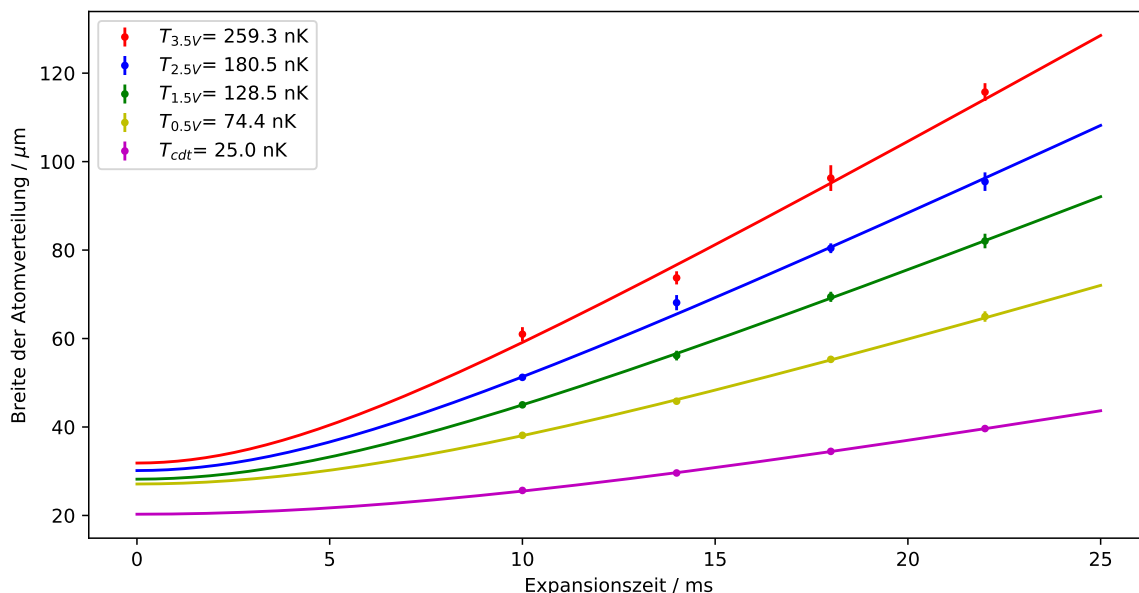
**Abbildung 6.9.:** Zeitlicher Ablauf der Transformationsstrategie 1. Nach Umladen wird die Transformation der Ringstruktur in 40 ms durchgeführt. Anschließend in weiteren 40 ms das Regelsignal der Lichtleistung von 5 V auf einen Wert zwischen 0.5 und 3.5 V reduziert. Abschließend erfolgt eine Flugzeitmessung und die Detektion der Atomverteilung.

$\sigma$  einer angepassten Normalverteilung  $n(x)$  und deren zeitlicher Entwicklung kann ein Zusammenhang mit der Temperatur des Ensembles hergestellt werden:

$$\sigma^2(t) = \frac{Tk_b}{m} t^2 + \sigma_0^2 \quad \text{mit} \quad (6.3)$$

$$n(x) = a \cdot \exp\left(-\frac{(x - x_0)^2}{2\sigma^2}\right),$$

wobei  $k_b$  die Boltzmann-Konstante und  $m$  die Atommasse ist. In Abbildung 6.10 sind die angepassten Breiten der Normalverteilung an die Atomdichte über die Wartezeit nach der Experimentsequenz dargestellt. Zusätzlich zu den Experimenten im



**Abbildung 6.10.:** Entwicklung der Breite der Atomverteilung über die Länge der Flugzeitmessung. Aus einer Anpassung ergibt sich die Temperatur des Ensembles der verschiedenen Parametereinstellungen.

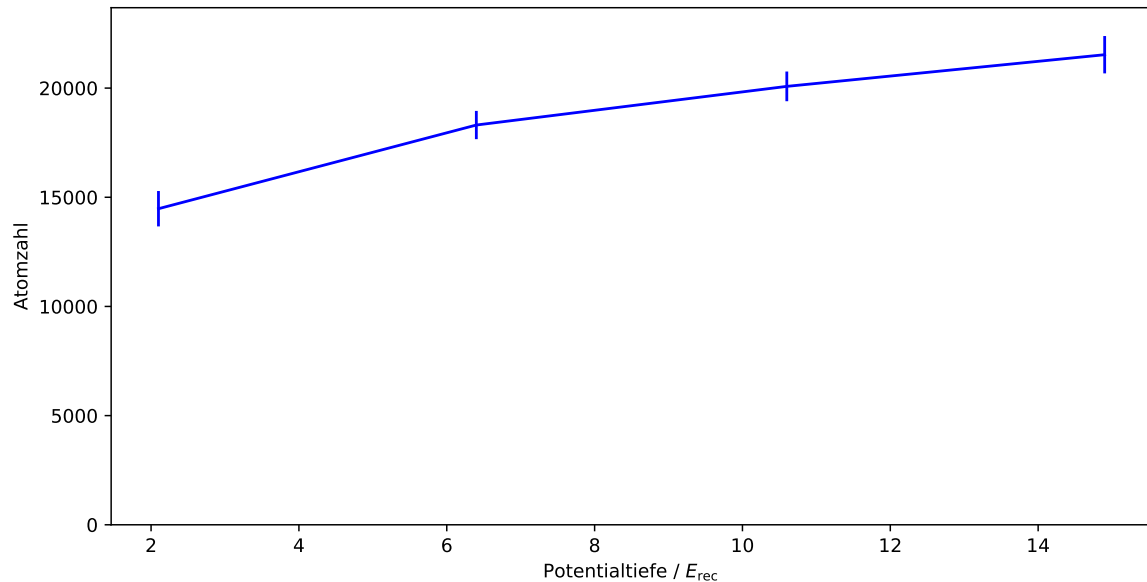
Ringpotential der konischen Refraktion dient eine Expansionsmessung direkt aus der gekreuzten Dipolfalle als Referenz für die Ausgangssituation des Kondensats nach der Evaporation. Der Endwert der linearen Leistungsrampe wird für die übrigen Messungen variiert und ist jeweils vermerkt. Die berechneten Temperaturwerte zusammen mit der Lichtleistung bzw. der daraus errechneten Fallentiefe des Ringpotentials sind in Tabelle 6.1 zusammengefasst. Ein Vergleich der Temperaturen nach dem Umla-

	gekr. Dipolfalle	Ringpotential			
Photodiodensignal / V	-	0.5	1.5	2.5	3.5
Leistung / mW	-	0.8	2.4	4.0	5.7
Potentialtiefe / $E_{rec}$	-	2.1	6.4	10.6	14.9
Temperatur / nK	25.0	74.4	128.5	180.5	259.3
Verhältnis zu Referenztemperatur	-	3	5.2	7.2	10.4

**Tabelle 6.1.:** Zusammenfassung der berechneten Werte der Temperaturmessung und der Fallenparameter nach Abschluss der Transformationssequenz.

den bzw. Transformieren im Ringpotential der konischen Refraktion zeigt, dass, je nach eingestrahelter Lichtleistung, die Temperatur um bis zu einer Größenordnung zugenommen hat, mindestens aber um einen Faktor 3. Betrachtet man die Atom-

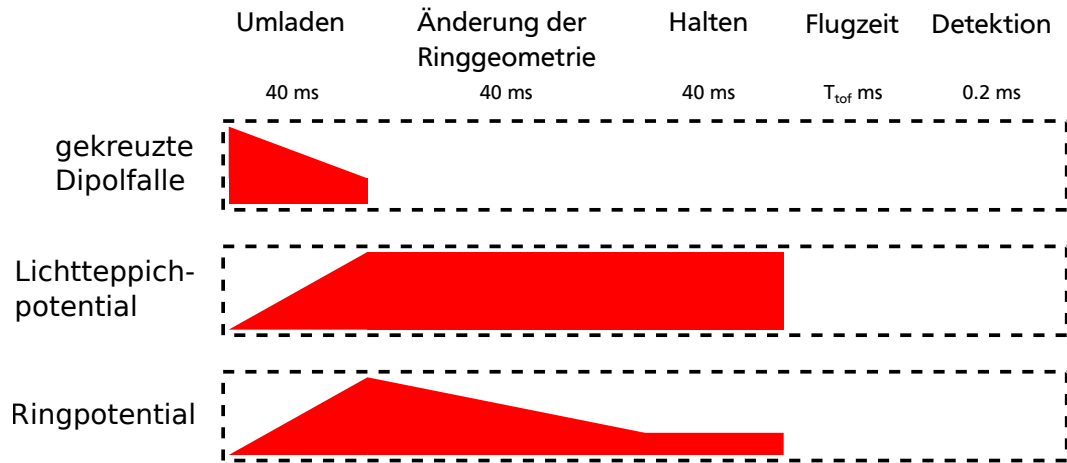
zahl des Ensembles nach dem Transformationsprozess in Abbildung 6.11, so erkennt man, dass mit fallender Potentialtiefe des Ringpotentials die Teilchenzahl sowie die Enembletemperatur abnimmt. Vermutlich wirkt hier während des Absenkens des Potentials ein evaporativer Kühlmechanismus, der die Temperatur nach der transformation weiter absenkt.



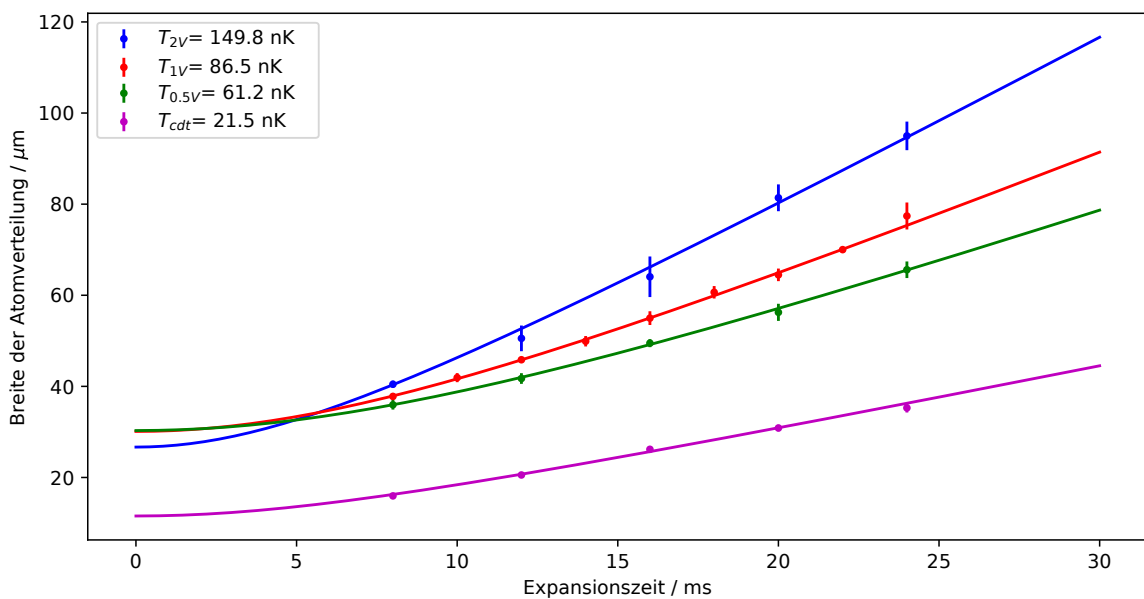
**Abbildung 6.11.:** Atomzahl der verbleibenden Atome nach Abschluss der Transformation, aufgetragen über die finale Potentialtiefe.

## Strategie 2

Die Betrachtungen der Potentialtiefen aus Abschnitt 5.3 haben bereits gezeigt, dass in Abhängigkeit des Blendenradius an der DMD-Einheit die Potentialtiefe stark variiert. So hat diese bei konstantem Regelsignal der Intensitätssteuerung von kleinsten zu größter Blendengeometrie um einen Faktor 3 zugenommen. Eine Strategie, um die Potentialtiefenänderung während der Transformation möglichst klein zu halten, wurde dort ebenso erläutert. In Abbildung 6.12 ist der experimentelle Verlauf dazu skizziert. Nach dem Umladen aus der gekreuzten Dipolfalle in das kombinierte Potential aus Lichtteppich und Einzelring wird innerhalb von 40 ms die Blende mittels 48 Blendenbildern geöffnet und dadurch die Potentialgeometrie verändert. Dabei wird das Regelsignal der Lichtleistung von 5 V auf Werte von 2 bis 0.5 V reduziert. Daran anschließend wird eine Flugzeitmessung durchgeführt und aus dem zeitlichen Verlauf der Breite der Atomverteilung, wie in Abbildung 6.13 dargestellt, die Temperatur bestimmt. Die absoluten Temperaturwerte dieser Messung liegen hierbei zwischen 61.2 und 149.8 nK; der Vergleich mit der Referenztemperatur eines Kondensats nach Flugzeitmessung aus der gekreuzten Dipolfalle zeigt jedoch vergleichbare Werte zur ersten vorgestellten Transformationsstrategie. Die Werte sind zusammenfassend in Tabelle 6.2 eingetragen. In Abbildung 6.14(a) ist der Verlauf der Falltiefe während



**Abbildung 6.12.:** Zeitlicher Ablauf der Transformationsstrategie 2. Nach Umladen wird die Transformation der Ringstruktur zeitgleich mit dem linearen Absenken des Regelsignals der Lichtleistung von 5 auf 1 V in 40 ms durchgeführt. Abschließend erfolgt eine Flugzeitmessung und die Detektion der Atomverteilung.



**Abbildung 6.13.:** Entwicklung der Breite der Atomverteilung über die Länge der Flugzeitmessung. Aus einer Anpassung ergibt sich die Temperatur des Ensembles der verschiedenen Parametereinstellungen.

der Transformation als Funktion des Blendenradius dargestellt. Das lineare Absenken des Regelsignals führt dazu, dass die Änderung der Falltiefe sich auf einen Faktor 2 reduziert. Die erreichten Atomtemperaturen nach der Transformation zeigen jedoch keine signifikante Änderung zur ersten Transformationsstrategie.

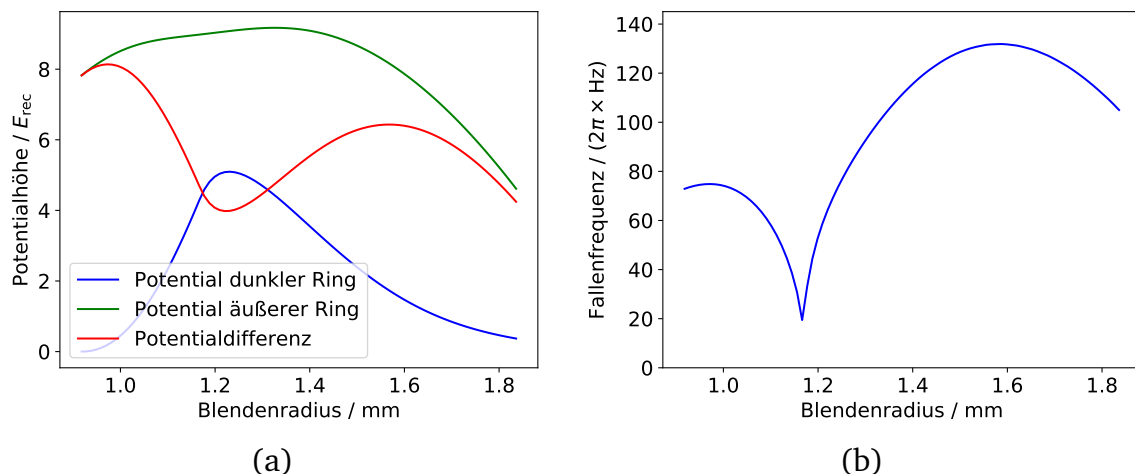
	gekr. Dipolfalle	Ringpotential		
Photodiodensignal / V	-	0.5	1.0	2.0
Leistung / mW	-	0.8	1.6	3.2
Potentialtiefe / $E_{\text{rec}}$	-	2.1	4.2	8.5
Temperatur / nK	21.5	61.2	86.5	149.8
Verhältnis zu Referenztemperatur	-	2.8	4.0	7.0

**Tabelle 6.2.:** Zusammenfassung der berechneten Werte der Temperaturmessung und der Fallenparameter nach Abschluss der Transformationssequenz.

