

Kohärente Dynamik von Bose-Einstein-Kondensaten in Dipolpotentialen

Coherent dynamics of Bose-Einstein condensates in dipole potentials

Zur Erlangung des Grades eines Doktors der Naturwissenschaften (Dr. rer. nat.)

genehmigte Dissertation von Dipl.-Phys. Thomas Lauber aus Wiesbaden

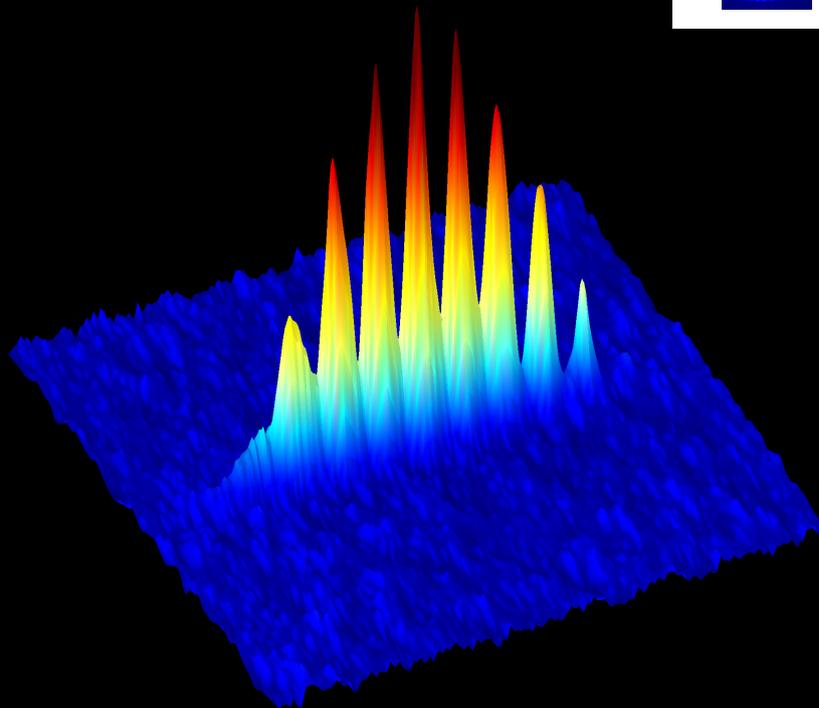
2012 — Darmstadt — D 17



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT



Fachbereich Physik
Institut für Angewandte Physik
ATOME - PHOTONEN - QUANTEN
Prof. Dr. Gerhard Birkel



Kohärente Dynamik von Bose-Einstein-Kondensaten in Dipolpotentialen
Coherent dynamics of Bose-Einstein condensates in dipole potentials

Genehmigte Dissertation von Dipl.-Phys. Thomas Lauber aus Wiesbaden

1. Gutachten: Prof. Dr. Gerhard Birkl
2. Gutachten: Prof. Dr. Thomas Walther

Tag der Einreichung: 20.6.2012

Tag der Prüfung: 16.7.2012

Darmstadt – D 17

Titelbild: Gemessene Dichteverteilung der Interferenz eines Bose-Einstein Kondensats nach einer Interferometer-Pulssequenz geführt in einem linearen Wellenleiter.

Zusammenfassung

Angetrieben durch die vielfältigen Möglichkeiten, welche interferometrische Messmethoden mit Materiewellen für die physikalische Forschung bieten, hat die Atominterferometrie einen wichtigen Platz in der Forschung mit ultrakalten Atomen eingenommen. So erlauben es Atominterferometer bereits, z. B. die Erdbeschleunigung, Rotationen oder die Feinstrukturkonstante mit hoher Präzision zu messen. Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der Untersuchung der Kohärenz von Bose-Einstein-Kondensaten in Dipolpotentialen für atomoptische Elemente bzw. für Anwendungen in der Atominterferometrie. Als Werkzeug dient dabei ein Bragg-Gitter, mit dessen Hilfe interferometrische Messungen zur Charakterisierung der Kohärenz des Bose-Einstein-Kondensats durchgeführt wurden.

Ein Schwerpunkt dieser Arbeit liegt auf der erstmaligen Verwendung der konischen Refraktion zur Erzeugung eines ringförmigen Potentials zur Führung und Speicherung von Bose-Einstein-Kondensaten. In der Fokalebene der konischen Refraktion entsteht eine ringförmige Intensitätsverteilung, die eine Doppelringsstruktur aufweist. Zwischen diesen beiden Ringen wurde das Kondensat gespeichert, wobei der Einschluss in der axialen Richtung durch einen Lichtteppich gewährleistet wird. Es wurde demonstriert, dass Atome, die mittels eines Bragg-Gitters auf einen Impuls von $4\hbar k$ beschleunigt wurden, zwei volle Umläufe im Ringpotential absolvieren können. Durch interferometrische Methoden wurde nach dem Umladen in das Potential ein Kontrast von bis zu 43% beobachtet. Die Kontrastreduktion gegenüber einer Messung im linearen Wellenleiter (53%), der aus einem Strahl der zur Erzeugung des Bose-Einstein-Kondensats genutzten Dipolfalle bestand, kann durch spontane Streuung von Photonen des Lichtteppichs begründet werden. Nach einem halben Umlauf im Ring, was einer zurückgelegten Strecke von 0,54 mm entspricht, zeigte sich, dass sowohl die Kohärenzlänge von $(2,53 \pm 0,75) \mu\text{m}$, als auch der Kontrast von 20% vergleichbar ist mit Werten, die für Kondensate nach ähnlichen Zeiten in Ruhe beobachtet werden. Bei allen interferometrischen Experimenten stimmte der beobachtete Streifenabstand mit den berechneten Werten überein.

Für einen auf Dipolpotentialen basierenden Bragg-Spiegel für Atome wurde ein Modell aus der lokalen Bandstruktur entwickelt, durch das eine gezielte Dimensionierung bzgl. der Filterwirkung und Reflektivität eines solchen Spiegels erreicht werden kann. Der Spiegel besteht aus einem räumlich begrenzten optischen Gitter mit einer Gaußschen Einhüllenden. Durch die spezielle Form der Bandlücken, wie sie durch die Gaußsche Einhüllende entsteht, lässt sich ein Resonator für Atome konstruieren, dessen Reflektivität dynamisch durch Variation der Leistung der Gitterstrahlen verändert werden kann und der Aufenthaltsdauern von über 75 s ermöglicht. Dadurch ließen sich in Simulationen Rephasierungen der Wellenfunktion beobachten, die zu einer Wiederkehr der ursprünglichen Dichteverteilung führen.

Für die Experimente wurde ein Bose-Einstein-Kondensat aus ^{87}Rb -Atomen in einer gekreuzten Dipolfalle durch evaporative Kühlung präpariert. Die Evaporation benötigt eine Zeit von 12 s. Zusammen mit der Ladezeit der magneto-optischen Falle und der Zeit, die für die Detektion benötigt wird, kann so etwa alle 20 s ein Bose-Einstein-Kondensat mit 15.000 Atomen und einem Kondensatanteil von 80% erzeugt werden. Es wurde beobachtet, dass ein breitbandiger Faserlaser, wie der hier verwendete mit einer Wellenlänge von 1070 nm, erhöhte intensitätsabhängige Zweikörperverluste verursacht, die in einer Lebensdauer der Atome in der Falle von unter 1 s resultieren können. Aus diesem Grund wurde der theoretisch optimale Verlauf der Evaporation modifiziert. Es konnte experimentell gezeigt werden, dass die Zeitkonstante der Leistungsreduktion proportional zur Lebensdauer bei der entsprechenden Leistung sein sollte, um eine optimale Evaporation zu gewährleisten. Trotz der hohen Verlusten wurde so eine effiziente Präparation des Bose-Einstein-Kondensats erreicht.

Abstract

Driven by the potential offered by interferometric measurements with matter waves, atom interferometers have evolved into an important field of research with ultra-cold atoms. Atom interferometers already allow precise determination of gravitational acceleration, rotational speed, and the fine structure constant, to give only a few examples.

This thesis is aimed towards the investigation of coherence properties of Bose-Einstein condensates in dipole potentials for applications in atom optics and atom interferometry. An important tool, which was applied, is a Bragg lattice that allows interferometric measurements for characterization of the coherence of Bose-Einstein condensates.

A main topic of this thesis is the application of conical refraction as a novel method for creation of a ring shaped dipole potential which can be used to store and guide Bose-Einstein condensates. In the focal plane of conical refraction a ring shaped intensity distribution evolves which has a double ring substructure. The Bose-Einstein condensate was trapped between these two rings, while a light sheet provided the confinement in the axial direction. It was demonstrated that atoms, which were accelerated by a Bragg lattice to a momentum of $4\hbar k$, are observable while they travel two full turns. The coherence properties can be investigated by interferometric measurements. After the transfer to the ring potential a contrast of up to 43% could be observed. The reduction of the contrast compared to experiments in a linear wave guide (53%), which is built by a single beam of the dipole trap for Bose-Einstein condensate preparation, can be explained by spontaneous scattering of photons from the light sheet. A characterization of the coherence of the condensate after it traveled a half turn, which corresponds to a distance of 0,54 mm, showed that the coherence length of $(2,53 \pm 0,75) \mu\text{m}$ and the contrast of 20% are comparable with values obtained for a Bose-Einstein condensate which stays the same time at rest. For all interferometric experiments, the measured fringe period is consistent with theoretically calculated values.

A Bragg mirror for atomic wave packets can be created by a finite optical lattice with a Gaussian envelope. For this system simulations were performed and a simple model based on the local band structure was developed. This model allows the design of a mirror for atoms with specific reflectivity and filtering properties. The curved shape of the band structure, which is a result of the Gaussian envelope, offers the opportunity of creating a resonator for atomic wave packets. The reflectivity of the resonator mirrors can be modified dynamically by varying the intensity of the lattice beams. This results in the ability to create a resonator with Bragg mirrors that offers a life time of more than 75 s. During this time a revival due to rephasing of the spreading wave function could be observed in simulations.

The experiments presented here are performed with a Bose-Einstein condensate of ^{87}Rb atoms which are cooled evaporatively in a crossed dipole trap. The time needed for evaporation is 12 s. Together with the loading period of the magneto optical trap and the detection sequence, a Bose-Einstein condensate can be produced every 20 s. With this method a Bose-Einstein condensate with a total atom number of 15,000 atoms and a condensate fraction of 80% can be prepared. It was observed that a multi-frequency fiber laser, as the one used here with 1070 nm wave length, causes high intensity dependent two body losses which can result in trap life times of less than 1 s. Due to this effect the theoretically optimal evaporation scheme was modified. It is shown experimentally that the time constant of the beam power reduction should be proportional to the life time at the specific power to provide an optimized evaporation. Due to this method an efficient evaporation is possible in spite of the strong losses.

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	1
2. Bose-Einstein-Kondensation mit rein optischen Methoden	3
2.1. Bose-Einstein-Kondensation	4
2.1.1. Ideales Bose-Gas	4
2.1.2. Wechselwirkendes Bose-Gas	6
2.2. Dipolpotential	7
2.2.1. Fallengeometrien	8
2.3. Präparation und Detektion lasergekühlter Atome	9
2.3.1. Vakuumsystem	10
2.3.2. Laserkühlung	10
2.3.3. Optischer Aufbau der Dipolfalle	12
2.3.4. Evaporative Kühlung in Dipolfallen	15
2.3.5. Absorptionsdetektion	16
2.3.6. Eigenschaften des Bose-Einstein-Kondensats	19
2.4. Effekte des breitbandigen Faserlasers auf die Evaporation	21
2.4.1. Einfluss auf die Evaporationsrampe	21
2.4.2. Charakterisierung der Verluste	22
2.5. Zusammenfassung der Präparation von Bose-Einstein-Kondensaten in Dipolfallen	30
3. Atominterferometrie im Wellenleiter	31
3.1. Atominterferometrie	31
3.2. Bragg-Gitter	32
3.2.1. Eindimensionales optisches Gitter	33
3.2.2. Bragg-Bedingung	33
3.2.3. Quantenmechanische Betrachtung	35
3.2.4. Experimentelle Realisierung	36
3.2.5. Symmetrische Präparation in positive und negative Impulse	38
3.3. Interferenz expandierender Bose-Einstein-Kondensate	40
3.3.1. Entwicklung der Phase eines Kondensats bei Expansion	40
3.3.2. Berechnung des Streifenabstandes	41
3.4. Präparation eines Kondensats im Wellenleiter	42
3.5. Ramsey-Interferometer	42
3.5.1. Analogie zur Ramsey-Spektroskopie	43
3.5.2. Weitere Ramsey-Interferometer Varianten	44
3.5.3. Auswertung der Dichteprofile	45
3.5.4. Vergleich der Streifenabstände mit berechneten Werten	49
3.5.5. Betrachtung des Kontrastes	53
3.5.6. Interferometrie nach Transport im Wellenleiter	55
3.6. Mach-Zehnder-Interferometer	58
3.7. Zusammenfassung der interferometrischen Experimente im Wellenleiter	60

4. Ringpotential erzeugt durch konische Refraktion	63
4.1. Konische Refraktion	65
4.1.1. Phasengeschwindigkeit in doppelbrechenden Kristallen	66
4.1.2. Wellenfläche eines biaxialen Kristalls	68
4.1.3. Singularität entlang der optischen Achse	68
4.1.4. Doppelringstruktur	72
4.1.5. Quantitative Beschreibung der Intensitätsverteilung	74
4.1.6. Möglichkeiten zur Erzeugung verschiedener Potentiale	82
4.2. Lichtteppich	82
4.2.1. Elliptische Gaußsche Strahlen	83
4.2.2. Aufbau und Dimensionierung	84
4.2.3. Bestimmung der vertikalen Fallenfrequenz	87
4.3. Experimentelle Realisierung des Ringpotentials	88
4.3.1. Optischer Aufbau des Ringpotentials	88
4.3.2. Justierung des Ringpotentials	90
4.3.3. Auswertung von ringförmigen Dichteprofilen	93
4.4. Transfer der Atome aus der gekreuzten Dipolfalle	93
4.4.1. Adiabaticität beim Umladen	94
4.4.2. Kohärenz nach dem Umladen	95
4.5. Eigenschaften des Ringpotentials	97
4.5.1. Abmessungen	98
4.5.2. Fallenfrequenzen	99
4.5.3. Potentialtiefe	101
4.5.4. Bestimmung der verwendeten Ebene der konischen Refraktion	106
4.6. Ringfalle als Speicherring	108
4.6.1. Lebensdauer	108
4.6.2. Propagation des Bose-Einstein-Kondensats	110
4.6.3. Kohärenzverhalten	110
4.7. Zusammenfassung der Experimente im Ringpotential	119
5. Bragg-Spiegel und -Resonator für atomare Wellenpakete	121
5.1. Konfiguration	121
5.2. Bandstruktur	123
5.2.1. Bänder im optischen Gitter	123
5.2.2. Komplexe Quasiimpulse	124
5.2.3. Ortsabhängige Bandstruktur	125
5.3. Numerische Simulation	128
5.3.1. Split-Operator-Methode	129
5.4. Impulsabhängige Filterung	130
5.4.1. Modellrechnung mit Hilfe der Bandstruktur	130
5.4.2. Bewegte Gitter	132
5.4.3. Dynamik beim Filterprozess	133
5.5. Zeitabhängige Potentiale	136
5.5.1. Bandlückenresonator für Atome	137
5.5.2. Rephasierung der Wellenfunktion	139
5.5.3. Adiabaticität	142
5.6. Anwendungsmöglichkeiten	143
5.7. Zusammenfassung der Berechnungen zum räumlich begrenzten Gitter	144

6. Diskussion und Ausblick	145
6.1. Diskussion der Ergebnisse	145
6.2. Mögliche zukünftige Anwendungen	148
A. Eigenschaften von ⁸⁷Rubidium	149
B. Zusammenstellungen experimenteller Parameter	151
B.1. Präparation des Bose-Einstein-Kondensats	151
B.2. Bragg-Gitter	152
B.3. Ringpotential	152
C. Publikationsliste	155
Literaturverzeichnis	157



1 Einleitung

Optische interferometrische Methoden zur Messung physikalischer Größen haben eine lange Tradition. So wurde z. B. von A. Michelson und E. Morley im Jahre 1887 mit Hilfe eines Interferometers die Äthertheorie überprüft [1], indem die Abhängigkeit der Lichtgeschwindigkeit von der Bewegungsrichtung untersucht wurde. In der modernen Forschung werden Interferometer zum Beispiel für die Detektion von Gravitationswellen [2] eingesetzt. Insbesondere im technischen Bereich, bieten sich eine Vielzahl von Anwendungen. Dazu gehören z. B. Laserkreisel [3] und interferometrische Abstandsmessungen [4]. Vielstrahlinterferometer wie das Fabry-Pérot-Interferometer [5] können zur spektralen Untersuchung von Licht verwendet werden.

Das Feld der Materiewelleninterferometer ist ein noch vergleichsweise junges Forschungsgebiet, obwohl bereits im Jahr 1925 L. de Broglie die Welleneigenschaften von Materie entdeckte [6]. Die Interferometrie mit Atomen (dies gilt ebenso für Elektronen, Neutronen oder andere Elementarteilchen) bietet Zugang zu Messgrößen, die auf der Wechselwirkung mit massebehafteten Teilchen beruhen. So ist es bereits möglich, mit Atominterferometern die Erdbeschleunigung [7–10], Drehbewegungen [11–15] oder das Verhältnis h/m , woraus sich die Feinstrukturkonstante bestimmen lässt [16, 17], mit hoher Präzision zu untersuchen.

Ein wichtiger Baustein dieser Technologie war die Entwicklung der Laserkühlung [18–20], für die im Jahr 1997 S. Chu, C. Cohen-Tannoudji und W. D. Phillips mit dem Nobelpreis [21] ausgezeichnet wurden. Sie ermöglicht die Präparation eines sehr kalten Ensembles von Atomen, die dann kontrolliert für atominterferometrische Experimente genutzt werden können. Dabei werden die Welleneigenschaften einzelner Atome für die Interferenz genutzt.

Um eine größere Zahl von Atomen in einen kohärenten und damit interferenzfähigen Zustand zu bringen eignet sich ein vollkommen neuartiger Zustand der Materie, das Bose-Einstein-Kondensat, welches von S. Bose und A. Einstein [22–24] im Jahre 1924 vorhergesagt wurde. Es zeichnet sich durch die makroskopische Besetzung eines Quantenzustandes aus und besitzt eine langreichweitige Kohärenz. Für die erstmalige Erzeugung eines Bose-Einstein-Kondensats im Jahr 1995 [25, 26] erhielten E. A. Cornell, W. Ketterle und C. E. Wieman 2001 den Nobelpreis. Bose-Einstein-Kondensate eröffnen viele Möglichkeiten in der Atominterferometrie. Denn durch die große Anzahl von Atomen mit identischem quantenmechanischen Verhalten lässt sich ein stärkeres Signal erhalten und Interferenzen der Atome lassen sich direkt als Dichtemodulation beobachten. Zusätzlich können bei Bose-Einstein-Kondensaten auch Atome miteinander interferieren, wenn sie aus unterschiedlichen Quellen kommen, z. B. wenn die Kondensate in verschiedenen Fallen generiert wurden [27, 28]. Durch Auskopplung eines Teils des Kondensats lässt sich ein Strahl von kohärenten Atomen generieren, der in Analogie zum Laser als Atomlaser bezeichnet wird [29–31].

Die Technologie zum Kühlen und Fangen von ultrakalten Atomen und zur Erzeugung von Bose-Einstein-Kondensaten ist mittlerweile sehr fortgeschritten. Neben der evaporativen Kühlung in Magnetfallen können Atome auch in einem optischen Dipolpotential [32] eines fern verstimmtten Laserstrahls gefangen werden und durch Absenken des Potentials evaporativ gekühlt werden [33]. Ein Bose-Einstein-Kondensat wurde auf diese Weise erstmals 2001 erzeugt [34]. Die Präparation eines Bose-Einstein-Kondensats in einer Dipolfalle hat mehrere Vorteile. Es werden keine großen Spulen benötigt, um die für eine Magnetfalle nötigen Felder zu erzeugen. Dadurch ist der optische Zugang für Experimente mit dem Bose-Einstein-Kondensat besser. Außerdem lassen sich Atome

fangen, die kein magnetisches Moment besitzen, bzw. sich in Zuständen befinden, die nicht magnetisch fangbar sind. Durch einen Wechsel zwischen rot und blau verstimmttem Laserlicht kann das Potential sowohl attraktiv als auch repulsiv genutzt werden. Optische Lichtfelder lassen sich aufgrund des Superpositionsprinzips nahezu beliebig kombinieren. Ein Nachteil der optischen Dipolpotentiale bei der Präparation von Bose-Einstein-Kondensaten ist die in der Regel kleinere Zahl von Atomen im Bose-Einstein-Kondensat.

Die Kombinierbarkeit von Dipolpotentialen erlaubt es, verschiedene Komponenten für atomoptische Experimente zu entwickeln [35]. So kann z. B. durch Kreuzen zweier Wellenleiter ein Strahlteiler konstruiert werden [36]. Die Welleneigenschaften von Licht lassen sich zur Erzeugung optischer Gitter ausnutzen. Die entstehende Gitterstruktur ermöglicht die Untersuchung von Problemen der Festkörperphysik mit genau kontrollierbaren Parametern [37]. An optischen Gittern kann wie an Kristallgittern Bragg-Streuung auftreten, was z. B. als Strahlteiler oder Spiegel für Atome genutzt wird [38].

Die hohe Flexibilität der bei der Formung des Lichtes erlaubt es ringförmige Potentiale zu erzeugen. Diese sind von Interesse für die Atominterferometrie, da sie für ein geführtes Sagnac-Interferometer verwendet werden können. Auch die Untersuchung der Dynamik von Bose-Einstein-Kondensaten mit periodischen Randbedingungen bietet interessante Möglichkeiten. So wurde z.B. in ringförmigen Potentialen das Verhalten rotierender Kondensate untersucht [39, 40], deren Vortizes eine wesentlich höhere Lebensdauer aufweisen als in einer harmonischen Falle.

Die vorliegende Arbeit widmet sich der Untersuchung von Verwendungsmöglichkeiten von Dipolpotentialen für atomoptische Experimente mit Bose-Einstein-Kondensaten. Dabei wird das langfristige Ziel verfolgt kompakte integrierte Elemente für atomoptische Experimente zu entwickeln. Diesem Zweck folgt das Projekt *ATOMICS* der Arbeitsgruppe *Atome-Photonen-Quanten* am Institut für Angewandte Physik, an dem diese Arbeit durchgeführt wurde. Das Akronym *ATOMICS* steht für „*ATom Optics with MICRo Structures*“.

Diese Arbeit gliedert sich, neben dieser Einleitung, in fünf weitere Kapitel:

Kapitel 2 stellt die Präparationsmethode des Bose-Einstein-Kondensats vor, die in dieser Arbeit auf einer Evaporation in einer Dipolfalle aus Licht eines breitbandigen Faserlasers basiert. Dabei treten starke intensitätsabhängige Zweikörperverluste auf, die charakterisiert werden. Es wird eine Methode vorgestellt, wie sich trotz dieser Verluste ein Bose-Einstein-Kondensat effizient präparieren lässt.

Kapitel 3 hat interferometrische Methoden zum Inhalt, die basierend auf einem Bragg-Gitter eine Charakterisierung der Kohärenz eines Bose-Einstein-Kondensats ermöglichen. Die Methoden werden in Experimenten in einem linearen Wellenleiter angewendet und ihre Ergebnisse mit Berechnungen verglichen.

Kapitel 4 beschäftigt sich mit der Frage ob sich ein neuartiges Ringpotential, welches mittels konischer Refraktion erzeugt wird, für atomoptische Experimente eignet. Neben einer Erläuterung des Phänomens der konischen Refraktion werden die Parameter des resultierenden Dipolpotentials charakterisiert und die Messmethoden vorgestellt. Den Abschluss bilden Experimente, welche die Erhaltung der Kohärenz bei der Propagation im Ringpotential zeigen.

Kapitel 5 zeigt Berechnungen und Modelle, welche den Einfluss eines räumlich begrenzten Gitters auf Atome beschreiben, die auf das Gitter treffen. Die dabei entstehende selektive Reflektivität bzgl. des Impulses sowie die räumliche Struktur der Bandlücken lassen eine Anwendung als Impulsfilter für Atome zu. Durch eine Zeitabhängigkeit des Potentials können Atome in einem Resonator bestehend aus Bandlücken gefangen werden.

Kapitel 6 fasst die gewonnen Ergebnisse zusammen und gibt einen Ausblick auf mögliche Verbesserungen und Weiterentwicklungen des Experimentes.

2 Bose-Einstein-Kondensation mit rein optischen Methoden

Auch nach der ersten Realisierung eines Bose-Einstein-Kondensats in einem verdünnten Gas [25, 26] machte die Entwicklung der Präparationsmethoden weitere Fortschritte. Die meisten Bose-Einstein-Kondensate werden durch evaporative Kühlung in Magnetfallen präpariert. Darin lassen sich Kondensate mit großen Atomzahlen von bis zu $120 \cdot 10^6$ [41] erzeugen. Eine weitere Möglichkeit bietet sich durch Benutzung von Dipolpotentialen von weit gegenüber der Resonanzfrequenz verstimmt Lasern [33]. Zum einen lassen sich damit atomare Spezies fangen und kondensieren, die kein magnetisches Moment besitzen, also nicht in Magnetfallen speicherbar sind, zum anderen kann in einem Experiment mit Evaporation in optischen Potentialen auf große Magnetspulen verzichtet werden, so dass sich mehr Möglichkeiten für den optischen Zugang bieten. Ein weiterer Vorteil sind die höheren Fallenfrequenzen, die es ermöglichen, das Bose-Einstein-Kondensat auf engem Raum zu halten, wie es sonst nur auf Atomchips möglich ist [42–45]. Mit diesen kompakten Bose-Einstein-Kondensaten lassen sich dann Experimente in Mikropotentialen durchführen. Das erste Bose-Einstein-Kondensat mit rein optischen Methoden wurde 2001 von Barrett et al. [34] in einer Dipolfalle, die durch einen CO₂-Laser erzeugt wurde, hergestellt. CO₂-Laser werden in vielen weiteren Experimente [46–49] mit Bose-Einstein-Kondensaten in Dipolfallen verwendet.

In der Arbeitsgruppe Atome-Photonen-Quanten wurde erstmals im Jahr 2008 ein Bose-Einstein-Kondensat in einer Dipolfalle präpariert [50, 51], die mit Licht eines 1030 nm Scheibenlasers (*ELS VersaDisk*, single mode 25 W) erzeugt wurde. Licht bei dieser Wellenlänge bietet den Vorteil, dass Standardoptik eingesetzt werden kann, die zum einen preiswert ist und zum anderen die Möglichkeit bietet neben dem Dipolfallenlicht auch gleichzeitig für Licht anderer Wellenlängen, wie sie für die magneto-optische Falle und zu Manipulation der Atome gebraucht werden, genutzt zu werden. Der Bereich der Wellenlängen um $1 \mu\text{m}$ erfährt auch aus diesem Grund zunehmende Beachtung [31, 52–55]. Oft werden dabei Verfahren eingesetzt, welche die Verringerung der Fallenfrequenzen (siehe dazu Abschnitt 2.3.4) während der Evaporation kompensieren. Zum Beispiel verschiebbare Linsen [52], die eine Kompression der Falle während der Evaporation erlauben oder zusätzliche stärker fokussierte Strahlen, die im Verlauf der Evaporation eingestrahlt werden, um den gleichen Effekt zu erzielen [54–56].

Wegen technischer Probleme des Scheibenlasers wurde im Verlauf der Entwicklung des Experimentes auf einen Faserlaser (*IPG YLR-50-1070-LP*, 50 W) mit breiter Frequenzverteilung als Lichtquelle gewechselt [57]. Daraufhin musste für eine erfolgreiche evaporative Kühlung die Standardprozedur für Dipolfallen, wie sie in Abschnitt 2.3.4 vorgestellt wird, aufgrund erhöhter Zweikörperverluste, angepasst werden. Eine genauere Untersuchung der Effekte wurde in dieser Arbeit durchgeführt. Deren Beschreibung bildet mit Abschnitt 2.4 den Hauptteil dieses Kapitels [58]. Das Kapitel stellt außerdem Grundlagen der Bose-Einstein-Kondensation (Abschnitt 2.1) und von Dipolpotentialen (Abschnitt 2.2), sowie den hier verwendeten experimentellen Aufbau in Abschnitt 2.3 vor.

2.1 Bose-Einstein-Kondensation

Dieser Abschnitt gibt Grundlagen der Bose-Einstein-Kondensation sowie relevante Gleichungen wieder. Für genauere Betrachtungen und Herleitungen sei auf die entsprechende Literatur verwiesen [59–61].

2.1.1 Ideales Bose-Gas

Bei einem idealen Bose-Gas gilt für die Besetzungszahl eines Zustandes mit Energie ε in einem großkanonischen Ensemble [61, Kap.3]:

$$\bar{n}_\varepsilon = \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon-\mu)} - 1} \quad . \quad (2.1)$$

Dabei ist $\beta = 1/k_B T$ mit der Boltzmann-Konstante k_B und $\mu = \partial E / \partial N$ das chemische Potential, das die Änderung der Energie E bei Änderung der Teilchenzahl N angibt. Die Gesamtteilchenzahl N kann geschrieben werden als Summe aus Teilchen im Grundzustand N_0 mit Energie ε_0 und der Zahl der thermischen Atome N_T in den Zuständen darüber:

$$N = N_0 + N_T = \bar{n}_{\varepsilon_0}(T, \mu) + \sum_{i \neq 0} \bar{n}_{\varepsilon_i}(T, \mu) \quad . \quad (2.2)$$

Mit sinkender Temperatur steigt das chemische Potential an und ist limitiert durch ε_0 , da sonst die Besetzungswahrscheinlichkeit \bar{n}_{ε_0} divergiert. Die kritische Temperatur ist erreicht wenn $N = N_T(T, \mu)$ gilt. Für niedrigere Temperaturen ist $N_T < N$ und der Grundzustand muss besetzt werden. Die Zahl der thermischen Atome eines freien sowie eines in einem Kastenpotential gefangenen Ensembles ist

$$N_T = \frac{V}{\lambda_{\text{dB}}^3} g_{3/2}(e^{\beta\mu}) \quad \text{mit} \quad \lambda_{\text{dB}} = \sqrt{\frac{2\pi\hbar^2}{mk_B T}} \quad . \quad (2.3)$$

λ_{dB} bezeichnet die thermische de-Broglie-Wellenlänge der Atome, m die atomare Masse und $\hbar = h/2\pi$ das reduzierte Plancksche Wirkungsquantum. Daraus folgt als Bedingung für Bose-Einstein-Kondensation

$$k_B T_c = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \left(\frac{n}{g_{3/2}(1)} \right)^{2/3} \quad \Leftrightarrow \quad g_{3/2}(1) = 2,612 = \lambda_{\text{dB}}^3(T_c) n \quad . \quad (2.4)$$

Mit der Dichte der Atome n ergibt sich aus dem Produkt $\lambda_{\text{dB}}^3 n$ die Phasenraumdicke. Diese muss größer als 2,612 werden, um Bose-Einstein-Kondensation zu erreichen. Die Funktion $g_{3/2}$ lässt sich aus der allgemeinen Darstellung der Funktionen $g_\eta(z) = \sum_{t=1}^{\infty} z^t / t^\eta$ gewinnen.

Die Zahl der Atome im Kondensat lässt sich dann mit Hilfe von Gleichung 2.2 als Funktion der Temperatur in Einheiten der kritischen Temperatur angeben:

$$N_0(T) = N \left[1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^{3/2} \right] \quad . \quad (2.5)$$

Um die maximale Dichte n_0 thermischer Atome in einem Potential zu bestimmen, kann deren Dichteverteilung verwendet werden [59]:

$$n(\vec{r}) = \frac{g_{3/2}(e^{-\beta U(\vec{r})})}{\lambda_{dB}^3} \quad (2.6)$$

$$\stackrel{T > T_c}{\Rightarrow} n(\vec{r}) \approx n_0 e^{-\frac{U(\vec{r})}{k_B T}} = \frac{N}{V_{\text{eff}}} e^{-\frac{U(\vec{r})}{k_B T}} \quad (2.7)$$

Dabei wird ein effektives Volumen eingeführt, das in einer harmonischen Falle folgendermaßen definiert ist:

$$V_{\text{eff}} = (2\pi)^{3/2} \sigma_x \sigma_y \sigma_z = \left(\frac{2\pi k_B T}{m} \right)^{3/2} \frac{1}{\bar{\omega}^3} \quad \text{mit} \quad \sigma_i = \sqrt{\frac{k_B T}{m\omega_i^2}} \quad (2.8)$$

Es entspricht dem Volumen, das die Atome bei konstanter Dichte entsprechend der Maximaldichte $n_0 = N/V_{\text{eff}}$ einnehmen würden. $\bar{\omega} = \sqrt[3]{\omega_x \omega_y \omega_z}$ ist das geometrische Mittel der Fallenfrequenzen und wird als mittlere Fallenfrequenz bezeichnet (siehe Abschnitt 2.2.1).