Für das adiabatische Umladen von Kondensaten in unterschiedliche Potentialgeometrien ist es wichtig, die Änderung der Fallenfrequenz möglichst langsam durchzuführen, sodass das Kondensat stets im Grundzustand des momentanen Fallenpotentials bleibt und nicht angeregt wird. Wird jedoch der Verlauf der Fallenfrequenz als Funktion des Blendenradius, wie er in Abbildung 6.14(b) aufgetragen ist, betrachtet, so ist besonders im Anfangsbereich, in dem sich das zentrale Potentialmaximum ausbildet und sich die Fallengeometrie qualitativ verändert, eine große Änderung der Fallenfrequenz zu beobachten. Diese starke Änderung der Fallenfrequenz kann somit dazu führen, dass während des Transformationsprozesses das Adiabazitätskriterium [37]

$$\frac{d\omega}{dt} \ll \omega^2 \quad (6.4)$$

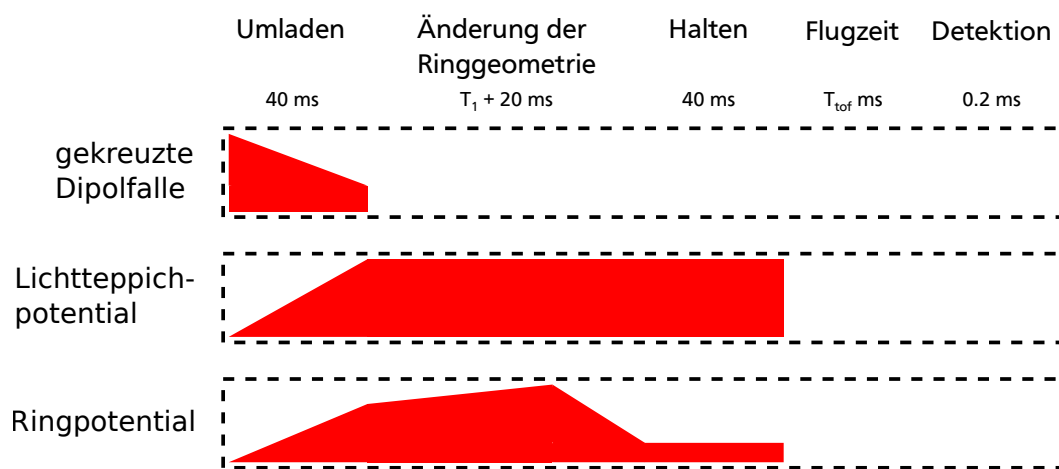
nicht mehr erfüllt ist.



**Abbildung 6.14.:** (a) Potentialhöhe des äußeren Rings, des Minimums sowie die Differenz der Beiden aufgetragen über den Blendenradius. (b) Fallenfrequenz des Potentialminimums aufgetragen über den Blendenradius.

### Strategie 3

Um sowohl eine möglichst kleine Änderung der Potentialtiefe sowie eine möglichst langsame Änderung der Fallenfrequenz während der Transformation zu gewährleisten, wird der in Abbildung 6.15 dargestellte zeitliche Ablauf der Transformation gewählt. Die Änderung der Blendengröße wird hierfür in zwei Abschnitte geteilt; ein erster, zeitkritischer Abschnitt von einem anfänglichen Radius von 0.92 mm bis zu einem Radius von 1.38 mm und einem zweiten Abschnitt bis zum endgültigen Radius von 1.84 mm. Der erste zeitkritische Teil der Transformation wird nun um einen Faktor 2 bzw. 3 auf  $T_1 = 40$  bzw. 60 ms verlängert, der zweite Teil in 20 ms durchgeführt. Das Regelsignal der Intensitätsstabilisierung wird zu Beginn auf 2 V gesetzt, wird dann im ersten Abschnitt linear auf 3 V erhöht und im zweiten Abschnitt schließlich linear auf 1 V herabgesetzt. Die dadurch resultierenden Potentialtiefe

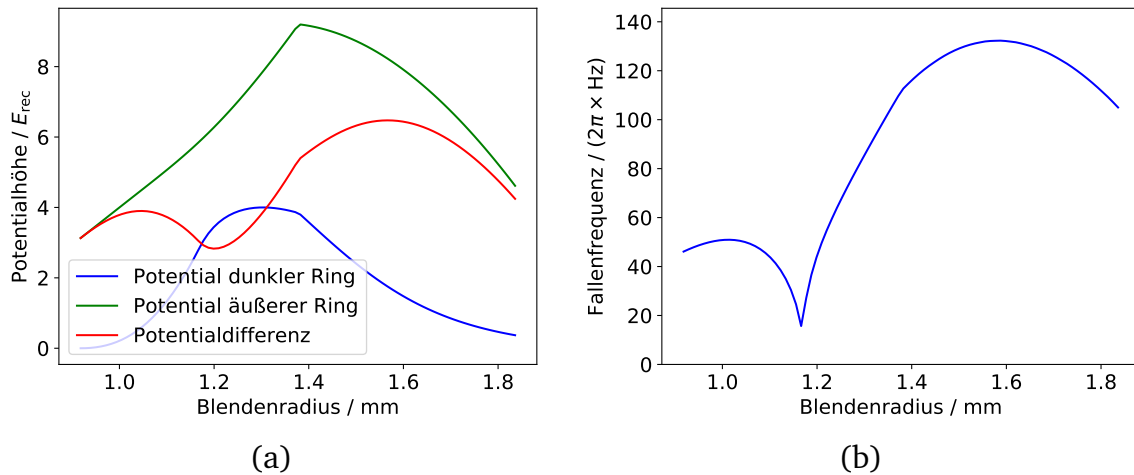


**Abbildung 6.15.:** Zeitlicher Ablauf der Transformationsstrategie 3. Der Transformationsprozess wird in zwei Teilen durchgeführt. Die erste Hälfte der Blendenänderung wird innerhalb von 40 bzw. 60 ms mit einer Änderung des Regelsignals von 2 auf 3 V durchgeführt. Der zweite Teil wird in 20 ms mit einem Regelsignal von 3 auf 1 V durchgeführt. Abschließend erfolgt eine Flugzeitmessung und die Detektion der Atomverteilung.

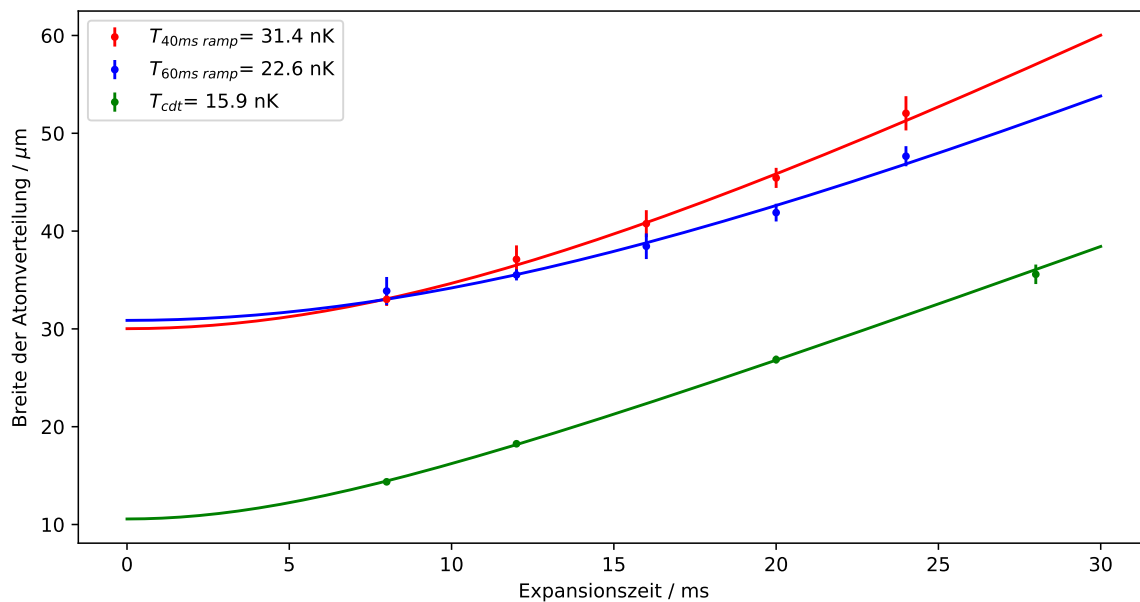
und Fallenfrequenz sind in Abbildung 6.16 in Abhängigkeit des Blendenradius aufgetragen. Eine anschließende Flugzeitmessung ermöglicht daraufhin, die Temperatur des Atomensembles zu bestimmen. Der zeitliche Entwicklung der Ensemblegröße über die Länge der Flugzeit ist in Abbildung 6.17 dargestellt und die Ergebnisse in Tabelle 6.3 zusammengefasst. Die mit Hilfe dieser Transformationsstrategie erreichten Temperaturen sind im Vergleich zur Referenz des Kondensats aus der gekreuzten Dipolfalle nur noch um 40 % erhöht.

Aus dem Adiabazitätskriterium nach Gleichung 6.4 folgt, dass die Änderung der Fallenfrequenz mit der Zeit kleiner als das Quadrat der Fallenfrequenz sein soll, um sicher im Grundzustand der Fallengeometrie zu verbleiben. In Abbildung 6.18 ist das Quadrat der Fallenfrequenz und die zeitliche Ableitung der Fallenfrequenz





**Abbildung 6.16.:** (a) Potentialhöhe des äußeren Rings, des Minimums sowie die Differenz der Beiden aufgetragen über den Blendenradius. (b) Fallenfrequenz des Potentialminimums aufgetragen über den Blendenradius.



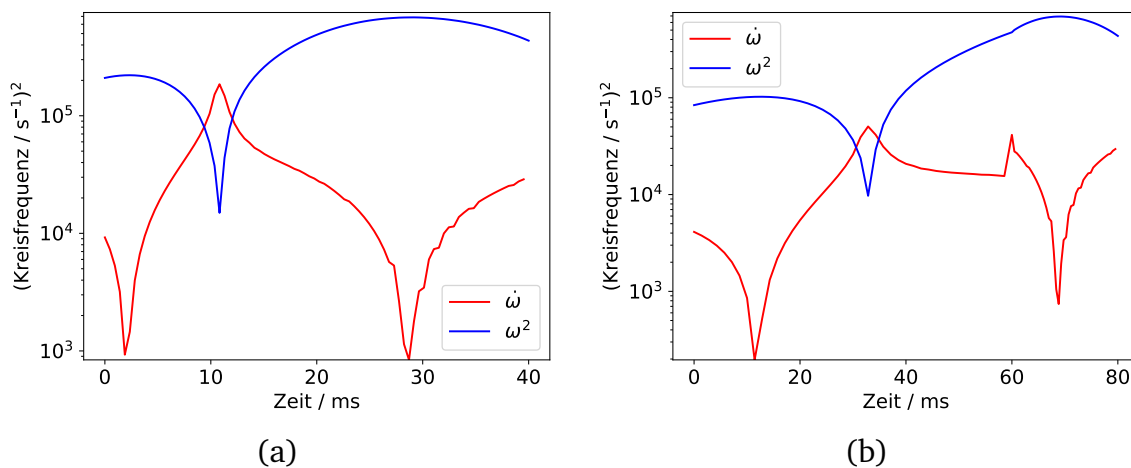
**Abbildung 6.17.:** Entwicklung der Breite der Atomverteilung über die Länge der Flugzeitmessung. Aus einer Anpassung ergibt sich die Temperatur des Ensembles der verschiedenen Parametereinstellungen.

über die Zeit der Transformation dargestellt. Man erkennt, dass nach Transformationsstrategie 2 am Punkt des qualitativen Umschlagens von einfach harmonischer zu ringförmiger Fallengeometrie das Kriterium der Adiabaticität verletzt ist. Das Verhältnis  $\dot{\omega}/\omega^2$  beträgt an diesem Punkt 15.5 und ist somit wesentlich größer als 1. Hierbei kommt es vermutlich zum beobachteten Aufheizen des Atomensembles durch die

	gekr. Dipolfalle	Ringpotential	
$T_1 / \text{ms}$	-	40	60
Temperatur / nK	15.9	31.4	22.6
Verhältnis zu Referenztemperatur	-	2.0	1.4
$\dot{\omega}/\omega^2$	-	7.5	5.0

**Tabelle 6.3.:** Zusammenfassung der berechneten Werte der Temperaturmessung und einer Abschätzung zum Einhalten der Adiabaticität am kritischen Punkt der Transformation.

Transformation. Betrachtet man den Verlauf der Fallenfrequenzen der Transformationsstrategie 3 so erkennt man, dass hier ebenso das Kriterium der Adiabaticität verletzt wurde, jedoch das Verhältnis  $\dot{\omega}/\omega^2$  auf 5.0 abgesenkt werden konnte.



**Abbildung 6.18.:** Quadrat der Fallenfrequenz sowie zeitliche Ableitung der Fallenfrequenz im zeitlichen Verlauf der Transformation. (a) nach Transformationsstrategie 2: Blendenänderung linear in 40 ms, (b) nach Transformationsstrategie 3: Blendenänderung in zwei Teilen von 60 und 20 ms.

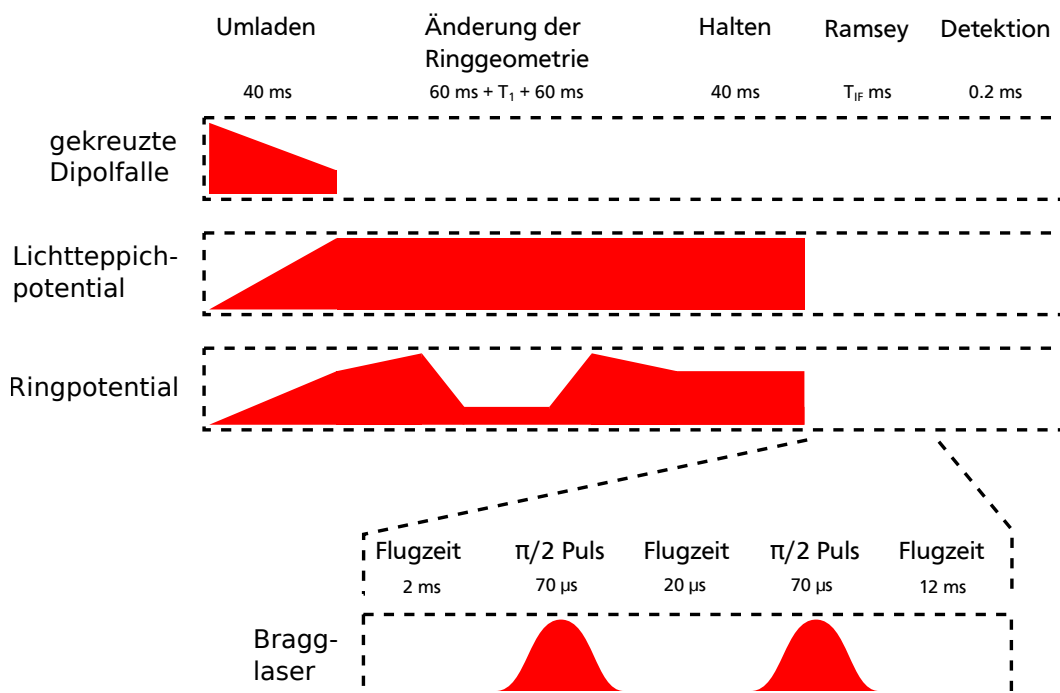
### Fazit der Transformationsstrategie

Mit Hilfe der hier vorgestellten Transformationsstrategie lässt sich ein Atomensemble von einer einfach zusammenhängenden harmonischen Geometrie in eine mehrfach zusammenhängende Ringgeometrie überführen. Die gemessene Temperatur nach dem Transformationsprozess beträgt 22.6 nK und ist damit um 40 % zur Referenztemperatur der Atome aus dem Potential der gekreuzten Dipolfalle erhöht. Es hat sich gezeigt, dass das Adiabaticitätskriterium während des Prozesses vermutlich verletzt wird, was durch eine längere Transformationszeit im Bereich der qualitativen Potentialänderung aber weiter reduziert werden kann. Durch ein Absenken der

Potentialhöhe nach Abschluss des Transformationsprozesses kann die Ensembletemperatur, durch evaporatives Kühlen, noch weiter abgesenkt werden (siehe Messung aus Tabelle 6.1).

### 6.3.2 Untersuchung der Kondensateigenschaften nach Transformation

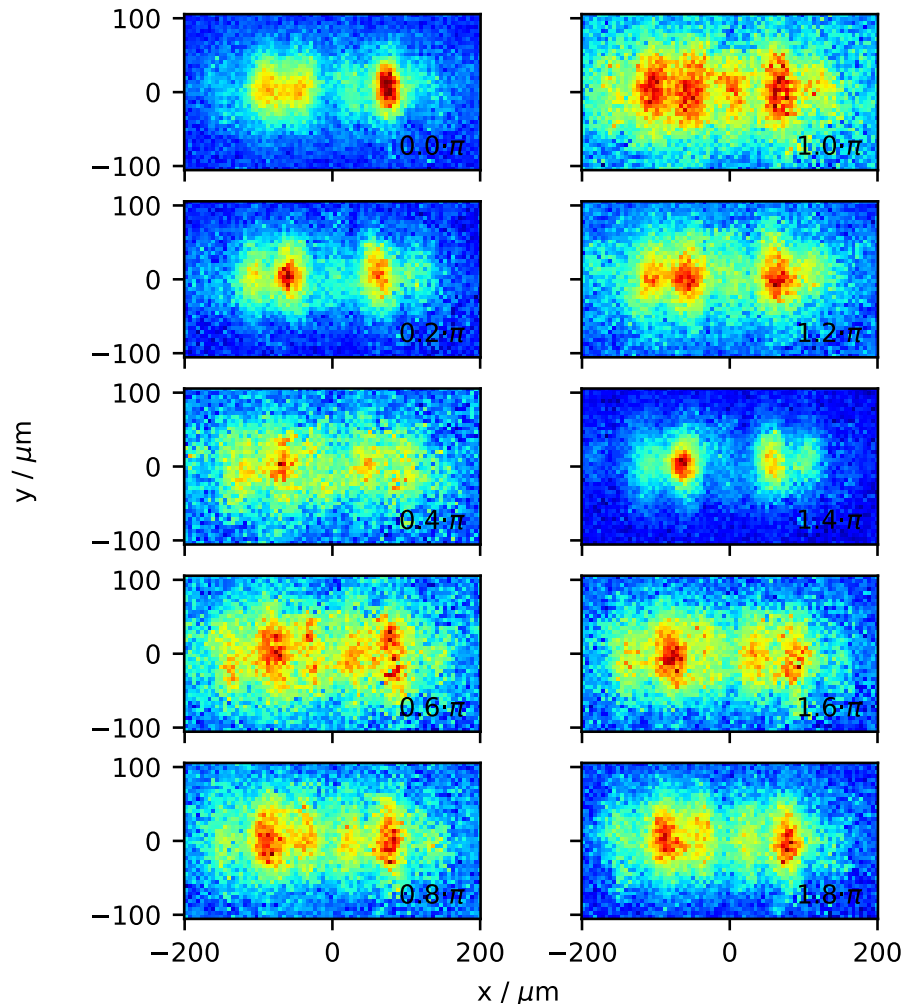
Mit Hilfe der Flugzeitmessungen konnte die Strategie für die Transformation des Ringpotentials im Hinblick auf die resultierenden Ensembletemperaturen untersucht und optimiert werden. Ob die ringförmige Atomverteilung nach Abschluss der Transformation jedoch immer noch eine kohärente Materiewelle mit fester Phasenbeziehung darstellt, muss weiter untersucht werden. Hierzu wird ein Experiment durchgeführt, dessen zeitlicher Verlauf in Abbildung 6.19 gezeigt wird. Grundlage hierfür



**Abbildung 6.19.:** Zeitlicher Ablauf des Experiments zum Überprüfen der Phasenkohärenz. Das Kondensat wird nach Umladen in das Ringpotential von einer harmonischen Einschlussgeometrie in eine Ringgeometrie überführt, dort gehalten und zurück transformiert. Anschließend erfolgt eine Ramsey-Interferometersequenz aus zwei zeitlich getrennten  $\pi/2$ -Pulsen mit variabler Phasenbeziehung zueinander. Zum Schluss der Ramseymessung wird die Dichteverteilung detektiert.

bildet die im vorherigen Kapitel vorgestellte Transformationsstrategie. In einem ersten Schritt wird das Kondensat innerhalb von 60 ms in die Ringgeometrie überführt, kann dort für eine Zeit  $T_1$  gehalten werden, wird daraufhin in gleicher Weise wieder in die harmonische Fallengeometrie zurück transformiert und schließlich für 40 ms

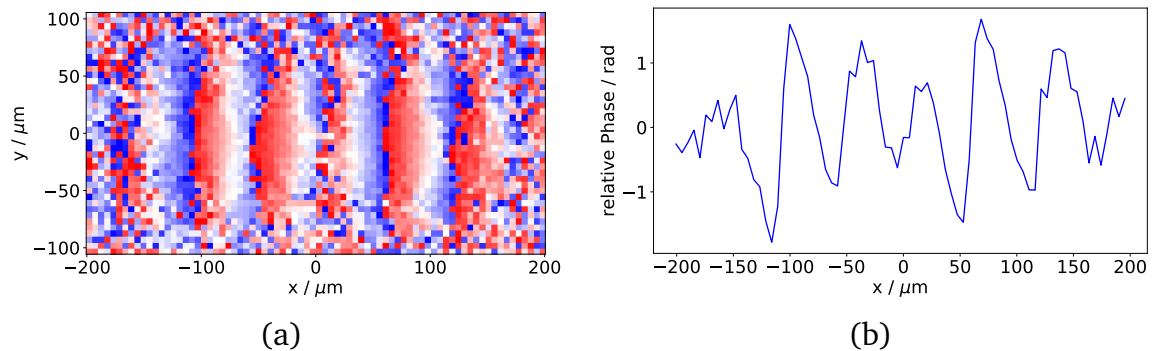
im Potential gehalten. Anschließend wird die Potentialanordnung ausgeschaltet und die Atomverteilung mittels eines Ramsey-Interferometers auf seine Interferenzfähigkeit untersucht. Die Interferometersequenz besteht hierbei aus einer Folge von zwei



**Abbildung 6.20.:** Atomverteilung nach Abschluss der Transformation und Ramsey-Messung. Die beiden Interferometerausgänge mit aufgeprägter Dichtemodulation durch Atominterferenz sind klar zu erkennen. Die Abhängigkeit der Phase der beobachteten Interferenzstreifen von der Phasendifferenz zwischen den beiden  $\pi/2$ -Pulsen lässt sich klar erkennen. Diese Phasendifferenz ist in den Einzelbildern vermerkt und wird von  $0$  bis  $2\pi$  variiert.

zeitlich getrennten  $\pi/2$ -Pulsen mit einer Wartezeit von  $2$  ms vor der Ramsey-Sequenz und einer anschließenden Expansionszeit von  $12$  ms um die Ausgänge des Interferometers zu trennen. Mit der aus Kapitel 3.3 bekannten Technik wird die Phase zwischen den zwei  $\pi/2$ -Pulsen variiert, was zu einer Verschiebung der Interferenzstreifen im Dichteprofil führen muss. Die Rücktransformation der Potentialgeometrie hat den

Vorteil, dass die entstehende Atomverteilung nach Ausschalten des Potentials und freier Expansion keine komplizierte Ringstruktur hat, welche sich zusätzlich über die Zeit der Expansion qualitativ verändern kann. Das zu erwartende Streifenmuster der Interferenz ist somit auf ein normal-verteiltes Atomensemble aufgeprägt, was eine weitere Auswertung wesentlich vereinfacht. Die so erzeugten Atomverteilungen sind in Abbildung 6.20 dargestellt, hierbei ist die Haltezeit in der Ringgeometrie  $T_1 = 0$  ms gewählt worden. Die Interferenzstreifen in der Dichteverteilung sind eindeutig zu erkennen. Ebenso erkennt man die Positionsabhängigkeit der Interferenzmaxima von der eingestellten Phasendifferenz der beiden  $\pi/2$ -Pulse. Auch dies zeigt, dass die erzeugten Strukturen im Dichteprofil durch die Interferenz der beiden Kondensateteile hervorgerufen wird. Wie in Abschnitt 3.7 gezeigt, lässt sich über die Variation der Phasenbeziehung zwischen den Bragg-Pulsen eine typische Fourierphasenbeziehung der Atominterferenz zeigen. Diese ist in Abbildung 6.21 für die oben gezeigte Messreihe dargestellt. In Abbildung 6.21(a) ist die Fourierphase eines jeden Ortspunktes dargestellt, man kann klar den zu erwartenden Zusammenhang von Phasendifferenz der Bragg-Pulse und Fourierphase bzw. Phase des Interferenzmusters erkennen. In Abbildung 6.21(b) ist zusätzlich eine gemittelte Projektion der Fourierphase auf die x-Achse dargestellt.



**Abbildung 6.21.:** (a) Darstellung der Fourierphase für ein Ramsey-Interferometer nach Transformation der Potentialgeometrie. (b) Projektion der Daten auf die x-Achse.

### Kontrast

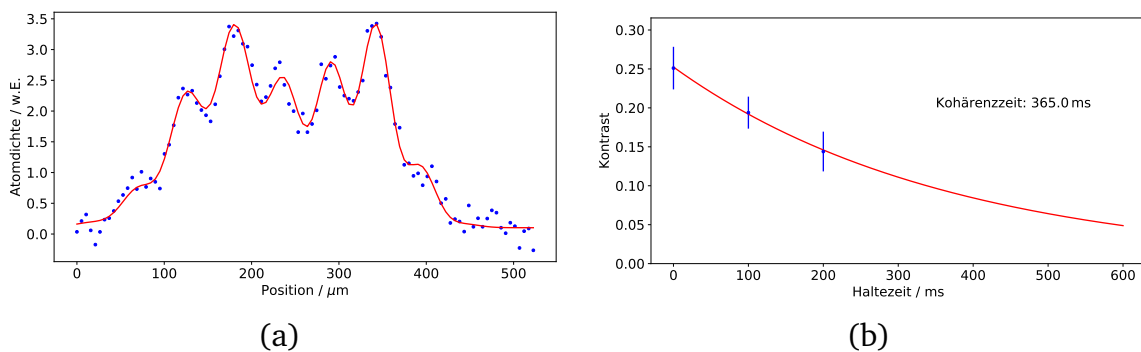
Da die Methode der Fourieranalyse über die Variation der Relativphase nur im Fall des perfekten Interferometers, d.h. kleine Periodizität des Streifenmusters (siehe Abschnitt 3.7.3), Werte liefert, wird in der nachfolgenden Betrachtung der Kontrast über eine Anpassung an das Dichteprofil der Atomverteilung bestimmt. Hierzu wird eine Funktion der Form

$$n(x) = \sum_{i=1}^2 \left[ n_{0,i} \cdot \exp\left(-2 \frac{(x - p_i)^2}{w_i^2}\right) (1 + a_i \cdot \sin(xk + \phi_i)) \right] + b \quad (6.5)$$

angepasst, wobei diese aus einer Gaußverteilung mit aufgeprägter Sinusmodulation besteht. Die Verteilung entspricht hierbei einem der beiden Ausgänge des Interferometers ( $i = 1, 2$ ) mit Amplitude der Gaußverteilung  $n_{0,i}$ , Position  $p_i$ , Breite  $w_i$  und einem Untergrundterm  $b$ , sowie den Parametern der Modulation mit der Amplitude  $a_i$ , der Periodizität  $k$  und einem Phasenversatz  $\phi_i$ . Aus dem Verhältnis von Oszillationsamplitude der Interferenz zu inkohärentem Untergrund ergibt sich ein Kontrast

$$K = \frac{n_{0,i} a_i}{n_{0,i} + b}, \quad (6.6)$$

der ein Maß für den kohärenten Anteil der Atomverteilung angibt. In Abbildung 6.22(a) ist eine Anpassung an die Spaltensumme eines Dichteprofiles nach Gleichung 6.5 dargestellt. In Tabelle 6.4 sind die Werte des Kontrastes für verschiedene Haltezeiten im Ringpotential  $T_1$  eingetragen. Es werden die 20 Aufnahmen einer Messreihe mit unterschiedlicher externer Phase einzeln ausgewertet und zu einem gemittelten Messwert zusammengefasst. Zusätzlich wird eine Ramseymessung als Referenz an einem Kondensat durchgeführt, welches ohne Transformation für 40 ms im harmonischen Einzelringpotential gehalten wird. Trägt man, wie in Abbildung 6.22(b) zu



**Abbildung 6.22.:** (a) Spaltensumme der Dichteverteilung nach dem Interferometer mit deutlicher periodischer Dichtemodulation. Zusätzlich angepasste Funktion zur Bestimmung des Kontrastes der Interferenz. (b) Kontrast der Interferenz aufgetragen über die Haltezeit  $T_1$  und daraus abgeleitete Kohärenzzeit.

sehen ist, den gemessenen Kontrast über die Haltezeit  $T_1$  auf, so lässt sich daraus eine Kohärenzzeit von 365 ms abschätzen. Hierbei ist zu berücksichtigen, dass aufgrund der geringen Anzahl an Messwerten diese Bestimmung bestenfalls als Anhaltspunkt für die zu erwartende Größenordnung dienen kann.

In einer zweiten Messreihe wird der Kontrastverlust relativ zu einem direkt aus der gekreuzten Dipolfalle entlassenen Kondensat untersucht. Dabei wird das Kondensat nach 40 ms Haltezeit aus der gekreuzten Dipolfalle mit der Ramseymessung untersucht. Die Messwerte sind in Tabelle 6.5 zusammengefasst. Eine Anpassung an die Messwerte des im Ringpotential transformierten Kondensats ergibt hier eine

	Einzelring	Transformation		
$T_1 / \text{ms}$	-	0	100	200
$T_{\text{total}} / \text{ms}$	40	160	260	360
Kontrast	0.43	0.25	0.19	0.14
Kontrastverlust durch Transformation	-	0.42	0.56	0.67

**Tabelle 6.4.:** Zusammenfassung der Ergebnisse zur Untersuchung des Kontrastes. Zur Referenz ist eine Messung ohne die Transformation des Ringpotentials angegeben.

Kohärenzzeit von 889 ms. Aus den Verhältnissen des bestimmten Kontrastes zu den

	gekr. Dipolfalle	Transformation			
$T_1 / \text{ms}$	-	0	100	150	200
$T_{\text{total}} / \text{ms}$	40	160	260	310	360
Kontrast	0.55	0.21	0.19	0.18	0.17
Kontrastverlust	-	0.62	0.65	0.67	0.69

**Tabelle 6.5.:** Zusammenfassung der Ergebnisse zur Untersuchung des Kontrastes. In dieser zweiten Messung ist als Referenz eine Messung direkt aus der gekreuzten Dipolfalle entlassener Atome gewählt worden.

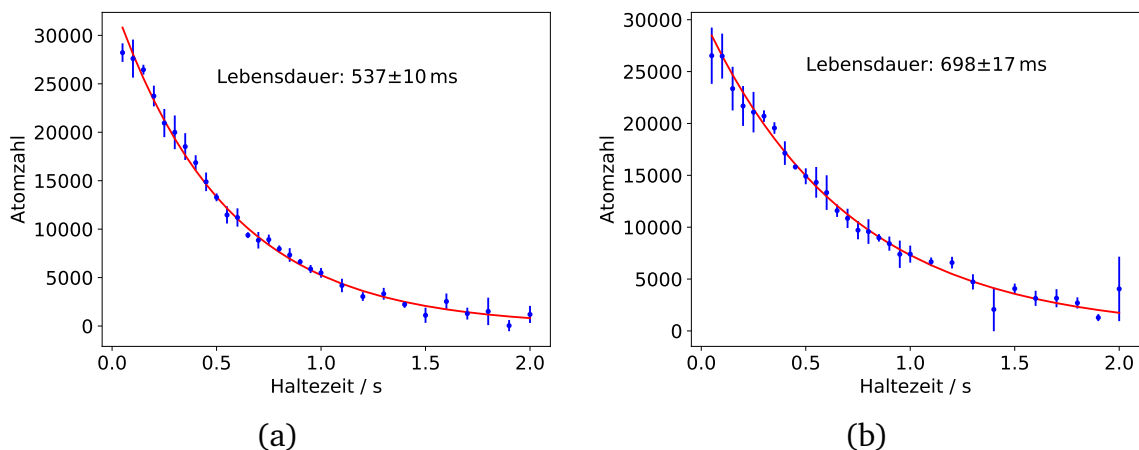
jeweiligen Referenzmessungen lässt sich abschätzen, dass sich durch das Transformieren des Potentials sowie durch das Umladen in das Ringpotential ein Kontrastverlust von ca.  $\frac{1}{3}$  ergibt.

### 6.3.3 Bestimmung der Atomlebensdauer

Für weiterführende Experimente an Atomkondensaten in Ringpotentialen ist eine möglichst lange Experimentierdauer vorteilhaft, welche durch die Lebensdauer des Kondensats bestimmt wird. Dazu wird nach Umladen des Kondensats in das kombinierte Potential aus Lichtteppich und Ringpotential sowie nach Transformation des Ringpotential die Atomzahl der eingeschlossenen Atome bestimmt. Aus dem zeitlichen Verlauf über Haltezeit in diesem Potential und einer Anpassung der Form

$$n(t) = n_0 \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad (6.7)$$

lässt sich die Lebensdauer  $\tau$  bestimmen. In Abbildung 6.23(a) ist dies für das harmonische Ringpotential des Einzelrings, in Abbildung 6.23(b) für ein ringförmiges Atomensemble nach abgeschlossener Transformation dargestellt. Im Fall des harmonischen Ausgangspotentials ergibt sich eine Lebensdauer von 537 ms, im Ringpotential nach Transformation eine Lebensdauer von 698 ms. Da der Einschluss des repulsiven Ringpotentials durch blau verstimmtes Laserlicht erfolgt, ist der Einfluss durch



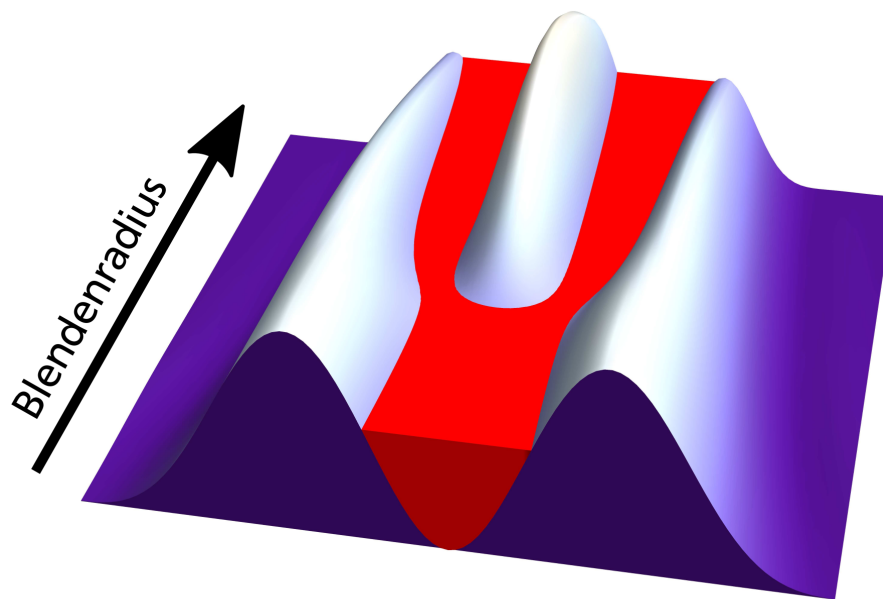
**Abbildung 6.23.:** Atomzahl aufgetragen über die Haltezeit im Potential mit angepasster Funktion zur Bestimmung der Lebensdauer. (a) Atome im harmonischen Potential des Einzelrings. (b) Atome im dunklen Ringpotential.