Die in Gleichung 2.4 genannte Bedingung stellt eine Mindestanforderung an die zu erreichende Phasenraumdichte. Je nach Potentialform kann das Limit niedriger liegen [62, 63], so dass die kritische Temperatur höher ist. Um sicher zu sein, wird in der Regel das schärfere Kriterium verwendet.

Die Wellenfunktion eines Bose-Einstein-Kondensats ohne Wechselwirkungen, kann als Produkt der Einteilchenwellenfunktionen $\varphi_0(\vec{r}_i)$ des Grundzustandes geschrieben werden:

$$\phi(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_N) = \prod_{i=1}^N \varphi_0(\vec{r}_i) \quad (2.9)$$

Für die Dichte ergibt sich demzufolge

$$n(\vec{r}) = \left| \prod_{i=1}^N \varphi_0(\vec{r}_i) \right|^2 = N |\varphi_0(\vec{r})|^2 \quad (2.10)$$

als mit der Teilchenzahl skalierte Einteilchendichte. Die Wellenfunktion des Grundzustandes eines harmonischen Potentials entspricht einer Gaußfunktion.

$$\begin{aligned} \varphi_0(\vec{r}_i) &= \left(\frac{m\bar{\omega}}{\pi\hbar} \right)^{3/4} e^{-\frac{m}{2\hbar}(\omega_x x^2 + \omega_y y^2 + \omega_z z^2)} \\ &= \left(\frac{1}{\pi a_{\text{ho}}} \right)^{3/4} e^{-\frac{x^2}{2a_{\text{ho},x}} - \frac{y^2}{2a_{\text{ho},y}} - \frac{z^2}{2a_{\text{ho},z}}} \end{aligned} \quad (2.11)$$

Die charakteristische Größe a_{ho} dieser Wellenfunktion, welche als Oszillatorlänge bezeichnet wird, ist

$$a_{\text{ho},i} = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega_i}} \quad , \quad a_{\text{ho}} = \sqrt{\frac{\hbar}{m\bar{\omega}}} \quad (2.12)$$

Sie ist ein Maß für die Ausdehnung einer atomaren Wellenfunktion bzw. eines wechselwirkungsfreien Kondensats in einem harmonischen Potential.

2.1.2 Wechselwirkendes Bose-Gas

In einem hinreichend verdünnten Gas kann die Wechselwirkung zwischen den Atomen durch eine Kontaktwechselwirkung $V_i(\vec{r}' - \vec{r}) = g\delta(\vec{r}' - \vec{r})$ genähert werden, wobei die Kopplungskonstante $g = 4\pi\hbar^2 a/m$ ist. Mit a wird die Streulänge der beteiligten Atome bezeichnet. Die Bedingung dafür ist, dass der mittlere Abstand der Atome $d = n^{-1/3}$ deutlich größer ist als der Betrag der Streulänge $|a| \ll n^{-1/3}$. Aus der Beschreibung des Systems mittels der Bogoliubov-Theorie lässt sich deren Feldoperator $\hat{\Psi}(\vec{r}, t)$ durch ein klassisches Feld $\Phi(\vec{r}, t)$ nähern [61, Kap. 5][59]. Dieses Feld wird auch als Ordnungsparameter bezeichnet. Zur Beschreibung des Ordnungsparameters ergibt sich die sogenannte Gross-Pitaevskii-Gleichung.

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Phi(\vec{r}, t) = \left(-\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + V_{\text{ext}}(\vec{r}) + g |\Phi(\vec{r}, t)|^2 \right) \Phi(\vec{r}, t) \quad (2.13)$$

Dabei beschreibt $V_{\text{ext}}(\vec{r})$ das externe Potential in dem sich die Atome befinden. Der Term $g |\Phi(\vec{r}, t)|^2$ beschreibt die Wechselwirkung der Atome und erfüllt die Funktion eines Potentials. Da die Wechselwirkungsbeiträge aller Atome gemittelt eingehen spricht man von einem mittleren Feld (engl. mean-field), das die Wechselwirkung beschreibt. Die Gross-Pitaevskii-Gleichung ist eine nichtlineare Differentialgleichung. Für den wechselwirkungsfreien Fall $g = 0$ wird die Gross-Pitaevskii-Gleichung zur Schrödinger-Gleichung. $\Phi(\vec{r}, t)$ muss auf die Teilchenzahl N normiert sein:

$$\int |\Phi(\vec{r}, t)|^2 = N \quad . \quad (2.14)$$

Damit entspricht das Betragsquadrat des Ordnungsparameters der Dichte $n(\vec{r}, t) = |\Phi(\vec{r}, t)|^2$ und für ein einzelnes Atom kann der Ordnungsparameter als Wellenfunktion betrachtet werden.

Im stationären Fall lässt sich die Zeitabhängigkeit des Ordnungsparameters als Phasenentwicklung beschreiben [61]:

$$\Phi(\vec{r}, t) = \phi(\vec{r}) e^{-i\mu t/\hbar} \quad . \quad (2.15)$$

Setzt man dies in die zeitabhängige Gross-Pitaevskii-Gleichung ein, erhält man die zeitunabhängige Gross-Pitaevskii-Gleichung:

$$\mu \phi(\vec{r}) = \left(-\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + V_{\text{ext}}(\vec{r}) + g |\phi(\vec{r})|^2 \right) \phi(\vec{r}) \quad . \quad (2.16)$$

Thomas-Fermi-Limit

Für ausreichend starke Wechselwirkung, d.h. wenn in der Falle die Bedingung $E_{\text{int}}/E_{\text{kin}} = N|a|/a_{\text{ho}} \gg 1$ erfüllt ist, kann in der stationären Gross-Pitaevskii-Gleichung (Gleichung 2.16) der Anteil der kinetischen Energie E_{kin} gegenüber der Wechselwirkungsenergie E_{int} vernachlässigt werden [59]. In den in diesem Kapitel vorgestellten Experimenten ist diese Näherung sinnvoll, da die Bedingung an die Dichte erfüllt ist. Diese Näherung wird als Thomas-Fermi-Näherung bezeichnet. Sie ergibt eine sehr einfache Form:

$$\mu \phi(\vec{r}) = \left(V_{\text{ext}}(\vec{r}) + g |\phi(\vec{r})|^2 \right) \phi(\vec{r}) \quad . \quad (2.17)$$

Diese Gleichung lässt sich einfach lösen. Für $V_{ext}(\vec{r}) < \mu$ gilt:

$$|\phi(\vec{r})|^2 = n(\vec{r}) = \frac{\mu - V_{ext}(\vec{r})}{g} . \quad (2.18)$$

An den Orten mit $V_{ext}(\vec{r}) \geq \mu$ ist die Dichte $n(\vec{r}) = 0$. Bei gegebenem chemischen Potential μ entspricht die Dichteverteilung gerade der Potentialform mit umgekehrtem Vorzeichen. Das Potential wird dabei bis zum chemischen Potential gefüllt. Das chemische Potential lässt sich aus der Teilchenzahl mit Hilfe der Normierungsbedingung bestimmen. Für harmonische Potentiale ergibt dies [59]:

$$\mu = \frac{\hbar\bar{\omega}}{2} \left(\frac{15Na}{a_{ho}} \right)^{\frac{2}{5}} . \quad (2.19)$$

Die Dichteverteilung verschwindet beim Radius $R_{TF,i}$ der als Thomas-Fermi-Radius bezeichnet wird und durch die Bedingung $\mu = V_{ext}(\vec{R})$ definiert ist. Daraus ergibt sich für die Thomas-Fermi-Radien in verschiedenen Dimensionen

$$R_{TF,i} = \sqrt{\frac{2\mu}{m\omega_i}} = \left(\frac{15\hbar^2 a N \bar{\omega}^3}{m^2 \omega_i^5} \right)^{\frac{1}{5}} , \quad i \in \{x, y, z\} . \quad (2.20)$$

2.2 Dipolpotential

In Lichtfeldern, die verstimmt sind gegenüber den Resonanzfrequenzen des Atoms entstehen nahezu konservative Potentiale, die durch eine energetische Verschiebung ΔE_i der atomaren Niveaus, abhängig von der Intensität der Strahlung, hervorgerufen werden. Die Verschiebung lässt sich durch Störungsrechnung bestimmen. Der Störungsteil des Hamiltonoperators besteht dabei aus einer Dipolwechselwirkung $H_1 = -\hat{\mu}\vec{E}$ mit dem Dipoloperator $\hat{\mu} = -e\vec{r}$. Es ergibt sich für die Verschiebung [32]

$$\Delta E_i = \frac{3}{2} \pi c^2 \cdot I \sum_{i \neq j} \frac{\Gamma_{ij} c_{ij}^2}{\omega_{0,ij}^3 \Delta_{ij}} . \quad (2.21)$$

Es wird summiert über alle Kopplungen an andere Zustände j . Wobei Γ_{ij} die Zerfallsrate und $\omega_{0,ij}$ die Resonanzfrequenz des Übergangs angibt. I ist die Intensität des Lichtes, c die Lichtgeschwindigkeit und $\Delta_{ij} = \omega - \omega_{0,ij}$ bezeichnet die Verstimmung des Lichtes gegenüber der Resonanzfrequenz des betrachteten Übergangs. Die Clebsch-Gordan-Koeffizienten $c_{ij} = \langle e_i | \hat{\mu} | e_j \rangle / ||\mu||$ geben die Kopplungsstärke zwischen verschiedenen Niveaus an. Sie können, wie auch das reduzierte Dipolmatrixelement $||\mu||$, in entsprechenden Tabellenwerken nachgeschlagen werden [64, 65]. Das resultierende Dipolpotential entspricht der Energieverschiebung des Zustands des Atoms.

Bei Alkaliatomen, wie den hier verwendeten Rubidiumatomen, findet eine Feinaufspaltung des angeregten P -Zustandes durch Spin-Bahn Kopplung in $P_{1/2}$ und $P_{3/2}$ statt. Die Übergänge vom Grundzustand werden als D_1 - bzw. D_2 -Linie bezeichnet. Die Wellenlängen der beiden Übergänge liegen bei $\lambda_{D_1} = 794,987$ nm und $\lambda_{D_2} = 780,241$ nm. Erfüllen die Feinaufspaltung Δ'_{FS} , die Hyperfeinaufspaltungen des Grundzustands Δ_{HFS} und angeregten Zustands Δ'_{HFS} die Bedingungen $\Delta'_{FS} \gg \Delta_{HFS} \gg \Delta'_{HFS}$ und ist die Verstimmung des Lichtes deutlich größer als Δ'_{HFS} ,

sowie die Polarisation linear, so kann das Dipolpotential in einer einfacheren Form angegeben werden.

$$\begin{aligned}
U_{\text{dip}}(\vec{r}) &= -\frac{\pi c^2 \Gamma_{D_2}}{2\omega_{D_2}^3} \left(\frac{2}{\omega_{D_2} - \omega} + \frac{2}{\omega_{D_2} + \omega} \right) I(\vec{r}) \\
&\quad - \frac{\pi c^2 \Gamma_{D_1}}{2\omega_{D_1}^3} \left(\frac{1}{\omega_{D_1} - \omega} + \frac{1}{\omega_{D_1} + \omega} \right) I(\vec{r}) \\
&= -\hat{U}_\omega I(\vec{r})
\end{aligned} \tag{2.22}$$

Dabei wurde die von der Frequenz des Lichtes abhängige Proportionalitätskonstante \hat{U}_ω eingeführt. Für eine Wellenlänge der Fallenstrahlen von 1070 nm, wie sie für das Fangen und evaporative Kühlen der ^{87}Rb -Atome in dieser Arbeit eingesetzt wird, sind die oben genannten Bedingungen erfüllt. Der Vorfaktor ergibt mit den Eigenschaften von ^{87}Rb für diese Wellenlänge $\hat{U}_\omega = 2,074 \cdot 10^{-36} \text{ m}^2 \text{ s}$.

Die Rate Γ_{sc} spontaner Streuprozesse ist, unter Vernachlässigung der Feinaufspaltung ($\omega_{D_1} \approx \omega_{D_2} \approx \omega_0$),

$$\Gamma_{\text{sc}}(\vec{r}) = -\frac{3\pi c^2 \Gamma}{2\hbar \omega_0^3} \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^3 \left(\frac{1}{\omega_0 - \omega} + \frac{1}{\omega_0 + \omega} \right)^2 I(\vec{r}) \quad . \tag{2.23}$$

Diese Streuprozesse stellen einen Heizmechanismus dar, der im Experiment unerwünscht ist. Da die Verstimmung aber näherungsweise quadratisch eingeht, fällt die Streurrate mit steigender Verstimmung schneller ab als die Potentialtiefe. Somit ist es vorteilhaft die Verstimmung zu erhöhen, auch wenn man die Leistung ebenfalls erhöhen muss um die gleiche Potentialtiefe zu generieren.

2.2.1 Fallengeometrien

Zur Präparation des Bose-Einstein-Kondensats wird eine Falle eingesetzt, die aus zwei unter einem rechten Winkel gekreuzten fokussierten Laserstrahlen besteht. Diese können jeweils für sich ebenfalls als Falle genutzt werden.

Fokussierter Gaußstrahl

Ein Gaußstrahl besitzt folgende Intensitätsverteilung [66]:

$$I(r, z) = I(0, z) e^{-\frac{2r^2}{w(z)^2}} \quad \text{mit} \quad I(0, z) = \frac{2P}{\pi w(z)^2} \quad . \tag{2.24}$$

Die Gesamtleistung des Strahls ist P . Der Strahlradius $w(z)$ gibt die Entfernung von der Symmetrieachse des Strahls an, bei der die Intensität auf $1/e^2$ ihres Wertes bei $r = 0$ gefallen ist und ergibt sich aus:

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi w_0^2} \right)^2} = w_0 \sqrt{1 + \frac{z^2}{z_R^2}} \quad . \tag{2.25}$$

Wesentliche Parameter des Strahls sind dabei die Strahltaile w_0 bei $z = 0$ und die Rayleighlänge $z_R = \pi w_0^2 / \lambda$, welche die Entfernung von $z = 0$ bezeichnet, bei der die Intensität des Lichtes auf

der Achse auf die Hälfte gefallen ist. Da die Intensität bei $r = 0, z = 0$ ein Maximum besitzt, kann mit Hilfe eines rotverstimmten Lasers ein fokussierter Strahl als Falle für Atome verwendet werden.

Das resultierende Potential eines fokussierten Gaußstrahls ergibt sich durch Einsetzen der Intensität aus Gleichung 2.24 in Gleichung 2.22. Im Minimum ist das Potential näherungsweise harmonisch und lässt sich in einer Reihe bis zur zweiten Ordnung entwickeln, um die radiale ω_r und axiale ω_a Fallenfrequenz zu gewinnen:

$$\omega_r = \sqrt{\frac{8P\hat{U}_\omega}{\pi m w_0^4}} \quad , \quad \omega_a = \sqrt{\frac{4P\hat{U}_\omega}{\pi m w_0^2 z_R^2}} \quad . \quad (2.26)$$

Die Masse der Atome ist dabei m . Für die Fallenfrequenzen wird auch häufig die Schwingungsfrequenz angegeben, diese wird mit $\nu = \omega/2\pi$ bezeichnet. Für typische Strahltaillen im Bereich zwischen $20 \mu\text{m}$ und $100 \mu\text{m}$ gilt $\omega_r \gg \omega_a$. Das bedeutet eine Einzelstrahlfalle besitzt in axialer Richtung nur einen schwachen Einschluss und dadurch ein großes Aspektverhältnis. Sie eignet sich daher in der Regel nicht zur evaporativen Kühlung.

Gekreuzte Laserstrahlen

Um den Einschluss für die evaporative Kühlung zu verbessern, wird eine gekreuzte Dipolfalle verwendet. Die Intensitätsverteilung zweier rechtwinklig gekreuzter Laserstrahlen ergibt sich aus der Summe der Intensitäten zweier Einzelstrahlen die auf der x - bzw. y -Achse liegen. Interferenzterme werden dabei nicht berücksichtigt (siehe Abschnitt 2.3.3):

$$I(x,y,z) = \frac{2P_1}{\pi w_1(y)^2} e^{-\frac{2(x^2+z^2)}{w_1(y)^2}} + \frac{2P_2}{\pi w_2(x)^2} e^{-\frac{2(y^2+z^2)}{w_2(x)^2}} \quad . \quad (2.27)$$

Auch hier werden die Fallenfrequenzen durch Entwicklung des Potentials am Ursprung gewonnen. Dabei ergeben sich in den drei Dimensionen verschiedene Fallenfrequenzen:

$$\begin{aligned} \omega_x &= \sqrt{\frac{4\hat{U}_\omega}{\pi m} \left(\frac{2P_2}{w_{0,2}^4} + \frac{P_1}{w_{0,1}^2 z_{R,1}^2} \right)} \quad , \\ \omega_y &= \sqrt{\frac{4\hat{U}_\omega}{\pi m} \left(\frac{2P_1}{w_{0,1}^4} + \frac{P_2}{w_{0,2}^2 z_{R,2}^2} \right)} \quad , \\ \omega_z &= \sqrt{\frac{8\hat{U}_\omega}{\pi m} \left(\frac{P_1}{w_{0,1}^4} + \frac{P_2}{w_{0,2}^4} \right)} \quad . \end{aligned} \quad (2.28)$$

2.3 Präparation und Detektion lasergekühlter Atome

In diesem Abschnitt wird in Grundzügen dargestellt wie Bose-Einstein-Kondensate für die Experimente dieser Dissertation präpariert wurden. Weitere ausführliche Betrachtungen bieten vorhergehende Arbeiten [50, 51, 57]. Außerdem wird das Detektionssystem vorgestellt. Insbesondere wird eine Methode erläutert, die zur Korrektur störender Interferenzstrukturen genutzt wurde. Diese Strukturen entstehen durch zeitlich variable Interferenzmuster bei der Absorptionsdetektion. Zum Abschluss dieses Abschnitts wird exemplarisch dargestellt wie sich Bose-Einstein-Kondensate nachweisen lassen.

2.3.1 Vakuumsystem

Temperaturen wie sie für die Bose-Einstein-Kondensation benötigt werden lassen sich nur durch geeignete Isolation von Einflüssen der Umgebung erreichen. Die Experimente zur Bose-Einstein-Kondensat-Erzeugung finden daher in einer Ultrahochvakuumkammer statt, welche in Abbildung 2.1 skizziert ist.

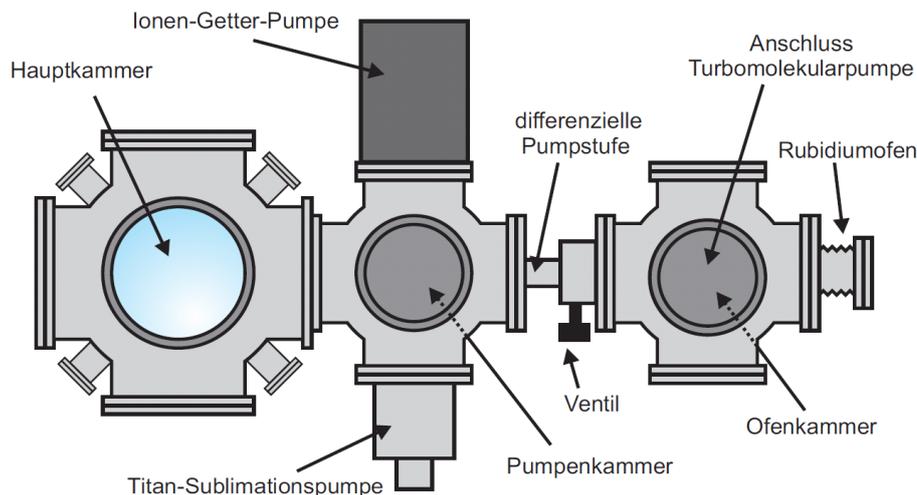


Abbildung 2.1.: Draufsicht auf das Vakuumsystem [50, 57]

Das System besteht aus einer Ofenkammer mit einem Druck von ca. 10^{-6} mbar die mittels einer Turbomolekularpumpe und einer Drehschieberpumpe, welche der Turbomolekularpumpe vorgeschaltet ist, evakuiert wird. Die Ofenkammer dient der Erzeugung eines Atomstrahls aus Rubidiumatomen in einem Ofen. Der Druck der Hauptkammer wird durch eine Ionen-Getter-Pumpe sowie eine Titan-Sublimationspumpe reduziert und liegt bei den für diese Arbeit durchgeführten Experimenten bei ca. $3,5 \cdot 10^{-11}$ mbar. Eine ausführlichere Beschreibung des Aufbaus des Vakuumsystems findet sich in [50, 67].

2.3.2 Laserkühlung

Die Temperatur ist direkt mit der mittleren Geschwindigkeit der Atome verknüpft. Bei einzelnen Atomen mit drei Translationsfreiheitsgraden gilt $\overline{mv^2} = 3k_B T$. Das Ziel der Laserkühlung ist, durch geschicktes Übertragen des Photonenimpulses auf die Atome deren Geschwindigkeit zu reduzieren. Kraft wird dabei durch Streuprozesse der Photonen auf die zu kühlenden Atomen übertragen. Die hervorragenden spektralen Eigenschaften von Laserlicht ermöglichen es, gezielt bestimmte Übergänge im Atom anzuregen und durch Verstimmung gegenüber der Resonanzfrequenz geschwindigkeitsselektiv Streuprozesse hervorzurufen.

Um Bose-Einstein-Kondensate eines atomaren Ensembles zu präparieren, sind in der verwendeten Dipolfalle Temperaturen von unter 50 nK nötig. Diese Temperaturen lassen sich durch mehrere aufeinander folgende Kühl Schritte erreichen.

Chirp-Kühlung

Zunächst wird mit Hilfe eines Atomofens, bei einer Temperatur von ca. 120 °C, ein Strahl von Rubidium-Atomen erzeugt, der durch eine differentielle Pumpstufe in die Experimentierkammer

des Vakuumsystems geschickt wird. Diese Atome müssen von ihrer thermischen Geschwindigkeit von über 300 m/s auf eine Geschwindigkeit gebremst werden, die von der magneto-optischen Falle gefangen werden kann. Dem Atomstrahl entgegen wird ein Laserstrahl gerichtet, so dass durch Absorption ein Impuls entgegen der Bewegungsrichtung übertragen wird. Die darauf folgende Emission ist im Mittel über viele Streuprozesse ungerichtet, so dass die resultierende Kraft den Strahl abbremst. Durch den Dopplereffekt verschiebt sich die Resonanzfrequenz der Atome während sie ihre Geschwindigkeit verringern. Dies kann entweder durch Anlegen eines ortsabhängigen Magnetfeldes mit einem sogenannten „Zeeman-Slower“ kompensiert werden [68] oder durch periodisches Nachfahren der Frequenz des Lasers [69]. Die zweite Methode, welche als Chirp-Kühlung bezeichnet wird, findet im hier verwendeten Aufbau Verwendung. Als Kühlübergang wird der Übergang $5S_{1/2}, F = 2 \rightarrow 5P_{3/2}, F' = 3$ genutzt (ein Termschema findet sich in Anhang A). Um Atome, die in das untere Grundzustandsniveau ($F = 1$) zerfallen, wieder in den Kühlprozess einzubinden, wird Rückpumplicht auf dem Übergang $5S_{1/2}, F = 1 \rightarrow 5P_{3/2}, F' = 2$ eingestrahlt. Die Lichtfelder bei diesen Frequenzen werden durch Diodenlaser bereitgestellt, welche sich schnell in der Frequenz verstimmen lassen. Weitergehende Informationen zum Aufbau des Chirpsystems und der verwendeten Laser finden sich in [50, 51, 57].

Magneto-optische Falle

In der magneto-optischen Falle (MOT) wird zur Reduktion der Geschwindigkeit eine optische Melasse erzeugt. Dazu werden aus drei unabhängigen Raumrichtungen jeweils Paare gegenläufiger Laserstrahlen gekreuzt, deren Frequenz gegenüber dem Kühlübergang rotverstimmt ist, so dass ein Atom, falls es sich bewegt, durch den Dopplereffekt jeweils aus dem der Bewegung entgegen gerichteten Strahl Photonen absorbiert. Dadurch entsteht eine geschwindigkeitsabhängige Kraft, die für Kühlung sorgt. Um zusätzlich eine ortsabhängige Kraft zu erzeugen, wird mit Hilfe eines Anti-Helmholtz Spulenpaars ein magnetisches Quadrupolfeld angelegt. Dies sorgt für eine Zeeman-Aufspaltung der Energieniveaus, so dass die Atome, welche sich vom Magnetfeldnullpunkt entfernen, resonanter mit dem entgegen gerichteten Laserstrahl werden. So lässt sich ein Kraftfeld erzeugen, das die Atome in der Falle hält [20]. Mit diesem System lassen sich Atome maximal bis zum Dopplerlimit $T_{\text{dpl}} = (\hbar k)^2 / 2mk_B$ [64] kühlen, das bei $^{87}\text{Rubidium}$ bei 145 μK liegt.

Das Licht für die magneto-optische Falle wird auch hier von Diodenlasern bereitgestellt, die im Falle des Kühllasers von einem Trapezverstärker [70] verstärkt werden. Die Stabilisierung erfolgt durch relative Stabilisierung der Frequenzen über Schwebungssignale mit einem auf eine spektroskopische Linie stabilisierten Referenzlaser. Details zu den Lasern und der verwendeten Stabilisierung finden sich in den entsprechenden Arbeiten [50, 51, 57, 70, 71]. In der verwendeten MOT in Kombination mit dem Chirp-System sättigt die Teilchenzahl typischerweise bei $5 \cdot 10^7$ in der MOT nach circa 8 s. Höhere Atomzahlen sind durch eine Erhöhung der Ofentemperatur und damit des Teilchenflusses möglich, aber für die Präparation eines Bose-Einstein-Kondensats nicht notwendig, da sie keinen Gewinn an Teilchenzahl und Dichte nach dem Umladen in die Dipolfalle bringen.

Von der üblichen Konfiguration der MOT mit Strahlenpaaren die genau senkrecht aufeinander stehen, wird im verwendeten Aufbau abgewichen. Der Grund ist, dass in der horizontalen Ebene des Aufbaus Platz benötigt wurde, um mehr Möglichkeiten zu Manipulation und Detektion der Atome zu haben. Die hier verwendete Ausrichtung der Strahlen besteht aus zwei Strahlen die jeweils 45° zur Tischebene ausgerichtet sind und sich unter einem rechten Winkel kreuzen und einem dritten Strahl, der ebenfalls 45° zur Tischebene hat, sowie unter 45° zur Ebene der beiden anderen Strahlen verläuft. Dass diese Konfiguration vernachlässigbare Auswirkungen auf die Teilchenzahl in der MOT sowie die Ladeeffizienz der Dipolfalle hat wurde in [51] gezeigt.

Melassendauer	60 ms
Kühlaserleistung	35 mW
Kühlaserintensität	42 mW/cm ²
Kühlaserverstimmung	105 MHz = 17,3 · Γ_{D_1}
Rückpumpleistung	0,5 μ W
Rückpumpintensität	0,6 μ W/cm ²

Tabelle 2.1.: Optimierte Parameter für die Melassenphase der Umladesequenz von der magneto-optischen Falle in die Dipolfalle.

Umladeprozess in die Dipolfalle

Dipolfallen lassen sich aus einer magneto-optischen Falle nur mit geringer Effizienz laden, da sich die Volumina der beiden Systeme in der Regel um mehrere Größenordnungen¹ unterscheiden und sich damit keine gute Modenanpassung erreichen lässt. Umso wichtiger ist es diese Effizienz zu optimieren. Dies geschieht durch Erzielen einer möglichst geringen Temperatur und einer möglichst hohen Dichte. Um die Temperatur der Atome abzusenken wird das Magnetfeld der MOT heruntergefahren und schließlich abgeschaltet. Gleichzeitig wird die Verstimmung des MOT-Lichts vergrößert, sowie die Intensität des MOT- und Rückpumplichtes reduziert [72]. Durch den Effekt der Polarisationsgradientenkühlung erreicht man Temperaturen die unter dem Dopplerlimit liegen [73]. Während der Umladesequenz wird die gesamte Leistung der Dipolfalle temporär auf 11,7 W erhöht, um mehr Atome zu fangen. Dieser Leistungswert ist ein Maximalwert, der sich aus der Kalibration der Intensitätsregelung ergibt (siehe Abschnitt 2.3.3). Am Ende der Umladepériode wird zunächst der Rückpumplaser abgeschaltet und 2 ms später der Kühlaser, dies führt zu einer Akkumulation der Atome im unteren Hyperfeinzustand des Grundzustandes. In diesem Zustand ist die Lebensdauer durch Unterdrückung von hyperfeinzustandsändernden Stößen, die zu Verlusten führen [32, 74], um etwa eine Größenordnung länger. Nach dem Abschalten aller MOT-Laser verbleiben die Atome in der Dipolfalle, die anschließend in 5 ms in der Leistung auf insgesamt 8.8 W heruntergefahren wird, um Verluste zu vermeiden (siehe dazu Abschnitt 2.4.2).

Die oben genannten Parameter wurden experimentell optimiert [50, 51, 75]. Für die in dieser Arbeit durchgeführten Experimente sind die Parameter in Tabelle 2.1 angegeben. In den Kreuzungsbereich der Dipolfalle lassen sich damit etwa 350.000 Atome bei einer Temperatur von 100 μ K transferieren. Dies stellt den Ausgangspunkt der evaporativen Kühlung dar.

2.3.3 Optischer Aufbau der Dipolfalle

Die hier verwendete Dipolfalle besteht aus zwei unter einem rechten Winkel gekreuzten und fokussierten Laserstrahlen. Das Licht wird von einem Faserlaser (*IPG YLR-50-1070-LP*) mit einer Ausgangsleistung von 50 W und einer Wellenlänge von 1070 nm bereitgestellt. Dieser Laser schwingt transversal in einer Mode und hat daher ein gutes Strahlprofil. Longitudinal schwingt er allerdings in vielen Moden, so dass er eine breite Emissionscharakteristik besitzt, die sich über einen Wellenlängenbereich von 2 nm erstreckt.

Eine Skizze des verwendeten Aufbaus findet sich in Abbildung 2.2. Der Strahl wird nach dem Auskoppler des Faserlasers mit einem Teleskop von seiner ursprünglichen Strahltaile von 2,7 mm

¹ Bei den hier verwendeten Parametern 4 Größenordnungen.

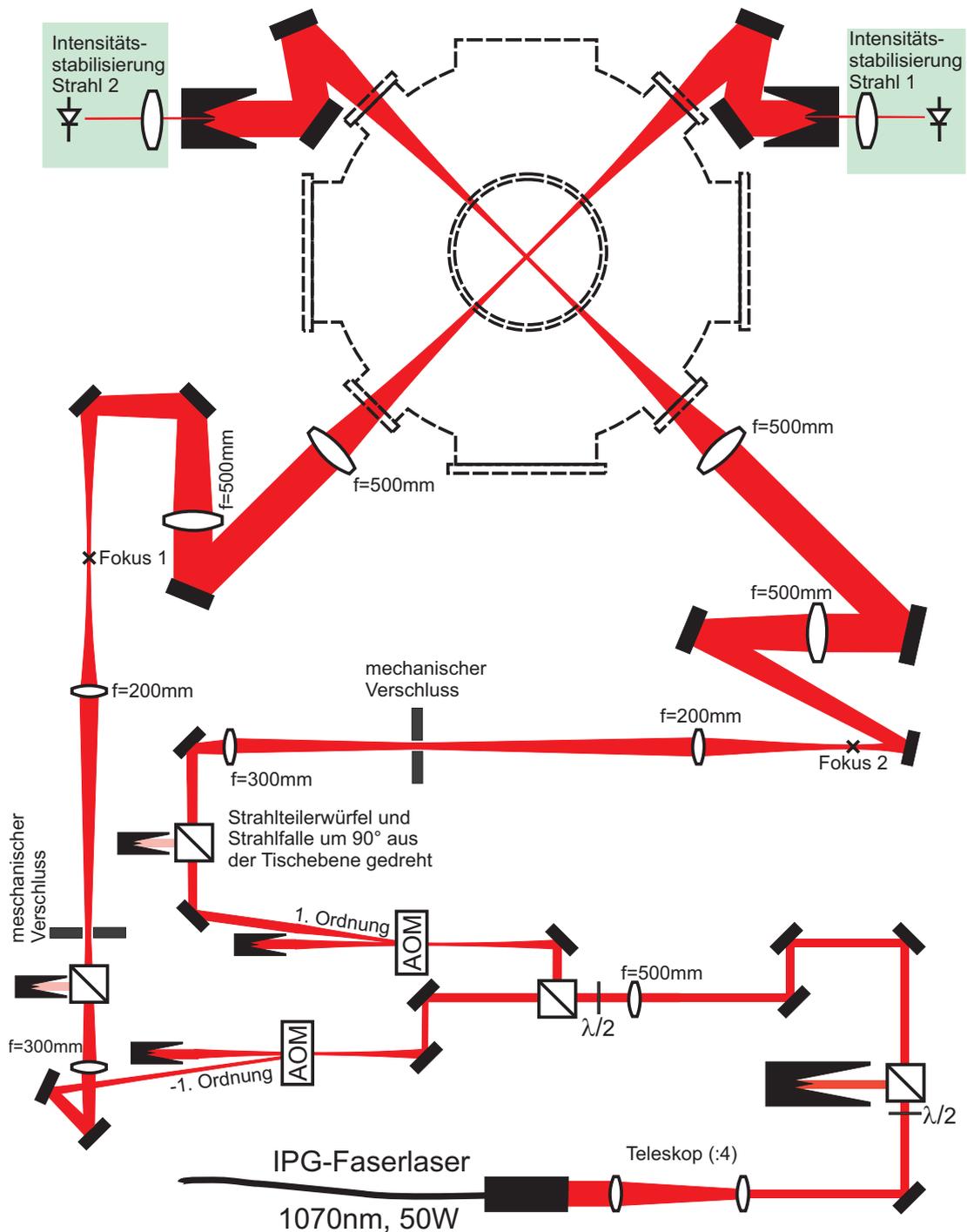


Abbildung 2.2.: Aufbau der optischen Elemente des Strahlenganges der Dipolfalle in Draufsicht [51, 57].

um den Faktor 4 verkleinert. Eine $\lambda/2$ -Wellenplatte und ein Polarisationsstrahlteiler bieten die Möglichkeit, die Leistung im Strahlengang manuell einzustellen. Dies ist notwendig, da bei Leistungen über 30 W thermische Linsen an optischen Elementen im Strahlengang auftreten [57]. Die Aufteilung des Strahls erfolgt ebenfalls durch einen Polarisationsstrahlteiler und eine Wellenplatte. Die 500 mm Linse davor dient der Fokussierung des Strahls durch die akustooptischen Modulatoren (AOM), welche in jedem der beiden Strahlenarme getrennt die Intensität beeinflussen können. Beide AOMs werden mit einer Frequenz von 110 MHz betrieben, der eine mit Beugung in die erste Ordnung, der andere mit Beugung in die minus erste Ordnung. Dadurch ergibt sich eine Frequenzdifferenz zwischen den Strahlen von 220 MHz. Diese dient der Vermeidung von Störungen, die durch Interferenz zwischen den Strahlen entstehen könnten. Um möglichst wenig Interferenzen entstehen zu lassen, wird zudem sichergestellt, dass die beiden Strahlen senkrecht zueinander polarisiert sind. Dazu werden die Strahlen nach den AOMs einer Reinigung der Polarisation durch senkrecht zueinander stehende Polarisationsstrahlteiler unterzogen. Die Strahlen werden nach den AOMs wieder kollimiert. Darauf folgende mechanische Verschlüsse gewährleisten eine vollständige Unterdrückung des Lichtes, wenn die Dipolfalle ausgeschaltet wird. Ein Zwischenfokus wird jeweils von einer Linse mit 200 mm Brennweite erzeugt und anschließend mit zwei achromatischen Linsen mit Brennweite 500 mm im Maßstab 1:1 in die Vakuumkammer abgebildet. Nach der Kammer findet eine Abschwächung der Strahlen durch einen Strahlblocker statt. Dieser ist mit einem Loch in der Mitte versehen, so dass nur ein kleiner Teil des Strahls passieren kann. Dieser Anteil ist proportional zur Gesamtleistung und wird mittels Photodioden gemessen um die Lichtleistung aktiv durch Rückkopplung auf die AOMs zu stabilisieren. Da die Abschwächung durch die Strahlblocker durch Schwankungen der Strahllage verändert wird, wurde durch regelmäßige Kalibration sichergestellt, dass eine bestimmte Spannung an der Photodiode auch derselben Leistung im Strahl entspricht. In dieser Arbeit wurde bei einer Leistung von 5 W im Strahl vor der Kammer eine Photodiodenspannung von 2,4 V eingestellt. Bis zur Position der Atome treten Verluste durch Reflexion an Linsen und Vakuumfenstern im Bereich von 6% auf. Weitere Details zu Kalibration finden sich in [57]. Die Stabilisierung erlaubt es einen von der Experimentsteuerung vorgegebenen Sollwert für Photodiodenspannung und damit der Leistung einzustellen. Dies wird bei der evaporativen Kühlung zum Steuern der Evaporationsrampen genutzt. Für die Dipolfallenstrahlen können bei diesem Aufbau bis zu 12 W pro Strahl verwendet werden. Aus den in Abschnitt 2.4 beschriebenen Gründen wurden solch hohe Leistungen nicht verwendet, sondern nur Leistungen bis etwa 5,9 W pro Strahl. Wesentliche Parameter der Dipolfallenstrahlen sind deren Strahltaillen. Diese wurden durch Messung mittels parametrischem Heizen [76] zu

$$w_{0,1} = (41,3 \pm 1,2) \mu\text{m}, \quad w_{0,2} = (46 \pm 1,2) \mu\text{m} \quad (2.29)$$

bestimmt [57]. Diese Größenordnung der Strahltaillen wurde gewählt, da sie einen guten Kompromiss bieten zwischen hohen Fallenfrequenzen zum Erreichen einer effizienten Evaporation und einem großen Fallenvolumen zum effizienten Transfer der Atome aus der MOT. Aus den Strahltaillen ergeben sich, mit einer Gesamtleistung der beiden Strahlen von 11,7 W, eine maximale Intensität im Fallenzentrum von 396 kW/cm^2 die einer Fallentiefe von $U_0 = k_B \cdot 595 \mu\text{K}$ entspricht. Die maximale mittlere Fallenfrequenz ist $\bar{\omega} = 2\pi \cdot \bar{\nu} = 2\pi \cdot 1,39 \text{ kHz}$. Das Verhältnis der beiden Leistungen wurde experimentell so eingestellt, dass beide Strahlen zu gleichen Teilen zur gesamten Fallentiefe beitragen.

2.3.4 Evaporative Kühlung in Dipolfallen

Evaporative Kühlung basiert darauf, selektiv Atome mit der größten Energie eines Ensembles zu entfernen und durch Rethermalisierung der übrigen Atome durch elastische Stöße eine niedrigere Temperatur und Phasenraumdicke zu erreichen [77, 78].

In Magnetfallen kann durch Einstrahlen einer Radiofrequenz dafür gesorgt werden, dass Atome bei einem bestimmten Magnetfeld entsprechend ihrer Zeemanaufspaltung mit der Radiowelle in Resonanz geraten und in einen Zustand wechseln, der nicht magnetisch gefangen wird. Da das Magnetfeld proportional zur potentiellen Energie ist, lassen sich so die Atome mit der größten Energie entfernen. Durch das Einstrahlen der elektromagnetischen Welle wird nur die Fallentiefe beeinflusst aber nicht die Fallenfrequenzen.

In Dipolfallen kann das selektive Entfernen der Atome der höchsten Energien, durch Absenken des Potentials erfolgen [33]. Dies ist einfach realisierbar durch Verringern der Leistung der Laserstrahlen aus denen die Falle erzeugt wird. Ein Effekt der dabei auftritt ist die gleichzeitige Verringerung der Fallenfrequenzen (siehe Gleichung 2.28), wodurch sich die Stoßrate der Atome verringert und die Evaporation immer langsamer stattfinden muss, um ein Rethermalisierung zu ermöglichen. Durch eine Betrachtung mittels Skalierungsgesetzen [79], unter Annahme eines festen Verhältnisses $\eta = U/k_B T$ zwischen der Potentialtiefe U und der thermischen Energie der Atome, lässt sich der optimale Verlauf der Potentialtiefe bestimmen. In Dipolfallen liegt η bei etwa 10. Aus diesen Skalierungsgesetzen ergibt sich als Funktion für die zeitliche Abhängigkeit der Potentialtiefe, um eine effiziente Evaporation zu erreichen:

$$\frac{U(t)}{U(t=0)} = \left(1 + \frac{t}{\tau}\right)^{\frac{-2(\eta'-3)}{\eta'}} \quad . \quad (2.30)$$

$U(t=0)$ bezeichnet die Fallentiefe zu Beginn der Evaporation und die verwendeten Parameter sind:

$$\frac{1}{\tau} = \frac{2}{3}\eta'(\eta-4)e^{-\eta}\gamma_i \quad \text{und} \quad \eta' = \eta + \frac{\eta-5}{\eta-4} \quad . \quad (2.31)$$

Dabei bezeichnet

$$\gamma_i = \frac{4\pi N_i m \sigma \left(\frac{\bar{\omega}}{2\pi}\right)^3}{k_B T} \quad \text{mit} \quad \sigma = 8\pi a^2 \quad (2.32)$$

die Stoßrate zu Beginn der Evaporation. Diese kann aus der anfänglichen Teilchenzahl N_i , der Masse m , der mittleren Fallenfrequenz $\bar{\omega}$ und der Temperatur T bestimmt werden.

Um der zeitlichen Entwicklung der Potentialtiefe, die durch Gleichung 2.30 beschrieben ist, möglichst nahe zu kommen, wurde am Experiment mit linearen Abschnitten experimentiert, bei denen jeweils die Leistung auf etwa die Hälfte des Anfangswertes gesenkt wird. Jede Rampe für sich wird durch Anpassen der Dauer auf möglichst großen Gewinn an Phasenraumdicke optimiert [50, 51, 57, 75]. Dabei ergab sich in vorherigen Arbeiten bei denen ein *VersaDisk*-Scheibenlaser verwendet wurde eine Kurve, die Gleichung 2.30 sehr gut wiedergibt [50, 51]. Nach dem Wechsel auf einen Faserlaser als Dipolfallenlaser [57] ergab sich ein zeitlicher Verlauf (Abbildung 2.6), der nicht mehr zu dieser Theorie passt. Die Ursachen werden detailliert in Abschnitt 2.4 diskutiert.

2.3.5 Absorptionsdetektion

Messungen an kalten Atomen werden in dieser Arbeit mit Hilfe der Absorptionsdetektion durchgeführt. Dazu wird resonantes Laserlicht auf die Atome gestrahlt und der durch Absorption des Lichtes entstehende Schattenwurf mit einer Abbildungsoptik auf eine CCD-Kamera abgebildet. Die Messung ist aufgrund der Streuung des Lichtes an den Atomen zerstörend, das heißt nach einer Messung muss das gesamte Experiment wiederholt werden, um eine erneute Messung vorzunehmen.

Es stehen zwei Detektionsachsen zur Verfügung, eine mit vertikaler und eine mit horizontaler Strahlausrichtung. Die für die vertikale Richtung verwendete Kamera ist das Modell *Sensys* der Firma *Roper Scientific*. Mit dieser Achse wurden die wesentlichen Messungen durchgeführt, da sie die Dichteverteilung in der horizontalen Ebene aufnimmt. Die verwendete Optik zur Abbildung des Schattenwurfes besteht aus zwei achromatische Linsen mit Brennweiten von $f = 300$ mm bzw. $f = 400$ mm und einem Durchmesser von $D = 75$ mm. Da die Atome sich etwa in der Fokalebene der 300 mm Linse befinden ergibt sich damit ein Beugungslimit für die Abbildung von $\Delta d = 1,22\lambda f/D = 3,8 \mu\text{m}$, was aufgrund der einfachen Ausführung der Optik wahrscheinlich nicht erreicht wird. Die zweite Möglichkeit zur Detektion wurde in horizontaler Richtung eingebaut, wo eine zweite Kamera (*Pixelfly qe, PCO*) verwendet wird. Die dort verwendete Optik besteht aus zwei achromatischen Linsen mit 300 mm Brennweite und 50,8 mm Durchmesser, woraus sich ein Beugungslimit von $4,8 \mu\text{m}$ ergibt. Diese Achse wurde hauptsächlich zur Justierung von Potentialen in der vertikalen Richtung eingesetzt. Diese Anordnung der Kameras bietet den Vorteil, die Dichteverteilung der Atome wahlweise in der vertikalen oder horizontalen Ebene zu bestimmen.

Wird mit resonantem Licht detektiert, lässt sich aus dem komplexen Brechungsindex der Wolke und dem Lambert-Beerschen Gesetz, die in Strahlrichtung z integrierte Dichte $\tilde{n}(x,y)$ als Funktion der absorbierten Lichtintensität bestimmen [60]:

$$\tilde{n}(x,y) = \frac{2I_0}{\hbar\omega\Gamma} \ln \left(\frac{I_R(x,y) - I_D(x,y)}{I_A(x,y) - I_D(x,y)} \right) , \quad (2.33)$$

wobei $I_0 = 2\pi^2\hbar c\Gamma/3\lambda^3$ die Sättigungsintensität und Γ die natürliche Linienbreite des Übergangs ist. Um die Dichte an einem Ort (x,y) der Bildebene zu bestimmen, ist es notwendig, sowohl die durch die Atome gedämpfte Intensität I_A zu kennen, als auch die Intensität ohne Atome I_R im Strahlengang als Referenz. Experimentell wird dies realisiert, indem nach einer Aufnahme des Schattenwurfes und dem Verschwinden der Atome aus dem Messbereich, noch ein zweites Bild mit identischer Belichtung aufgenommen wird, das sogenannte Referenzbild. Zusätzlich, um Effekte durch Hintergrund bzw. Streulicht zu eliminieren, wird ein drittes Bild aufgenommen ohne den belichtenden Laserstrahl, das Dunkelbild I_D , welches jeweils von den beiden anderen abgezogen wird.

Korrektur von Bildstörungen durch zeitabhängige Interferenzen

Bei der oben vorgestellten Messmethode kann es passieren, dass das resultierende Dichtebild durch eine Änderung der Intensitätsverteilung des Laserlichtes zwischen Absorptions- und Referenzbild gestört wird. Denn die Aufnahmen liegen zeitlich etwa eine Sekunde auseinander. Es zeigt sich im Experiment, dass z.B. durch Staub auf optischen Elementen feine Interferenzmuster im Laserstrahl entstehen. Diese stellen kein Problem für die Messung dar, solange sie zeitlich konstant sind, denn zur Korrektur statischer Interferenzmuster wird das Referenzbild aufgenommen. Verwirbelungen

der Luft oder thermische Schwankungen, sowie Vibrationen der optischen Elemente, können dafür sorgen, dass sich bestehende Interferenzmuster ändern [80, 81]. Diese Änderung der Muster werden nach Gleichung 2.33 als Dichte interpretiert. Ein Beispiel ist in Abbildung 2.3 links dargestellt. Die Störungen erschweren die Untersuchung, insbesondere von Interferenzstreifen, des Bose-Einstein-Kondensats. Interferenzen der Bose-Einstein-Kondensate weisen häufig eine den Störungen ähnliche räumliche Frequenz und eine geringe optische Dichte auf, daher werden sie von den Bildstörungen überlagert.

Die Interferenzstörungen können reduziert werden, indem die Kohärenz des Lichtes reduziert wird. Dies kann räumlich durch Verwendung einer Streuplatte geschehen oder zusätzlich auch zeitlich durch eine bewegte Streuplatte. Beides hat den Nachteil, dass durch die Streuplatte sehr viel Licht aus dem Strahlengang verloren geht und eine bewegte (zum Beispiel rotierende) Streuplatte für zusätzliche Vibrationen sorgt. In dieser Arbeit wurde daher ein Ansatz gewählt, der nachträglich eine Korrektur mit Hilfe einer großen Zahl Referenzbilder ermöglicht.

Da die Interferenzmuster eine räumliche Korrelation besitzen, ist es möglich durch Korrektur eines Bildbereiches, in dem sich keine Atome befinden auch den Bereich der Atome zu verbessern. Um eine Reduktion der Muster zu erreichen wurde in dieser Arbeit aus einer großen Menge von Referenzbildern (in der Regel alle aus der zugehörigen Messserie die zwischen 50 und 300 Aufnahmen enthält) durch Linearkombinationen ein Referenzbild konstruiert, welches den leeren Bereich des Absorptionsbildes möglichst gut wiedergibt. Zu diesem Zweck wird aus einem Bereich nahe der Atomwolke, in dem sich keine Atome befinden, ein Vektor generiert, in dem alle Werte der Pixel dieses Bereichs der Reihe nach eingetragen werden. Dies geschieht sowohl für das zu korrigierende Absorptionsbild \vec{A}_p , als auch für alle benutzten Referenzbilder \vec{R}_i . Die Ausschnittvektoren werden mit $\vec{A}_p \in \mathbb{R}^m$ beziehungsweise $\vec{R}_{i,p} \in \mathbb{R}^m$ bezeichnet. Schreibt man die Vektoren $\vec{R}_{i,p}$ in die Spalten einer Matrix $\mathbf{R}_p \in \mathbb{R}^{m,n}$, so würde der Vektor \vec{c} , der Koeffizienten für eine optimale Linearkombination aus Referenzbildern, die Gleichung

$$\mathbf{R}_p \vec{c} = \vec{A}_p \quad (2.34)$$

erfüllen. Da die typischen Werte für die Zahl der Referenzbilder n bei maximal einigen hundert liegen, die Zahl der berücksichtigten Bildpunkte aber meist über 10.000 ist, ist Gleichung 2.34 meist ein überbestimmtes Gleichungssystem. Um dem Absorptionsbild möglichst nahe zu kommen, wird stattdessen ein Koeffizientenvektor bestimmt der das Betragsquadrat $|\vec{r}|^2$ des Residuums $\vec{r} = \mathbf{R}_p \vec{c} - \vec{A}_p$ minimiert. Das Ergebnis dieser Minimierung führt auf die Gleichung [82, Kap. 6]

$$\mathbf{R}_p^T \mathbf{R}_p \vec{c} = \mathbf{R}_p^T \vec{A}_p \iff \vec{c} = \underbrace{\left(\mathbf{R}_p^T \mathbf{R}_p \right)^{-1}}_{\mathbf{P}} \mathbf{R}_p^T \vec{A}_p \quad . \quad (2.35)$$

Der Rechenaufwand zur Bestimmung der Projektionsmatrix \mathbf{P} beschränkt sich auf das Invertieren einer Matrix mit Dimensionen $n \times n$ und eine Matrixmultiplikation.

Nachdem für einen Satz von Referenzbildern die Projektionsmatrix \mathbf{P} bestimmt wurde, erfolgt die Erstellung eines optimierten Referenzbildes \vec{R}_o nach folgendem Schema:

1. Erstellen des Vektors \vec{A}_p aus dem zu korrigierenden Absorptionsbild
2. Bestimmen des Koeffizientenvektors $\vec{c} = \mathbf{P} \vec{A}_p$
3. Bilden der Linearkombination der unbeschnittenen Referenzbilder $\vec{R}_o = \sum_i c_i \vec{R}_i$

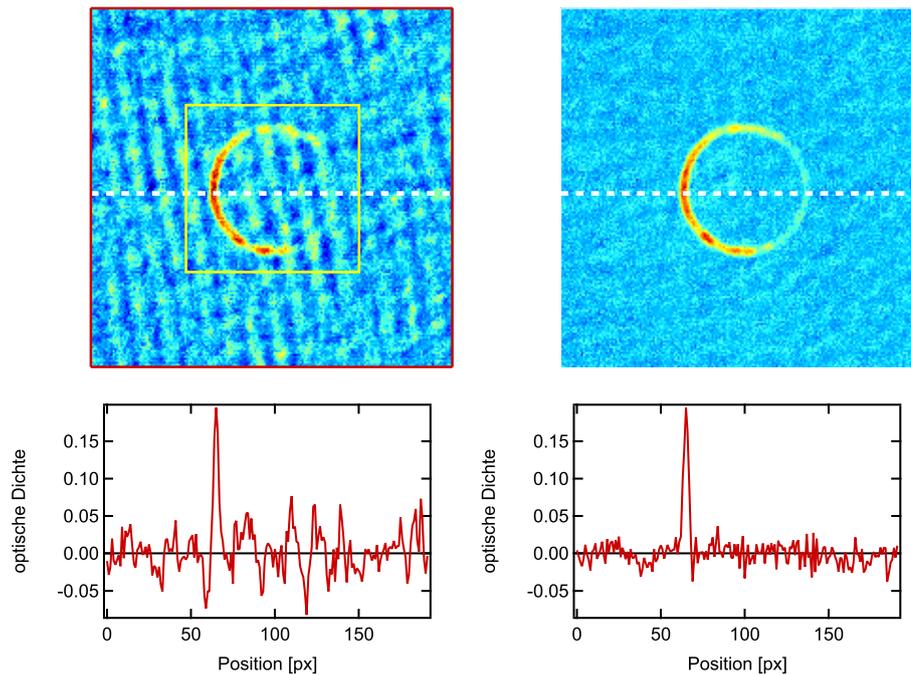


Abbildung 2.3.: Illustration der Korrektur der Interferenzmuster bei Absorptionsdetektion. Oben jeweils Falschfarbendarstellung der aus Absorptions- und Referenzbild gewonnenen Dichteverteilung. **Links:** ohne Korrektur (der Bereich zwischen gelbem und rotem Quadrat wurde zur Erstellung der Vektoren \vec{A}_p und $\vec{R}_{i,p}$ verwendet), **rechts:** nach der Korrektur durch den Algorithmus mit 230 verschiedenen Referenzbildern. Unten sind jeweils Dichteprofile entlang der gestrichelten weißen Linien aufgetragen.

Mit diesem optimierten Referenzbild kann nun die Dichteverteilung nach Gleichung 2.33 berechnet werden. Wie in Abbildung 2.3 zu sehen, kann mit diesem Verfahren die Interferenzstruktur sehr gut korrigiert werden. Es hat sich bei Auswertungen gezeigt, dass bereits eine Menge von etwa 30 Referenzbildern, die in einer Serie mit dem zu korrigierenden Bild aufgenommen wurden, ausreicht, um gute Ergebnisse zu erzielen. Die Standardabweichung der resultierenden Dichte vom Mittelwert des zu Korrektur verwendeten Bereiches (eines Bereiches ohne Atome) wird auf die Hälfte gesenkt. Die verbleibenden Abweichungen werden durch Pixelrauschen der CCD-Kamera verursacht und sind folglich nicht von diesem Algorithmus korrigierbar. Viele der in dieser Arbeit vorgenommenen Untersuchungen wären ohne die Korrektur der Interferenzstreifen nicht möglich gewesen.

Temperaturbestimmung

Zur Bestimmung der Temperatur eines ultrakalten Gases kann auf die Tatsache zurückgegriffen werden, dass die Verteilung der Impulse direkt mit der Temperatur verknüpft ist. Durch Anpassen einer Gaußschen Verteilung an die Dichteverteilung einer thermischen Wolke zu verschiedenen Flugzeiten im freien Fall lässt sich die zeitliche Entwicklung der Breite σ zur Bestimmung der

Temperatur verwenden [60, 83]. Das Quadrat der Ausdehnung der Wolke hängt linear vom Quadrat der Zeit ab. So kann durch Anpassen der Funktion

$$\sigma^2(t^2) = \frac{Tk_B}{m}t^2 + \sigma^2(t=0) \quad (2.36)$$

an eine Datenreihe die Temperatur T aus dem Vorfaktor Tk_B/m gewonnen werden. Falls die Wolke bereits kondensiert bzw. teilweise kondensiert ist, wird die Temperatur aus der Ausbreitungsgeschwindigkeit des thermischen Anteils (siehe nächster Abschnitt) bestimmt, da für den Kondensatanteil wechselwirkungsinduzierte Expansion auftritt.

Auswertung teilweise kondensierter Atomwolken

In den Abschnitten 2.1.1 und 2.1.2 wurde sowohl die Dichteverteilung einer thermischen Wolke behandelt, als auch die eines reinen Bose-Einstein-Kondensats. In realen Experimenten werden beide Fälle gleichzeitig auftreten. Zur Charakterisierung der Atomzahlen sowohl in der kondensierten Phase, als auch in der thermischen Wolke eignet sich eine Funktion die aus der Summe der beiden Einzelteile besteht. Diese wird als bimodale Verteilung bezeichnet und setzt voraus, dass die Wechselwirkung zwischen thermischen Atomen und Kondensat vernachlässigbar ist [60]. Die gemeinsame Dichteverteilung $n_{\text{ges}}(\vec{r})$ ergibt dann

$$n_{\text{ges}}(\vec{r}) = n_c \max\left(1 - \sum_{i=1}^3 \frac{x_i^2}{\Delta x_{i,c}^2}, 0\right) + n_{\text{th}} g_{3/2}\left(\exp\left[-\sum_{i=1}^3 \frac{x_i^2}{\Delta x_{i,\text{th}}^2}\right]\right) \quad (2.37)$$

Wobei n_c und n_{th} die maximalen Dichten im Kondensat bzw. thermischen Anteil angeben. Mit $\Delta x_{i,\text{th}}$ wird die Ausdehnung der thermischen Wolke bezeichnet. $\Delta x_{i,c}$ gibt die Ausdehnung des Kondensats an. Die Funktion $\max(a, b)$ liefert als Ergebnis den größeren Wert von a und b . Falls die Dichte so in der Falle beobachtet würde entspräche $\Delta x_{i,c}$ dem Thomas-Fermi-Radius.

Bei der Absorptionsdetektion wird eine zweidimensionale Dichteverteilung gemessen, bei der die dritte Dimension der Verteilung integriert wird. Für die beobachtete zweidimensionale Verteilung folgt

$$\begin{aligned} \tilde{n}_{\text{ges}}(x, y) = & \frac{\tilde{n}_{\text{th}}}{g_2(1)} g_2\left(\exp\left[1 - \frac{x^2}{\Delta x_{\text{th}}^2} - \frac{y^2}{\Delta y_{\text{th}}^2}\right]\right) \\ & + \tilde{n}_c \max\left(1 - \frac{x^2}{\Delta x_c^2} - \frac{y^2}{\Delta y_c^2}, 0\right) \quad (2.38) \end{aligned}$$

Durch Anpassung der Funktion 2.38 an expandierte Wolken kann der Kondensatanteil bestimmt werden. Der thermische Anteil erlaubt, durch Beobachtung nach verschiedenen Flugzeiten, die Temperatur zu bestimmen.

2.3.6 Eigenschaften des Bose-Einstein-Kondensats

Zu Beginn der Evaporation mit einer Atomzahl von 350.000 und einer Temperatur von 100 μK ergibt sich nach Gleichung 2.7 eine maximale Dichte von $1,1 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$. Unter der Annahme einer Gleichverteilung der Atome auf die drei Zeeman-Unterkomponenten ($F = 1$) des Grundzustandes

ergibt sich eine Phasenraumdichte (siehe Gleichung 2.4) von $2 \cdot 10^{-5}$ zu Beginn der Evaporation. Nach einer Evaporation bis zu einem nahezu reinen Kondensat ($N_C/N > 0,8$), siehe Abb. 2.4 (c), liegt die Teilchenzahl bei etwa 15.000 und das Ensemble hat eine Temperatur von 27 nK. Die Phasenraumdichte erreicht dann Werte von etwa 40 die weit über der kritischen Marke von 2,61 liegen.

Zusätzliche qualitative Nachweise, dass ein Bose-Einstein-Kondensat erzeugt wurde, sind die Umkehr des Aspektverhältnisses wie sie ausführlich in vorhergehenden Arbeiten untersucht wurde [50, 51, 57], das Entstehen einer bimodalen Verteilung (siehe Abbildung 2.4) aus der sich der Kondensatanteil bestimmen lässt, sowie eine langreichweitige Phasenkorrelation, die sich in der Ausbildung eines Interferenzmusters nach Anwenden eines Interferometers aus Bragg-Pulsen zeigt (siehe beispielhaft Abbildung 2.5). Weitere Ausführungen zur Interferometrie mit Hilfe des Bragg Gitters finden sich in Kapitel 3.

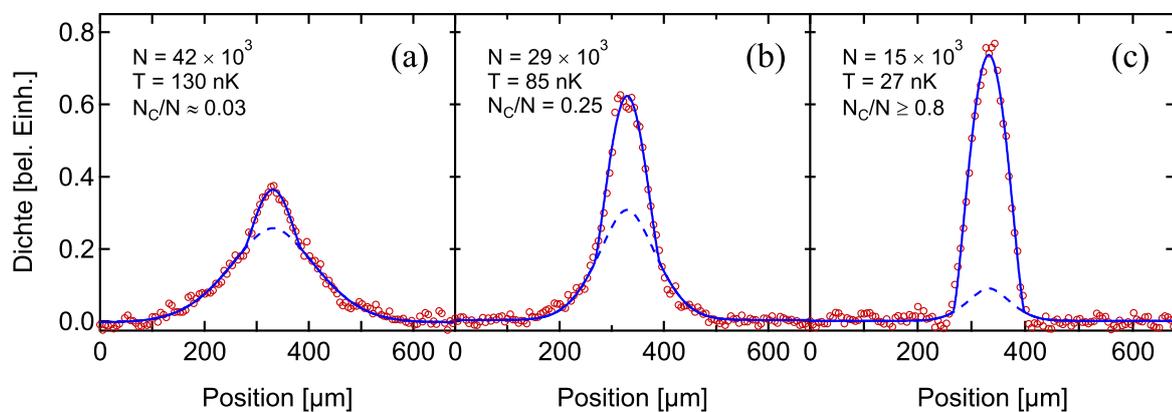


Abbildung 2.4.: Schnitte durch die Atomverteilung für verschiedene Fallentiefen am Ende der Evaporation nach einer Flugzeit von 20 ms. (a) Wolke knapp unter der kritischen Temperatur mit kleinem Kondensatanteil, (b) teilweise kondensiertes Ensemble, und (c) nahezu reines Bose-Einstein-Kondensat mit Kondensatanteil über 80%. Die durchgezogenen Linien stellen angepasste bimodale Funktionen dar, die gestrichelten Linien repräsentieren den thermischen Anteil.

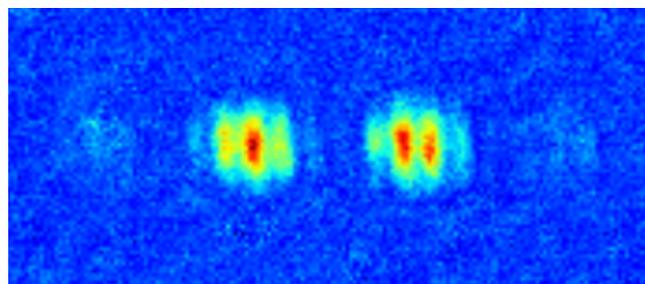


Abbildung 2.5.: Interferenzstruktur eines Bose-Einstein-Kondensats: Interferometersequenz 3 ms nach dem Freilassen aus der Falle, aus zwei Braggpulsen mit Pulsfläche $\pi/2$ und Pulsabstand $217 \mu\text{s}$. Anschließend freie Evolution von 20 ms.

2.4 Effekte des breitbandigen Faserlasers auf die Evaporation

Die Evaporation in einem Potential aus Licht eines breitbandigen Faserlasers (hier: *IPG YLR-50-1070-LP*) läuft anders ab als es von der Theorie der Skalengesetze (siehe Abschnitt 2.3.4) erwartet wird. Dies liegt an hohen Verlusten durch Zweikörperstöße. Diese Verluste sind im Gegensatz dazu in einem monomodalen Laser wie dem *ELS VersaDisk* vernachlässigbar. Dieser Abschnitt widmet sich der Untersuchung einer optimalen Evaporation in einer Dipolfalle aus breitbandigem Laserlicht sowie einer Charakterisierung der auftretenden Verluste. Die Ergebnisse wurden in einer Publikation veröffentlicht [58].