Streuung hier minimal und die Unterschiede sind vermutlich durch die effektiven Fallenvolumina gegeben. Schlussendlich begrenzt die Photonenstreuung des attraktiven, rot verstimten Lichtteppichpotentials die Lebensdauer der eingeschlossenen Atome. Unabhängige Messung der Lebensdauer eines vergleichbaren Kondensats im Lichtteppichpotential ergaben Werte von  $\sim 1$  s [41].

### 6.3.4 Dichteverteilung eines Bose-Einstein-Kondensats unter Topologietransformation

Mit Hilfe des vorgestellten Systems aus variabler Kreisblende auf der DMD-Einheit und dessen zeitkritischer Ansteuerung sowie anschließender Fokussierung in den biaxialen Kristall ist es somit möglich, die Form der ringförmigen Intensitätsverteilung der konischen Refraktion zu verändern. Ein daraus geformtes repulsives Dipolpotential kann ein eingeschlossenes Kondensat während des Transformationsprozesses erhalten; das Kondensat füllt schlussendlich das repulsive Ringpotential aus. Beginnend mit einem harmonischen Einschluss durch den Einzelring entwickelt sich, durch das zentral erzeugte Potentialmaximum während der Blendenöffnung, ein ringförmiges Kondensat. In Abbildung 6.24 ist das Transformieren des Kondensats im repulsiven Potential des Lichtfeldes der konischen Refraktion skizziert. Um diesen Prozess der Topologieänderung der Kondensatverteilung zu verschiedenen Zeitpunkten der Transformation abbilden zu können, wurde die Transformation zu unterschiedlichen Zeiten angehalten und die Dichteverteilung der Atome aufgenommen. Diese Aufnahmen sind in Abbildung 6.25 dargestellt. Die zugehörigen Lichtfeldverteilungen der konischen Refraktion und somit auch die Geometrie des auf das Kondensat wirkenden Potentials sind in Abbildung 6.26 mit gleicher Nummerierung dargestellt.



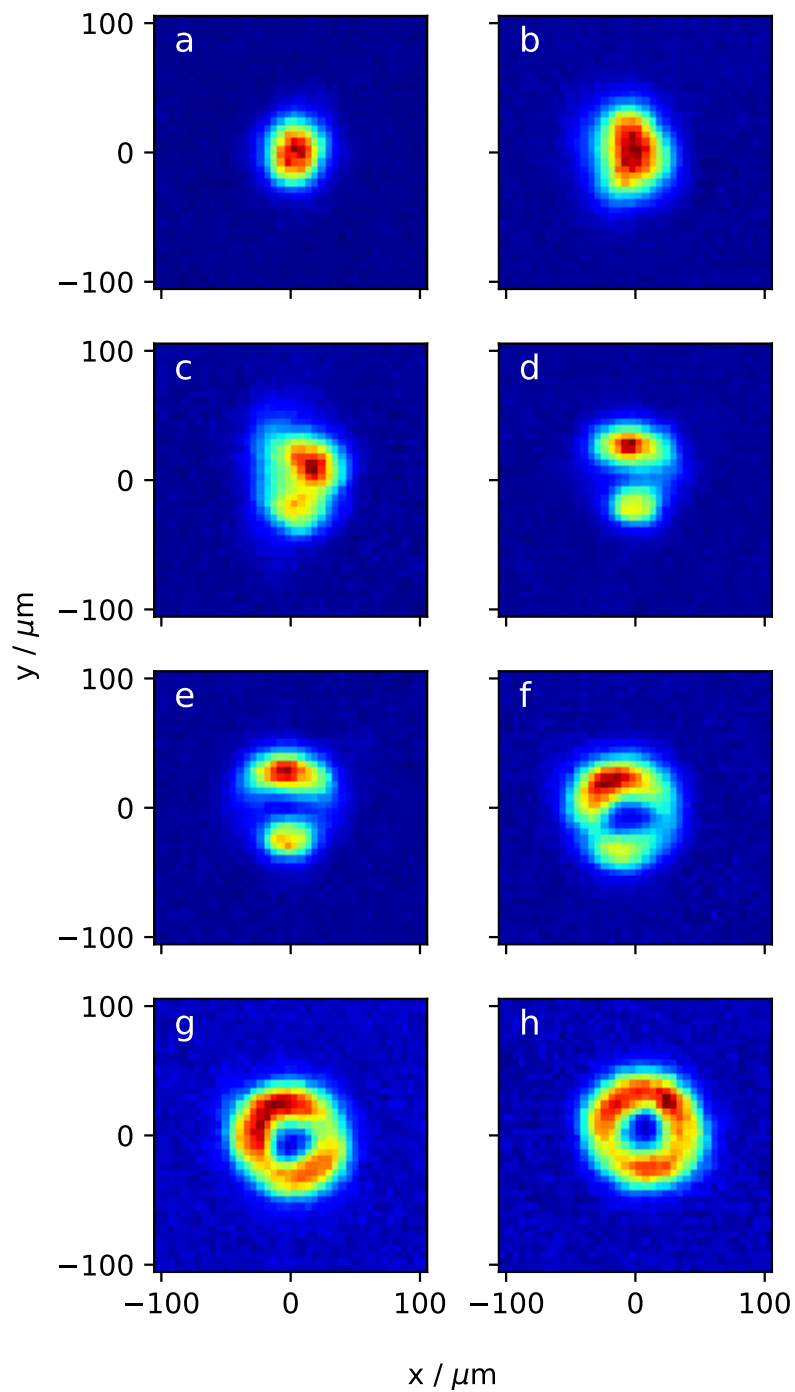


**Abbildung 6.24.:** Darstellung des Transformationsprozesses. Aufgetragen ist ein Schnitt durch das Zentrum der Potentialverteilung durch das Lichtfeld der konischen Refraktion in Abhängigkeit des bei der Transformation veränderten Blendenradius. In rot ist ein durch Atome gefülltes Potential angedeutet. Das qualitative Umschlagen der Kondensatgeometrie von einer einfach zusammenhängenden Verteilung zu einer mehrfach zusammenhängenden Ringverteilung ist zu erkennen.

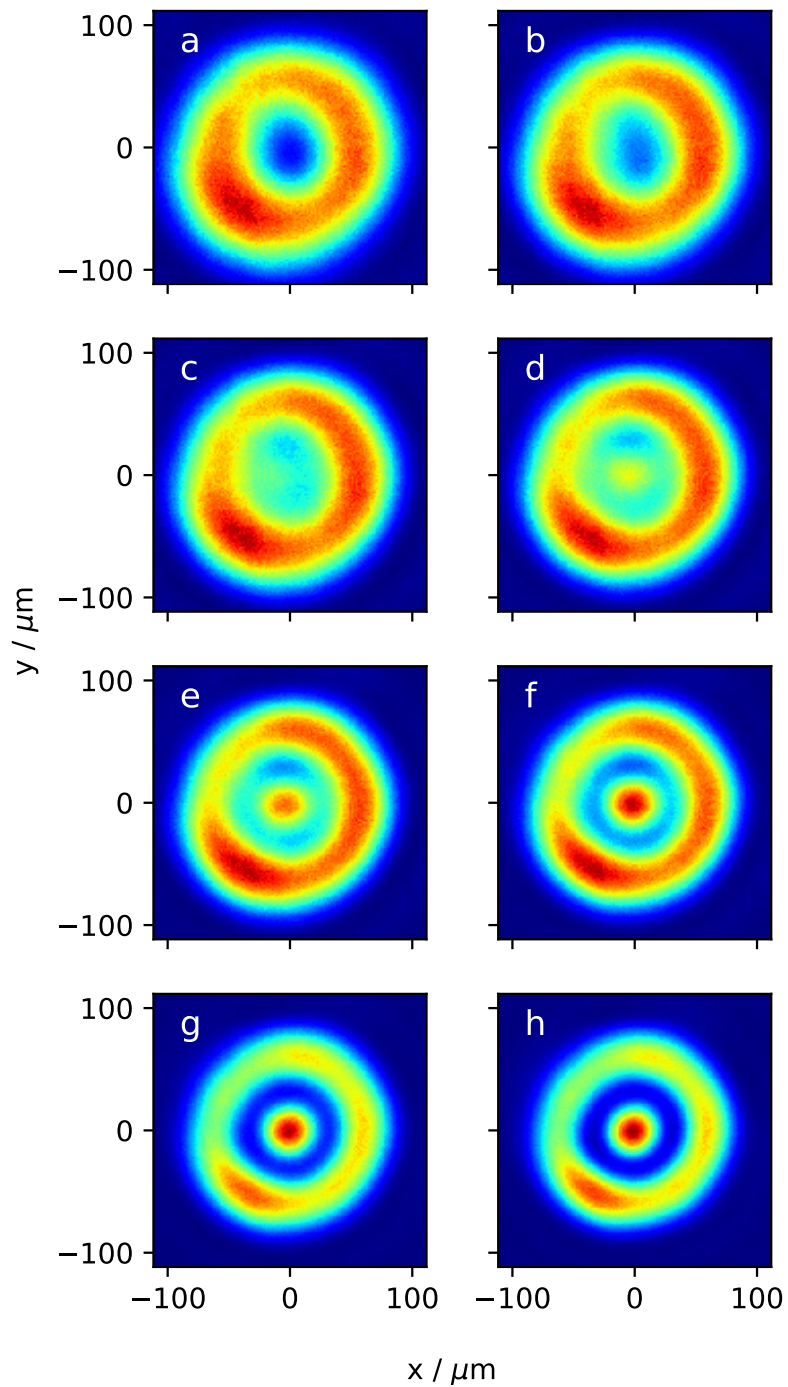
Dort erkennt man, wie sich ein Anfangs zusammenhängendes Kondensat im Potential des Einzelrings ausbildet. Dieses wird in vertikaler Richtung verbreitert bis sich zwei Kondensatteile ausbilden. An der Potentialform lässt sich erkennen, wie das zentrale Maximum im linken Teil der Ringstruktur entsteht und das Zentrum in zwei Teile trennt. Dies führt im Verlauf der Transformation dazu, dass sich diese beiden Kondensatteile sichelförmig ausbreiten und anschließend zu einer zusammenhängenden ringförmigen Atomverteilung verbinden.

### **Auswertung der ringförmigen Dichteverteilung**

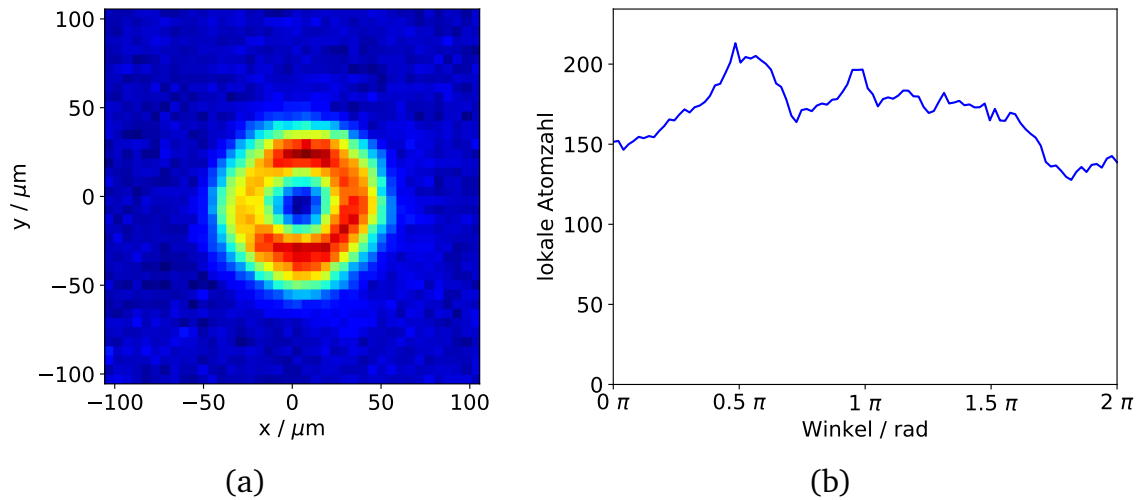
Nachdem die Transformation abgeschlossen ist, befindet sich das ringförmige Kondensat im Minimum des Potentials zwischen zentralem Maximum und der umgebenden ringförmigen Potentialwand. Eine typische Aufnahme der Dichteverteilung ist in Abbildung 6.27(a) dargestellt. Trägt man die lokale Atomzahl über den Winkel auf, so erhält man die in Abbildung 6.27(b) gezeigte Atomverteilung. Hierbei liegt die relative Standardabweichung bei 10 % und das Verhältnis aus größter Abweichung zum Mittelwert bei 20 %. Die Gesamtzahl der eingeschlossenen Atome beträgt in diesem Fall 17000.



**Abbildung 6.25.:** Dichteverteilung der Atome während des Transformationsprozesses. Die Transformation wurde hierbei zu verschiedenen Zeiten angehalten und die Atomverteilung detektiert. Der eingestellte Blendenradius beträgt hierbei (in mm): (a) 0.92, (b) 0.97, (c) 1.07, (d) 1.15, (e) 1.23, (f) 1.31, (g) 1.50, (h) 1.66



**Abbildung 6.26.:** Aufnahmen des Lichtfeldes der konischen Refraktion bei unterschiedlichen Blendenradien. Die Atomverteilung nach Abb. 6.25 befinden sich im repulsiven Dipolpotential des abgebildeten Lichtfeldes.



**Abbildung 6.27.:** (a) Typische Aufnahme der Dichteverteilung im Potentialminimum nach abgeschlossenem Transformationsprozess. (b) Atomverteilung aufgetragen über den azimutalen Winkel. Die Nullposition befindet sich bei 9 Uhr, der Winkelparameter wird gegen den Uhrzeigersinn aufgetragen.

### Chemisches Potential

Aus diesen experimentellen Parametern lässt sich die Energie des eingeschlossenen Kondensats abschätzen. Hierzu betrachtet man das chemische Potential  $\mu$  eines in einem Ringpotential eingeschlossenen Kondensats. Dies ergibt sich aus der Relation [120]

$$\mu = \hbar \bar{\omega} \sqrt{\frac{2Na}{\pi r_0}}, \quad (6.8)$$

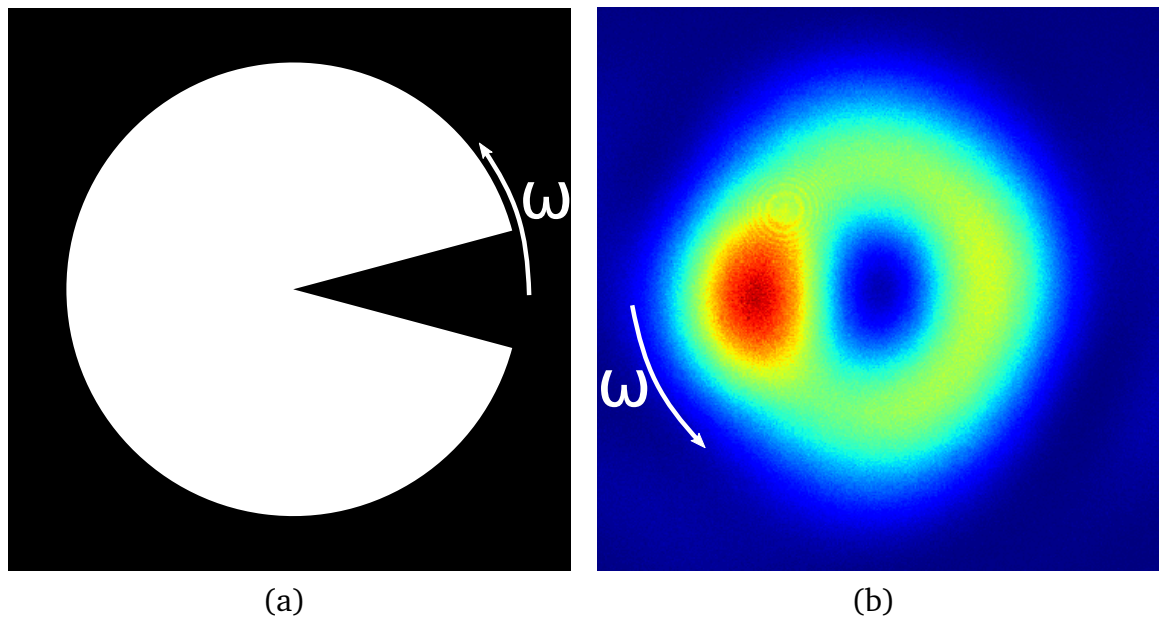
wobei  $\bar{\omega} = \sqrt{\omega_r \cdot \omega_z}$  das geometrische Mittel der radialen Fallenfrequenz und der Fallenfrequenz des Lichtteppichpotentials ist.  $N$  bezeichnet die Gesamtatomzahl,  $a$  die s-Streuwellenlänge und  $r_0$  den Radius der ringförmigen Atomverteilung. Damit ergibt sich ein chemisches Potential von  $1160 \times h$  Hz sowie ein Thomas-Fermi Radius von  $1.6 \mu\text{m}$  in radialer Richtung. Aus einer gemessenen  $e^2$ -Breite der Atomverteilung von  $\approx 24 \mu\text{m}$  und einer Verbreiterung von  $\approx 22 \mu\text{m}$  durch die verwendete Detektion [99] ergibt sich ein vergleichbarer Wert des Thomas-Fermi Radius.