2.4.1 Einfluss auf die Evaporationsrampe

Den Ausgangspunkt der Evaporation bildet ein atomares Ensemble, das, wie in Abschnitt 2.3.2 dargestellt, direkt aus der MOT umgeladen wird. Die Gesamtleistung, bei der die Evaporation begonnen wird, entspricht mit 8,8 W der Leistung nach dem Umladeprozess aus der MOT. Um eine experimentelle Optimierung der Evaporation durchführen zu können, wurde die Rampe in lineare Teilrampen zerlegt. Jede Rampe für sich halbiert näherungsweise die Leistung und kann mit Hilfe der zugehörigen Zeitdauer t_{ramp} auf maximalen Phasenraumrichtegewinn optimiert werden. Das Ergebnis $P_e(t)$ dieses Optimierungsprozesses (siehe auch [57]) ist in Abbildung 2.6 dargestellt. Klar zu erkennen ist die deutlich kürzere Zeitkonstante zu Beginn der Evaporation.

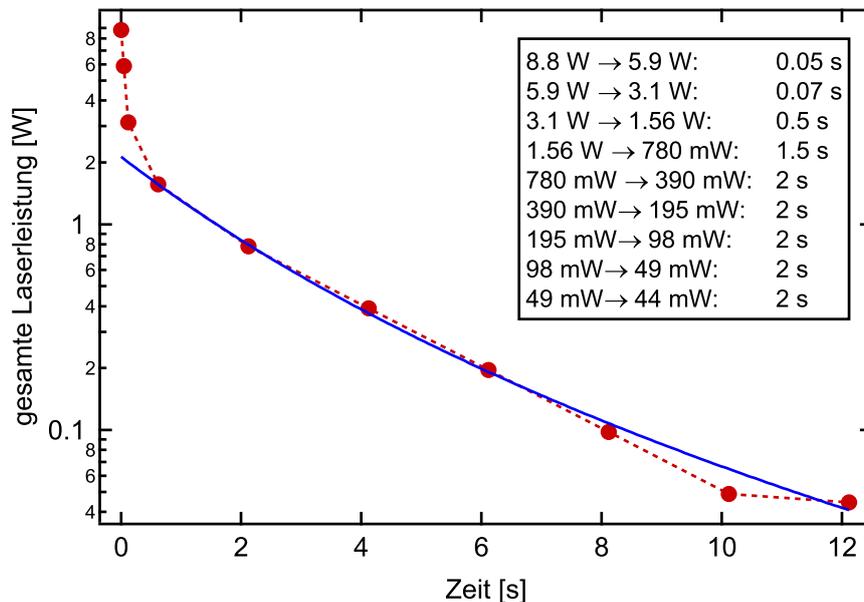


Abbildung 2.6.: Evaporationsrampe nach Optimierung (rot gestrichelt) sowie Rampe der Form der Skalierungsgesetze (Gleichung 2.30) angepasst unter Vernachlässigung der ersten drei Punkte (blau durchgezogen)

Die dort auftretenden hohen Verluste sorgen dafür, dass es effizienter ist, schneller zu evaporieren. Erst im späteren Verlauf, nach etwa 0,5 s und unterhalb einer Gesamtleistung von 1,56 W, verläuft die Kurve entsprechend den Skalierungsgesetzen, wie die angepasste Funktion aus Gleichung 2.30 in Abbildung 2.6 zeigt.

Bose-Einstein-Kondensation tritt kurz bevor die Leistung erreicht ist, bei der die Falle die Gravitation nicht mehr ausgleichen kann, ein. Dadurch ist das letzte Teilstück der experimentellen Rampe

etwas flacher bzw. die Leistung wird in geringerem Maße verändert. Bose-Einstein-Kondensation wird schließlich bei einer Gesamtleistung von 45 mW erreicht, was einer Falltiefe von $k_B \cdot 2,2 \mu\text{K}$ entspricht.

Die Evaporationseffizienz

$$\gamma_{\text{ev}} = - \frac{\ln[\rho_{\text{PSD},c}/\rho_{\text{PSD}}(t=0)]}{\ln[N_c/N(t=0)]} , \quad (2.39)$$

welche den Phasenraumrichtegewinn mit dem Verlust an Atomen vergleicht, liegt bei $\gamma_{\text{ev}} \approx 3,5$. Dieser Wert ist trotz der starken Verluste vergleichbar mit Werten aus anderen Publikationen mit Evaporation in Dipolfallen ($\gamma_{\text{ev}} = 3,4$ [53], $\gamma_{\text{ev}} = 2,8(5)$ [54]) in denen komplexere und aufwendigere Evaporationsmethoden verwendet werden.

2.4.2 Charakterisierung der Verluste

Verluste in Dipolfallen können durch verschiedene Prozesse auftreten. Durch Streuung von Photonen des Fallenlasers findet eine Aufheizung des Ensembles statt, wodurch Atome die Falle verlassen können. Durch Stöße mit dem Restgas in der Vakuumkammer gehen ebenso Atome verloren. Diese beiden Verlustkanäle sind dichteunabhängig und werden als Einkörperverluste bezeichnet.

Inelastische Stöße zwischen zwei Atomen können ebenfalls zu Verlusten führen; sogenannte Zweikörperverluste. Falls sich eines der Atome intern in einem angeregten Zustand befindet und seine Energie beim Stoß in kinetische Energie umwandelt, können eines oder beide Atome die Falle verlassen. Dies tritt bei Alkaliatomen in Dipolfallen insbesondere bei Stößen unter Änderung des Hyperfeinzustandes auf [32, 74]. Auch können Verluste durch Photoassoziation auftreten, bei der mit Hilfe eines Photons zwei stoßende Atome in einen angeregten Molekülzustand überführt werden und beim Zerfall Energie gewinnen [84, 85]. Die Verlustrate hängt in diesen Fällen von der Dichte der Atome in der Falle ab.

Ebenfalls können Dreikörperverluste auftreten. Bei Kollision von drei Atomen können zwei in einen gebundenen Zustand übergehen, während das dritte die Bindungsenergie in Form von kinetischer Energie aufnimmt [86].

Die Ratengleichung für die Atomzahl

$$\frac{dN}{dt} = -\alpha N - \beta N^2 - \gamma N^3 \quad (2.40)$$

spiegelt diese drei Verlustkanäle wider. Die Koeffizienten beschreiben jeweils Ein- (α), Zwei- (β) und Dreikörperverluste (γ).

Die Dreikörperverlustrate kann mit Hilfe der gemessenen Daten und einem Literaturwert für den Dreikörperverlustkoeffizienten $K_3 = 4,3 \cdot 10^{-29} \frac{\text{cm}^6}{\text{s}}$ [87] zu Beginn der Evaporation abgeschätzt werden:

$$\frac{dN}{dt} = -K_3 \int_V n^3(\vec{r}, t) d^3r \quad \Rightarrow \quad \frac{dN}{dt} = -K_3 \frac{N^3(t)}{3^{\frac{3}{2}} V_{\text{eff}}^2} \quad (2.41)$$

Dabei gehen die die Teilchenzahl N sowie die Temperatur T und Fallenfrequenzen $\bar{\omega}$ in Form von V_{eff} ein (siehe Gleichung 2.8). Da die Dreikörperverluste mit 500 Atomen pro Sekunde vernachlässigbar klein gegenüber der Atomzahl von 350.000 sind, werden sie im Folgenden nicht berücksichtigt.

Auswirkungen des Zerfalls auf die Rampenparameter

Zur Charakterisierung der Verluste wurden Zerfallsmessungen durchgeführt. Dabei wurde jeweils nach einem linearen Teilstück der Rampe die Evaporation unterbrochen und bei der entsprechenden danach konstanten Leistung der zeitliche Verlauf der Atomzahl in der Kreuzung gemessen. Die Ergebnisse sind in Abbildung 2.7 dargestellt. Die Kurven für Leistungen unter 0,2 W sind nicht dargestellt, da sie das gleiche Verhalten wie die 0,2 W-Kurve zeigen. Die Bedingungen bezüglich Gesamtleistung, Temperatur, Atomzahl und Dichte sind zum Zeitpunkt $t = 0$ genau so wie sie auch im Verlauf der Evaporation bei der entsprechenden Leistung wären. Die dargestellten

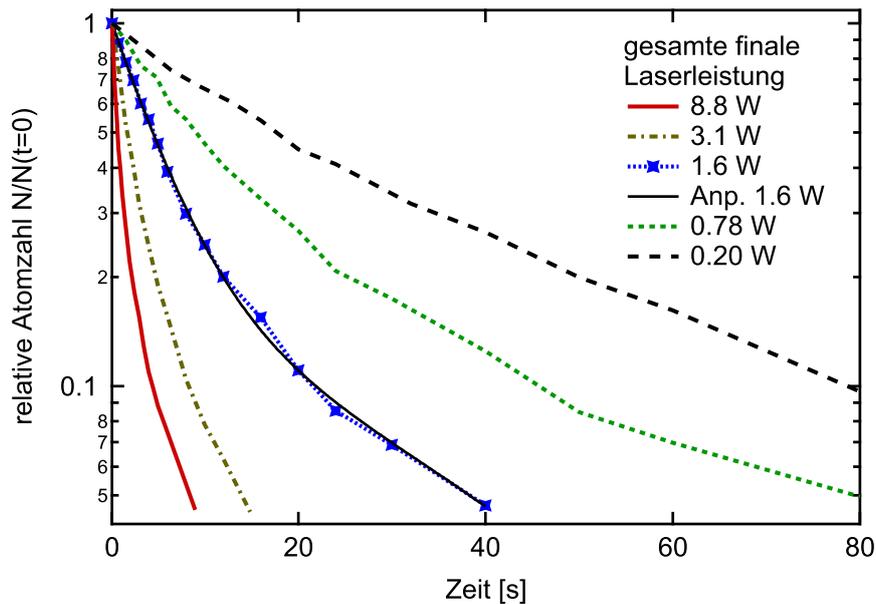


Abbildung 2.7.: Zerfallskurven bei konstanter Gesamtlaserleistung, die Kurven für $P < 0,2$ W sind nicht dargestellt, da sie das gleiche Verhalten wie bei 0,2 W zeigen. Durchgezogene schwarze Linie: angepasste doppelt exponentielle Zerfallskurve an die Kurve mit $P=1,6$ W

Zerfallskurven zeigen bereits eine klare Abhängigkeit der Lebensdauer von der Leistung. Denn bei einer Gesamtleistung von 8,8 W beträgt die Lebensdauer in der Falle weniger als 1 s, während sie bei niedriger Leistung über 15 s liegt.

Ein weiteres Merkmal ist die Krümmung der Kurven in der logarithmischen Darstellung. Das zeigt, dass hier nicht nur Einkörperverluste auftreten, die einen exponentiellen Zerfall aufwiesen, sondern auch Zweikörperverluste. Um die Zeitkonstanten zu quantifizieren wurde eine Summe zweier Exponentialfunktionen

$$N(t) = N_2 e^{-\frac{t}{\tau_2}} + N_1 e^{-\frac{t}{\tau_1}} \quad (2.42)$$

angepasst. Dabei beschreibt die Lebensdauer τ_2 den durch Zweikörperstöße hervorgerufenen schnellen Zerfall und τ_1 den langsameren Zerfall durch Einkörperverluste. In Abbildung 2.7 ist als Beispiel die angepasste Funktion bei der Gesamtleistung von 1,6 W dargestellt.

Die Ergebnisse für τ_1 und τ_2 in Abhängigkeit von der Leistung sind in Abbildung 2.8 zu finden. Dabei zeigt sich ein Anwachsen der Lebensdauern während der Evaporation, die mit der Zeit von

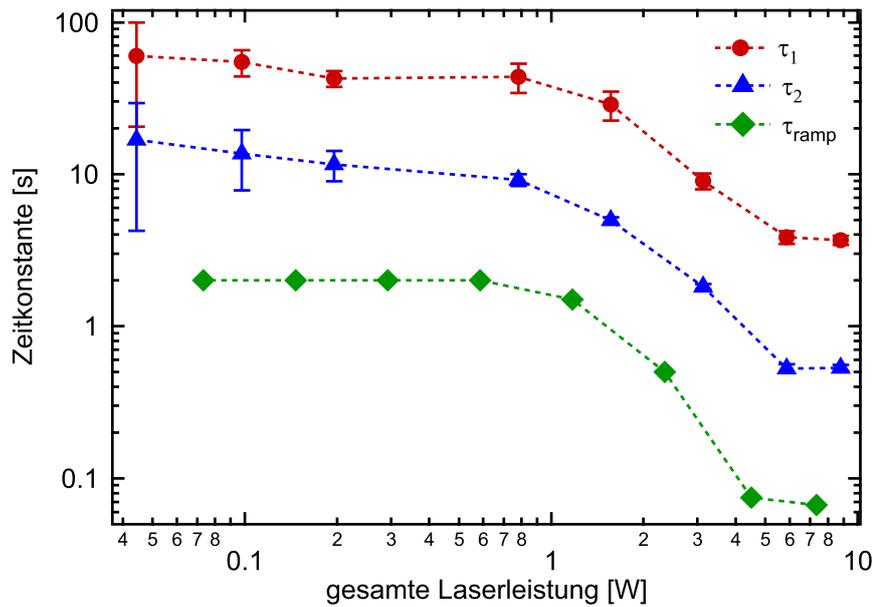


Abbildung 2.8.: Zeitkonstanten τ_1 und τ_2 der Atome in der Falle sowie Zeitkonstante der Evaporation τ_{ramp} abhängig von gesamter Lichtleistung. Die Zeitkonstante gibt die Zeit für eine Halbierung der Laserleistung wieder und ist über der mittleren Leistung der entsprechenden Rampe aufgetragen.

rechts nach links läuft, um über eine Größenordnung. Zusätzlich ist die effektive Rampenzeitkonstante τ_{ramp} aufgetragen. Sie beschreibt die Zeit die für eine Halbierung der Gesamtleistung bei dieser Leistung benötigt wird und ist über der mittleren Leistung während der entsprechenden Rampe aufgetragen. Es zeigt sich, dass die durch experimentelle Optimierung gefundene Kurve τ_{ramp} für alle Leistungen einen ähnlichen Faktor kleiner ist als die Lebensdauer τ_2 der Atome in der Falle. Der Faktor ist in diesem Fall $\tau_2/\tau_{\text{ramp}} \geq 6$ für alle Rampensegmente. Dieser Faktor ist allerdings nicht allgemein sondern nur für die hier verwendeten Parameter der Falle gültig, da sowohl die Verluste, als auch die mögliche Evaporationsgeschwindigkeit von den Fallenparametern abhängen.

Allerdings bietet sich mit dieser Erkenntnis eine Strategie zur Optimierung der Evaporation im Falle leistungsabhängiger Verluste an. Man kann die Lebensdauer τ_2 in Abhängigkeit von der Leistung messen und daraufhin die entsprechenden Rampendauern einen konstanten Faktor kleiner wählen. Übrig bleibt dann nur noch eine experimentelle Optimierung dieses einen Parameters.

Optisches Pumpen in $F = 2$

Ein Vergleich mit entsprechenden Zerfallskurven des monomodalen Scheibenlasers zeigt, dass dort bei vergleichbaren Fallenparametern, Dichten und Teilchenzahlen die erhöhten Verluste nicht auftreten. Bei einer Gesamtleistung von 9,5 W ließen sich Lebensdauern von $\tau_2 = 6,5$ s bzw. $\tau_1 = 23,6$ s beobachten und die auf Phasenraumdichtegewinn optimierte Evaporationsrampe zeigt nicht den starken Abfall zu Beginn der Evaporation [50, 51, 57].

Der verwendete Faserlaser oszilliert auf mehreren longitudinalen Moden gleichzeitig über einen Frequenzbereich von etwa 500 GHz. Für einen Resonator lässt sich der Abstand der Moden (freier Spektralbereich) bestimmen $\Delta f_{\text{FSR}} = c/2nL$, wobei L die Resonatorlänge und n den Brechungs-

index des den Resonator füllenden Materials angibt. Der verwendete Faserlaser hat eine Länge von 5,9 m. Damit ergibt sich mit $n \approx 1,54$ (Brechungsindex von Quarz) ein Modenabstand von ca. 16,5 MHz. Da die Linienbreite von Rubidium etwa 6 MHz ist, ist es wahrscheinlich, dass es verschiedene Moden gibt die genau die Frequenzdifferenz der Hyperfeinaufspaltung des Grundzustands von 6,834 GHz aufweisen. Dadurch wäre es möglich, dass durch einen Zweiphotonenprozess Atome in den oberen Hyperfeinzustand angeregt werden. Anschließend können diese Atome durch hyperfeinzustandsändernde Stöße, entweder untereinander oder mit den übrigen Atomen im Zustand $F = 1$, für Verluste sorgen.

Um diese These zu unterstützen, wurde der Transfer der Atome im aufgespaltenen Grundzustand von $F = 1$ nach $F = 2$ untersucht. Dazu wurden bei verschiedenen Leistungen die Zeitabhängigkeit der Gesamtatomzahl sowie die Zahl der Atome im Zustand $F = 2$ gemessen.

Bei der Messung der gesamten Atomzahl wird gleichzeitig mit dem Detektionslicht Rückpumplicht eingestrahlt, so dass Atome in das obere Hyperfeinniveau gepumpt werden, um dann auf dem geschlossenen Kühlübergang $F = 2 \rightarrow F' = 3$ detektiert zu werden. Lässt man das Rückpumplicht während der Detektion ausgeschaltet werden nur Atome, die sich bereits im Zustand $F = 2$ befinden, detektiert. Durch eine Vergleichsmessung mit einem atomaren Ensemble, welches komplett im Zustand $F = 2$ präpariert wurde, konnte gezeigt werden, dass die Detektionseffizienz ohne Rückpumplicht durch spontane Zerfälle in $F = 1$ während der 200 μs des Detektionspulses nicht reduziert wird.

In Abbildung 2.9 sind die Ergebnisse in drei Beispielen dargestellt. Es ist deutlich zu erkennen, dass die Population in $F = 2$ bei hohen Leistungen schnell ansteigt, während bei niedrigen Leistungen kein Anstieg stattfindet. Die dennoch vorhandene Population in $F = 2$ bei niedriger Leistung wurde bereits im Verlauf der Evaporation vor Beginn der Messung transferiert. Denn hier wurde, um Vergleichbarkeit mit der Messung der Zerfallskurven herzustellen, die Evaporation ebenfalls zu einem bestimmten Zeitpunkt unterbrochen und die Leistung konstant gehalten. In Abbildung 2.10 ist dargestellt, dass der Anteil der Atome im oberen Hyperfeinzustand bei hoher Leistung schnell ansteigt, so dass er innerhalb von 2 s über 20% liegt. Bei niedrigen Leistungen stagniert der Anteil bei etwa 5% oder nimmt ab.

Da der Transfer abhängig von der Leistung des Dipolfallenlasers ist, kann ausgeschlossen werden, dass der Effekt durch resonantes Streulicht aus der Umgebung hervorgerufen wird, was einen konstanten Beitrag liefern würde. Um ausschließen zu können, dass der Faserlaser zum Beispiel durch Raman-Streuung² in der Faser resonantes Licht emittiert, wurden zwei Kantenspiegel zur Filterung des Lichtes in den Strahlengang des Dipolfallenlasers gebracht. Diese bieten eine hohe Transmission bei 1070 nm und eine hohe Reflektivität bei 780 nm. Beide zusammen reduzieren die Transmission des resonanten Lichtes bei den beiden Übergängen von Rubidium bei 780 nm und 795 nm auf unter 0,02%. Im Bereich von 762 nm bis 905 nm liegt die Transmission unter 1%. Für das Dipolfallenlicht wird hingegen eine Transmission von 98% erreicht. Eine Dipolfalle, die mit diesem gefilterten Licht betrieben wird, zeigt das gleiche Verhalten bezüglich Lebensdauer und Pumpen in $F = 2$ wie ungefiltertes Licht. Resonantes Licht aus dem Faserlaser kann demzufolge als Ursache für die hohen Verluste ausgeschlossen werden.

Spontane Streuprozesse des Fallenlichtes können, nachdem das Photon wieder emittiert wurde, zu einer Änderung sowohl des Hyperfeinzustands des Grundzustands als auch des Zeeman-Zustands führen. Dieser Prozess wird als spontane Ramanstreuung bezeichnet. Da bei einem Zweiphotonenprozess vom Zustand $|Fm\rangle$ in den Zustand $|F''m''\rangle$ mehrere Pfade über einen Zwischenzustand $|F'm'\rangle$ existieren, können diese Pfade interferieren, was für große Verstimmungen gegenüber den beiden Übergängen im Wesentlichen destruktiv geschieht [88]. Daraus resultiert eine Un-

² In Fasern kann ein Photon unter Aufnahme oder Abgabe von Energie an einem Phonon des Fasermaterials streuen.

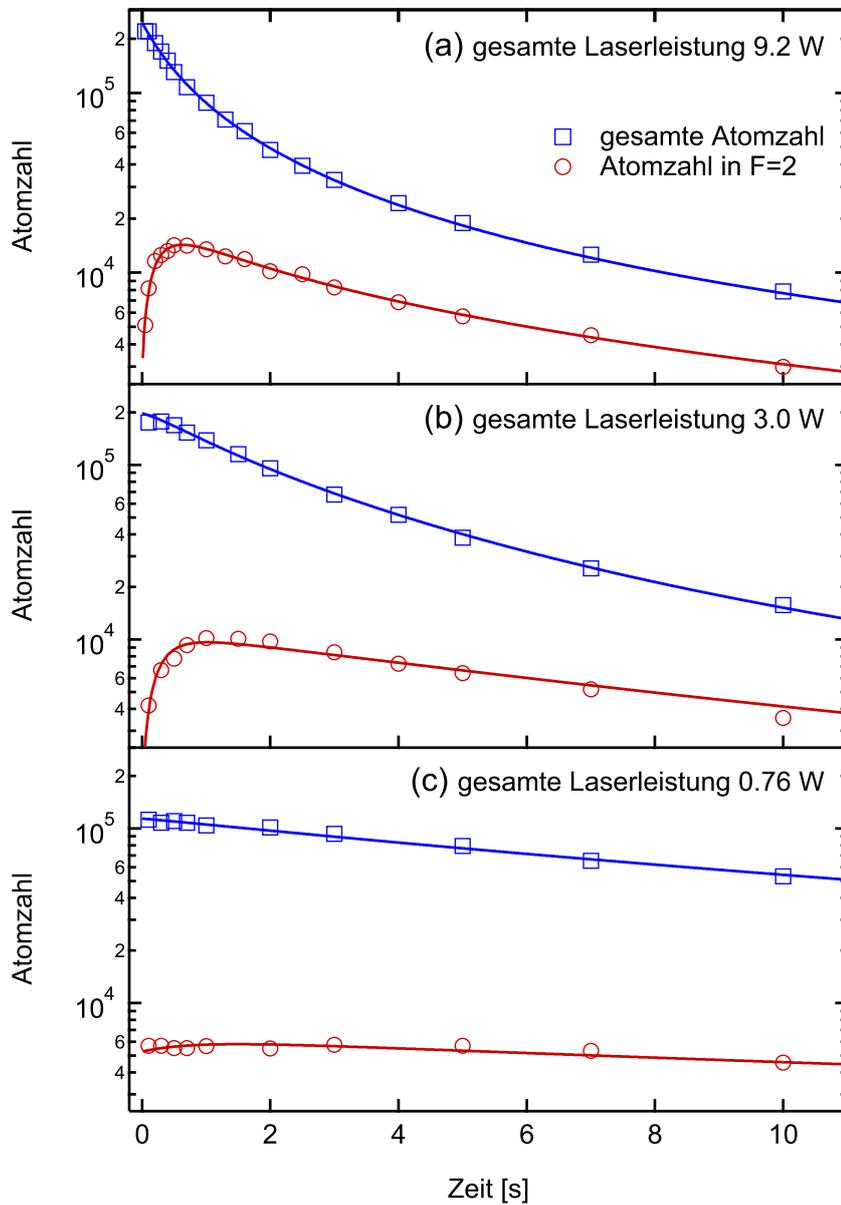


Abbildung 2.9.: Zeitliche Entwicklung der Gesamtteilchenzahl (blaue Quadrate) und zugehörige Populationsentwicklung in $F = 2$ (rote Kreise), sowie die angepassten Lösungen der Ratengleichungen 2.45, für Gesamtleistungen (a) 9,2 W, (b) 3 W und (c) 0,76 W.

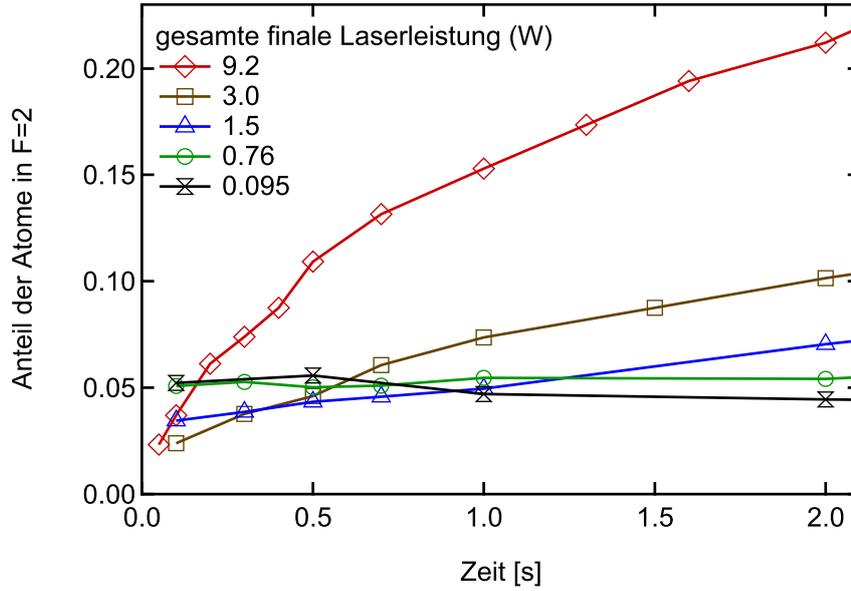


Abbildung 2.10.: Zeitliche Entwicklung des Anteils der Atome in $F = 2$ des Grundzustandes bei verschiedenen Laserleistungen

terdrückung von zustandsändernden Streuprozessen und die Wahrscheinlichkeit, bei Streuung eines Photons wieder in den Ursprungszustand zu gelangen, erhöht sich. Das Verhältnis der Streuraten für Ramanstreuung Γ_{Raman} und zustandserhaltende Streuung Γ_0 lässt sich mit Hilfe der Dipolmatrixelemente berechnen [88].

$$\frac{\Gamma_{\text{Raman}}}{\Gamma_0} = \frac{\left| a_{Fm \rightarrow F''m''}^{(1/2)} / \Delta_{1/2} + a_{Fm \rightarrow F''m''}^{(3/2)} / \Delta_{3/2} \right|^2}{\left| a_{Fm \rightarrow Fm}^{(1/2)} / \Delta_{1/2} + a_{Fm \rightarrow Fm}^{(3/2)} / \Delta_{3/2} \right|^2} \quad (2.43)$$

$$\text{mit } a_{Fm \rightarrow F''m''}^{J'} = \frac{\Gamma_{J'}}{\omega_{J'}^3} \sum_{q, F', m'} \langle F''m'' | \mu_q | F'm' \rangle \langle F'm' | \mu_0 | Fm \rangle$$

Dabei bezeichnet $a_{Fm \rightarrow F''m''}^{J'}$ die Wahrscheinlichkeitsamplitude für einen Streuprozess für die entsprechenden Anfangs- und Endzustände $|Fm\rangle$ bzw. $|F''m''\rangle$ über den angeregten Zustand J' . $\omega_{J'}$ und $\Gamma_{J'}$ geben die Übergangsfrequenz bzw. die spontane Zerfallsrate des Übergangs an und μ_q ist der Dipoloperator in sphärischer Basis.

Da hier nur die Änderungen des Hyperfeinzustandes eine Rolle spielen und nicht die Änderungen der Zeeman-Unterstufen muss zur Bestimmung der Unterdrückung entsprechend über alle möglichen Zielzustände $F = 1$ bzw. $F = 2$ summiert werden. Es folgt aus Gleichung 2.43:

$$S_{12}(m) = \frac{\Gamma_{F=1 \rightarrow F''=2}}{\Gamma_{F=1 \rightarrow F''=1}} = \frac{\sum_{m''} \left| a_{1m \rightarrow 2m''}^{(1/2)} / \Delta_{1/2} + a_{1m \rightarrow 2m''}^{(3/2)} / \Delta_{3/2} \right|^2}{\sum_{m''} \left| a_{1m \rightarrow 1m''}^{(1/2)} / \Delta_{1/2} + a_{1m \rightarrow 1m''}^{(3/2)} / \Delta_{3/2} \right|^2} \quad (2.44)$$

Die Unterdrückung $S_{12}(m)$ ist abhängig vom Zeemanzustand des Startniveaus. Für die verwendete Wellenlänge von 1070 nm und lineare Polarisation eine über alle Zeemanzustände von $F = 1$

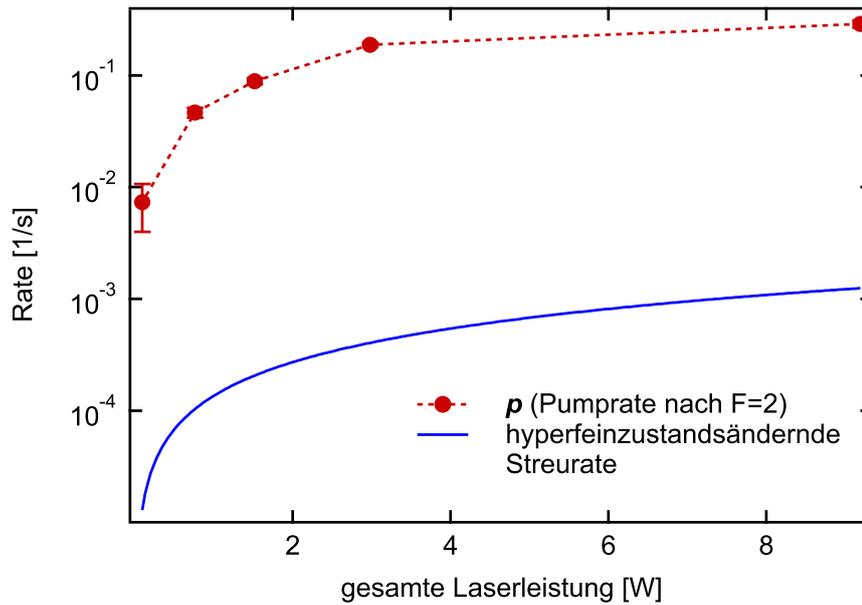


Abbildung 2.11.: Gemessene Pumprate p pro Atom (siehe Gleichung 2.45) und berechnete Rate der hyperfeinzustandsändernden spontanen Streuprozesse (siehe Gleichung 2.44). Dabei wurde die Unterdrückung durch Interferenz verschiedener Pfade bei großer Verstimmung berücksichtigt.

gemittelte Unterdrückung von $\bar{S}_{12} = 1/1230$. In Abbildung 2.11 findet sich ein Vergleich der gemessenen Pumprate p in den Zustand $F = 2$ mit der aus Gleichung 2.23 berechneten Streuratenrate, multipliziert mit dem Unterdrückungsfaktor aus Gleichung 2.44. Es zeigt sich deutlich, dass für die beobachteten Anregungsraten spontane Streuprozesse nicht in Frage kommen, da sie um etwa drei Größenordnungen von der gemessenen Rate abweicht. Der Grund liegt sehr wahrscheinlich in dem am Anfang dieses Abschnitts besprochenen Effekt von Zweiphotonenprozessen, die diesen Übergang treiben. Ebenfalls kann, wie vorher dargestellt, der Einfluss nahresonanten Streulichts ausgeschlossen werden, und die Leistungsabhängigkeit der Pumprate spricht dafür, dass die Ursache beim Laserlicht selbst liegt.

Zweikörper Verlustkoeffizienten

Aus den Messungen der Teilchenzahlen und dem zeitlichen Verlauf der Anregung in den oberen Hyperfeinzustand lassen sich mit Hilfe eines Ratenmodells für die Populationen N_1 in $F = 1$ und N_2 in $F = 2$

$$\begin{aligned} \dot{N}_1 &= -p(N_1 - N_2) - \beta_{11} \frac{N_1^2}{V_{\text{eff}}} - \beta_{12} \frac{N_1 N_2}{V_{\text{eff}}} \\ \dot{N}_2 &= +p(N_1 - N_2) - \beta_{22} \frac{N_2^2}{V_{\text{eff}}} - \beta_{12} \frac{N_1 N_2}{V_{\text{eff}}} \end{aligned} \quad (2.45)$$

Schlüsse über die Zweikörperverlustkoeffizienten β_{11} für Stöße zwischen zwei Atomen im Zustand $F = 1$, β_{12} für Stöße zwischen zwei Atomen in verschiedenen Zuständen und β_{22} für Stöße zwischen zwei Atomen im Zustand $F = 2$ sowie die Anregungsrate p ziehen. V_{eff} ist das effektive Volumen (siehe Gleichung 2.8). Einkörperverluste wurden in den Gleichungen vernachlässigt, da

Tests gezeigt haben, dass sie im Rahmen der Messunsicherheiten als nicht von null verschieden angenommen werden müssen. Die Lösungen der Ratengleichungen $N_1(t)$ und $N_2(t)$ werden an die gemessenen Daten, wie sie beispielhaft in Abbildung 2.9 dargestellt sind, angepasst. Die sich daraus ergebende Pumprate p ist in Abbildung 2.11 in Abhängigkeit von der Leistung dargestellt.

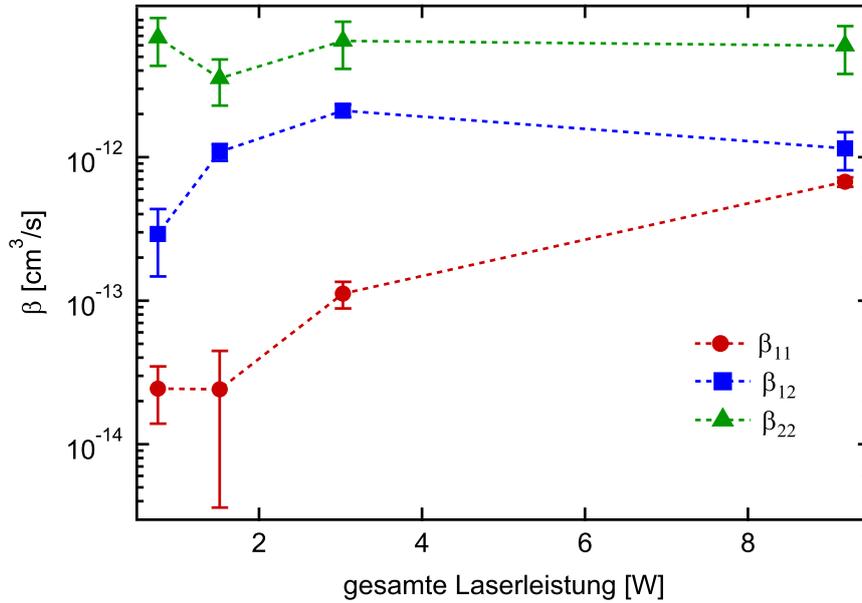


Abbildung 2.12.: Leistungsabhängige Zweikörperverlustkoeffizienten für Stöße zwischen im Zustand $F = 1$ (β_{11}), Atomen im Zustand $F = 2$ (β_{22}) sowie Stöße zwischen Atomen in verschiedenen Zuständen (β_{12}).

In Abbildung 2.12 sind die Ergebnisse für die Zweikörperverlustkoeffizienten β_{xy} aufgetragen. Die dargestellten Fehlerbalken zeigen nur statistische Unsicherheiten und keine systematischen, welche aber vorhanden sein können. Da hier aber nur ein Vergleich der verschiedenen Koeffizienten, sowie eine Betrachtung der Leistungsabhängigkeit stattfinden soll, ist diese Darstellung ausreichend.

Die Zweikörperverlustkoeffizienten β_{12} und β_{11} zeigen eine stärkere Abhängigkeit von der Laserleistung als β_{22} . Eine Ursache könnte darin bestehen, dass während eines Stoßes lichtinduzierte Ramanprozesse zwischen verschiedenen Molekülniveaus stattfinden, von denen sehr viele existieren [85]. Der Stoß kann damit inelastisch werden und kinetische Energie auf die Atome übertragen. Eine genauere Betrachtung dieser Prozesse ist ein weitreichendes Themengebiet und würde den Rahmen dieser Arbeit sprengen.

Der große Unterschied zwischen den beobachteten β_{22} und β_{12} und dem Koeffizienten für das untere Hyperfeinniveau β_{11} zeigt, dass eine wesentliche Ursache für die hohen Verluste bei den Atomen im Zustand $F = 2$ zu finden ist. Das Verhältnis β_{22}/β_{11} liegt bei etwa 100 und das Verhältnis β_{12}/β_{11} bei circa 10. Das bedeutet, dass bereits ein Anteil von etwa 10% der Atome im Zustand $F = 2$ zu einer signifikanten Erhöhung (etwa ein Faktor drei gegenüber den Verlusten mit $N_2 = 0$) der Verluste führt. Damit lässt sich mit Hilfe von Abbildung 2.10 ebenfalls nachvollziehen, dass die Rampenzeiten oberhalb von 1,5 W Gesamtleistung deutlich unter 2 s liegen sollten, um den Anteil der Atome in $F = 2$ niedrig zu halten. Bei kleineren Leistungen kann die Evaporation langsamer erfolgen, da der Anteil in $F = 2$ nicht weiter steigt. Die Form der

Rampe wie sie in Abbildung 2.6 gezeigt ist, lässt sich also auch anhand der Verlustkoeffizienten begründen.

2.5 Zusammenfassung der Präparation von Bose-Einstein-Kondensaten in Dipolfallen

Das Bose-Einstein-Kondensat wird in einem dreistufigen Kühlprozess präpariert. Zunächst wird ein Atomstrahl von einem entgegen gerichteten Laserstrahl gebremst, um dann in einer magneto-optischen Falle gefangen zu werden. Die Umladephase in die Dipolfalle besteht im Wesentlichen aus einer Melassenphase, bei der sich Temperaturen unterhalb des Dopplerlimits erreichen lassen, und einer Präparation in den unteren Hyperfeinzustand des Grundzustandes. In der Dipolfalle wird anschließend durch Absenken der Leistung evaporativ gekühlt. Die verwendete Dipolfallenkonfiguration, eine gekreuzten Dipolfalle, bietet einen gleichmäßigen Einschluss in allen Raumrichtungen und kann so zu einer effizienten Evaporation genutzt werden. Am Ende der Evaporation können bei etwa 27 nK Bose-Einstein-Kondensate mit circa 15000 Atomen erzeugt werden.

Zur Messung der Dichteverteilung wird das Verfahren der Absorptionsdetektion verwendet, die den Schattenwurf der Atomwolke in einem resonanten Laserstrahl misst. Daraus kann die Dichteverteilung der Wolke bestimmt werden. In dieser Arbeit wurde ein Korrekturalgorithmus implementiert der die, durch zeitliche Schwankung von Interferenzen im Strahl, auftretenden Störungen korrigiert. Dies ist essentiell, um auch bei geringen Atomzahlen und niedrigen Dichten zuverlässige Messungen durchzuführen, aus denen sich die relevanten Parameter extrahieren lassen.

Spezielles Augenmerk lag auf der Untersuchung der Einflüsse eines multifrequenten Faserlasers auf die Evaporation. Bei der Verwendung dieses Lasertyps für die Dipolfalle treten Schwierigkeiten durch hohe Verluste auf, die eine effiziente Evaporation verhindern können. Im hier vorgestellten Experiment wurde aufgrund der Verluste vom Standardweg der Evaporation abgewichen, um ein Bose-Einstein-Kondensat zu erzeugen. Die Untersuchung der Verluste zeigt, dass abhängig von der Leistung der Dipolfalle Zweikörperverluste auftreten. Dies führt dazu, dass zu Beginn der Evaporation, also bei hoher Leistung, schneller evaporieren muss als zu späteren Zeitpunkten. Es konnte gezeigt werden, dass die Verluste bei hohen Leistungen durch optisches Pumpen in den oberen Hyperfeinzustand des Grundzustandes verursacht werden.

Eine Charakterisierung der Lebensdauern und ein Vergleich mit den Zeitkonstanten der Evaporationsrampe, welche experimentell auf maximalen Phasenraumdigtegewinn optimiert wurden, zeigt eine neue Strategie zur Bestimmung einer optimalen Evaporation auf. Denn die Zeitkonstante der Evaporationsrampe ist einen konstanten Faktor kleiner als die Lebensdauer der Atome bei der entsprechenden Leistung. Dieser Faktor ist zwar abhängig von den Parametern der Dipolfalle, er ist aber bei Kenntnis der leistungsabhängigen Lebensdauer der einzige experimentell zu optimierende Parameter.

3 Atominterferometrie im Wellenleiter

In diesem Kapitel werden Methoden vorgestellt, die zur Untersuchung der Wechselwirkung und Kohärenz eines atomaren Ensembles verwendet werden. Sie basieren auf der Manipulation des Impulses der Atome durch ein Bragg-Gitter. Die Experimente wurden in einem linearen Wellenleiter als Vorbereitung zur Untersuchung der Kohärenz im ringförmigen Wellenleiter durchgeführt (siehe Kapitel 4). Auch in einem linearen System lassen sich interessante Experimente durchführen, und der Wellenleiter bietet zusammen mit weiteren Dipolpotentialen viele Anwendungsmöglichkeiten.

Dieses Kapitel wird durch eine Übersicht über Möglichkeiten und Techniken der Atominterferometrie eingeleitet (Abschnitt 3.1). Anschließend wird die in dieser Arbeit verwendete Technik der kohärenten Bragg-Streuung von Materiewellen an einem optischen Gitter erläutert, sowie der verwendete Aufbau vorgestellt (Abschnitt 3.2). In dieser Arbeit wurde verwendet, dass sich durch die mean-field-getriebene Expansion (siehe mean-field Term in Gleichung 2.13) ein quadratisches Phasenprofil bildet, welches zur Erzeugung eines regelmäßigen Interferenzmusters genutzt werden kann. In Abschnitt 3.3 wird erläutert wodurch die Interferenzen zustande kommen und wie ihr Streifenabstand berechnet werden kann.

In den Abschnitten 3.5 und 3.6 werden die experimentellen Methoden vorgestellt, welche genutzt werden, um die in Abschnitt 3.3 berechneten Streifenabstände zu beobachten. Dies kann helfen, mögliche Limitierungen durch kurze Kohärenzzeiten, sowohl des Kondensates selbst als auch der für das Bragg-Gitter verwendeten Laser, zu erkennen. Die im Folgenden dargestellten interferometrischen Methoden lassen sich auch im freien Fall nutzen. Im Wellenleiter wird hingegen die Gravitation kompensiert, so dass sich deutlich längere Beobachtungszeiten eines expandierenden Kondensats erreichen lassen. Es wird in Abschnitt 3.5.6 demonstriert, dass ein Transport des Kondensats im Wellenleiter über eine Distanz in der Größenordnung eines Millimeters mit anschließender Detektion des Phasenprofils möglich ist.

3.1 Atominterferometrie

Atominterferometrie nutzt die Welleneigenschaften von Materie, deren Wellenlänge nach de Broglie $\lambda_{\text{dB}} = h/p$ ist. Wie Lichtinterferometer erfordern Atominterferometer zunächst die Präparation eines Zustandes möglichst großer Kohärenz, wie zum Beispiel ein Bose-Einstein-Kondensat oder einen kollimierten Atomstrahl. Anschließend ist eine kohärente Teilung des Wellenpaketes nötig. Das bedeutet, dass eine Superposition aus zwei Zuständen erzeugt wird, mit einer definierten Phasenbeziehung zueinander, die verschiedene Wege im Interferometer durchlaufen können. Eine Teilung kann dabei im Impulsraum stattfinden, wie durch die hier verwendeten Bragg-Gitter, oder auch im Ortsraum durch Separieren eines Doppelmuldenpotentials [89]. Ebenso ist eine Teilung auf verschiedene interne Zustände möglich. Zur Messung einer Wirkung auf die Atome findet während der folgenden freien Propagation eine Separation der beiden Teilwellen statt, damit eine Wechselwirkung auf nur einem der beiden Pfade stattfinden kann. Schließlich müssen die beiden Zustände wieder kohärent überlagert werden, um aus der relativen Phase, welche durch die zu beobachtende Wechselwirkung auf den unterschiedlichen Wegen verändert wurde, eine von der Phase abhängige Population in einem der beteiligten Zustände zu gewinnen.

Zur Atominterferometrie mit räumlich separierten Wegen eignen sich verschiedene Techniken. Zu den geführten Atominterferometern gehören Wellenleiter, die auf dem Prinzip der Magnetfalle basieren wie Atom-Chips [42, 90]. Diese bieten einen starken Einschluss und können sehr kompakt realisiert werden. Dipolpotentiale, wie sie auch in dieser Arbeit verwendet werden, eignen sich ebenfalls sehr gut zur Konstruktion von Wellenleitern für Atome [35, 91]. Gegenüber Atom-Chips bieten sie den Vorteil, dass sie auch Atome ohne magnetisches Moment bzw. Atome in Zuständen ohne magnetisches Moment fangen können. Desweiteren können Dipolpotentiale durch Superposition nahezu beliebig kombiniert werden und ermöglichen so sehr komplexe Systeme [36]. Zu beachten ist, dass bei allen geführten Interferometern die beteiligten Potentiale auf die Phasenentwicklung im Interferometer Einfluss nehmen und daher stabile Verhältnisse sowie eine gute Kenntnis der Effekte des Potentials nötig ist [92, 93].

Demgegenüber stehen die Interferometer, welche mit freien Atomen arbeiten. Atomstrahlinterferometer wurden bereits erwähnt. Eine Abwandlung sind Interferometer, die eine Atomfontäne nutzen. Dabei werden die Atome senkrecht nach oben geschossen und können dadurch im Vergleich zu Strahlinterferometern lange Flugzeiten erreichen bis sie wieder am Startpunkt ankommen. Dies wird vor allem bei Atomuhren [94] und in Interferometern zur Gravitationsmessung eingesetzt [7–10].

Nutzen lässt sich bei Atominterferometern, gegenüber Interferometern mit Licht, vor allem dadurch ziehen, dass Atome andere Wechselwirkungsmöglichkeiten mit der Umwelt auf den verschiedenen Wegen im Interferometer haben können [95]. Für eine interferometrische Bestimmung von Erdbeschleunigung [7–10] oder Drehbewegungen [11–15] sind sie aufgrund ihrer, gegenüber Photonen, sehr großen Masse hervorragend geeignet. Auch die Feinstrukturkonstante lässt sich mit Atominterferometern messen [16, 17]. Zusätzlich sind Atome je nach ihren elektrischen und magnetischen Eigenschaften sensitiv auf Magnetfelder bzw. elektrische Felder. In dieser Arbeit ist das Bose-Einstein-Kondensat selbst Gegenstand der Untersuchung mit interferometrischen Methoden, denn aus der Interferenz eines Kondensats mit einem Anteil von sich selbst, der räumlich versetzt wurde, lassen sich Rückschlüsse auf das Phasenprofil und die Kohärenz des Bose-Einstein-Kondensats ziehen [27, 96, 97].

Eine weitere Entwicklung bei den Atominterferometern basierend auf Bose-Einstein-Kondensaten ist die Verwendung sogenannter Atomlaser [29–31]. Dabei wird aus einem Bose-Einstein-Kondensat ein Teil ausgekoppelt, der entweder durch den Auskoppelprozess beschleunigt wird oder durch die Gravitation. Die Auskopplung kann entweder als kontinuierlicher Strahl oder gepulst durchgeführt werden. Mit Atomlasern sind optische Experimente wie Reflektion, Fokussierung und Speicherung in einem Resonator durchführbar [98, 99].

3.2 Bragg-Gitter

Mit Hilfe von Bragg-Gittern können Atome auf einen bestimmten Impuls beschleunigt sowie Superpositionen verschiedener Impulszustände erzeugt werden. Dies kann sowohl als Strahlteiler für Atome, als auch als Spiegel verwendet werden. Wie im vorherigen Abschnitt erläutert sind diese Elemente ein grundlegender Bestandteil der Interferometrie. Zur Erzeugung eines Bragg-Pulses wird ein eindimensionales optisches Gitter benötigt. Diese Gitter werden sowohl für die Manipulation von Atomstrahlen [38] als auch für Bose-Einstein-Kondensate verwendet [100].

3.2.1 Eindimensionales optisches Gitter

In Abschnitt 2.2 wurde gezeigt, dass das Potential von verstimmtem Laserlicht proportional zur Intensität des Lichtes ist. Die Intensität wiederum ist proportional zum Quadrat des elektrischen Feldes $E(z, t)$.

$$\begin{aligned} I(z, t) &= c\varepsilon_0 E^2(z, t) \quad \text{mit} \quad E(z, t) = E_0 \cos(\omega t - kz) \\ \Rightarrow I(z) &= \langle I(z, t) \rangle = \frac{1}{2} c\varepsilon_0 E_0^2(z) \end{aligned} \quad (3.1)$$

Dabei ist ε_0 die Dielektrizitätskonstante und c die Lichtgeschwindigkeit. Ein stehendes optisches Gitter wird durch Überlagerung zweier gegenläufiger Wellen gleicher Frequenz erzeugt. Die Polarisation beider Strahlen wird hier als identisch vorausgesetzt.

$$E(z, t) = E_0 \cos(\omega t + kz) + E_0 \cos(\omega t - kz) = 2E_0 \cos(kz) \cos(\omega t) \quad (3.2)$$

Daraus folgt für die zeitlich gemittelte Intensitätsverteilung

$$I(z) = 2c\varepsilon_0 E_0^2 \cos^2(kz) = c\varepsilon_0 E_0^2 [1 + \cos(2kz)] \quad (3.3)$$

Die Periode $P = \pi/k$ des Gitters entspricht gerade der Hälfte der Wellenlänge des verwendeten Lichtes und die maximale Intensität/Gittertiefe ist viermal so groß wie die Intensität/Potentialtiefe der beiden verwendeten Einzelstrahlen (vgl. Gleichung 3.1). Werden Atome in ein solches periodisches Potential gebracht so entsteht wie in Festkörpern eine Bandstruktur die Bandlücken aufweisen kann (siehe Abschnitt 5.2).

Verstimmt man einen der beiden Strahlen um $\Delta\omega$ gegenüber dem anderen so bewegt sich die stehende Welle abhängig von der Verstimmung.

$$E(z, t) = E_0 \cos(\omega t + \Delta\omega t + kz) + E_0 \cos(\omega t - kz) \quad (3.4)$$

$$= 2E_0 \cos(kz - \Delta\omega/2t) \cos([\omega + \Delta\omega]t) \quad (3.5)$$

Dementsprechend bewegen sich die Minima und Maxima der Intensitätsverteilung

$$I(z) = 2c\varepsilon_0 E_0^2 \cos^2\left(kz - \frac{\Delta\omega}{2}t\right) \quad (3.6)$$

mit der Geschwindigkeit $v(\Delta\omega) = \Delta\omega/2k$. Ein solches Gitter lässt sich zum Transport und zur Beschleunigung von Atomen nutzen. In einem beschleunigten Gitter mit einem zeitabhängigen $\Delta\omega$ können außerdem Bloch-Oszillationen beobachtet werden [57, 101–103].

3.2.2 Bragg-Bedingung

Wie Lichtwellen an einem Kristall gebeugt werden, können auch Materiewellen an einem „optischen Kristall“, welcher in diesem Fall aus Licht besteht, gebeugt werden. Eine Voraussetzung für Beugung in eine bestimmte Ordnung ist, dass es sich um ein sogenanntes dickes Gitter handelt. Das bedeutet, dass die Wechselwirkungsdauer τ_w der Atome mit dem optischen Gitter lang sein muss, damit die Energieunschärfe ΔE , für die die Unschärferelation $\tau_w \Delta E \geq \hbar/2$ gilt, klein genug ist, um nur eine Beugungsordnung zu besetzen. Wird die Prozessdauer zu kurz, werden mehrere

Beugungsordnungen angeregt und man erreicht das sogenannte Kapitza-Dirac-Regime [104, 105]. Das Kapitza-Dirac-Regime wurde in vorhergehenden Arbeiten mit Hilfe des hier verwendeten Gitters ebenfalls untersucht [57, 103]. Der Übergang ist nicht als scharfe Grenze zu sehen, da ein kontinuierlicher Übergang zwischen dem Kapitza-Dirac- und dem Bragg-Regime stattfindet. Um sicher in einem der Bereiche zu arbeiten sollte der Abstand der gewählten Pulsdauer zur Grenze möglichst groß sein.

Da die Beugung der Atome in ganzzahligen Vielfachen des doppelten Rückstoßimpulses auftritt (siehe Abschnitt 3.2.3), kann man als Abschätzung eine zulässige Energieunschärfe von $\Delta E = 2 E_R$ zwei Rückstoßeinheiten ansetzen. Die Rückstoßenergie E_R ist definiert als die kinetische Energie, welche ein Atom bei Emission eines Photons aufgrund dessen Impulses erhält. Entsprechend ist der Rückstoßimpuls p_R und die Rückstoßfrequenz ω_R definiert:

$$p_R = \hbar k \quad \rightarrow \quad E_R = p_R^2/2m = \hbar\omega_R \quad . \quad (3.7)$$

Aus der obigen Annahme für ΔE erhält man aus der Unschärferelation die Bedingung für τ_w :

$$\tau_w \geq \frac{1}{2\omega_R} \quad . \quad (3.8)$$

Für das in dieser Arbeit verwendete Rubidium folgt damit unter Verwendung der Eigenschaften der D_2 -Linie (siehe Anhang A) als untere Grenze ein Wert von $\tau_w \geq 21,1 \mu\text{s}$. Dieses Limit wurde mit den in dieser Arbeit verwendeten Pulsen nicht unterschritten.

Aus dieser Betrachtung ergibt sich eine weitere Anwendungsmöglichkeit. Verwendet man eine sehr große Pulsdauer so kann ein schmaler Impulsbereich des Bose-Einstein-Kondensats ausgekoppelt werden. Dadurch kann eine präzise Impulsselektion erreicht werden [106]. Mit diesem Verfahren lässt sich die Impulsverteilung eines Bose-Einstein-Kondensats, durch Bestimmung der gebeugten Atomzahl in Abhängigkeit von der Verstimmung der Gitterstrahlen, abtasten. Dieses Verfahren wird als Bragg-Spektroskopie bezeichnet [107].

Ein Bragg-Gitter, das die genannte Bedingung an die Pulslänge erfüllt, muss eine weitere grundlegendere Bedingung (Bragg-Bedingung) erfüllen, damit die gezielte Präparation in bestimmte Impulszustände möglich ist. Diese lautet bei periodischen Strukturen $n\lambda_{\text{dB}} = \lambda_L \sin(\theta_B)$. Dabei bezeichnet θ_B den Winkel der Flugrichtung der Atome zum Gitter und n die Beugungsordnung. Die Bedingung bedeutet, dass die de-Broglie-Wellenlänge λ_{dB} mit der Wellenlänge der Gitterstrahlen, projiziert auf die Flugrichtung der Atome, übereinstimmen muss. Da hier aber kein Atomstrahl sondern ein ruhendes Bose-Einstein-Kondensat verwendet wird, muss das Gitter entsprechend angepasst werden, indem eine Verstimmung für eine Relativgeschwindigkeit zwischen Kondensat und Gitter sorgt.

In Abbildung 3.1 ist schematisch dargestellt, wie die Strahlen für ein Bragg-Gitter zur Manipulation von Bose-Einstein-Kondensaten ausgerichtet sein können. Dabei bezeichnet θ den Winkel zwischen den Gitterstrahlen. ω bzw. $\omega + \delta$ sind die Frequenzen der beiden Strahlen. Aus der Energie- und Impulserhaltung ergibt sich die Bragg-Bedingung für ein ruhendes Atom und Streuung n ter Ordnung [106]:

$$\frac{(np_{2r})^2}{2m} = n\hbar\delta_n \quad . \quad (3.9)$$

Dabei ist $p_{2r} = 2\hbar k \sin(\theta/2)$ der Impulsübertrag eines Zweiphotonenprozesses. Dieser Prozess findet statt, da aus dem einen Strahl ein Photon absorbiert wird und in den anderen stimuliert

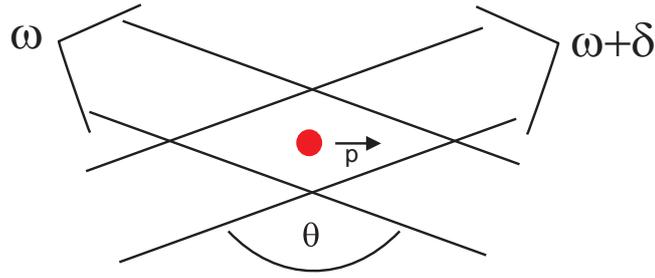


Abbildung 3.1.: Schematische Darstellung der Strahlen eines Bragg Gitters.

emittiert wird. Es handelt sich dabei um einen stimulierten Ramanprozess zwischen verschiedenen Impulszuständen.

Da in diesem Experiment die Strahlen genau gegenläufig ausgerichtet sind, ist $\theta = 180^\circ$. Demzufolge ist die notwendige Verstimmung δ der Gitterstrahlen zueinander, für die Präparation eines Impulses von $p = 2\hbar k$, $\delta_2 = 4\omega_R = 2\pi \cdot 15,08 \text{ kHz}$. Es lassen sich Vielfache von $2\hbar k$ erreichen indem man die Frequenzverstimmung des Gitters um denselben Faktor vergrößert. Außerdem kann durch Umkehr der Verstimmung der entgegen gerichtete Impuls präpariert werden.

3.2.3 Quantenmechanische Betrachtung

Die Bragg-Streuung lässt sich als kohärenter Ramanprozess beschreiben, der zwischen zwei Impulszuständen des Atoms stattfindet. Dabei wird mit dem einen Strahl des Gitters der Grundzustands des Atoms in Ruhe $|g,0\rangle$ an den angeregten Zustand mit Impuls $\hbar k$ ($|e,1\rangle$) gekoppelt, während der zweite Strahl den angeregten Zustand an den Grundzustand mit Impuls $2\hbar k$ ($|g,2\rangle$) koppelt. Haben beide Strahlen eine Verstimmung Δ zum Übergang $|g\rangle \rightarrow |e\rangle$, so ist die Population im angeregten Zustand sehr klein und die Störung des Prozesses durch spontane Emission ist vernachlässigbar. Dadurch kann der Prozess als kohärenter Prozess in einem Zweiniveausystem betrachtet werden.

In Abbildung 3.2 ist der Prozess schematisch dargestellt. Die zeitliche Entwicklung der Besetzungszahl lässt sich mit Hilfe der Schrödingergleichung und des entsprechenden Hamiltonoperators des Systems bestimmen [108, 109]. Als Ansatz für die zeitliche Entwicklung des Zustand wird eine Überlagerung der beteiligten Zustände gewählt:

$$|\psi(t)\rangle = c_0(t)|g,0\rangle + c_1(t)e^{-i(\omega_0+\omega_R)t}|e,1\rangle + c_2(t)e^{-i4\omega_R t}|g,2\rangle \quad . \quad (3.10)$$

Unter der Annahme $\Delta^2 \gg \Omega^2$ (Die Einphotonenrabifrequenz ist $\Omega = \mu E_0/\hbar$. μ ist das Dipolmatrixelement des Übergangs und E_0 die Amplitude des elektrischen Feldes.) und, dass zu Beginn des Prozesses die Amplitude im Grundzustand $c_0(0) = 1$ ist sowie die anderen Zustände unbesetzt sind ($c_1(0) = 0, c_2(0) = 0$), ist das Ergebnis für die Amplituden der beiden Impulszustände des Grundzustandes [108, 109]:

$$\begin{aligned} c_0(t) &= e^{-\frac{i}{2}\Omega_{\text{eff}}t} \cos\left(\frac{\Omega_{\text{eff}}}{2}t\right) \\ c_2(t) &= ie^{-\frac{i}{2}\Omega_{\text{eff}}t} \sin\left(\frac{\Omega_{\text{eff}}}{2}t\right) \quad . \end{aligned} \quad (3.11)$$

Dabei wurde die effektive Zweiphotonenrabifrequenz $\Omega_{\text{eff}} = \Omega^2/2\Delta$ eingeführt.

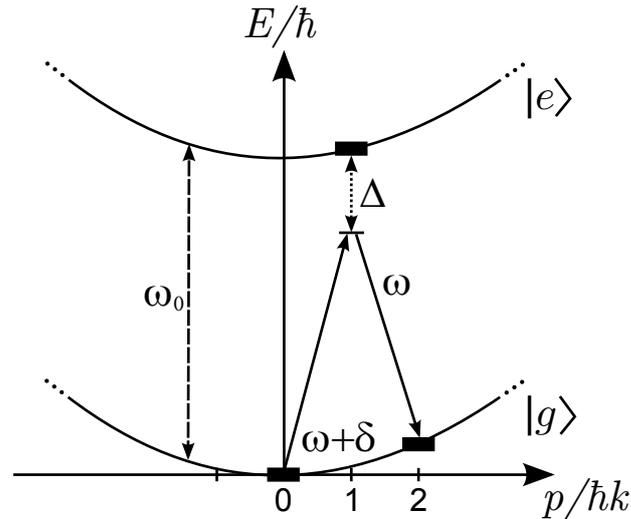


Abbildung 3.2.: Schematische Darstellung eines Raman-Prozesses zur Beschleunigung von Atomen auf den Impuls $2\hbar k$. Auf der vertikalen Achse ist die Frequenz, welche proportional zur Energie ist, aufgetragen. Die horizontale Achse gibt den Impuls in Rückstoßeinheiten wieder. Die obere Parabel kennzeichnet die Energie des angeregten Zustandes $|e\rangle$ die untere die Energie des Grundzustandes $|g\rangle$, jeweils inklusive kinetischer Energie abhängig von p .

Die Wahrscheinlichkeit, das Atom nach der Einwirkung eines Pulses der Länge τ im entsprechenden Zustand zu finden beträgt demzufolge

$$\begin{aligned}
 P_0(\tau) &= |c_0(\tau)|^2 = \cos^2\left(\frac{\Omega_{\text{eff}}}{2}\tau\right) \\
 P_2(\tau) &= |c_2(\tau)|^2 = \sin^2\left(\frac{\Omega_{\text{eff}}}{2}\tau\right) .
 \end{aligned}
 \tag{3.12}$$

Da die Besetzung zwischen den beiden Zuständen hin- und herpendelt wird dieses Ergebnis auch Pendellösung genannt. Die Oszillation wird als Rabioszillation bezeichnet. Rabioszillationen zwischen verschiedenen Impulszuständen wurden an diesem Experiment in vorhergehenden Arbeiten untersucht [57, 103]. Für die Anwendung in der Interferometrie sind zwei Pulsdauern τ wichtig. Dies ist zum einen die Zeit $\tau_\pi = \pi/\Omega_{\text{eff}}$ nach der die Atome vollständig in den jeweils anderen Zustand transferiert wurden. Ein solcher Puls wird π -Puls genannt, entsprechend der zugehörigen Pulsfläche $\Omega_{\text{eff}}\tau_\pi = \pi$. Zum anderen wird ein Puls mit der Hälfte der Dauer $\tau_{\pi/2} = \tau_\pi/2$ verwendet nach der eine kohärente Superposition der beiden Impulszustände mit jeweils 50% Besetzungswahrscheinlichkeit erreicht wird.

3.2.4 Experimentelle Realisierung

Wie in den vorhergehenden Abschnitten gezeigt, ist es zur Präparation verschiedener Impulszustände nötig, ein optisches Gitter zu erzeugen. Dies setzt eine präzise gegenläufige Justierung der Strahlen voraus. Zusätzlich müssen die Strahlen eine Verstimmung von $n \cdot 4\omega_R/2\pi = n \cdot 15,08 \text{ kHz}$ zueinander haben, bei einer definierten relativen Phase. Der verwendete Aufbau zur Realisierung eines solchen Gitters ist in Abbildung 3.3 skizziert.