---

## 6.4 Dynamisches Potential der konischen Refraktion zum Führen von Bose-Einstein-Kondensaten

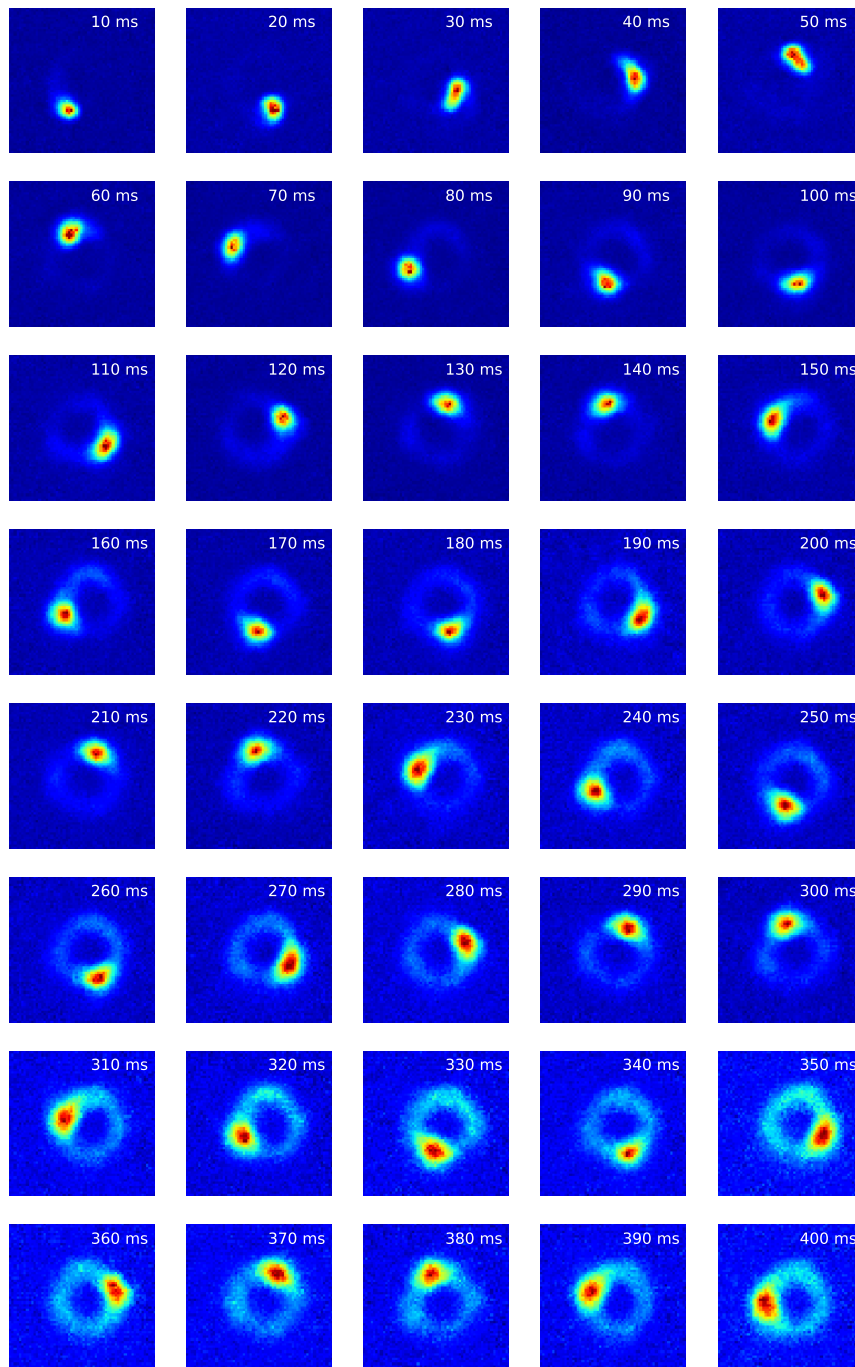
---

Im folgenden Abschnitt soll untersucht werden, wie die in Abschnitt 5.5 vorgestellten Lichtfelder für Experimente mit kalten Atomen genutzt werden können. Dazu wird eine Segmentblende mit einem Blendenradius von  $0.92 \text{ mm}$  und einer Keilöffnung von  $0.2 \times \pi \text{ rad}$  verwendet, welche ein ringförmiges Lichtfeld mit einem



**Abbildung 6.28.:** (a) Keilblende, die für die folgenden Experimente auf der DMD-Einheit dargestellt wird. (b) Lichtfeld der konischen Refraktion, welches mit Hilfe einer Keilblende erzeugt wird.

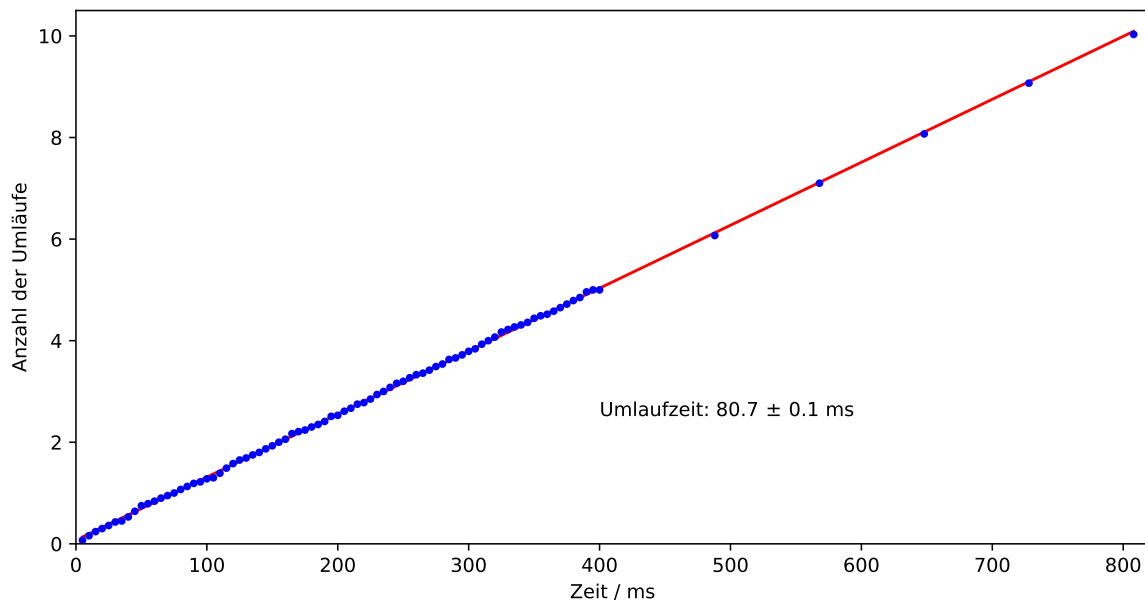
Intensitätsmaximum an der dem Keil gegenüberliegenden Seite der Ringverteilung erzeugt. Wird nun eine Abfolge von Blendenbildern abgespielt, bei denen sich die Position des Keilsegments ändert, so ändert sich auch die Position des Maximums der Lichtverteilung. Aus Winkeländerung des Keilsegments und zeitlicher Abfolge der Blendenbildern ergibt sich eine Winkelgeschwindigkeit  $\omega$ , mit der das Maximum im Lichtfeld rotiert. Die verwendete Blende und das so erzeugte Lichtfeld sind in Abbildung 6.28 dargestellt. Das Maximum des Lichtfeldes hat am Ort der Atome eine Gaußbreite von  $52.3 \mu\text{m}$  in radialer Richtung bzw.  $84.2 \mu\text{m}$  senkrecht dazu. Die Wellenlänge des verwendeten Lichtes beträgt in diesem Experiment  $796 \text{ nm}$ , sodass das rot verstimmte Licht attraktiv auf die Atome wirkt und das Lichtmaximum als Potentialminimum des Dipolpotentials dient. Die Lichtleistung am Ort der Atome beträgt  $2.5 \text{ mW}$  bei einem Regelsignal von  $3 \text{ V}$ . Daraus ergibt sich eine Potentialhöhe des Minimums von  $-10.6 E_{\text{rec}}$ , eine Potentialhöhe des Ringbereichs von  $-5.8 E_{\text{rec}}$  und somit die Potentialdifferenz von Maximum zu Ring von  $-4.8 E_{\text{rec}}$ . Die Fallenfrequenzen in radialer und dazu senkrechter Richtung für diese Experimentparameter ergeben  $66.9 \times 2\pi \text{ Hz}$  bzw.  $47.7 \times 2\pi \text{ Hz}$ . Die Position des Maximums des Ringpotentials wird mit dem Kreuzungspunkt der Dipolfalle räumlich überlagert, um so ein Kondensat in das Ringpotential umladen zu können. Im Speicher des DMD-Moduls werden 48 Blendenbilder abgelegt, wobei das Keilsegment um jeweils  $7.5^\circ$  gegen den Uhrzeigersinn gedreht wird. Die zeitliche Abfolge der Steuersignale wird so gewählt, dass eine volle Rotation in  $80 \text{ ms}$  erfolgt, somit beträgt die Winkelgeschwindigkeit  $4.5^\circ/\text{ms}$  bzw.  $78.5 \text{ mrad/ms}$ . Um überprüfen zu können, ob die Rotation des Potentials sich auch



**Abbildung 6.29.:** Dichteverteilung der Atome in einem Potential einer rotierenden Keilblende. Fünf Umläufe sind in 400 ms durchgeführt worden.

auf die Verteilung der umgeladenen Atome überträgt, wird zu unterschiedlichen Zeitpunkten die Dichteverteilung detektiert. In Abbildung 6.29 sind diese Aufnahmen in Abständen von 10 ms bis zum fünften Umlauf dargestellt. Es ist klar zu erkennen, wie der Schwerpunkt der Dichteverteilung eine stetige Rotationsbewegung ausführt.

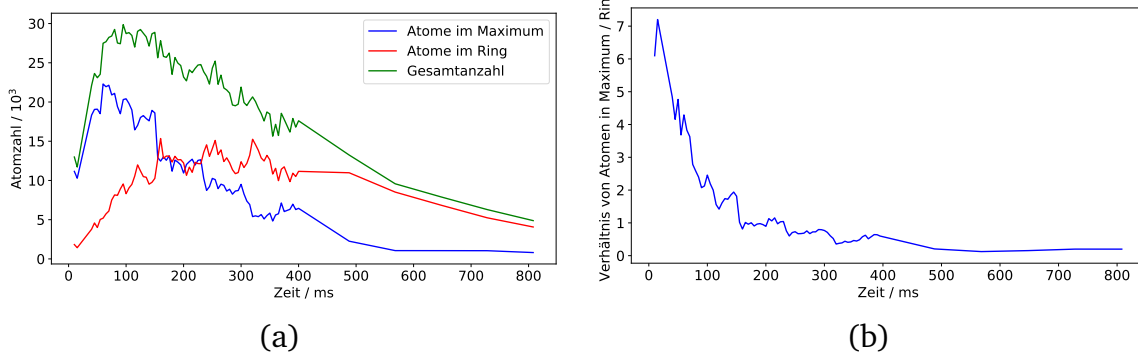
Daran anschließend wurden fünf weitere Umdrehungen des Potentials durchgeführt, wobei nur jede volle Umdrehung aufgenommen wurde. Aus einer Anpassung an die Dichteverteilung über den azimuthalen Winkel lässt sich die Position der Atomverteilung entlang der Kreisbahn bestimmen. In Abbildung 6.30 ist diese über die Zeit des Experiments aufgetragen. Die Position ändert sich hierbei linear mit der Zeit



**Abbildung 6.30.:** Position des Maximums der Atomverteilung aufgetragen über die Dauer der Rotation. Die Position ändert sich linear mit der Zeit.

und aus einer Geradenanpassung ergibt sich eine Umlaufzeit von 80.7 ms. Aus einer Gaußanpassung an die azimuthale Dichteverteilung lässt sich zusätzlich die Atomzahl im Potentialmaximum bzw. die Atomzahl im restlichen Ringpotential bestimmen. In Abbildung 6.31(a) sind diese Atomzahlen und die Gesamtatomzahl über die Umlaufdauer dargestellt. Zusätzlich ist in Abbildung 6.31(b) das Verhältnis aus Atomen im Potentialminimum zu Atomen im Ringpotential aufgetragen. Zu beachten ist hierbei, dass der Anstieg der Atomzahl zu Beginn der Messung ein Effekt der Messmethode ist. Die Atomwolke besitzt zu diesem Zeitpunkt eine Dichte, die zu hoch ist, um die Atomwolke zu durchdringen. Die angenommene Absorption des Laserlichts unterschätzt somit die reale Atomzahl. Als Verlustkanal können hier zwei Effekte beobachtet werden. Zum einen nimmt die Gesamtatomzahl aufgrund der Streuung mit den verwendeten Lichtfeldern von Lichtteppich und Ringlicht, sowie durch Stöße mit dem Hintergrundgas exponentiell ab. Zum anderen kann man erkennen, dass Atome aus dem Potentialminimum entfernt werden, jedoch im Potential des restlichen Ringbereichs verbleiben. Dies könnte durch Aufheizeffekte bei der Rotation geschehen, wobei Atome hier aus dem Kondensatensemble entweichen, aber noch im Ringpotential gehalten werden. Dieser Effekt lässt sich ebenso im Verhältnis der bestimmten Atomzahlen in Abbildung 6.31(b) beobachten.

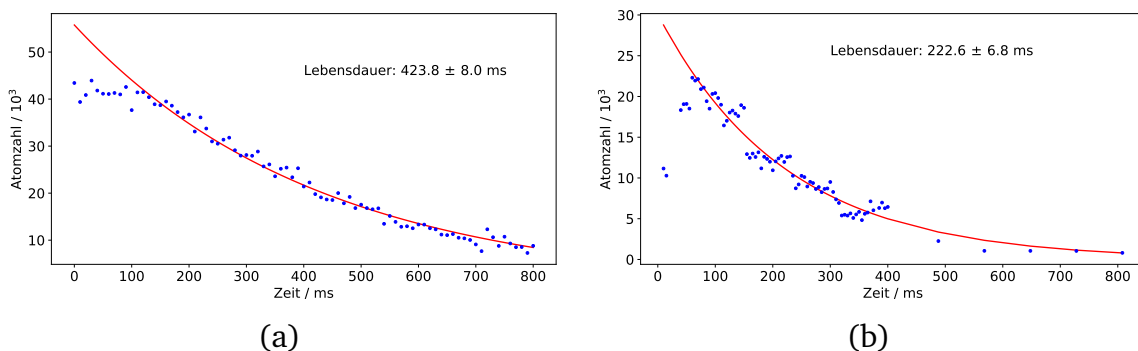




**Abbildung 6.31.:** (a) Anzahl der Atome im Potentialminimum und im restlichen Ringpotential einzeln aufgetragen. (b) Verhältnis aus Atomzahl im Minimum zu Anzahl im Ringpotential.

### Lebensdauer

Eine Abschätzung der Lebensdauer der gespeicherten Atome wird unter Berücksichtigung der oben genannten Effekte durchgeführt. Zum einen wird nach einer Expansionszeit von 20 ms, um das Unterschätzung der Atomzahl durch hohe Dichten zu vermeiden, die Gesamtatomzahl bestimmt und über die Umlaufzeit, wie in Abbildung 6.32(a) zu sehen ist, aufgetragen. Des Weiteren werden, in Abbildung 6.32(b) dargestellt, nur die Atome im Potentialminimum aufsummiert und ebenso über die Umlaufzeit aufgetragen. Aus einer Anpassung ergeben sich die Lebensdauern von 423.8 ms für die Gesamtatomzahl und 222.6 ms für den vermuteten Kondensatanteil im Potentialminimum.



**Abbildung 6.32.:** Anzahl der Atome aufgetragen über die Dauer der Rotation. (a) Gesamtatomzahl während der Rotation. (b) Atomzahl im Potentialminimum. Die Atomzahlen einer Einzelmessung durch Absorptionsdetektion haben einen typischen Fehler von 10 %.