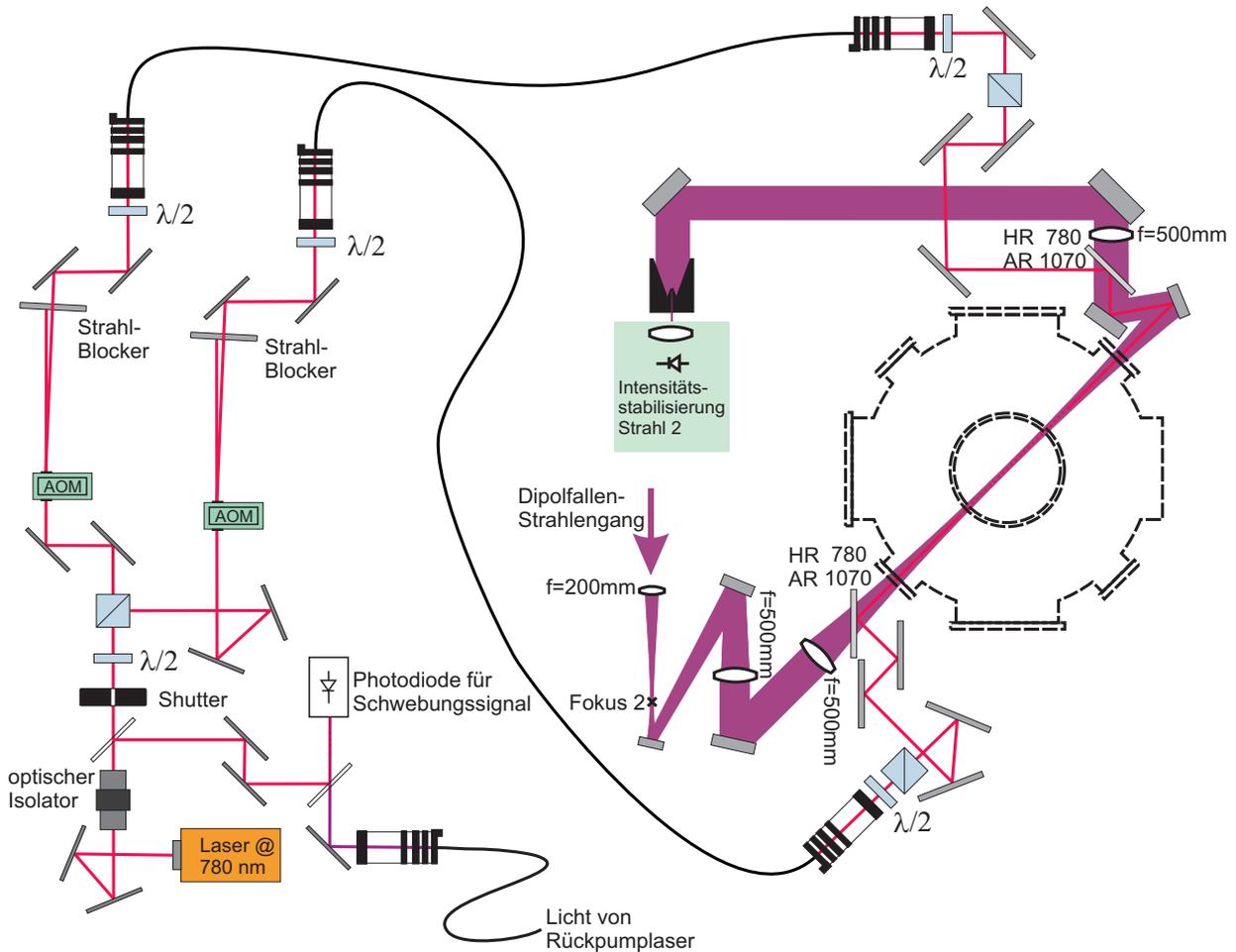


Abbildung 3.3.: Skizze des verwendeten Aufbaus für das Bragg-Gitter [57, 103]. Beschreibung siehe Text.

Zur Bereitstellung des Lichtes mit den richtigen Frequenzen wurde ein interferenzfilterstabilisierter Diodenlaser verwendet. Das Licht des Lasers wird an einem Strahlteiler aufgeteilt und beide Teile jeweils durch einen akusto-optischen Modulator (AOM) in der Frequenz verschoben; im einen um 80 MHz, im anderen entsprechend um $80 \text{ MHz} + n \cdot 4\omega_R/2\pi$. Die Frequenzen werden von Frequenzgeneratoren (*Hewlett-Packard, 8657A*) bereitgestellt, die sich auf 10 Hz genau einstellen lassen und an eine gemeinsame Frequenzreferenz gekoppelt sind. Die AOMs werden zusätzlich auch zum Schalten und Formen kurzer Pulse des Gitters verwendet. Dazu wird hinter den Ausgang der Frequenzgeneratoren ein Frequenzmischer als variabler Abschwächer eingesetzt (siehe dazu [57]).

Das bereitgestellte Licht wird in optische Fasern eingekoppelt und auf den Experimenttisch geleitet. Dort wird die Polarisation von Polarisationsstrahlteilern gereinigt und die Strahlen werden anschließend mittels zweier dichroitischer Spiegel mit einem Strahl der Dipolfalle überlagert. Die Überlagerung der beiden Gitterstrahlen kann sehr genau eingestellt werden, indem man den Strahl aus der einen Faser rückwärts in die Zweite einkoppelt.

Unterschiede im Aufbau zu vorherigen Arbeiten [57, 103], die in dieser Arbeit eingeführt wurden, sind zum einen, dass die Gitterstrahlen nicht mehr in die Experimentierkammer fokussiert werden. Dies erleichtert die Justierung und ermöglicht es, einen größeren Raumbereich mit dem optischen Gitter abzudecken. Insbesondere soll das komplette Ringpotential, welches in Kapitel 4 dargestellt

wird, abgedeckt werden. Zum anderen musste, dadurch dass die Intensität eines nicht fokussierten Strahls geringer ist, die Verstimmung reduziert werden.

Der Strahl des Gitters wird unfokussiert mit einer Strahltaile von $w_G = 1,7 \text{ mm}$ (statt vorher ca. $90 \mu\text{m}$) verwendet. Dies macht es nötig, die ursprüngliche Verstimmung von $1,2 \text{ nm}$, was etwa 600 GHz entspricht, auf 780 MHz zu reduzieren. Bei dieser Verstimmung ist die passive Stabilität eines Diodenlasers nicht mehr ausreichend, um konstante Bedingungen zu erreichen. Der Grund hierfür ist, dass bei einer Drift von 100 MHz , die bei unstabilisierten Lasern auftreten kann, sich die Gittertiefe um etwa 20% ändert. Aus diesem Grund wurde zusätzlich eine aktive Frequenzstabilisierung eingebaut, die den Laser relativ zum Rückpumpplaser stabilisiert. Dazu wird mit einer optischen Faser Licht herangeführt, welches vom Rückpumpplaser abgezweigt wird, um mit einem Teil des Lichtes des Lasers für das Gitter überlagert zu werden. Das Schwebungssignal wird mit einer Photodiode detektiert und anschließend verstärkt. Ein elektronischer Phasendetektor (*RF-Bay PDF-150*) vergleicht die Frequenz des Schwebungssignals mit der Frequenz eines Frequenzgenerators und liefert ein Fehlersignal für die Stabilisierung auf die vorgegebene Frequenz. Die Verstimmung lässt sich demzufolge durch Verstellen des Frequenzgenerators variieren. Die Stabilisierung auf den Rückpumpplaser wurde gewählt, da sich die Atome zum Zeitpunkt des Gitterpulses im Bose-Einstein-Kondensat im Zustand $F = 1$ des Grundzustandes befinden. Der Rückpumpplaser ist mit seiner Frequenz am nächsten zu einem erlaubten Übergang von diesem Zustand stabilisiert. Er ist 160 MHz blauverstimmt gegenüber dem Übergang $F = 1 \rightarrow F' = 2$. Eine Stabilisierung relativ zu einem der anderen Laser hätte zusätzlich eine Frequenzdifferenz von $6,83 \text{ GHz}$, entsprechend der Hyperfeinaufspaltung, zur Folge und würde bei der erreichbaren Intensität nicht die notwendige Gittertiefe von mehreren E_R liefern.

In den in dieser Arbeit vorgestellten Experimenten wurden keine Rechteckpulse verwendet, wie der Einfachheit halber im vorherigen Abschnitt beschrieben, sondern Pulse mit Gaußscher Einhüllender. Diese werden ebenfalls als π - bzw. $\pi/2$ -Pulse bezeichnet sofern sie die entsprechende Pulsfläche $\int_{-\infty}^{\infty} \Omega_{\text{eff}}(t) dt$ aufweisen. Der Vorteil gaußförmiger Pulse ist eine schmalere Frequenzverteilung, da das Spektrum eines Gaußpulses ebenfalls eine Gaußfunktion mit einer Breite entsprechend des Fourierlimits ergibt. Bei einem Rechteckpuls treten im Spektrum Nebenmaxima auf, die bei Pulsdauern im Mikrosekundenbereich bereits für Anregungen in andere als die gewünschte Ordnung sorgen können. Die Dauer der verwendeten Pulse wird definiert als 2σ der Gaußschen Einhüllenden der Pulse. Die Pulsdauern und Amplituden wurden experimentell so eingestellt, dass sie den gewünschten Effekt erzielen. Die so erhaltenen Pulsdauern betragen $32 \mu\text{s}$ für einen $\pi/2$ -Puls eines Interferometers und ca. $50 \mu\text{s}$ für einen π -Puls zur Beschleunigung, was die Bedingung aus Gleichung 3.8 erfüllt. Beide Pulslängen wurden so gewählt, dass sie sich im Bragg-Regime befinden aber nicht zu lang sind, da sie sonst aufgrund ihrer geringen Frequenzbreite nur Teile des atomaren Ensembles mit einer endlichen Impulsbreite manipulieren. Die jeweils zugehörige Pulsamplitude wurde vor jeder Messung neu optimiert, so dass ein $\pi/2$ -Puls das Kondensat in gleiche Teile aufteilt bzw. ein π -Puls es vollständig beschleunigt.

3.2.5 Symmetrische Präparation in positive und negative Impulse

Für interferometrische Messungen in einem Ringpotential ist es von Vorteil, wenn man die Atome nicht nur in Superpositionen von Impulszuständen präparieren kann, von denen einer der Ruhezustand mit Impuls null ist, wie es bisher beschrieben wurde, sondern auch in um den Nullpunkt symmetrische Impulskomponenten. Aus diesem Grund wurde ein Verfahren entwickelt, bei dem sich das Bose-Einstein-Kondensat symmetrisch in Impulszustände mit $\pm n 2 p_R$ präparieren lässt.

Erreicht man einen solchen Zustand, so können die beiden Teilpakete im Ringpotential entgegengesetzt umlaufen, wie dies in Abschnitt 4.6.2 demonstriert wird. Die Konfiguration entspricht einem Sagnac-Interferometer, bei dem sich die Wellenpakete nach einem halben Umlauf wieder begegnen und durch einen zweiten Puls zum Auslesen der Phase überlagert werden könnten.

Das hier angewendete Verfahren basiert darauf, beim optischen Gitter zur Generierung der Bragg-Pulse nicht nur *eine* Verstimmung entsprechend der Bragg-Bedingung anzuwenden, sondern zwei verschiedene. In diesem Abschnitt wird das Beispiel einer Präparation in $\pm 2p_R$ vorgestellt. Das Prinzip lässt sich aber auch auf andere Kombinationen wie $\pm 4p_R$ oder asymmetrische Aufteilungen anwenden. Um die Atome aus dem Ruhezustand gleichzeitig an $+2p_R$ und an $-2p_R$ zu koppeln, wird das Licht des einen Strahls aufgeteilt in einen Anteil mit einer Verstimmung von $4\omega_R$ zur Kopplung an $+2p_R$ und der zweite Anteil wird mit einer Verstimmung von $-4\omega_R$ zur Kopplung an $-2p_R$ bei gleicher Intensität betrieben. Dies geschieht, indem für den entsprechenden akustooptischen Modulator (AOM) mittels eines Addierers die Frequenzen $\omega_{\text{AOM}} + 4\omega_R$ und $\omega_{\text{AOM}} - 4\omega_R$ kombiniert werden, bevor sie vom RF-Verstärker verstärkt werden. Die Zentralfrequenz ω_{AOM} entspricht der Frequenz des zweiten AOMs zur Amplitudenmodulation des gegenläufigen Strahls und beträgt bei diesem Aufbau $\omega_{\text{AOM}} = 2\pi \cdot 80 \text{ MHz}$ (siehe Abschnitt 3.2.4).

Durch die Addition der beiden Frequenzen entsteht ein Schwebungssignal mit einer Schwebungsfrequenz $\omega_{\text{sw}} = 8\omega_R = 2\pi \cdot 31,6 \text{ kHz}$. Diese Schwebung ist in Form einer Intensitätsmodulation auf dem vom AOM modulierten Licht zu beobachten. Das mit Hilfe dieses Strahls erzeugte optische Gitter ist entsprechend auch mit 31,6 kHz moduliert, was zur Folge hat, dass sehr kurze Pulse mit einer Pulslänge von weniger als $T_{\text{sw}} = 2\pi/4\omega_R = 33 \mu\text{s}$ weniger als eine ganze Periode des Schwebungssignals dauern. Da die Phase der Schwebung zu Beginn des Pulses nicht fest ist, ändert sich die Pulsfläche quasi-zufällig, je nachdem zu welchem Zeitpunkt der Schwebungsperiode der Puls gestartet wird.

In Abbildung 3.4 ist die Oszillation der relativen Besetzungen der Impulszustände in Abhängigkeit von der Pulsdauer aufgetragen. Die Pulsdauer ist dabei definiert als 2σ der zugrunde liegenden Gaußkurve. Im Graphen ist das angesprochene Phänomen durch die starken Schwankungen der relativen Besetzung im Bereich unterhalb von $60 \mu\text{s}$ zu beobachten. Eine stabile Situation lässt sich erreichen, indem die Pulslänge größer als $60 \mu\text{s}$ gewählt wird. Um von der oben genannten Untergrenze weit genug entfernt zu sein, sollte die Pulslänge größer als $2T_{\text{sw}}$ sein, damit von einem Puls mindestens zwei Schwebungsperioden abgedeckt werden. Bei größeren Verstimmungen, zum Beispiel bei Präparation von Impulsen $\pm 4p_R$, kann die Pulslänge aufgrund der höheren Schwebungsfrequenz entsprechend kürzer eingestellt werden.

Die beobachtete Abnahme der Amplitude der Rabioszillation in Abbildung 3.4 ist im Wesentlichen darauf zurückzuführen, dass durch die immer länger werdenden Pulse der selektierte Impulsbereich immer kleiner wird (siehe Abschnitt 3.2.2), so dass mit steigender Pulslänge ein immer kleinerer Teil des Kondensats endlicher Pulsbreite an der Oszillation teilnimmt.

Eine andere Methode, um eine symmetrische Aufteilung auf $\pm 2p_R$ zu erreichen, besteht aus einer Folge von zwei kurzen, schnell hintereinander eingestrahlt Pulsen eines stehenden Gitters zweier unverstimmter Strahlen. Dabei wird ausgenutzt, dass sich die Phasen der Wolken nach dem ersten Puls unterschiedlich entwickeln, was mit dem zweiten Puls in eine Besetzung der Impulszustände umgewandelt wird. Dieses Verfahren benötigt eine präzise Abstimmung von Pulsabstand und Pulsdauer [110, 111]. Es lassen sich jedoch sehr hohe Präparationseffizienzen erreichen und die Pulssequenz wurde bereits in einem interferometrischen Experiment genutzt [112]. Langfristig kann auch im hier präsentierten Experiment eine ähnliche Präparation in Betracht gezogen werden, da sie eine bessere Effizienz verspricht [111] und mit kürzeren Pulsen auskommt.

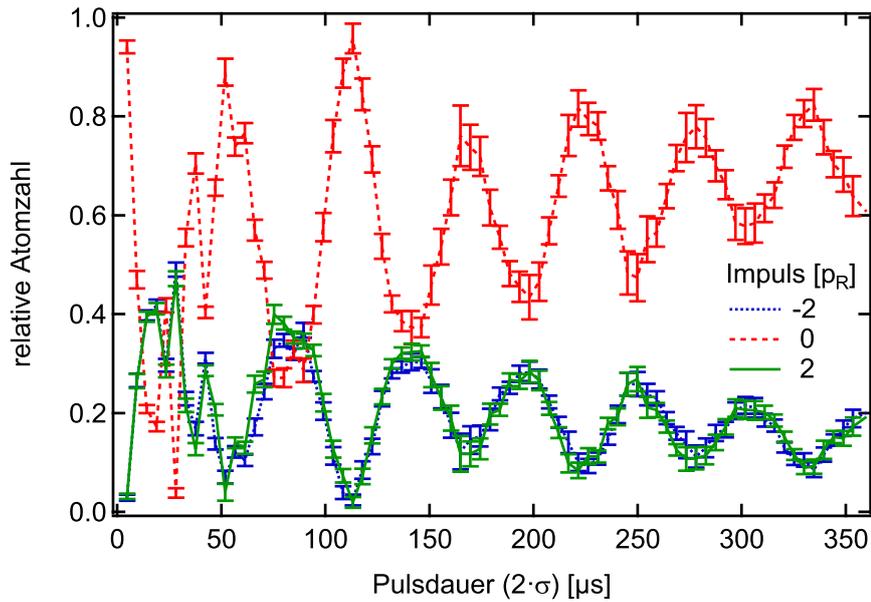


Abbildung 3.4.: Rabioszillationen zwischen dem Ruhezustand und der Superposition aus den Impulszuständen $\pm 2p_R$. Im Bereich unterhalb von $60 \mu\text{s}$ Pulslänge ist die Einstrahldauer kürzer als zwei Schwebungsperioden des optischen Gitters, was zu einer Abhängigkeit der Besetzungen vom Startzeitpunkt führt.

3.3 Interferenz expandierender Bose-Einstein-Kondensate

Bei Verwendung eines Bose-Einstein-Kondensats für die Interferometrie muss die mean-field Wechselwirkung der Atome nicht nur berücksichtigt werden, sondern sie kann auch Gegenstand der Untersuchung sein und für ein periodisches Streifenmuster innerhalb einer Atomwolke sorgen. Dieses Streifenmuster kann detektiert und zur Charakterisierung des Bose-Einstein-Kondensates genutzt werden.

3.3.1 Entwicklung der Phase eines Kondensats bei Expansion

Lässt man ein Bose-Einstein-Kondensat in einer Falle expandieren, so wird es seine Form beibehalten sofern die Potentiale harmonisch sind [113, 114]. In harmonischen Fällen lässt sich die Entwicklung eines Bose-Einstein-Kondensats durch Skalengesetze beschreiben. Das heißt, dass die Dynamik der Expansion auf eine Reskalierung der anfänglichen Dichteverteilung reduziert wird. Jeder Teil der Wolke folgt damit der Trajektorie

$$R_j(t) = \lambda_j(t)R_j(0) \quad (3.13)$$

in jeder Dimension ($j = 1, 2, 3$). $R_j(t)$ ist dabei ein beliebiger Radius gemessen vom Schwerpunkt der Wolke, da die Schwerpunktsbewegung separiert wurde. Die Gleichung kann zum Beispiel die Skalierung des Thomas-Fermi-Radius beschreiben. Für die zeitabhängigen Skalierungsfaktoren λ_j gelten die Differentialgleichungen [113]

$$\ddot{\lambda}_j(t) = \frac{\omega_j^2(0)}{\lambda_j \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} - \omega_j^2(t)\lambda_j \quad (j = 1, 2, 3) \quad (3.14)$$

Die Fallenfrequenzen $\omega_j(t)$ sind im Allgemeinen zeitabhängig. Daraus folgt nach [113] für das Geschwindigkeitsfeld

$$v_j(\vec{r}, t) = r_j \frac{\dot{\lambda}_j(t)}{\lambda_j(t)} . \quad (3.15)$$

Für die Geschwindigkeit \vec{v} gilt außerdem allgemein

$$\vec{v}(\vec{r}, t) = \frac{\hbar}{m} \nabla \phi(\vec{r}, t) , \quad (3.16)$$

wobei ϕ die Phase der Wellenfunktion bezeichnet. Der Einfachheit halber wird im Folgenden nur eine Dimension betrachtet, welche mit x bezeichnet wird. Die Rechnung lässt sich analog für jede andere Dimension durchführen.

Da ein Bose-Einstein-Kondensat im Thomas-Fermi-Limit ein quadratisches Dichteprofil hat und sich gemäß der Gross-Piteavskii-Gleichung 2.13 die Phase bei verschwindendem Potential proportional zur Dichte entwickelt entsteht bei der freien Expansion ebenfalls ein quadratisches Phasenprofil [96, 113]:

$$\phi(x) = \frac{\alpha}{2} x^2 + \beta x . \quad (3.17)$$

Der Koeffizient α ist damit $\nabla^2 \phi$. β repräsentiert einen linearen Phasenverlauf und damit eine konstante Geschwindigkeit, die einer Schwerpunktbewegung des Kondensats entspricht. Aus Gleichung 3.16 und 3.15 kann nun α aus den Skalierungsfunktionen berechnet werden. Es folgt für die betrachtete Dimension

$$\frac{\hbar}{m} \alpha(t) = \frac{\hbar}{m} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \frac{\partial v_x}{\partial x} = \frac{\dot{\lambda}_x(t)}{\lambda_x(t)} . \quad (3.18)$$

Löst man das Differentialgleichungssystem 3.14 so ergibt sich aus den Lösungen der Skalierungsfaktoren $\lambda(t)$ und deren zeitlicher Ableitung $\dot{\lambda}(t)$ der Koeffizient α des Phasenprofils.

3.3.2 Berechnung des Streifenabstandes

Die Bedeutung von α wird deutlich wenn man den Interferenzterm eines Ramsey- oder Mach-Zehnder-Interferometers (siehe Abschnitte 3.5 und 3.6) betrachtet für den Fall, dass die Wellenpakete nach dem Interferometer um Δx zueinander versetzt sind. Die Wellenfunktion lässt sich als Produkt aus einem Dichteprofil $n(x)$ und der zugehörigen Phase $\phi(x)$ schreiben

$$\psi(x) = \sqrt{n(x)} e^{i\phi(x)} . \quad (3.19)$$

Für die Dichteverteilung der interferierenden Wellenpakete, welche auf eins normiert sein soll, ergibt sich

$$\begin{aligned} n_{\text{int}}(x) &= \left| \psi_-(x)/\sqrt{2} + \psi_+(x + \Delta x)/\sqrt{2} \right|^2 \\ &= \psi^2(x)/2 + \psi^2(x + \Delta x)/2 + \text{Re} [\psi^*(x)\psi(x + \Delta x)] \\ &= n(x)/2 + n(x + \Delta x)/2 + \sqrt{n(x)n(x + \Delta x)} \cos(\omega_f x + \phi_f) \\ &\text{mit } \omega_f = \alpha \Delta x + 2\beta \quad ; \quad \phi_f = \alpha \Delta x^2 + \beta \Delta x . \end{aligned} \quad (3.20)$$

Um auch eine Relativgeschwindigkeit der Wellenpakete einzubeziehen, wurde der lineare Term des Phasenprofils βx mit umgekehrten Vorzeichen eingesetzt ($\psi_{\pm}(x) = \sqrt{n(x)}e^{i\frac{g}{2}x^2 \pm \beta x}$). Mit Gleichung 3.16 ergibt sich für $2\beta = m\Delta v/\hbar$, wobei Δv die Relativgeschwindigkeit der Schwerpunkte der Wellenpakete bezeichnet. Die Phase ϕ_f der Streifen hängt ebenfalls vom Phasenprofil und dem Versatz der Wolken ab. Die Phase spielt allerdings bei den späteren Betrachtungen keine Rolle. n_{int} ist auf die Gesamtatomzahl normiert sofern die beteiligten Wellenfunktionen $\psi_{\pm}(x)$ jeweils die Hälfte zur Gesamtatomzahl beitragen.

Die Periode d der Interferenzstreifen folgt aus der räumlichen Frequenz ω_f und ist für Wellenpakete die keine Relativgeschwindigkeit besitzen:

$$d = \frac{2\pi}{\alpha\Delta x} = \frac{\lambda_x}{\dot{\lambda}_x} \frac{h}{m\Delta x} \quad . \quad (3.21)$$

Der Streifenabstand d ist also abhängig vom Koeffizienten α des Phasenprofils und ist umgekehrt proportional zum Versatz der Wolken.

3.4 Präparation eines Kondensats im Wellenleiter

Als Wellenleiter für das Bose-Einstein-Kondensat wurde ein einzelner fokussierter Gaußscher Strahl der gekreuzten Dipolfalle verwendet. Der verwendete Strahl bietet mit einer Strahltaile von $46 \mu\text{m}$ einen guten Einschluss in den zwei Dimensionen senkrecht zur Strahlrichtung. Bei der für den Wellenleiter typischerweise verwendeten Leistung von 40 mW ist die Fallenfrequenz radial etwa 90 Hz. In axialer Richtung ist der fokussierte Strahl kein perfekter Wellenleiter, da auch in dieser Richtung ein Intensitätsgradient besteht. Die resultierende axiale Fallenfrequenz beträgt allerdings lediglich 0,5 Hz, so dass in den Zeiten in denen die Experimente stattfinden (typischerweise weniger als 200 ms) kein Einfluss auf das Verhalten der Atome beobachtbar ist. Ebenfalls ist die Rayleighlänge mit 6,2 mm deutlich größer als der Bereich den die Detektionskamera beobachten kann (je circa 2 mm zu beiden Seiten des Zentrums der Falle).

Die Präparation des Startzustandes lässt sich sehr einfach durchführen, da sich die beiden Strahlen der gekreuzten Dipolfalle getrennt regeln und schalten lassen (siehe Abschnitt 2.3.3). Prinzipiell wäre es möglich, den zum Wellenleiter orthogonalen Strahl einfach abzuschalten, jedoch ist dies aufgrund der spezifischen Parameter der Falle, wie sie am Ende der evaporativen Kühlung gegeben sind, nicht möglich. Die Falle bestehend aus beiden Strahlen kompensiert am Ende der Evaporation gerade noch die Gravitation. Ein einzelner Strahl ist dafür zu schwach. Daher wird in den hier vorgestellten Experimenten vor dem Abschalten des orthogonalen Strahls der Wellenleiterstrahl in der Intensität um ca. 30% erhöht. Dies geschieht linear in einer Zeit von 100 ms, was das Adiabazitätskriterium (siehe Gleichung 4.29) erfüllt. Somit bleibt das Kondensat erhalten und kann für interferometrische Experimente genutzt werden.

3.5 Ramsey-Interferometer

Wie in Abschnitt 3.3 beschrieben kann eine Atomwolke, die geteilt wird und deren Teile eine kleine Strecke Δx gegeneinander versetzt werden, gleichmäßige Interferenzstreifen aufweisen. Dies setzt ein entsprechendes quadratisches Phasenprofil (Gleichung 3.17) voraus. Zur Teilung und Rekombination wurde, inspiriert von [97, 115], jeweils ein $\pi/2$ -Puls des Bragg-Gitters verwendet. Diese Art eines Interferometers wird hier, angelehnt an die Ramsey-Spektroskopie (siehe Abschnitt 3.5.1), welche ebenfalls aus zwei $\pi/2$ -Pulsen besteht, als Ramsey-Interferometer

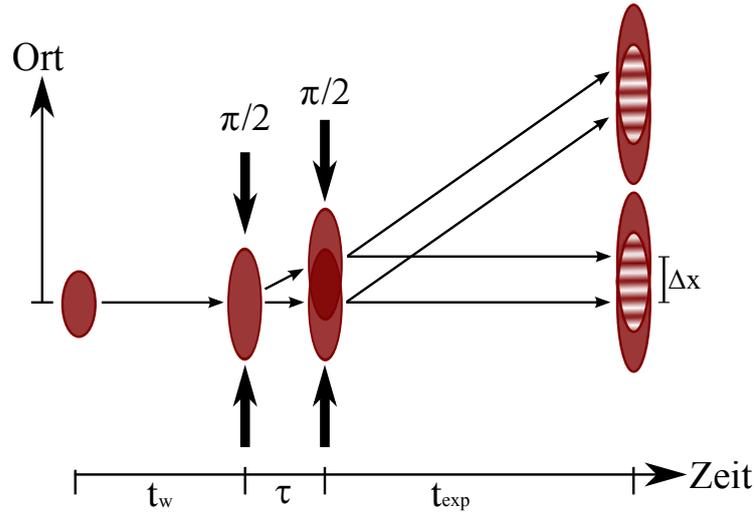


Abbildung 3.5.: Schema des Ablaufs eines Ramsey-Interferometers, wie es in dieser Arbeit verwendet wurde. Nach einer Wartezeit t_w wird eine Folge von zwei $\pi/2$ -Pulsen mit Abstand τ eingestrahlt, welche die Wolke teilen, gegeneinander um Δx versetzen und erneut aufteilen. In der folgenden Expansionszeit t_{exp} trennen sich die Wolken und in beiden Interferometerausgängen lässt sich ein Streifenmuster beobachten.

bezeichnet. Es es nicht zu verwechseln mit einem Ramsey-Bordé-Interferometer (siehe Abschnitt 3.5.2, bzw. [11, 116]), das aus vier Pulsen besteht. In Abbildung 3.5 ist der zeitliche Ablauf eines Ramsey-Interferometers skizziert. Zunächst kann das Kondensat für eine Wartezeit t_w expandieren. Die darauf folgende Interferometersequenz teilt das Kondensat und rekombiniert die Wolke in zwei verschiedenen Impulsklassen mit einem zeitlichen Abstand τ zwischen den Pulsen. Um die beiden interferierenden Wolkenpaare räumlich zu trennen, folgt noch eine Expansions- bzw. Propagationszeit t_{exp} . Zwischen den beiden Pulsen bewegt sich der beschleunigte Teil mit einer Geschwindigkeit von $2v_R = 2\hbar k_L/m = 11,77 \text{ mm/s}$. Das bedeutet für den Versatz $\Delta x = 2v_R \tau$. Damit ergibt sich für den Streifenabstand in Abhängigkeit vom Pulsabstand und der Zeit t

$$d(t, \tau) = \frac{\pi}{\alpha(t)v_R\tau} = \frac{\lambda_x(t)}{\dot{\lambda}_x(t)} \frac{\pi}{k_L\tau} \quad (3.22)$$

3.5.1 Analogie zur Ramsey-Spektroskopie

In diesem Abschnitt wird die Bezeichnung des hier vorgestellten Interferometers als Ramsey-Interferometer begründet. Dazu wird aus den Interferenzen wie sie in der Ramsey-Spektroskopie auftreten die räumliche Frequenz der Interferenzstreifen im gezeigten Atominterferometer hergeleitet.

Bei der Ramsey-Spektroskopie propagiert ein Atomstrahl durch zwei räumlich getrennte Zonen, in denen die Atome jeweils für eine durch die Fluggeschwindigkeit bestimmte Zeit mit phasengekoppelten elektromagnetischen Strahlungsfeldern mit Frequenz ω_F wechselwirken können [117]. Die Flugzeit $T = l/v$ hängt von der Geschwindigkeit der Atome v und dem Abstand der Zonen l ab. Die Interferenzstreifen entstehen bei dieser Methode dadurch, dass in der ersten Zone eine Superposition zwischen zwei (internen) Zuständen erzeugt wird, deren relative Phase während der freien Flugzeit mit der Eigenfrequenz ω_0 des Übergangs oszilliert. Das angelegte

Feld schwingt weiter mit der Frequenz ω_F . Die Wechselwirkung in der zweiten Zone hängt von der Differenz zwischen der Phase des Zustands $\omega_0 T$ des Atoms und der Phase $\omega_F T$ des Feldes ab. Das erhaltene Signal $S(\omega)$, zum Beispiel in Form der aus dem Feld absorbierten Leistung, ist proportional zum Kosinus der Phasendifferenz [66]

$$S(\omega) \propto \cos((\omega_F - \omega_0)T) \quad . \quad (3.23)$$

Damit erhält man ein periodisches Signal, das zur Regelung der Frequenz des Feldes ω_F auf die Übergangsfrequenz ω_0 genutzt werden kann. Durch Vergrößerung der Flugzeit T kann die Genauigkeit der Frequenzbestimmung erhöht werden. Die vorgestellte Methode wird in Cäsium-Atomuhren zur Kopplung eines Oszillators an den Übergang der Hyperfeinaufspaltung des Grundzustandes des Atoms verwendet.

Im hier genutzten Ramsey-Interferometer findet der Übergang zwischen verschiedenen Impulszuständen statt, und die zeitliche Separation ist durch die Zeit $\tau \equiv T$ gegeben. Da die Wellenfunktion eine Impulsverteilung $p_0(x)$ besitzt (siehe Gleichungen 3.16 und 3.17) und die Energie proportional zum Quadrat des Impulses ist, ist die Übergangsfrequenz $p_0 \rightarrow p_0 + 2p_R$ ortsabhängig. Für die Übergangsfrequenz gilt:

$$\omega_0(x) = E_{\text{kin},2}/\hbar - E_{\text{kin},1}/\hbar = \frac{(2p_R + p_0(x))^2}{2m\hbar} - \frac{p_0^2(x)}{2m\hbar} = 4 \left(\omega_R - \frac{p_R p_0(x)}{2m\hbar} \right) \quad . \quad (3.24)$$

Mit Gleichungen 3.16 und 3.17 folgt für die Impulsverteilung einer Wellenfunktion mit ruhendem Schwerpunkt ($\beta = 0$).

$$p_0(x) = \hbar \frac{\partial \phi}{\partial x} = \hbar \alpha x \quad (3.25)$$

Die anregende Frequenz ist resonant zum Übergang $0 \rightarrow 2p_R$ entsprechend $\omega_F = 4\omega_R$. Daraus folgt für das Signal analog zu Gleichung 3.23:

$$S(\omega) \propto \cos\left(\frac{2p_R p_0(x)}{m\hbar} \tau\right) = \cos\left(\frac{2p_0(x)}{\hbar} v_R \tau\right) = \cos(2\alpha v_R \tau x) \quad . \quad (3.26)$$

Dies ergibt, wie in Gleichung 3.22, ein räumliche Streifenperiode von $d = \pi/\alpha v_R \tau$.

Es besteht damit eine Analogie zwischen Ramsey-Interferometrie und Ramsey-Spektroskopie. Allerdings wird das Verfahren hier nicht wie im Original zur Bestimmung einer Übergangsfrequenz genutzt, sondern die vom Impuls der Atome abhängige Übergangsfrequenz wird mit der Referenzfrequenz (Verstimmung des Bragg-Gitters) verglichen. Da die Übergangsfrequenz im hier betrachteten Thomas-Fermi-Limit linear vom Ort abhängt ergibt sich ein gleichmäßiges periodisches Streifenmuster.

3.5.2 Weitere Ramsey-Interferometer Varianten

Ein Ramsey-Interferometer kann auch durchgeführt werden, indem die Lichtfelder für den Zweiphotonenprozess kollinear anstatt gegenläufig eingestrahlt werden und eine Frequenzverstimmung entsprechend der Hyperfeinaufspaltung besitzen [118]. Damit ergibt sich, anstatt der hier gezeigten Variante mit verschiedenen Impulszuständen aber identischen inneren Zuständen, ein Interferometer ohne Impulsübertrag aber mit verschiedenen internen Zuständen. Auch die Interferometerausgänge sind dementsprechend verschiedene innere Zustände, die über zustandsselektive Detektion beobachtet werden können.

Namentlich ähnlich ist auch das Ramsey-Bordé-Interferometer [11, 116, 119]. Dieses besteht aus insgesamt vier $\pi/2$ -Pulsen. Im Gegensatz zum hier gezeigten Ramsey-Interferometer handelt es sich um ein vollständiges Interferometer, bei dem die Teilwellen wieder exakt zusammengeführt werden können. Interferometer dieses Typs werden auch mit Einphotonenübergängen genutzt, die zwischen metastabilen Niveaus stattfinden [120, 121]. Voraussetzung dafür ist, dass die Lebensdauer des angeregten Zustandes länger ist als die Dauer der Interferometersequenz. Bei einem solchen Interferometer wird nur ein Rückstoßimpuls pro Puls auf die Atome übertragen.

3.5.3 Auswertung der Dichteprofile

Zur Auswertung der gemessenen zweidimensionalen Dichteverteilung wird die Dichte in der Dimension senkrecht zum Wellenleiter integriert, so dass eindimensionale Dichteprofile ausgewertet werden können. In Abbildung 3.7 sind zwei Beispiele für sich ergebende Dichteprofile nach einer Interferometersequenz mit $\tau = 150 \mu\text{s}$ dargestellt. Der Wellenleiterstrahl ist während des gesamten Experiments in Betrieb. Der Kontrast hängt von der Expansionszeit nach dem Interferometer ab, dies wird später in Abschnitt 3.5.5 noch genauer betrachtet.

Basierend auf Gleichung 3.20 wurde eine Funktion für das Dichteprofil $D(x)$ zur Anpassung an die Messdaten konstruiert (siehe blaue Kurven in den Abbildungen 3.6, 3.7 und 3.8). Dabei wurde die Funktion $n(x)$ mit einer Gaußschen Verteilung angenähert. Ist der Versatz Δx der jeweils interferierenden Wellenpakete klein gegenüber der Ausdehnung der Wolken σ , so kann näherungsweise $n(x) \approx n(x - \Delta x)$ verwendet werden. Ergänzt man die Funktion noch um einen inkohärenten Anteil, der eine zu $n(x)$ proportionale Dichteverteilung besitzt ergibt sich die folgende Funktion.

$$D(x) = U_0 + \sum_{n=1}^2 \left(U_n + A_n \cos \left[\omega_f (x - x_{0,n}) + \phi_{0,n} \right] \right) \cdot \exp \left[- \left(\frac{x - x_{0,n}}{\sigma} \right)^2 \right] \quad (3.27)$$

Sie besteht, zusätzlich zum konstanten Untergrund U_0 , aus der Summe zweier Funktionen die jeweils aus zwei Teilen bestehen. Ein Summand ist der Gaußsche Verlauf des Nullpunktes des Interferenzterms mit Amplitude U_n . Er entspricht der Dichte, wie sie ohne Interferenz auftreten würde. Die Funktion ähnelt einem gleitenden Mittel und wird daher im Folgenden als Gaußsche mittlere Dichte bezeichnet. Der zweite Summand ist eine periodische Funktion mit Frequenz ω_f , Phase $\phi_{0,n}$ und Maximalamplitude A_n deren lokale Amplitude proportional zur Gaußschen mittleren Dichte ist. Sie stellt den interferierenden Anteil dar. Sowohl die mittlere Dichte als auch die Einhüllende der Interferenzen haben dieselbe Gaußsche Form mit Mittelpunkt $x_{0,n}$ und Breite σ . Der inkohärente Untergrund der einzelnen Wolken ergibt sich als Gaußkurve mit Amplitude $U_n - A_n$. Die eben genannten Beiträge sind in Abbildung 3.6 veranschaulicht. $n = 1$ bzw. $n = 2$ bezeichnen die Teilkomponenten mit Impuls 0 bzw. $2p_R$. Zu beachten ist, dass beide Summanden eine gemeinsame Frequenz ω und eine gemeinsame Breite σ haben, da beide Wolken mit gleicher Geschwindigkeit expandieren und daher auch die Interferenzstreifen die gleiche Periode besitzen.

Die Funktion in Gleichung 3.27 besitzt insgesamt 13 Parameter aus denen sich die wesentlichen Eigenschaften der Interferenzstruktur herauslesen lassen. Aus der räumlichen Frequenz ω_f kann Information über den Koeffizienten α des Phasenprofils $\phi(x)$ gewonnen werden. Der Kontrast lässt sich aus den Koeffizienten A_n und U_n

$$K = \frac{D_{\max} - D_{\min}}{D_{\max} + D_{\min}} = \frac{A_n}{U_n} \quad (3.28)$$

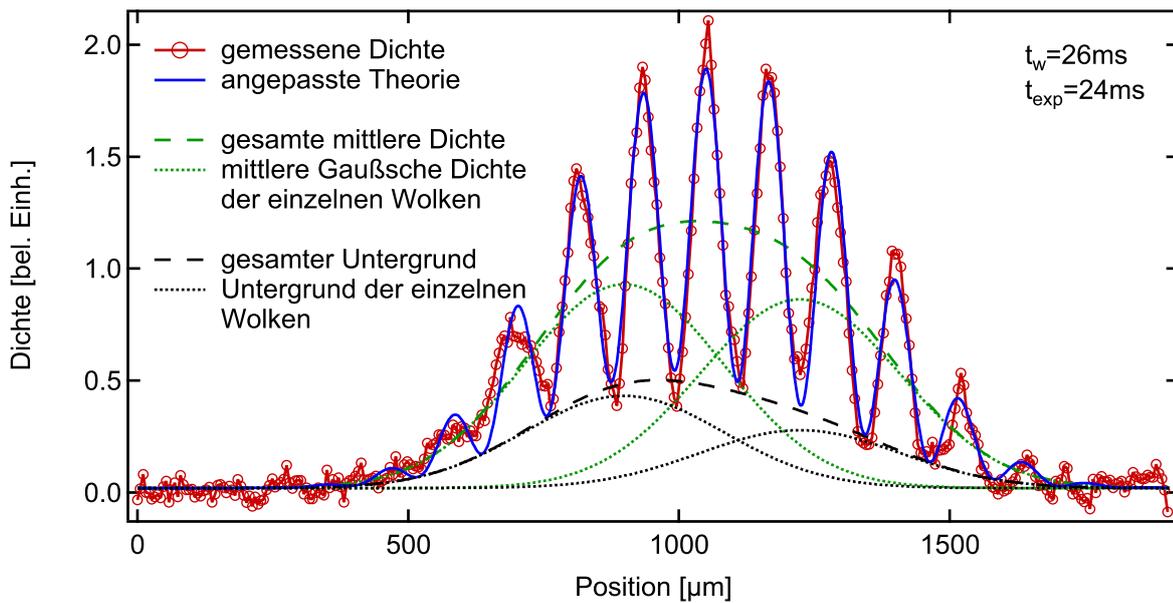


Abbildung 3.6.: Beispiel für Streifenmuster mit angepasster Funktion nach Gleichung 3.27 und den verschiedenen Beiträgen. Die grün gepunkteten Kurven spiegeln die mittleren Dichten der einzelnen Wolken wieder (Maximalwert U_n), die grün gestrichelte entsprechend den Verlauf der gesamten mittleren Dichte (entspreche Kontrast null). Die schwarz gepunkteten Kurven stellen die inkohärenten Untergründe der einzelnen Wolken dar (Maximalwert $U_n - A_n$), während die gestrichelte schwarze Kurve den gesamten Untergrund wieder gibt.

bestimmen. Desweiteren können die Schwerpunkte $x_{0,n}$ und damit auch der Abstand der Atomwolken bestimmt werden, sowie die Phasen der Interferenzmuster $\phi_{0,n}$.

Wie in Abbildung 3.7 zu sehen ist, kann bei großer Wartezeit und damit großer Ausdehnung der Wolken vor dem Interferometer die Relativgeschwindigkeit von $2\nu_R$ nicht ausreichend sein, um die beiden Wolken innerhalb der verwendeten Expansionszeit zu trennen. Dies stellt allerdings kein Problem dar, da die angepasste Funktion dies berücksichtigt, sofern für jedes Teilpaket ein Bereich existiert in dem das zweite vernachlässigt werden kann. Zur Verdeutlichung, dass dies in allen gezeigten Fällen gegeben ist, wurde in den Abbildungen 3.7 und 3.8 jeweils die Gaußsche mittlere Dichte der Teilwolken eingezeichnet. Berücksichtigte man in Gleichung 3.20 den vollständigen Fall, dass insgesamt vier Wellenpakete miteinander interferieren, so weisen die Interferenzterme der Atome mit Impulsunterschied $2p_R$ eine Periode von $d = h/2p_R = h/2\hbar k_L = \lambda_L/2$ auf. Wobei k_L bzw. λ_L den Wellenvektor bzw. die Wellenlänge des für das Bragg-Gitter verwendeten Lichtes bezeichnet. Da die Wellenlänge ebenso wie das Detektionslicht bei 780 nm liegt, ist ein solches Interferenzmuster mit dem hier verwendeten Detektionssystem nicht auflösbar. Somit wird ein entsprechendes Interferenzmuster nur als dessen mittlere Dichte beobachtet.

Bei Überlappung der beiden Interferometerausgänge kann es auch dazu kommen, dass die Streifen der beiden Wolkenpaare sich gerade kompensieren und es lokal zu einer Reduktion der sichtbaren Amplitude kommt. Zwei Beispiele bei denen dies im Überlappungsbereich auftritt sind in Abbildung 3.8 dargestellt. Die angepasste Funktion liefert aufgrund des vorhandenen Kontrastes in den nicht überlappenden Bereichen trotzdem korrekte Ergebnisse.

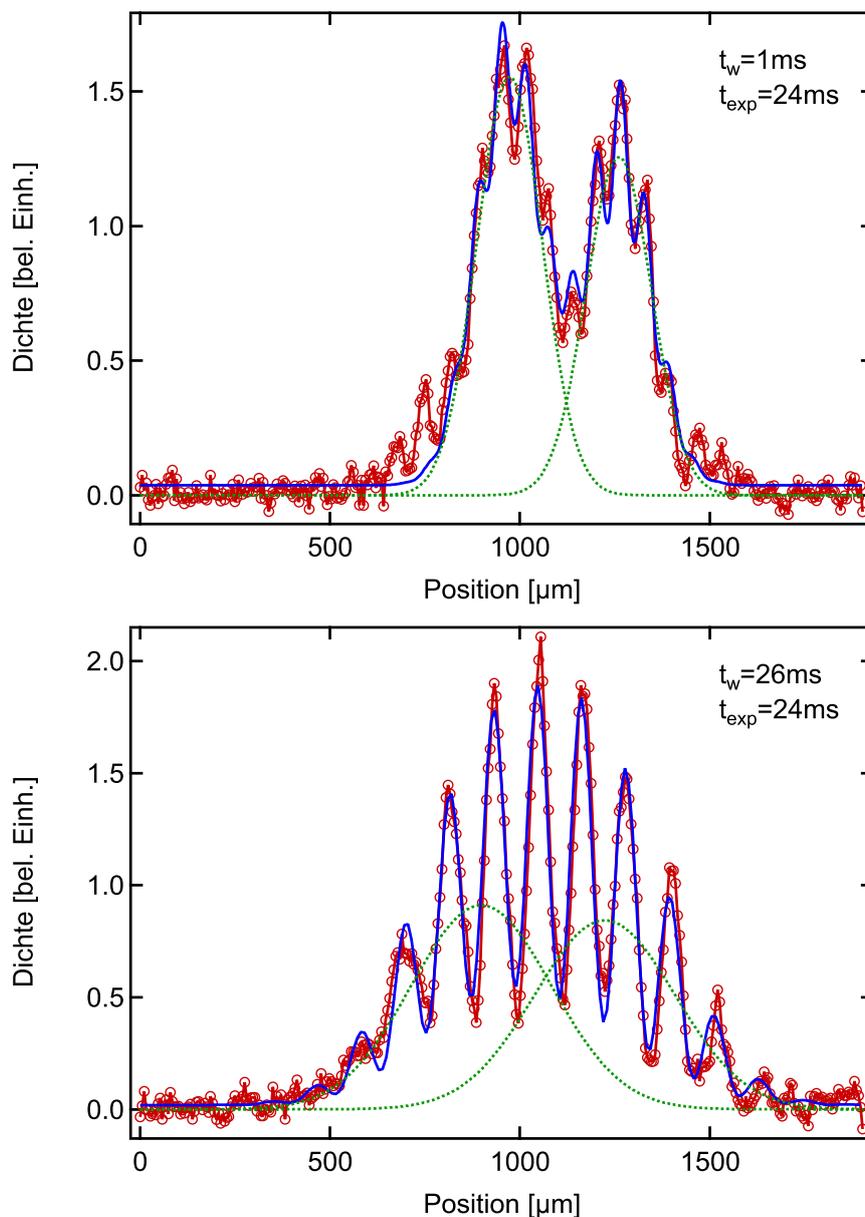


Abbildung 3.7.: Beispiele für Interferenzstreifen mit 24 ms Expansion nach Interferometersequenz mit $\tau = 150 \mu\text{s}$. Die blaue Kurve repräsentiert die gemäß Gleichung 3.27 angepasste Funktion. **Oben:** Interferometer 1 ms nach dem Abschalten eines Dipolfallenstrahls, hier sind die beiden Wellenpakete noch deutlich getrennt. Der Kontrast beträgt 16%. **Unten:** Interferometer 26 ms nach Abschalten eines Strahls (Kontrast 61%), wie sich aus den Anpassungen ergibt ist die Separation der Schwerpunkte die gleiche jedoch sind die Wellenpakete so ausgedehnt, dass sie einander überlappen, was durch die jeweils für die beiden Wolken separat eingezeichneten Gaußschen mittleren Dichten (grün gepunktet) verdeutlicht wird.

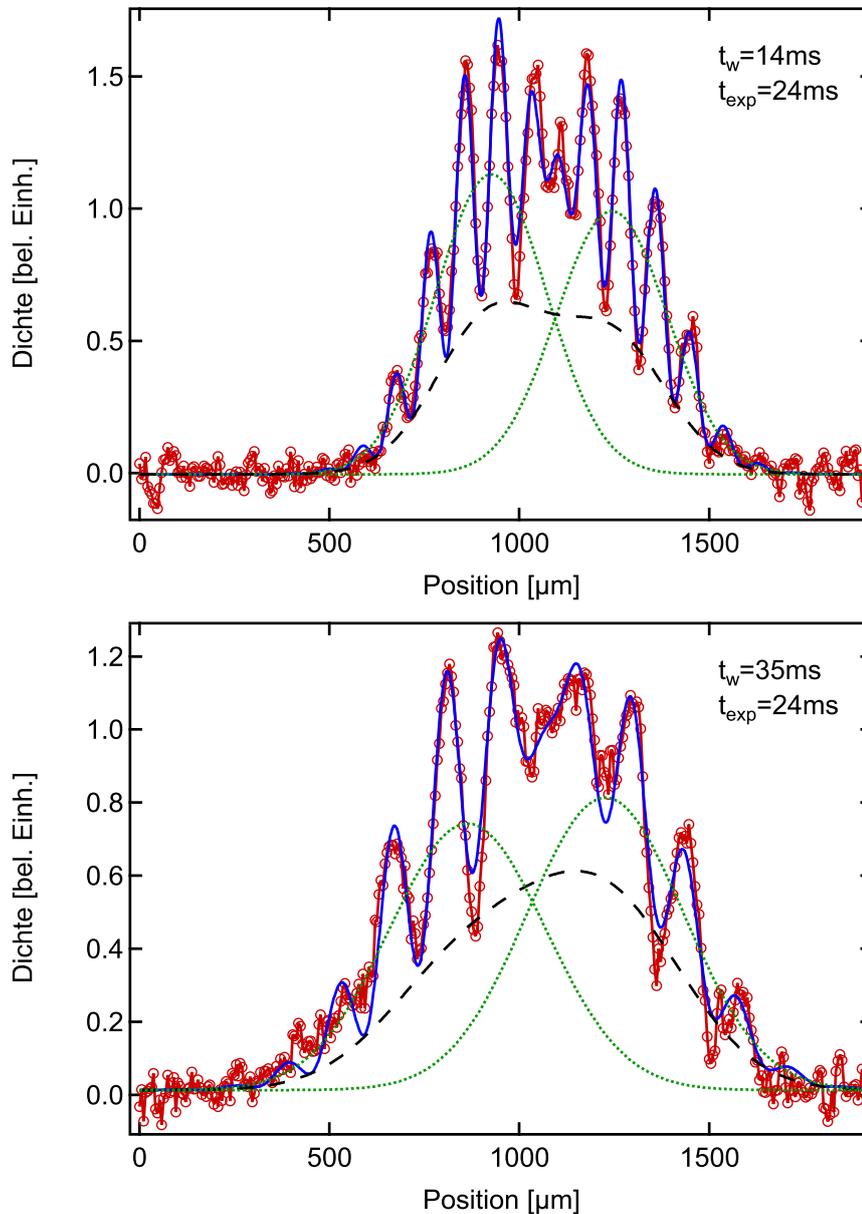


Abbildung 3.8.: Schwebung zwischen Interferenzstreifen zweier überlappender Bose-Einstein-Kondensate im zentralen Bereich der Dichteverteilung, wo die zugrundeliegenden Gaußschen mittleren Dichten (grün gepunktet) etwa gleiche Amplitude besitzen und die Minima der Interferenz stark vom Untergrund (schwarz gestrichelt) abweichen. Messung analog zu Abbildung 3.7 mit Wartezeiten von, **Oben:** 14 ms bei einem beobachteten Kontrast von 48% und **Unten:** 35 ms vor dem Start der Interferometersequenz, was einen Kontrast von 45% ergibt.

3.5.4 Vergleich der Streifenabstände mit berechneten Werten

Wie in Abschnitt 3.3 gezeigt, kann der Streifenabstand nach einer Interferometersequenz aus der Dynamik eines Bose-Einstein-Kondensats bestimmt werden. In Abbildung 3.9 sind Beispiele für Lösungen von $\lambda(t)$ in Gleichung 3.14 dargestellt. Die Parameter sind für die Beispiele zum Zeitpunkt $t = 0$, $v_{x,0} = v_y = v_z/\sqrt{2}$ und für $t > 0$, $v_x = 0,5 \text{ Hz}$, $v_y = v_z = v_{x,0}$. Die vertikale Richtung ist z und die Richtung des Wellenleiters x . Dabei wurden als Parameter zum einen ein typischer Wert für die Fallenfrequenz der Dipolfallenstrahlen bzw. des Wellenleiters eingesetzt ($v_{x,0} = 100 \text{ Hz}$) und als zusätzliche Beispiele noch kleinere Werte ($v_{x,0} = 50 \text{ Hz}$ bzw. $v_{x,0} = 25 \text{ Hz}$) zur Demonstration des Verhaltens bei verschiedenen Fallenfrequenzen. Die numerischen Lösungen der Differentialgleichung in x -Richtung sind im oberen Teil von Abbildung 3.9 dargestellt. In der Mitte findet sich die Ableitungen $\dot{\lambda}(t)$ und im unteren Teil sind die Quotienten $\lambda/\dot{\lambda}$ aufgetragen, die proportional zum Streifenabstand sind.

Die zeitliche Ableitung $\dot{\lambda}(t)$ zeigt ein stationäres Verhalten für lange Zeiten, was mit dem Abbau der mean-field Energie und der damit verbundenen Reduktion der Beschleunigung der Expansion zu erklären ist. Die Zeit $t_{0,\text{mean}}$ bis der Großteil der mean-field Energie abgebaut ist liegt im Beispiel von $v_{x,0} = 100 \text{ Hz}$ bei etwa 5 ms. $t_{0,\text{mean}}$ ist abhängig von der Fallenfrequenz vor dem Freilassen. Ein stark eingeschlossenes Kondensat baut die Energie schneller ab als ein schwach eingeschlossenes. Die Geschwindigkeit der Ausdehnung nimmt zu Beginn der Expansion zu und nähert sich einem konstanten Wert. Entsprechend nähert sich der Verlauf von $\lambda/\dot{\lambda}$ asymptotisch einer Geraden mit der Steigung eins, da gilt $\dot{\lambda}(t \gg t_{0,\text{mean}}) \approx c$ und daraus folgt $d(t \gg t_{0,\text{mean}}) \propto ct/c = t$. Der Streifenabstand steigt ebenfalls linear mit der Zeit.

Der aus Gleichung 3.22 gewonnene Streifenabstand gilt für den Zeitpunkt zu dem das Interferenzmuster entsteht, also direkt nach der Interferometersequenz. Um die Interferenzstreifen beobachten zu können, muss allerdings noch die Expansionszeit t_{exp} abgewartet werden, damit die Wolken mit verschiedenen Impulskomponenten separieren können. Die Expansionszeit führt außerdem zu einer zusätzlichen Vergrößerung des Streifenabstandes, da sich die einzelnen Teile des Wellenpaketes entsprechend ihrer, durch die mean-field Energie erhaltenen, Geschwindigkeit ausdehnen. Direkt nach der Interferometersequenz ist der Streifenabstand sonst so gering, dass er mit der Detektionsoptik nicht auflösbar wäre. Um aus Gleichung 3.22 den Streifenabstand zum Zeitpunkt der Detektion zu gewinnen wird als Zeitpunkt t die Gesamtzeit $t_{\text{tot}} = t_w + \tau + t_{\text{exp}}$ eingesetzt. Dies ist eine Näherung in der der genaue Zeitpunkt des Interferometers innerhalb von t_{tot} keine Rolle spielt. Die Näherung ist insbesondere dann gültig, wenn das Bose-Einstein-Kondensat zum Zeitpunkt des Interferometers einen stationären Zustand konstanter Ausbreitungsgeschwindigkeit erreicht hat. Ist dieser Zustand erreicht vergrößern sich die Streifenabstände nur noch linear nach der Interferometersequenz (siehe Abbildung 3.9 unten). Experimentell beobachtbare Abweichungen für kurze Wartezeiten $t_w < t_{0,\text{mean}}$ werden später in diesem Abschnitt diskutiert.

In Abbildung 3.10 ist ein Beispiel für die lineare Expansion des Streifenmusters nach einer Interferometersequenz, die nach einer Wartezeit $t_w = 14 \text{ ms}$ mit $\tau = 133 \mu\text{s}$ durchgeführt wurde. Innerhalb der Propagationszeit t_{exp} vergrößert sich der Streifenabstand linear, wie durch die angepasste lineare Funktion verdeutlicht wird.

Die hier gezeigten Streifenabstände wurden mit Hilfe einer Anpassung der Funktion 3.27 und deren Parameter ω_f gewonnen. Die statistische Unsicherheit ist dabei so klein, dass sie in den Graphen nicht dargestellt wird. Die anderen aus der Anpassung bestimmten Parameter, wie zum Beispiel der Kontrast K , sind stärker fehlerbehaftet, wie in den entsprechenden Graphen in Abschnitt 3.5.5 zu sehen ist.

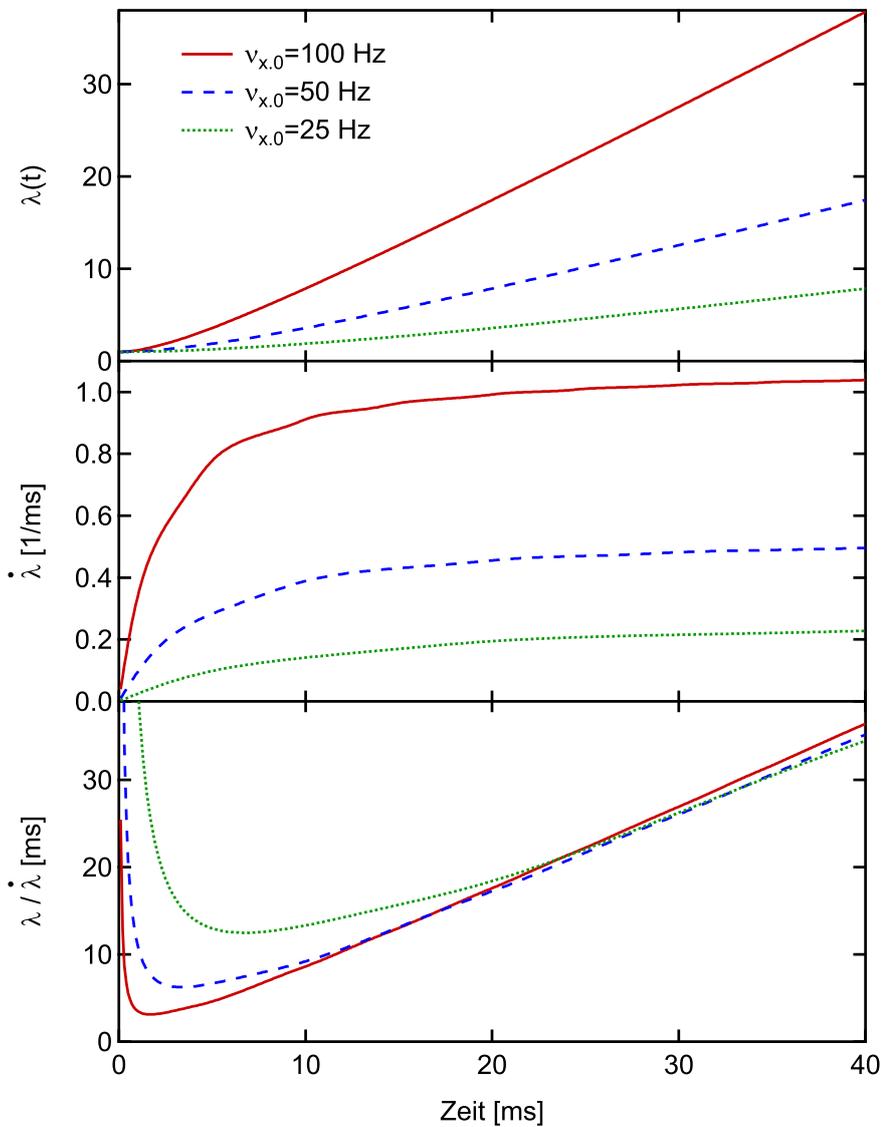


Abbildung 3.9.: Lösungen für $\lambda_x(t)$ und deren Ableitungen aus Gleichung 3.14 in Richtung des Wellenleiters mit $v_{x,0} = 100$ Hz, 50 Hz und 25 Hz; es gilt für $t = 0$: $v_{x,0} = v_y = v_z/\sqrt{2}$ und für $t > 0$: $v_x = 0,5$ Hz, $v_y = v_z = v_{x,0}$. **Oben:** Skalierungsfaktor $\lambda(t)$, **Mitte:** Zeitliche Ableitung des Skalierungsfaktors $\dot{\lambda}(t)$ und **Unten:** Quotient aus Skalierungsfaktor und dessen Ableitung $\lambda(t)/\dot{\lambda}(t) = m/\hbar\alpha(t) \propto d$, dieser ist proportional zum Streifenabstand d .

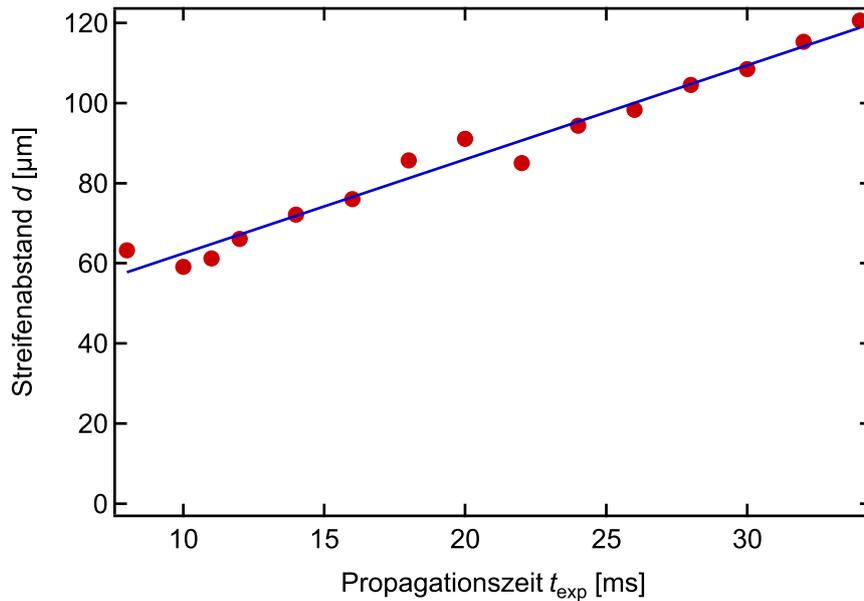


Abbildung 3.10.: Experimentell gemessene Entwicklung des Streifenabstandes in der Zeit t_{exp} nach einer Interferometersequenz im Wellenleiter mit 14 ms Expansion vor dem Ramsey-Interferometer mit $\tau = 133 \mu\text{s}$. Die durchgezogene Linie ist eine an die Messwerte angepasste Gerade.

Die gute Übereinstimmung der Rechnung mit experimentellen Ergebnissen wird von den Graphen in Abbildung 3.11 verdeutlicht. Dabei handelt es sich in beiden Fällen um dieselben Messdaten in verschiedenen Darstellungen. Im oberen Graph ist die Abhängigkeit des Streifenabstandes von der Wartezeit t_w vor der Interferometersequenz dargestellt. Der Pulsabstand ist in allen Messungen $\tau = 150 \mu\text{s}$. Die drei Kurven sind jeweils Daten für verschiedene Expansionszeiten t_{exp} nach dem Interferometer. Die zugehörigen berechneten Kurven in Form der durchgezogenen Linien sind wie oben beschrieben unter Verwendung von Gleichung 3.22 mit $t = t_{\text{tot}}$ bestimmt worden. Dabei handelt es sich nicht um eine angepasste Funktion sondern um eine Rechnung ohne freie Parameter. Die für die Rechnungen verwendeten Parameter wurden alle separat bestimmt. Leichte systematische Abweichungen lassen sich im Bereich kurzer Wartezeiten unterhalb von 5 ms feststellen. Bis zu diesen Zeiten ist die mean-field Energie noch nicht vollständig in kinetische Energie umgewandelt, so dass der genaue Zeitpunkt des Interferometers eine Rolle spielt, denn die Expansion des Streifenmusters wird in diesem Bereich nicht linear erfolgen und müsste numerisch berechnet werden.