---

## 6.5 Zusammenfassung der Ergebnisse

---

Mit Hilfe des Effektes der konischen Refraktion und dem zusätzlichen Einsatz eines DMD-Moduls zur dynamischen Strahlmanipulation ist es möglich, Dipolpotentiale zu erzeugen, die für die adiabatische Transformation und den Transport von Bose-Einstein-Kondensaten geeignet sind. Es wurde gezeigt, dass die im Abschnitt 5 vorgestellten ringförmigen Lichtstrukturen geeignet sind, um als Dipolpotentiale für Kondensatverteilungen zu dienen. Es ist möglich, ein Kondensat in ein einfaches repulsives Ringpotential, basierend auf dem Effekt der konischen Refraktion, zu laden und daraus, durch Verändern der Blendengröße auf der DMD-Einheit, eine homogene, ringförmige Kondensatstruktur erzeugen zu können. Es konnte gezeigt werden, dass eine Transformationsstrategie gewählt werden kann, die in der Lage ist, die Kohärenz des Kondensats zu erhalten. Nach erfolgreicher Transformation wurde eine geschlossene ringförmige Kondensatverteilung detektiert, welche es ermöglichen sollte, Experimente zum Studium der superfluiden Eigenschaften durchführen zu können. Es ist des Weiteren vorstellbar, nach der Manipulation des Kondensats die Topologie erneut zu verändern. Ebenso könnte das zentrale Maximum der Lichtverteilung dazu genutzt werden, eine Referenzkondensat darin zu speichern und eine Rotation der Ringkondensats relativ dazu zu messen [148, 149].

Ein weiteres Ergebnis der vorgestellten Experimente ist, dass die Kondensatverteilung mit Hilfe einer rotierenden Keilblende auf der DMD-Einheit in Rotation versetzt werden kann. Die Rotationsbewegung und die Rotationszeit entspricht der von außen aufgeprägten Dynamik der Lichtfeldverteilung der konischen Refraktion. Mit Hilfe einer so erzeugten dynamischen Potentialanordnung sollte es möglich sein, Kondensatteile in Leiterstrukturen an beliebige Orte transportieren oder Rotationsbewegungen auf Ringkondensate aufprägen zu können. Es wurde bereits im Ansatz gezeigt, dass ein anfänglich zusammenhängendes Kondensat in zwei Teile getrennt werden kann [150]. Durch eine so geführte Kondensatverteilung könnte es möglich sein, ein Sagnac-typische Interferenzmessung durchführen zu können [122].

Ebenso ist es möglich, diese dynamischen Dipolfallenstrukturen mit weiteren Fallengeometrien zu kombinieren. So lässt sich beispielsweise einer der linearen Dipolfallenstrahlen als Leiterstruktur zur Kopplung zwischen unterschiedlichen Ringanordnungen verwenden. Eine weitere Möglichkeit bieten direkt abgebildete Maskenstrukturen einer DMD-Einheit, welche beliebige und zusätzlich dynamische Potentialstrukturen erzeugen können [151]. Diese würden zur Kopplung von Potentialen oder als zeitgemittelte Potentiale zum Führen und Bewegen einer Kondensatverteilung eingesetzt werden.



---

## 7 Diskussion und Ausblick

Im Rahmen dieser Arbeit konnten neue Erkenntnisse zur Untersuchung von Bose-Einstein-Kondensaten in Wellenleiterstrukturen und zur Erzeugung von ringförmigen Wellenleitern basierend auf dem Phänomen der konischen Refraktion gewonnen werden. Dazu zählt die Untersuchung von Interferometerexperimenten in Wellenleiterstrukturen. Es wurde ein System zur Phasenkontrolle der Bragg-Pulse vorgestellt, wodurch wiederum Einfluss auf die Phase der Interferenzstreifenmuster im Dichteprofil der Atome genommen werden kann. Aus der Kenntnis über den Zusammenhang zwischen Population der Interferometerausgänge und aufgeprägter Phase lassen sich die daraus gewonnenen Messdaten über eine Fourieranalyse auswerten. Damit wurde es erstmals möglich, den Interferometerkontrast eines symmetrischen Interferometers auswerten zu können. Die aufwändige und technisch anspruchsvolle Auswertung von Interferenzstreifen im Dichteprofil der Atomverteilung wird dabei durch eine simple Betrachtung der Atomzahlen in den beiden Interferometerausgängen ersetzt. Mit Hilfe dieser Methode wurde eine Kohärenzzeit einer Mach-Zehnder-Interferometersequenz in diesem Experimentaufbau von 3.3 ms bestimmt. Vergleichbare Experimente in linearen Wellenleitern ergaben Kohärenzzeiten von 2.5 ms [77] und 12 ms [82], wobei die vergleichsweise hohe Kohärenzzeit in letztgenanntem Experiment durch eine niedrige Atomdichte eines Wellenleiters mit schwachem Einschluss verursacht wird. Außerdem ist es mit Hilfe dieser Methode möglich, die räumliche Frequenz des Interferenzmusters bestimmen zu können. Im Vergleich zu einer direkten Anpassung an das Dichteprofil können Streifenabstände bestimmt werden, welche größer als die Breite der Atomverteilung sind. Damit war es erstmals möglich, sehr kleine Änderungen der Periode des Interferenzmusters zu bestimmen. Die Abhängigkeit der räumlichen Frequenz von Phasengradient, relativer Position und relativer Geschwindigkeit der beiden Interferometerarme konnte untersucht werden. Die dabei bestimmte relative Geschwindigkeit liegt drei Größenordnungen unter der durch Bragg-Anregung auf die Atome übertragenen Geschwindigkeit. Der Wert der Relativgeschwindigkeit, welcher abhängig von der Wechselwirkungsenergie zwischen den Atomen des Kondensats ist, wurde qualitativ für unterschiedliche Expansionszeiten im Wellenleiter bestimmt. Dabei zeigte sich, dass selbst nach 20 ms ein Einfluss auf die Relativgeschwindigkeit messbar war. Zusätzlich zeigte sich, dass der Einsatz der  $\Delta$ -Kick Kollimation dazu führt, diesen Effekt noch weiter zu verstärken.

Um die Genauigkeit interferometrischer Messungen in Zukunft noch weiter steigern zu können, sollte die Anwendung von höheren Braggpulsordnungen verbessert werden. In früheren Arbeiten wurden Anregungen bis  $6\hbar k$  mit einer Effizienz von 75 % erreicht [43]. Für eine Umsetzung von höheren bzw. einer Mehrfachanwendung

---

von Bragg-Pulsen wird dabei ein Lasersystem benötigt, welches eine höhere optische Leistung und eine bessere Frequenzstabilität zur Verfügung stellt [152]. Bessere spektrale Eigenschaften sowie eine mechanische Entkopplung der optischen Elemente würden die Phasenstabilität der Braggpulsanregung und damit des Mach-Zehnder-Interferometers weiter verbessern. Ebenso sollte die Möglichkeit der Amplitudenkontrolle des Bragglasersystems verbessert werden. Über eine Verbesserung der Kommunikation [85] zwischen DDS-System und Mikrocontroller sollte es möglich sein, die komplette Pulssequenz des Experiments ohne zusätzliche Ansteuerung von AWGs durchführen zu können. Eine Datenbank aus möglichen Pulsen wie Braggpulsen mit höheren Ordnungen, Hintereinanderausführung von Pulsanregung oder Geschwindigkeitsselektion über spektral schmale Braggpulse könnte dazu angelegt und für die Experimentrealisation abgerufen werden. Außerdem sollten die Ergebnisse bezüglich der Beobachtungen der Relativgeschwindigkeit der beiden Interferometerteile über die Expansionszeit und die daraus abgeleitete Abhängigkeit von Atom-Atom-Wechselwirkungseffekten durch eine Simulation der Gross-Pitaevskii-Gleichung verifiziert werden. Möglicherweise sind diese Wechselwirkungseffekte, welche mit der Atomdichte skalieren und somit in Wellenleiterexperimenten besonders zum Vorschein kommen, für den Kontrastverlust bzw. für eine Phasenverschiebung der Kondensatwellenfunktionen verantwortlich [153, 154].

Der zweite Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit liegt bei der Untersuchung des Phänomens der konischen Refraktion. Es wurde die bekannte theoretische Beschreibung der konischen Refraktion, welche auf symmetrischen gaußförmigen Eingangsstrahlen basiert, um die Möglichkeit der räumlichen Modifikation des Eingangstrahls durch beliebige Intensitätsmasken erweitert. Mit Hilfe einer Mikrospiegeleinheit wurde ein optischer Aufbau entwickelt, der es ermöglicht, die zuvor theoretisch beschriebenen Effekte auf die konische Refraktion experimentell untersuchen zu können. Die Mikrospiegeleinheit dient in diesem Fall als modulare zweidimensionale Intensitätsmaske in Reflexion. Gezielt können quadratische Bereiche, gegeben durch eine Pixelgröße von  $7.6\ \mu\text{m}$  des Eingangstrahls ein- bzw. ausgeblendet werden. Im Detail wurden die Lichtfelder von Kreis- bzw. Ringblenden, aber auch von segmentierten Kreisblenden untersucht und es wurde gezeigt, dass die experimentell aufgenommenen Lichtverteilungen in sehr guter Übereinstimmung mit den berechneten Intensitätsverteilungen stehen. Der Einsatz der Mikrospiegeleinheit ermöglicht nicht nur das Anzeigen von beliebigen statischen Blendengeometrien, sondern auch das dynamische Umschalten zwischen 96 abgespeicherten Bildern mit einer minimalen Anzeigedauer von  $372\ \mu\text{s}$ . Mit Hilfe von segmentierten Blendengeometrien erzeugte Lichtfelder könnten zu Untersuchung der Dynamik von Bose-Einstein-Kondensaten in Ringgitterpotentialen verwendet werden. Mit Lichtfeldern aus mehreren konzentrischen Ringverteilungen ließen sich konzentrische Ringwellenleiter erzeugen, die sich durch Einstrahlen von zusätzlichen Potentialstrukturen an einander koppeln ließen. Der optische Aufbau wurde im Anschluss dazu verwendet, dynamische veränderliche Potentialgeometrien aus optischen Dipolpotentialen für Bose-Einstein-Kondensate zu erzeugen. Es wurde eine zeitlicher Potentialverlauf vorgestellt, bei dem ein Kon-

---

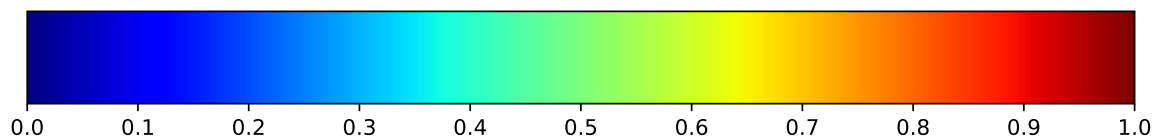
densat in ein harmonisches Potential geladen wurde und anschließend, durch Veränderung der Lichtstruktur, adiabatisch in eine ringförmige Kondensatform transformiert wurde. Durch die Anwendung einer anschließenden Ramsey-Pulssequenz wurde gezeigt, dass diese Transformation den phasenkohärenten Zustand des Kondensats erhält. Mit Hilfe der theoretischen Darstellung konnte der zeitliche Verlauf der Fallenfrequenzen beim Transformationsprozess sichtbar gemacht und darauf basierend die Transformationsstrategie deutlich verbessert werden. Zusätzlich wurde gezeigt, dass mit Hilfe einer rotierenden segmentierten Kreisblende ein Kondensat in Rotation versetzt werden kann. Es konnten bis zu 10 komplette Umläufe mit einer Umlaufzeit von 80 ms beobachtet werden. Mit der nun zur Verfügung stehenden ringförmigen Kondensatverteilung besteht die Möglichkeit, die superfluiden Bewegungseigenschaften von Bose-Einstein-Kondensaten untersuchen und ausnutzen zu können, um quantisierte Rotationszustände anzuregen. Durch Laguerre-Gauß-Strahlen, welche ihren Drehimpuls (*Orbital angular momentum*) bei Ramanprozessen auf das Kondensat übertragen, können solche quantisierten Rotationszustände gezielt angeregt werden [155]. Dies lässt sich ebenso mit dem Effekt der konischen Refraktion durchführen, dessen Lichtfeld Träger von äußeren Drehmomentquanten ist [156]. Auch durch Einstrahlen zusätzlicher dynamischer Lichtfelder als repulsive Dipolpotentialbarrieren könnten Rotationszustände angeregt werden. Dazu ist momentan ein optischer Aufbau unter Einsatz einer weiteren Mikrospegeleinheit in Vorbereitung [151]. In Abhängigkeit von Breite und Tiefe dieser Barriere könnten nicht nur Rotationen angeregt werden, auch wäre es möglich, Tunnelbarrieren zur Untersuchung des Josephson-Effekts bzw. zur Realisierung von atomaren SQUIDs in das System zu integrieren.



---

## A Farbskala für Falschfarbendarstellung

In Abbildung A.1 ist die Farbskala für die Falschfarbendarstellungen in dieser Arbeit gezeigt. Der Farbverlauf wird entsprechend dem minimalen und maximalen Zahlenwert der Darstellung skaliert. In der beispielhaften Darstellung ist der Farbverlauf für Werte von 0 bis 1 dargestellt.



**Abbildung A.1.:** In dieser Arbeit verwendete Farbskala (*jet* aus Python-Bibliothek *matplotlib*) für Falschfarbendarstellungen. Es wird der Farbverlauf auf einen Wertebereich von 0 bis 1 angewendet.





---

## B Publikationsliste

F. Schmaltz, J. Küber, A. Turpin, V. Ahufinger, J. Mompart und G. Birkl, *Trapping of Bose-Einstein condensates in a three-dimensional dark focus generated by conical refraction*, to be published, ArXiv preprint (2017).

J. Küber, F. Schmaltz und G. Birkl, *Experimental realization of double Bragg diffraction: robust beamsplitters, mirrors, and interferometers for Bose-Einstein condensates*, submitted to publication, ArXiv preprint (2016).

A. Turpin, J. Polo, Y. V. Loiko, J. Küber, F. Schmaltz, T. K. Kalkandjiev, V. Ahufinger, G. Birkl und J. Mompart, *Blue-detuned optical ring trap for Bose-Einstein condensates based on conical refraction*, *Opt. Express* **23**, 1638–1650 (2015).

T. Lauber, J. Küber, F. Schmaltz, J. Mompart und G. Birkl, *Coherent transport of Bose-Einstein condensates in a mesoscopic storage ring*, submitted to publication.

F. Schmaltz et al., *Fourier analysis of atom interferometers to study the impact of Mean-Field interaction*, to be published.

F. Schmaltz et al., *Light field patterns created by conical refraction for BEC manipulation: theoretical description of light fields and experimental data of BEC dynamics*, to be published.



---

# Literaturverzeichnis

- [1] C. Gross und I. Bloch, *Quantum simulations with ultracold atoms in optical lattices*, Science **357**, 995–1001 (2017).
- [2] B. P. Lanyon *et al.*, *Efficient tomography of a quantum many-body system*, Nature Physics **13**, 1158 (2017).
- [3] P. Schauß, J. Zeiher, T. Fukuhara, S. Hild, M. Cheneau, T. Macrì, T. Pohl, I. Bloch und C. Gross, *Crystallization in Ising quantum magnets*, Science **347**, 1455–1458 (2015).
- [4] N. Friis *et al.*, *Observation of Entangled States of a Fully Controlled 20-Qubit System*, Phys. Rev. X **8**, 021012 (2018).
- [5] C. A. Riofrío, D. Gross, S. T. Flammia, T. Monz, D. Nigg, R. Blatt und J. Eisert, *Experimental quantum compressed sensing for a seven-qubit system*, Nature Communications **8**, 15305 (2017).
- [6] T. Monz, D. Nigg, E. A. Martinez, M. F. Brandl, P. Schindler, R. Rines, S. X. Wang, I. L. Chuang und R. Blatt, *Realization of a scalable Shor algorithm*, Science **351**, 1068–1070 (2016).
- [7] M. Schlosser, J. Kruse, C. Gierl, S. Teichmann, S. Tichelmann und G. Birkl, *Fast transport, atom sample splitting and single-atom qubit supply in two-dimensional arrays of optical microtraps*, New Journal of Physics **14**, 123034 (2012).
- [8] M. Takamoto, F.-L. Hong, R. Higashi und H. Katori, *An optical lattice clock*, Nature **435**, 321 (2005).
- [9] G. K. Campbell *et al.*, *The absolute frequency of the 87 Sr optical clock transition*, Metrologia **45**, 539 (2008).
- [10] A. J. Leggett, *Superfluidity*, Rev. Mod. Phys. **71**, S318–S323 (1999).
- [11] W. D. Phillips, *Nobel Lecture: Laser cooling and trapping of neutral atoms*, Rev. Mod. Phys. **70**, 721–741 (1998).
- [12] S. Chu, *Nobel Lecture: The manipulation of neutral particles*, Rev. Mod. Phys. **70**, 685–706 (1998).
- [13] C. N. Cohen-Tannoudji, *Nobel Lecture: Manipulating atoms with photons*, Rev. Mod. Phys. **70**, 707–719 (1998).

- 
- [14] A. Einstein, *Quantentheorie des einatomigen idealen Gases*, Sitzungsberichte der Preußischen Akademie der Wissenschaften pp. 261–267 (1924).
- [15] S. Bose, *Plancks Gesetz und Lichtquantenhypothese*, Zeitschrift für Physik **26**, 178–181 (1924).
- [16] K. B. Davis, M.-O. Mewes, M. A. Joffe, M. R. Andrews und W. Ketterle, *Evaporative Cooling of Sodium Atoms*, Phys. Rev. Lett. **74**, 5202–5205 (1995).
- [17] C. S. Adams, H. J. Lee, N. Davidson, M. Kasevich und S. Chu, *Evaporative Cooling in a Crossed Dipole Trap*, Phys. Rev. Lett. **74**, 3577–3580 (1995).
- [18] E. A. Cornell und C. E. Wieman, *Nobel Lecture: Bose-Einstein condensation in a dilute gas, the first 70 years and some recent experiments*, Rev. Mod. Phys. **74**, 875–893 (2002).
- [19] W. Ketterle, *Nobel lecture: When atoms behave as waves: Bose-Einstein condensation and the atom laser*, Rev. Mod. Phys. **74**, 1131–1151 (2002).
- [20] M. R. Andrews, C. G. Townsend, H.-J. Miesner, D. S. Durfee, D. M. Kurn und W. Ketterle, *Observation of Interference Between Two Bose Condensates*, Science **275**, 637–641 (1997).
- [21] M. Kasevich und S. Chu, *Atomic interferometry using stimulated Raman transitions*, Phys. Rev. Lett. **67**, 181–184 (1991).
- [22] T. Berrada, S. van Frank, R. Bücker, T. Schumm, J.-F. Schaff und J. Schmiedmayer, *Integrated Mach-Zehnder interferometer for Bose-Einstein condensates*, Nature Communications **4**, 2077 (2013).
- [23] M. Cadoret, E. de Mirandes, P. Cladé, S. Guellati-Khélifa, C. Schwob, F. m. c. Nez, L. Julien und F. m. c. Biraben, *Combination of Bloch Oscillations with a Ramsey-Bordé Interferometer: New Determination of the Fine Structure Constant*, Phys. Rev. Lett. **101**, 230801 (2008).
- [24] M. Kasevich und S. Chu, *Measurement of the gravitational acceleration of an atom with a light-pulse atom interferometer*, Applied Physics B **54**, 321–332 (1992).
- [25] T. L. Gustavson, A. Landragin und M. A. Kasevich, *Rotation sensing with a dual atom-interferometer Sagnac gyroscope*, Classical and Quantum Gravity **17**, 2385 (2000).
- [26] C. Ryu, M. F. Andersen, P. Cladé, V. Natarajan, K. Helmerson und W. D. Phillips, *Observation of Persistent Flow of a Bose-Einstein Condensate in a Toroidal Trap*, Phys. Rev. Lett. **99**, 260401 (2007).

- 
- [27] C. Ryu, P. W. Blackburn, A. A. Blinova und M. G. Boshier, *Experimental Realization of Josephson Junctions for an Atom SQUID*, Phys. Rev. Lett. **111**, 205301 (2013).
- [28] S. Dettmer *et al.*, *Observation of Phase Fluctuations in Elongated Bose-Einstein Condensates*, Phys. Rev. Lett. **87**, 160406 (2001).
- [29] T. Fließbach, *Statistische Physik: Lehrbuch zur Theoretischen Physik IV* (Spektrum Akademischer Verlag, 2010).
- [30] C. Pethick und H. Smith, *Bose-Einstein Condensation in Dilute Gases* (Cambridge University Press, 2001).
- [31] F. Dalfovo, S. Giorgini, L. P. Pitaevskii und S. Stringari, *Theory of Bose-Einstein condensation in trapped gases*, Rev. Mod. Phys. **71**, 463–512 (1999).
- [32] T. Lauber, J. Küber, O. Wille und G. Birkl, *Optimized Bose-Einstein-condensate production in a dipole trap based on a 1070-nm multifrequency laser: Influence of enhanced two-body loss on the evaporation process*, Phys. Rev. A **84**, 043641 (2011).
- [33] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc und G. Grynberg, *Photons and atoms: introduction to quantum electrodynamics*, Wiley-Interscience publication (Wiley, 1989).
- [34] R. Grimm, M. Weidemüller und Y. B. Ovchinnikov, *Optical Dipole Traps for Neutral Atoms*, in *Optical Dipole Traps for Neutral Atoms*, Vol. 42 of *Advances In Atomic, Molecular, and Optical Physics*, B. Bederson und H. Walther, eds., (Academic Press, 2000), pp. 95 – 170.
- [35] O. Wille, *Manipulation von Bose-Einstein-Kondensaten in optischen Dipolpotentialen*, Dissertation, Technische Universität Darmstadt, 2010.
- [36] M. Fraczek, *Aufbau und Stabilisierung eines MOPA-Systems zur Laserkühlung von Rubidium*, Diplomarbeit, Technische Universität Darmstadt, 2007.
- [37] W. Ketterle, D. S. Durfee und D. M. Stamper-kurn, *Making, probing and understanding Bose-Einstein condensates*, Proceedings of the International School of Physics ‘Enrico Fermi’, Course CXL, edited by M. Inguscio, S. Stringari and C.E. Wieman pp. 67–176 (1999).
- [38] F. Steinebach, *Interferenzfilterstabilisierte Diodenlaser für Licht bei 780 nm*, Diplomarbeit, Technische Universität Darmstadt, 2007.
- [39] F. Schmaltz, *Kohärenzeigenschaften von Bose-Einstein-Kondensaten in ringförmigen Dipolpotentialen*, Masterthesis, Technische Universität Darmstadt, 2012.
- [40] F. Weigand, *Charakterisierung von Bose-Einstein-Kondensaten in Dipolpotentialen*, Masterthesis, Technische Universität Darmstadt, 2018.

- 
- [41] M. Hasch, *Loading Bose-Einstein Condensates into a Ring-shaped Dipole Potential*, Diplomarbeit, Technische Universität Darmstadt, 2010.
- [42] J. Küber, *Bose-Einstein-Kondensate in eindimensionalen optischen Gittern*, Masterthesis, Technische Universität Darmstadt, 2009.
- [43] J. Küber, *Dynamics of Bose-Einstein condensates in novel optical potentials*, Dissertation, Technische Universität Darmstadt, 2014.
- [44] D. Lohrey, *Bose-Einstein-Kondensate in optischen Dipolpotentialen basierend auf konischer Refraktion*, Masterthesis, Technische Universität Darmstadt, 2015.
- [45] W. M. Macek und D. T. M. Davis, *Rotation rate sensing with traveling—wave ring lasers*, Applied Physics Letters **2**, 67–68 (1963).
- [46] B. Culshaw, *The optical fibre Sagnac interferometer: an overview of its principles and applications*, Measurement Science and Technology **17**, R1 (2006).
- [47] B. P. Abbott *et al.*, *Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger*, Phys. Rev. Lett. **116**, 061102 (2016).
- [48] A. Peters, K. Y. Chung und S. Chu, *High-precision gravity measurements using atom interferometry*, Metrologia **38**, 25 (2001).
- [49] H. Müller, S.-w. Chiow, S. Herrmann, S. Chu und K.-Y. Chung, *Atom-Interferometry Tests of the Isotropy of Post-Newtonian Gravity*, Phys. Rev. Lett. **100**, 031101 (2008).
- [50] K. S. Hardman, P. J. Everitt, G. D. McDonald, P. Manju, P. B. Wigley, M. A. Sooriyabandara, C. C. N. Kuhn, J. E. Debs, J. D. Close und N. P. Robins, *Simultaneous Precision Gravimetry and Magnetic Gradiometry with a Bose-Einstein Condensate: A High Precision, Quantum Sensor*, Phys. Rev. Lett. **117**, 138501 (2016).
- [51] C. C. N. Kuhn, G. D. McDonald, K. S. Hardman, S. Bennetts, P. J. Everitt, P. A. Altin, J. E. Debs, J. D. Close und N. P. Robins, *A Bose-condensed, simultaneous dual-species Mach–Zehnder atom interferometer*, New Journal of Physics **16**, 073035 (2014).
- [52] F. Riehle, T. Kisters, A. Witte, J. Helmcke und C. J. Bordé, *Optical Ramsey spectroscopy in a rotating frame: Sagnac effect in a matter-wave interferometer*, Phys. Rev. Lett. **67**, 177–180 (1991).
- [53] G. D. McDonald, C. C. N. Kuhn, S. Bennetts, J. E. Debs, K. S. Hardman, J. D. Close und N. P. Robins, *A faster scaling in acceleration-sensitive atom interferometers*, EPL (Europhysics Letters) **105**, 63001 (2014).

- 
- [54] H. Müller, S.-w. Chiow, Q. Long, S. Herrmann und S. Chu, *Atom Interferometry with up to 24-Photon-Momentum-Transfer Beam Splitters*, Phys. Rev. Lett. **100**, 180405 (2008).
- [55] S.-w. Chiow, T. Kovachy, H.-C. Chien und M. A. Kasevich, *102ħk Large Area Atom Interferometers*, Phys. Rev. Lett. **107**, 130403 (2011).
- [56] T. Kovachy, P. Asenbaum, C. Overstreet, C. A. Donnelly, S. M. Dickerson, A. Sugarbaker, J. M. Hogan und M. A. Kasevich, *Quantum superposition at the half-metre scale*, Nature **528**, 530 (2015).
- [57] R. Geiger *et al.*, *Detecting inertial effects with airborne matter-wave interferometry*, Nature Communications **2**, 474 (2011).
- [58] H. Müntinga *et al.*, *Interferometry with Bose-Einstein Condensates in Microgravity*, Phys. Rev. Lett. **110**, 093602 (2013).
- [59] S. Abend *et al.*, *Atom-Chip Fountain Gravimeter*, Phys. Rev. Lett. **117**, 203003 (2016).
- [60] D. Becker *et al.*, *Space-borne Bose-Einstein condensation for precision interferometry*, Nature **562**, 391–395 (2018).
- [61] G. D. McDonald, C. C. N. Kuhn, S. Bennetts, J. E. Debs, K. S. Hardman, M. Johnsson, J. D. Close und N. P. Robins, *80ħk momentum separation with Bloch oscillations in an optically guided atom interferometer*, Phys. Rev. A **88**, 053620 (2013).
- [62] K. Bongs, S. Burger, S. Dettmer, D. Hellweg, J. Arlt, W. Ertmer und K. Sengstock, *Waveguide for Bose-Einstein condensates*, Phys. Rev. A **63**, 031602 (2001).
- [63] T. Lauber, *Kohärente Dynamik von Bose-Einstein-Kondensaten in Dipolpotentialen*, Dissertation, Technische Universität Darmstadt, 2012.
- [64] M. Kasevich und S. Chu, *Atomic interferometry using stimulated Raman transitions*, Phys. Rev. Lett. **67**, 181–184 (1991).
- [65] H. Ibach und H. Lüth, *Festkörperphysik: Einführung in die Grundlagen*, Springer-Lehrbuch, 7. Ausgabe (Springer, 2009).
- [66] C. Champenois, M. Büchner, R. Delhille, R. Mathevet, C. Robilliard, C. Rizzo und J. Vigué, *Atomic diffraction by a laser standing wave: Analysis using Bloch states*, The European Physical Journal D - Atomic, Molecular, Optical and Plasma Physics **13**, 271–278 (2001).
- [67] P. J. Martin, B. G. Oldaker, A. H. Miklich und D. E. Pritchard, *Bragg scattering of atoms from a standing light wave*, Phys. Rev. Lett. **60**, 515–518 (1988).



- 
- [68] P. L. Gould, G. A. Ruff und D. E. Pritchard, *Diffraction of atoms by light: The near-resonant Kapitza-Dirac effect*, Phys. Rev. Lett. **56**, 827–830 (1986).
- [69] S. Gupta, A. E. Leanhardt, A. D. Cronin und D. E. Pritchard, *Coherent manipulation of atoms with standing light waves*, Comptes Rendus de l'Académie des Sciences - Series IV - Physics **2**, 479 – 495 (2001).
- [70] M. Acker, *Entwicklung eines AOM-DDS-Treibers zur Phasenmodulation von Bragg-Pulsen*, Bericht über Miniforschung, Technische Universität Darmstadt, 2017.
- [71] D. A. Steck, *Rubidium 87 D Line Data*, <https://steck.us/alkalidata/rubidium87numbers.pdf>, 2015.
- [72] H. Ammann und N. Christensen, *Delta Kick Cooling: A New Method for Cooling Atoms*, Phys. Rev. Lett. **78**, 2088–2091 (1997).
- [73] T. Kovachy, J. M. Hogan, A. Sugarbaker, S. M. Dickerson, C. A. Donnelly, C. Overstreet und M. A. Kasevich, *Matter Wave Lensing to Picokelvin Temperatures*, Phys. Rev. Lett. **114**, 143004 (2015).
- [74] J. E. Simsarian, J. Denschlag, M. Edwards, C. W. Clark, L. Deng, E. W. Hagley, K. Helmerson, S. L. Rolston und W. D. Phillips, *Imaging the Phase of an Evolving Bose-Einstein Condensate Wave Function*, Phys. Rev. Lett. **85**, 2040–2043 (2000).
- [75] Y. Castin und R. Dum, *Bose-Einstein Condensates in Time Dependent Traps*, Phys. Rev. Lett. **77**, 5315–5319 (1996).
- [76] J. E. Debs, P. A. Altin, T. H. Barter, D. Döring, G. R. Dennis, G. McDonald, R. P. Anderson, J. D. Close und N. P. Robins, *Cold-atom gravimetry with a Bose-Einstein condensate*, Phys. Rev. A **84**, 033610 (2011).
- [77] G. D. McDonald, H. Keal, P. A. Altin, J. E. Debs, S. Bennetts, C. C. N. Kuhn, K. S. Hardman, M. T. Johnsson, J. D. Close und N. P. Robins, *Optically guided linear Mach-Zehnder atom interferometer*, Phys. Rev. A **87**, 013632 (2013).
- [78] Hugbart, M., Retter, J. A., Gerbier, F., Varón, A. F., Richard, S., Thywissen, J. H., Clément, D., Bouyer, P. und Aspect, A., *Coherence length of an elongated condensate - A study by matter-wave interferometry*, Eur. Phys. J. D **35**, 155–163 (2005).
- [79] B. Benton, M. Krygier, J. Heward, M. Edwards und C. W. Clark, *Prototyping method for Bragg-type atom interferometers*, Phys. Rev. A **84**, 043648 (2011).
- [80] J. Grond, U. Hohenester, I. Mazets und J. Schmiedmayer, *Atom interferometry with trapped Bose-Einstein condensates: impact of atom-atom interactions*, New Journal of Physics **12**, 065036 (2010).



- 
- [81] M. Fattori, C. D’Errico, G. Roati, M. Zaccanti, M. Jona-Lasinio, M. Modugno, M. Inguscio und G. Modugno, *Atom Interferometry with a Weakly Interacting Bose-Einstein Condensate*, Phys. Rev. Lett. **100**, 080405 (2008).
- [82] J. H. T. Burke, B. Deissler, K. J. Hughes und C. A. Sackett, *Confinement effects in a guided-wave atom interferometer with millimeter-scale arm separation*, Phys. Rev. A **78**, 023619 (2008).
- [83] G. D. McDonald, C. C. N. Kuhn, K. S. Hardman, S. Bennetts, P. J. Everitt, P. A. Altin, J. E. Debs, J. D. Close und N. P. Robins, *Bright Solitonic Matter-Wave Interferometer*, Phys. Rev. Lett. **113**, 013002 (2014).
- [84] J. Stenger, S. Inouye, A. P. Chikkatur, D. M. Stamper-Kurn, D. E. Pritchard und W. Ketterle, *Bragg Spectroscopy of a Bose-Einstein Condensate*, Phys. Rev. Lett. **82**, 4569–4573 (1999).
- [85] P. A. Altin *et al.*, *Precision atomic gravimeter based on Bragg diffraction*, New Journal of Physics **15**, 023009 (2013).
- [86] W. R. Hamilton, *Third Supplement to an Essay on the Theory of Systems of Rays*, Transactions of the Royal Irish Academy **17**, 1–144 (1837).
- [87] M. Berry und M. Jeffrey, *Chapter 2 Conical diffraction: Hamilton’s diabolical point at the heart of crystal optics*, Progress in Optics **50**, 13 – 50 (2007).
- [88] H. Lloyd, *On the phenomena presented by light in its passage along the axes of biaxial crystals*, Transactions of the Royal Irish Academy **17**, 145–158 (1837).
- [89] E. Hecht, *Optics, Pearson education*, 4. Ausgabe (Addison-Wesley, 2002).
- [90] W. Nolting, *Grundkurs Theoretische Physik 2*, 4. Ausgabe (Springer, 2004).
- [91] M. Born und E. Wolf, *Principles of Optics*, 7. Ausgabe (Cambridge University Press, 1999).
- [92] L. Landau, E. Lifshitz und L. Pitaevskii, *Electrodynamics of continuous media*, 8. Ausgabe (Oxford: Pergamon Press, 1984).
- [93] M. V. Berry, *Quantal phase factors accompanying adiabatic changes*, Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences **392**, 45–57 (1984).
- [94] T. K. Kalkandjiev und M. A. Bursukova, *Conical refraction: an experimental introduction*, Proc.SPIE **6994**, 69940B1–69940B10 (2008).
- [95] M. Pujol, M. Rico, C. Zaldo, R. Solé, V. Nikolov, X. Solans, M. Aguiló und F. Díaz, *Crystalline structure and optical spectroscopy of Er<sup>3+</sup>-doped KGd(WO<sub>4</sub>)<sub>2</sub> single crystals*, Applied Physics B **68**, 187–197 (1999).

- 
- [96] A. M. Belskii und A. P. Khapalyuk, *Internal conical refraction of bounded light beams in biaxial crystals*, Optics and Spectroscopy **44**, 436–439 (1978).
- [97] A. Turpin, Y. V. Loiko, T. K. Kalkandjiev und J. Mompart, *Light propagation in biaxial crystals*, Journal of Optics **17**, 065603 (2015).
- [98] M. V. Berry, *Conical diffraction asymptotics: fine structure of Poggendorff rings and axial spike*, Journal of Optics A: Pure and Applied Optics **6**, 289 (2004).
- [99] A. Turpin, J. Polo, Y. V. Loiko, J. Küber, F. Schmaltz, T. K. Kalkandjiev, V. Ahufinger, G. Birkl und J. Mompart, *Blue-detuned optical ring trap for Bose-Einstein condensates based on conical refraction*, Opt. Express **23**, 1638–1650 (2015).
- [100] F. Schmaltz, J. Küber, A. Turpin, V. Ahufinger, J. Mompart und G. Birkl, *Trapping of Bose-Einstein condensates in a three-dimensional dark focus generated by conical refraction*, ArXiv e-prints (2017).
- [101] M. Berry, M. Jeffrey und J. Lunney, *Conical diffraction: observations and theory*, Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences **462**, 1629–1642 (2006).
- [102] M. Hagen, *Charakterisierung eines Teleskops mit variabler Vergrößerung zum Studium von konischer Refraktion*, Bachelorthesis, Technische Universität Darmstadt, 2015.
- [103] Optotune Switzerland AG, *Focus tunable lenses*, <https://www.optotune.com/products/focus-tunable-lenses>, (Online; aufgerufen 30.10.2018).
- [104] P. van Beek, *Bose-Einstein-Kondensate in variablen ringförmigen Dipolpotentialen*, Masterthesis, Technische Universität Darmstadt, 2016.
- [105] A. Turpin, T. K. Kalkandjiev und J. Mompart, *Conical refraction to increase channel capacity in free-space optical communications*, 2016 15th Workshop on Information Optics (WIO) pp. 1–3 (2016).
- [106] G. Hofmann, *Erzeugung optischer Ringgitter für Experimente mit Bose-Einstein-Kondensaten*, Masterthesis, Technische Universität Darmstadt, 2016.
- [107] J. Goodman, *Introduction to Fourier Optics*, McGraw-Hill physical and quantum electronics series, 3. Ausgabe (McGraw-Hill, 2005).
- [108] G. Arfken und H. Weber, *Mathematical Methods for Physicists*, 6. Ausgabe (Elsevier, 2005).
- [109] Texas Instruments, *The pioneering work that led to the DMD*, [http://e2e.ti.com/blogs\\_/b/enlightened/archive/2016/10/06/the-pioneering-work-that-led-to-the-dmd](http://e2e.ti.com/blogs_/b/enlightened/archive/2016/10/06/the-pioneering-work-that-led-to-the-dmd), 2016, (Online; aufgerufen 07.08.2018).

- 
- [110] DLP® LightCrafter™ Evaluation Module (EVM) User's Guide, Texas Instruments, <http://www.ti.com/lit/pdf/dlpu006>, 2014.
- [111] D. Schäffner, *Einzelplatzadressierung in dynamisch konfigurierbaren Dipolfallenregistern*, Masterthesis, Technische Universität Darmstadt, 2015.
- [112] DLP® LightCrafter™ FPGA Overview, Texas Instruments, <http://www.ti.com/lit/pdf/DLPA042>, 2013.
- [113] D. Pfeiffer, *Manipulation von Lichtfeldern für optische Ringpotentiale mit Mikrospiegelregistern*, Bachelorthesis, Technische Universität Darmstadt, 2017.
- [114] FLIR Integrated Imaging Solutions, Inc., *Chameleon USB 2.0 Kameras für Anwendungen in der Industrie, Biotechnologie, im Verkehrswesen und der Sicherheitstechnik*, <https://www.ptgrey.com/chameleon-usb2-cameras>, (Online; aufgerufen 30.10.2018).
- [115] M. Greiner, O. Mandel, T. Esslinger, T. W. Hänsch und I. Bloch, *Quantum phase transition from a superfluid to a Mott insulator in a gas of ultracold atoms*, Nature **415**, 39–44 (2002).
- [116] R. J. Fletcher, M. Robert-de Saint-Vincent, J. Man, N. Navon, R. P. Smith, K. G. H. Viebahn und Z. Hadzibabic, *Connecting Berezinskii-Kosterlitz-Thouless and BEC Phase Transitions by Tuning Interactions in a Trapped Gas*, Phys. Rev. Lett. **114**, 255302 (2015).
- [117] B. Paredes, A. Widera, V. Murg, O. Mandel, S. Fölling, I. Cirac, G. V Shlyapnikov, T. Haensch und I. Bloch, *Tonks-Girardeau gas of ultracold atoms in an optical lattice*, Nature **429**, 277–81 (2004).
- [118] A. S. Arnold, C. S. Garvie und E. Riis, *Large magnetic storage ring for Bose-Einstein condensates*, Phys. Rev. A **73**, 041606 (2006).
- [119] O. Zobay und B. M. Garraway, *Two-Dimensional Atom Trapping in Field-Induced Adiabatic Potentials*, Phys. Rev. Lett. **86**, 1195–1198 (2001).
- [120] O. Morizot, Y. Colombe, V. Lorent, H. Perrin und B. M. Garraway, *Ring trap for ultracold atoms*, Phys. Rev. A **74**, 023617 (2006).
- [121] I. Lesanovsky und W. von Klitzing, *Time-Averaged Adiabatic Potentials: Versatile Matter-Wave Guides and Atom Traps*, Phys. Rev. Lett. **99**, 083001 (2007).
- [122] P. Navez, S. Pandey, H. Mas, K. Poullos, T. Fernholz und W. von Klitzing, *Matter-wave interferometers using TAAP rings*, New Journal of Physics **18**, 075014 (2016).
- [123] A. Ramanathan, K. C. Wright, S. R. Muniz, M. Zelan, W. T. Hill, C. J. Lobb, K. Helmerson, W. D. Phillips und G. K. Campbell, *Superflow in a Toroidal Bose-Einstein Condensate: An Atom Circuit with a Tunable Weak Link*, Phys. Rev. Lett. **106**, 130401 (2011).

- 
- [124] S. Eckel, J. G. Lee, F. Jendrzejewski, N. Murray, C. W. Clark, C. J. Lobb, W. D. Phillips, M. Edwards und G. K. Campbell, *Hysteresis in a quantized superfluid ‘atomtronic’ circuit*, Nature **506**, 200–203 (2014).
- [125] K. Henderson, C. Ryu, C. MacCormick und M. G. Boshier, *Experimental demonstration of painting arbitrary and dynamic potentials for Bose-Einstein condensates*, New Journal of Physics **11**, 043030 (2009).
- [126] C. Ryu und M. G. Boshier, *Integrated coherent matter wave circuits*, New Journal of Physics **17**, 092002 (2015).
- [127] J. G. Lee und W. T. Hill, *Spatial shaping for generating arbitrary optical dipole traps for ultracold degenerate gases*, Review of Scientific Instruments **85**, 103106 (2014).
- [128] S. Eckel, A. Kumar, T. Jacobson, I. B. Spielman und G. K. Campbell, *A Rapidly Expanding Bose-Einstein Condensate: An Expanding Universe in the Lab*, Phys. Rev. X **8**, 021021 (2018).
- [129] A. Kumar, N. Anderson, W. D. Phillips, S. Eckel, G. K. Campbell und S. Stringari, *Minimally destructive, Doppler measurement of a quantized flow in a ring-shaped Bose-Einstein condensate*, New Journal of Physics **18**, 025001 (2016).
- [130] G. Gauthier, I. Lenton, N. M. Parry, M. Baker, M. J. Davis, H. Rubinsztein-Dunlop und T. W. Neely, *Direct imaging of a digital-micromirror device for configurable microscopic optical potentials*, Optica **3**, 1136–1143 (2016).
- [131] T. Gissibl, M. Schmid und H. Giessen, *Spatial beam intensity shaping using phase masks on single-mode optical fibers fabricated by femtosecond direct laser writing*, Optica **3**, 448–451 (2016).
- [132] L. Amico, G. Birkel, M. Boshier und L.-C. Kwek, *Focus on atomtronics-enabled quantum technologies*, New Journal of Physics **19**, 020201 (2017).
- [133] A. A. Zozulya und D. Z. Anderson, *Principles of an atomtronic battery*, Phys. Rev. A **88**, 043641 (2013).
- [134] R. A. Pepino, J. Cooper, D. Z. Anderson und M. J. Holland, *Atomtronic Circuits of Diodes and Transistors*, Phys. Rev. Lett. **103**, 140405 (2009).
- [135] J. A. Stickney, D. Z. Anderson und A. A. Zozulya, *Transistorlike behavior of a Bose-Einstein condensate in a triple-well potential*, Phys. Rev. A **75**, 013608 (2007).
- [136] S. C. Caliga, C. J. E. Straatsma und D. Z. Anderson, *Transport dynamics of ultracold atoms in a triple-well transistor-like potential*, New Journal of Physics **18**, 025010 (2016).

- 
- [137] R. Onofrio, C. Raman, J. M. Vogels, J. R. Abo-Shaeer, A. P. Chikkatur und W. Ketterle, *Observation of Superfluid Flow in a Bose-Einstein Condensed Gas*, Phys. Rev. Lett. **85**, 2228–2231 (2000).
- [138] K. W. Madison, F. Chevy, W. Wohlleben und J. Dalibard, *Vortex Formation in a Stirred Bose-Einstein Condensate*, Phys. Rev. Lett. **84**, 806–809 (2000).
- [139] J. R. Abo-Shaeer, C. Raman, J. M. Vogels und W. Ketterle, *Observation of Vortex Lattices in Bose-Einstein Condensates*, Science **292**, 476–479 (2001).
- [140] S. Moulder, S. Beattie, R. P. Smith, N. Tammuz und Z. Hadzibabic, *Quantized supercurrent decay in an annular Bose-Einstein condensate*, Phys. Rev. A **86**, 013629 (2012).
- [141] K. C. Wright, R. B. Blakestad, C. J. Lobb, W. D. Phillips und G. K. Campbell, *Threshold for creating excitations in a stirred superfluid ring*, Phys. Rev. A **88**, 063633 (2013).
- [142] F. Jendrzejewski, S. Eckel, N. Murray, C. Lanier, M. Edwards, C. J. Lobb und G. K. Campbell, *Resistive Flow in a Weakly Interacting Bose-Einstein Condensate*, Phys. Rev. Lett. **113**, 045305 (2014).
- [143] B. Josephson, *Possible new effects in superconductive tunnelling*, Physics Letters **1**, 251 – 253 (1962).
- [144] L. Amico, D. Aghamalyan, F. Auksztol, H. Crepaz, R. Dumke und L. Kwek, *Superfluid qubit systems with ring shaped optical lattices*, Scientific reports **4**, 4298 (2014).
- [145] D. Aghamalyan, M. Cominotti, M. Rizzi, D. Rossini, F. Hekking, A. Minguzzi, L.-C. Kwek und L. Amico, *Coherent superposition of current flows in an atomtronic quantum interference device*, New Journal of Physics **17**, 045023 (2015).
- [146] D. Aghamalyan, L. Amico und L. C. Kwek, *Effective dynamics of cold atoms flowing in two ring-shaped optical potentials with tunable tunneling*, Phys. Rev. A **88**, 063627 (2013).
- [147] K. Henderson, C. Ryu, C. MacCormick und M. G. Boshier, *Experimental demonstration of painting arbitrary and dynamic potentials for Bose-Einstein condensates*, New Journal of Physics **11**, 043030 (2009).
- [148] L. Corman, L. Chomaz, T. Bienaimé, R. Desbuquois, C. Weitenberg, S. Nascimbène, J. Dalibard und J. Beugnon, *Quench-Induced Supercurrents in an Annular Bose Gas*, Phys. Rev. Lett. **113**, 135302 (2014).
- [149] T. Haug, J. Tan, M. Theng, R. Dumke, L.-C. Kwek und L. Amico, *Readout of the atomtronic quantum interference device*, Phys. Rev. A **97**, 013633 (2018).

- 
- [150] D. Laukhardt, *Bose-Einstein-Kondensate in dynamischen Dipolpotentialen*, Masterthesis-Proposal, Technische Universität Darmstadt, 2018.
- [151] M. Malki, *Erzeugung von Dipolpotentialen durch Direktabbildung eines DMD*, Bachelorthesis, Technische Universität Darmstadt, 2018.
- [152] S. S. Szigeti, J. E. Debs, J. J. Hope, N. P. Robins und J. D. Close, *Why momentum width matters for atom interferometry with Bragg pulses*, New Journal of Physics **14**, 023009 (2012).
- [153] M. Olshanii und V. Dunjko, *Interferometry in dense nonlinear media and interaction-induced loss of contrast in microfabricated atom interferometers*, eprint arXiv:cond-mat/0505358 (2005).
- [154] M. Horikoshi und K. Nakagawa, *Dephasing due to atom-atom interaction in a waveguide interferometer using a Bose-Einstein condensate*, Phys. Rev. A **74**, 031602 (2006).
- [155] M. F. Andersen, C. Ryu, P. Cladé, V. Natarajan, A. Vaziri, K. Helmerson und W. D. Phillips, *Quantized Rotation of Atoms from Photons with Orbital Angular Momentum*, Phys. Rev. Lett. **97**, 170406 (2006).
- [156] A. Turpin, L. Rego, A. Picón, J. San Roman und C. Hernández-García, *Extreme Ultraviolet Fractional Orbital Angular Momentum Beams from High Harmonic Generation*, Scientific Reports **7**, 43888 (2017).

---

# Lebenslauf

Der Lebenslauf ist in der Online-Version aus Gründen des Datenschutzes nicht enthalten.





---

# Danksagung

Abschließend möchte ich mich bei den vielen Menschen bedanken, ohne deren Hilfe diese Arbeit nicht möglich gewesen wäre. An erster Stelle gilt mein besonderer Dank Herrn Prof. Dr. Gerhard Birkel, der mir die Möglichkeit gegeben hat, die spannende Physik der kalten Atome erforschen zu können. Beginnend mit der Bachelorarbeit, über Masterarbeit und Promotion habe ich stets das produktive Arbeitsklima und den kollegialen Umgang genossen. Ein großer Dank gilt Herrn Prof. Dr. Thomas Walther für die unkomplizierte Übernahme der Zweitgutachtens.

Bei meinem Vorgänger Johannes Küber möchte ich mich für die konstruktive aber auch unterhaltsame Zeit im Labor bedanken. Danke an alle Bachelor- und Masterstudenten mit denen ich zusammen arbeiten durfte: Philip Prediger für die Arbeit an den Interferometerexperimenten und den Aufbau des DDS-Boards. Matthias Hagen, Patrick van Beek, Felix Weigand die unter anderem den Grundstein für das dynamische Verändern der Lichtfelder der konischen Refraktion gelegt haben. Dominik Pfeiffer und Daniel Laukhardt für die Arbeit am DMD-System, die Idee zum Berechnen der Lichtfelder und die anschließenden Experimente mit den Atomen. Dominik Lohrey, Roman Sulzbach, Felix Sommer, Gregor Hofmann und Marcus Malki für ihre Arbeit und Unterstützung, nicht nur beim Experimentieren mit BECs. Auch abseits der Physik habt Ihr zu der produktiven aber auch entspannten Arbeitsatmosphäre im ATOMICS-Labor beigetragen.

A very special thank you is directed to Alejandro Turpin who introduced me to the ins and outs of conical refraction. You always helped us out, not only during your three months stay in Darmstadt. I also would like to thank our collaborators from the group of Jordi Mompart and Veronica Ahufinger at the Universitat Autònoma de Barcelona that provided us not only with the crystals but with great knowledge and expertise regarding conical refraction.

Ein großen Dank auch an die (ehemaligen) Doktoranden Jan Schütz, Malte Schlosser, Sascha Tichelmann, Sebastian Albrecht, Alexander Martin, Tobias Murböck, Marco Wiesel, Daniel Ohl de Mello, Dominik Schöffner, Patrick Baus, Lars Kohfahl und Tilman Preuschoff für die großartige Unterstützung. Ebenso möchte ich mich bei Gabi Jenny-Deußer bedanken, Deine Unterstützung in allen Belangen war immer ein großer Rückhalt. Des Weiteren möchte ich mich bei Herrn Weick und der Feinmechanikwerkstatt, sowie bei den Elektronikern Herrn Baumann, Herrn Schmutzler, Herrn Rök und Herrn Griebe für die Zusammenarbeit bedanken.

Abschließend gilt ein riesen Dank meiner Familie, die in vielfältiger Form meine Arbeit unterstützt und überhaupt erst ermöglicht hat. Vielen Dank Fabienne, Charlotte, Oskar, Ilse, Michael, Linda, Wolfgang, Miles und Lukas!