Im unteren Graph von Abbildung 3.11 sind dieselben Messdaten für alle t_{exp} über der Gesamtzeit t_{tot} aufgetragen. Damit zeigt sich, dass die Kurven des oberen Graphen, sofern die Expansionszeit t_{exp} mit einbezogen wird, äquivalent sind. Ebenfalls ist die Übereinstimmung mit der berechneten Kurve sehr gut und zeigt, dass die Annahme eines vom Zeitpunkt des Interferometers unabhängigen Streifenabstandes gerechtfertigt ist sofern gilt: $t_w > t_{0,\text{mean}}$.

Eine weitere Möglichkeit den Streifenabstand zu untersuchen, ist eine Variation von τ . Gemäß Gleichung 3.22 ist der Streifenabstand umgekehrt proportional zu τ ($d \propto 1/\tau$). Der Vorfaktor, welcher im Fall einer Anregung in den Impulszustand $2p_R$ durch $\pi/\alpha(t)v_R$ gegeben ist, wird durch das Phasenprofil α und den Beobachtungszeitpunkt bestimmt. In Abbildung 3.12 ist die Abhängigkeit des Streifenabstandes vom Pulsabstand für verschiedene Expansionszeiten

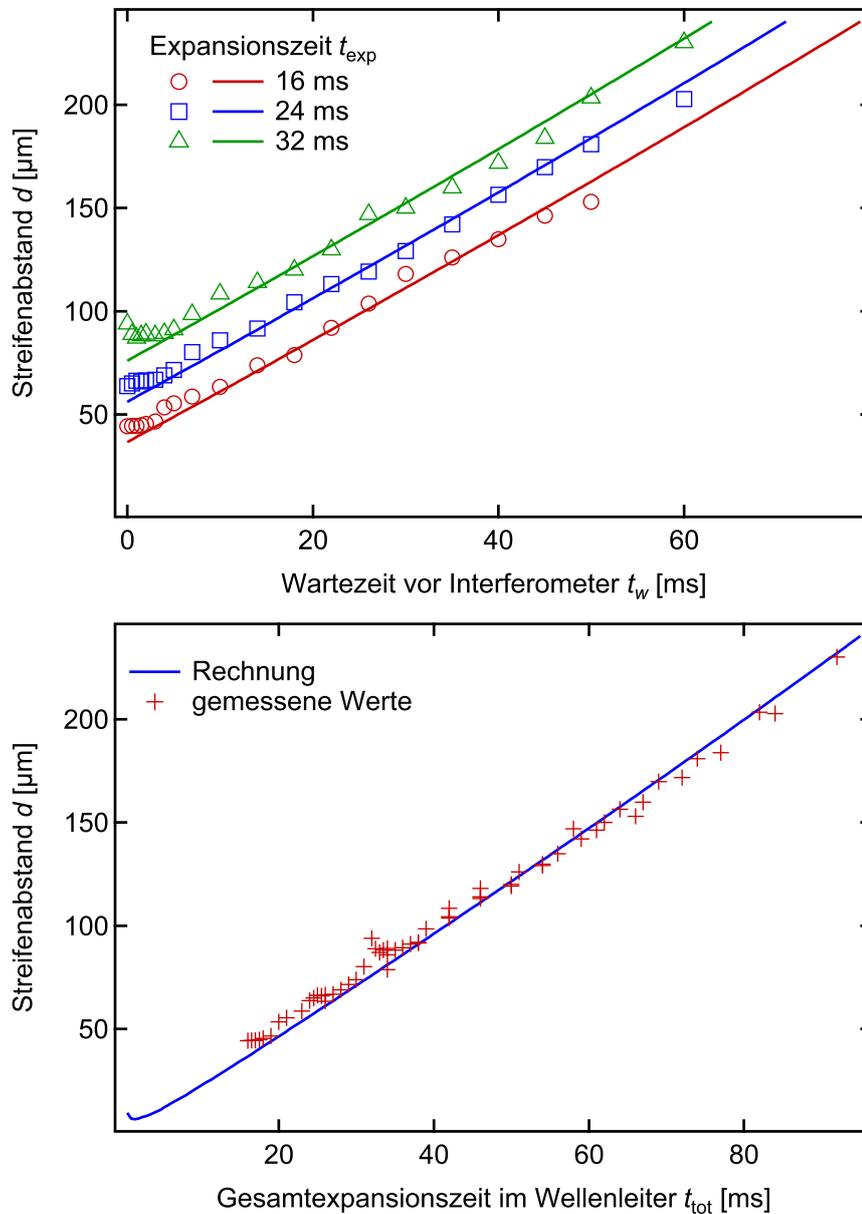


Abbildung 3.11.: Verschiedene Darstellungen des Streifenabstandes d in Abhängigkeit von der Expansionszeit mit festem Pulsabstand von $150 \mu\text{s}$. **Oben:** Abhängigkeit von Wartezeit t_w für verschiedene Expansionszeiten t_{exp} . **Unten:** Identische Daten aufgetragen über der Gesamtzeit nach dem Freilassen in den Wellenleiter. Die durchgezogenen Linien stellen die entsprechenden Lösungen von Gleichung 3.22, die aus den separat gewonnenen Experimentparametern bestimmt wurden, dar.

aufgetragen. Auch hier ist die Übereinstimmung der berechneten Werte mit den Messdaten sehr gut.

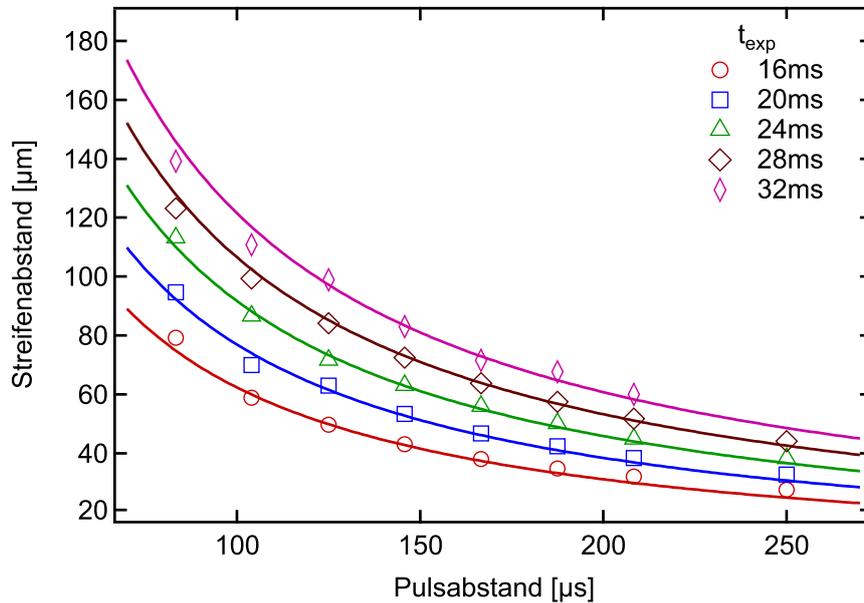


Abbildung 3.12.: Streifenabstand d in Abhängigkeit vom Pulsabstand τ des Ramsey-Interferometers für verschiedene Expansionszeiten t_{exp} mit $t_w = 2\text{ms}$. Die durchgezogenen Linien sind Lösungen von Gleichung 3.22.

3.5.5 Betrachtung des Kontrastes

Die hier vorgestellte Ramsey-Interferometrie stellt eine Autokorrelationsmessung eines Bose-Einstein-Kondensates dar. Dies ist insbesondere interessant, da in Bose-Einstein-Kondensaten mit einem großen Aspektverhältnis Phasenfluktuationen [122] auftreten können, die den Kontrast eines Interferometers reduzieren. Umgekehrt betrachtet liefert der Kontrast eines Ramsey-Interferometers ein Maß für die räumliche Korrelation der Wellenfunktion. Interferometrie eines geteilten Bose-Einstein-Kondensats mit sich selbst kann demzufolge eingesetzt werden, um dessen Kohärenz zu messen [123].

In Abbildung 3.13 ist die Abhängigkeit des Interferometerkontrastes von der Wartezeit vor dem Interferometer, bestimmt nach Gleichung 3.28, aufgetragen. Die dargestellten Werte wurden durch Mittelung der Ergebnisse von insgesamt neun Experimentdurchläufen bestimmt. Die Fehler ergeben sich aus der Standardabweichung der statistischen Betrachtung. Alle Experimente hatten einen Pulsabstand von $\tau = 150\ \mu\text{s}$. Da der Kontrast von der Expansionszeit nach dem Interferometer unabhängig ist, wurden zur Mittelung die Kontraste von Messungen mit verschiedenen Expansionszeiten herangezogen. Diese betragen 16 ms, 24 ms bzw. 32 ms. Es zeigt sich, dass der Kontrast mit zunehmender Wartezeit t_w zunächst von circa 11% ansteigt und nach einem Maximalwert von $(53 \pm 14)\%$ bei etwa 30 ms wieder abfällt. Der Maximalwert ist begrenzt durch den Kondensatanteil im ursprünglich erzeugten Bose-Einstein-Kondensat, denn der thermische Anteil der Atome liegt bei den meisten Experimenten bei etwa 30-40%. Der Abfall bei langen Wartezeiten liegt vermutlich an Dekohärenzeffekten durch Störungen des Fallenpotentials, wie z. B. Intensitätsrauschen oder Streuung des Fallenlichtes, sowie dem Auftreten von Phasenfluktuationen durch Stöße mit den restlichen thermischen Atomen. Diese Kontrastreduktion führt

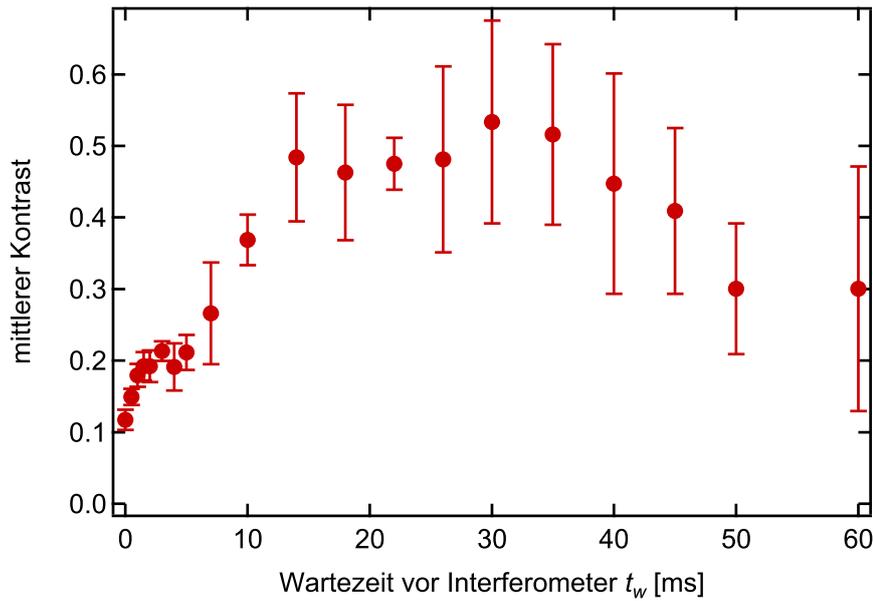


Abbildung 3.13.: Kontrast gemittelt über die Auswertungen von fünf Aufnahmen eines Ramsey-Interferometers für verschiedene Wartezeiten t_w vor dem Interferometer mit Pulsabstand $\tau = 150 \mu\text{s}$.

wahrscheinlich bereits bei 30 ms dazu, dass der aufgrund des Kondensatanteils erwartete Maximalwert des Kontrastes von 60-70% nicht ganz erreicht wird. Bei kurzen Wartezeiten ist die Ursache des geringen Kontrastes, dass die Korrelationsfunktion, welche durch den Kontrast bestimmt wird [124], nicht nur Phasen- sondern auch Dichtekorrelationen berücksichtigt.

Der Vorfaktor des Interferenzterms aus Gleichung 3.20, $(\sqrt{n(x)n(x + \Delta x)})$ spiegelt die Dichtekorrelation wider. Das bedeutet, falls der Versatz Δx der beteiligten Atomwolken in die Größenordnung der Ausdehnung der Atomwolken, gegeben durch den Thomas-Fermi-Radius R_{TF} , erreicht, findet eine Reduktion des Kontrastes statt, da der Überlappungsbereich zwischen den Teilen des Kondensats kleiner wird.

Ein Beispiel für diesen Effekt ist in Abbildung 3.14 dargestellt. Dort ist der Kontrast eines Interferometers nach 2 ms Wartezeit in Abhängigkeit vom Pulsabstand dargestellt. Die Messung wurde analog zur Messung des Kontrastes als Funktion von t_w durchgeführt. Das heißt der Messpunkt bei $\tau = 150 \mu\text{s}$ in Abbildung 3.14 entspricht dem Messpunkt bei $t_w = 2 \text{ ms}$ in Abbildung 3.13 und liefert auch einen vergleichbaren Kontrast. Da der Versatz der interferierenden Atome proportional zum Pulsabstand ist lässt sich aus dieser Auftragung die Kohärenzlänge L_C bestimmen. Da die Korrelationsfunktion gaußförmig abfällt [124], wurde an die Messwerte eine entsprechende Funktion angepasst. Definiert man die Kohärenzlänge als die Länge bei der die Korrelationsfunktion auf $1/e$ ihres Maximalwertes gefallen ist, ergibt sich für das Beispiel eine Kohärenzlänge von $L_C = 2\nu_R\tau_e = (2,42 \pm 0,3) \mu\text{m}$. Die Ausdehnung des Kondensats kann zum Vergleich für den Zeitpunkt zu Beginn des Interferometers abgeschätzt werden. Aus den Fallenfrequenzen vor dem Freilassen in den Wellenleiter und der Atomzahl kann der Thomas-Fermi-Radius (Gleichung 2.20) zusammen mit der Lösung der Differentialgleichung 3.14 für den Skalierungsfaktor $\lambda(t)$ nach 2 ms bestimmt werden zu $(7 \pm 3) \mu\text{m}$. Die große Unsicherheit liegt darin begründet, dass die genauen Fallenfrequenzen für dieses Experiment nicht gemessen sondern aus der nicht exakt bekannten Leistung der Fallenstrahlen abgeschätzt wurden. In diesem Fall ist $L_C/R_{\text{TF}} = 0,34 \pm 0,15$. Die Kohärenzlänge beträgt etwa ein Drittel der Ausdehnung des Kondensats. Mögliche Ursachen,

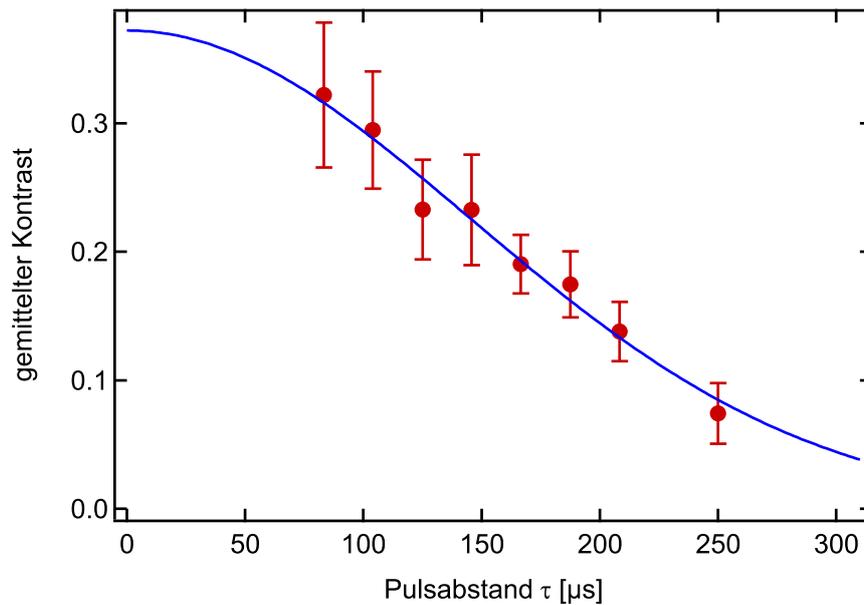


Abbildung 3.14.: Über fünf Durchführungen gemittelter Kontrast eines Ramsey-Interferometers in Abhängigkeit vom Pulsabstand nach einer Wartezeit $t_w = 2$ ms. Die durchgezogene Linie ist eine angepasste Gaußfunktion zur Bestimmung der Kohärenzlänge.

dass sich die Kohärenz nicht über das gesamte Kondensat erstreckt, sind zum einen die bereits angesprochenen Phasenfluktuationen des Kondensats, aber auch Phasenrauschen des verwendet Bragg-Gitters kann zur Reduktion des Kontrastes beitragen.

3.5.6 Interferometrie nach Transport im Wellenleiter

Die hier gezeigte Methode der Interferometrie soll verwendet werden, um Bose-Einstein-Kondensate zu charakterisieren, die einen halben Umlauf in einem Ringpotential absolviert haben (siehe Kapitel 4). Da dies je nach verwendetem Impuls 20-50 ms dauern kann ist, es erforderlich, nachzuweisen, dass das Licht der Interferometerpulse eine entsprechende Stabilität besitzt, so dass die Pulse auch nach längerer Zeit noch wirken und z.B. ein sich bewegendes Kondensat entsprechend beeinflussen. Um den Aufbau in dieser Hinsicht zu testen wurden zwei Experimente im Wellenleiter durchgeführt.

Das erste Experiment zeigt die Wirksamkeit eines zweiten Pulses nach einer Wartezeit im Bereich von bis zu 120 ms. Dazu wurde ein Bose-Einstein-Kondensat mit einem π -Puls auf eine Geschwindigkeit von $2v_R$ beschleunigt und nach einer Propagationszeit im Wellenleiter mit einem zweiten π -Puls wieder angehalten. Durch Beobachten der Schwerpunktsposition nach dem Anhalten zu zwei verschiedenen Zeiten lässt sich erkennen, dass das Wellenpaket wieder komplett zum Stillstand gekommen ist. Die Position nach dem zweiten Puls in Abhängigkeit von der Wartezeit zwischen den Pulsen ist in Abbildung 3.15 dargestellt. Die beiden Wartezeiten nach dem zweiten Puls sind 8 ms bzw. 20 ms. Beide Kurven liegen im Rahmen der Messgenauigkeit aufeinander, woraus folgt, dass das Kondensat sich in Ruhe befindet. Zur Illustration sind in Abbildung 3.15 berechnete Geraden eingezeichnet. Die grün gestrichelte Gerade zeigt an wo sich das Kondensat bei konstanter Geschwindigkeit von $2v_R$ nach der entsprechenden Zeit zwischen den Pulsen und einer Wartezeit von 8 ms befindet. Die leichte Abweichung der Messpunkte nach unten bei Pulsabständen oberhalb von 60 ms zeigt, dass durch den axialen Einschluss des fokussierten

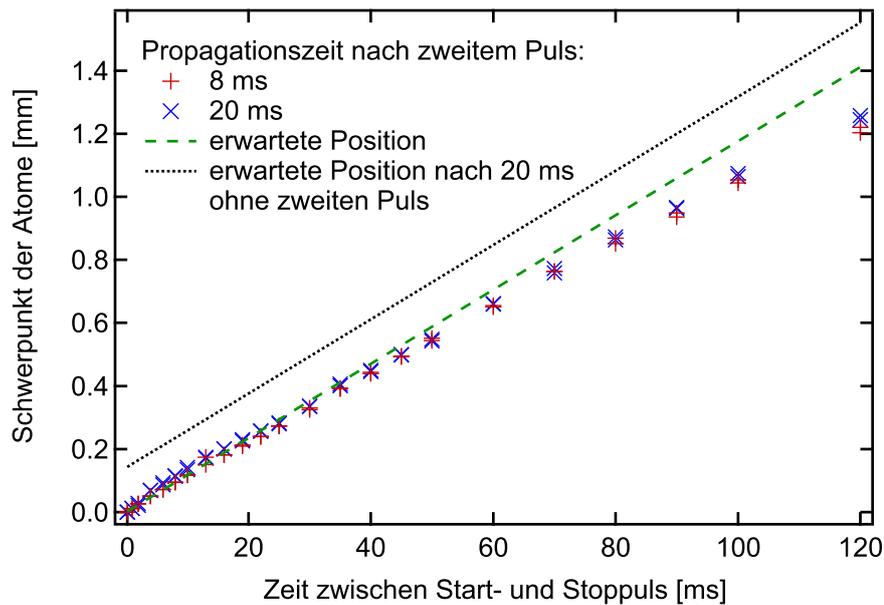


Abbildung 3.15.: Position des Schwerpunktes der Wolke nach Transport im Wellenleiter mit Anhalten nach verschiedenen Transportzeiten. Um zu zeigen, dass die Wolke nach dem zweiten Puls ruht sind zwei verschiedenen Wartezeiten nach dem zweiten Puls aufgetragen (8 ms und 20 ms). Die grün gestrichelte Linie zeigt die auf Basis einer Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit zwischen den Pulsen berechnete Position. Die schwarz gepunktete Linie stellt die Position nach 20 ms Wartezeit, falls das Wellenpaket vom zweiten Puls nicht angehalten würde, dar.

Strahls, der als Wellenleiter genutzt wird, die Atome eine Kraft in Richtung des Fallenmittelpunkts erfahren und dadurch abgebremst werden. Die zweite Gerade (schwarz gepunktet) zeigt die Position, welche die Atome nach 20 ms Wartezeit nach dem zweiten Puls erreichen würden, falls dieser Puls sie nicht anhalten würde.

Ein Experiment zur Demonstration der Interferometrie an einem sich bewegenden Kondensat wurde ebenfalls durchgeführt. Dabei wird das Kondensat wie im vorherigen Versuch mittels eines π -Pulses auf eine Geschwindigkeit von $2v_R$ beschleunigt, nachdem es in den linearen Wellenleiter geladen wurde. Anschließend kann es sich entlang des Wellenleiters frei bewegen und wird nach einer Transportzeit t_{tra} mittels eines Ramsey-Interferometers auf Phasenkorrelation untersucht. In Abbildung 3.17 sind die Ergebnisse für den Streifenabstand in Abhängigkeit von der Transportzeit aufgetragen. Die Kurve ist wie im Fall der Variation der Wartezeit vor bzw. nach dem Interferometer (siehe Abbildungen 3.10 und 3.11) eine Gerade, die ebenfalls mit der berechneten Kurve gut übereinstimmt. Die hier gezeigte Messung ist vom Ablauf her äquivalent zur Messung im oberen Graph von Abbildung 3.10 sofern man sie nach dem ersten π -Puls in einem sich mit dem Kondensat bewegenden Inertialsystem betrachtet. Die Entwicklung des Kontrasts ist in Abbildung 3.18 dargestellt. Der Kontrast schwankt im Verlauf der Messung zwischen etwa 40% und 70%, abgesehen von sehr kurzen Zeiten, wo er aus den in Abschnitt 3.5.5 genannten Gründen kleiner ist. Die starke Schwankung liegt vermutlich an einer Schwankung des Kondensatanteils des präparierten Bose-Einstein-Kondensats im Verlauf der Datenaufnahme, die auch weniger Messpunkte enthält als z. B. Abbildung 3.13. Im hier betrachteten Zeitraum kann keine eindeutige Tendenz der Kontrastentwicklung beobachtet werden. Nach der hier maximalen Transportzeit von 60 ms hat sich das Wellenpaket eine Strecke von 0,7 mm fortbewegt und der Kontrast beträgt

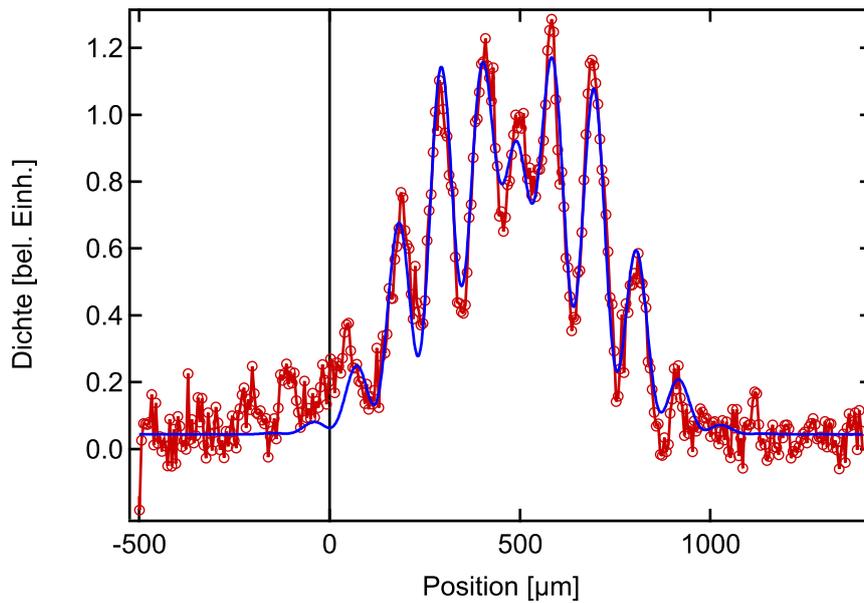


Abbildung 3.16.: Interferenzstreifen eines Interferometers nach 29 ms freier Propagation mit $2 \nu_R$ und einer zurückgelegten Strecke von $340 \mu\text{m}$ im Wellenleiter. Die blaue Kurve ist eine nach Gleichung 3.27 angepasste Funktion. Der Pulsabstand ist $150 \mu\text{s}$ und die Expansionszeit nach dem Interferometer beträgt 21 ms. Der Nullpunkt der x-Achse zeigt die Startposition des Bose-Einstein-Kondensats. Der Kontrast dieser Interferenz ist circa 63%.

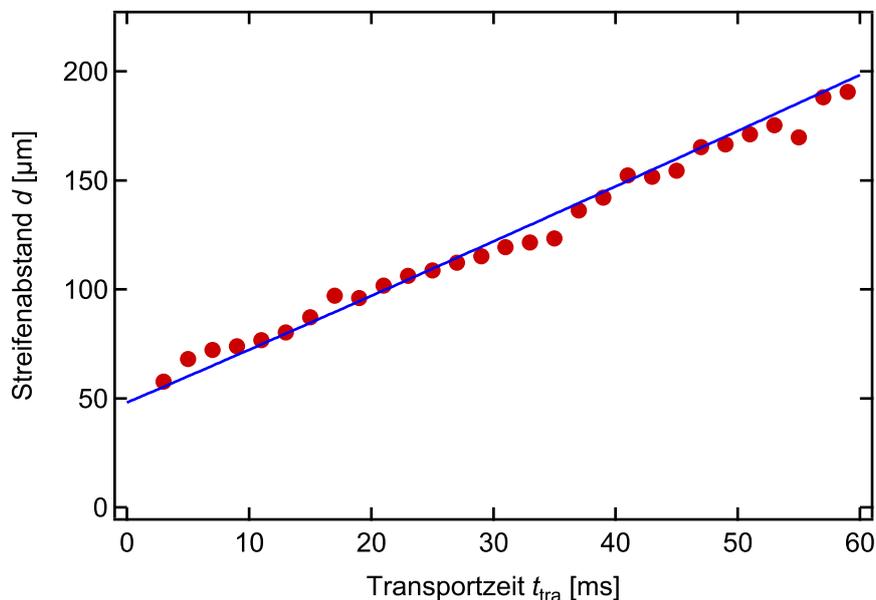


Abbildung 3.17.: Streifenabstand für verschiedene Transportzeiten im linearen Wellenleiter. Die durchgezogene Linie entspricht der theoretischen Rechnung nach Gleichung 3.22. Der Pulsabstand ist $150 \mu\text{s}$. Nach der Interferometersequenz beträgt die Expansionszeit bis zur Beobachtung 21 ms.

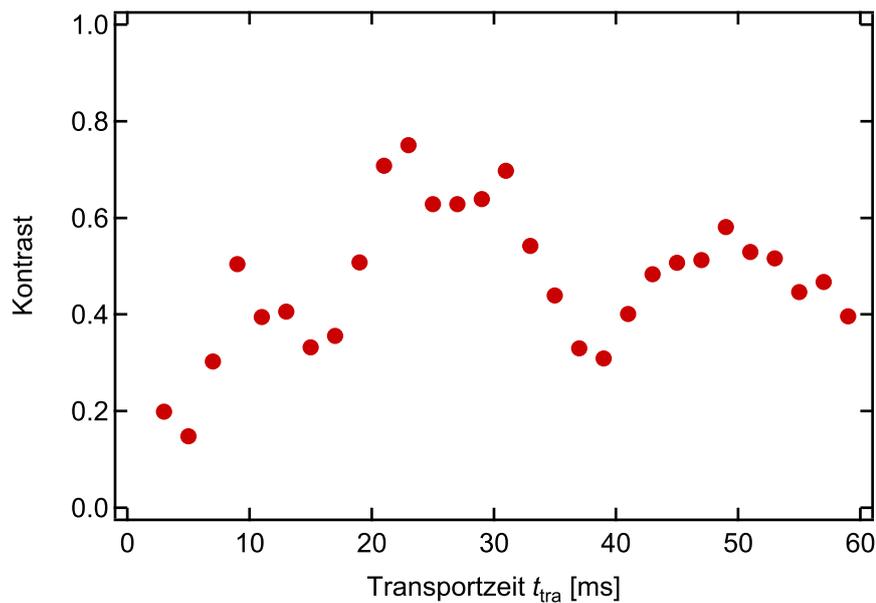


Abbildung 3.18.: Kontrast abhängig von der Transportzeit im linearen Wellenleiter. Die Datenpunkte wurden aus derselben Messung gewonnen wie in Abbildung 3.17 dargestellt.

noch circa 40%, weshalb davon ausgegangen werden kann, dass der Kontrast durch den Transport im Wellenleiter nur geringfügig beeinflusst wird. Größere Zeiten lassen sich mit dem verwendeten Aufbau nicht beobachten, da das Gesichtsfeld der Detektionsoptik die maximal beobachtbare Strecke beschränkt.

3.6 Mach-Zehnder-Interferometer

Das in Abschnitt 3.5 vorgestellte Ramsey-Interferometer bietet bereits sehr viele Möglichkeiten zur Charakterisierung eines Bose-Einstein-Kondensats. Es hat allerdings auch Limitierungen. Zum Beispiel sind sehr kurze Pulsabstände (und damit kleine Versätze der Wolken gegeneinander) aufgrund der notwendigen Pulslänge (siehe Abschnitt 3.2.4) nicht möglich. Auch stellt ein Ramsey-Interferometer kein vollständiges Interferometer dar, da die am ersten Strahlteiler geteilte Welle nicht exakt wieder überlagert und somit relative Phasenveränderungen zwischen den beiden Teilwolken nicht für eine relative Besetzungsänderung zwischen den beiden Ausgängen sorgen sondern für eine Phasenänderung der Interferenzmusters. Eine solche relative Phasenänderung der beiden Wellenpakete ist außerdem schwierig zu realisieren, da die Wellenpakete zwischen den Pulsen nicht räumlich getrennt werden.

Eine Pulssequenz, die einem Mach-Zehnder-Interferometer entspricht, kann die eben genannten Nachteile eines Ramsey-Interferometers beheben und für ähnliche Messungen zur Autokorrelation in einem größerem Parameterraum genutzt werden [96, 125]. Allerdings muss dazu ein dritter Puls eingefügt werden und die Abstände zwischen den Pulsen deutlich vergrößert werden. Dies erhöht die Komplexität und die Anforderungen an die Stabilität. In Abbildung 3.19 ist die Pulsfolge, sowie die entsprechende Bewegung der Atome schematisch dargestellt.

In der verwendeten experimentellen Sequenz kann das Kondensat zunächst eine Wartezeit t_w frei expandieren bis es von einem $\pi/2$ -Puls kohärent geteilt wird. Die beiden Teilwolken können nun für eine Zeit τ_1 separieren bis ein π -Puls angewendet wird, der als Spiegel fungiert und die Impulse umkehrt. Bis zum dritten Puls, der als $\pi/2$ -Puls die Wellenpakete wieder überlagert, wird

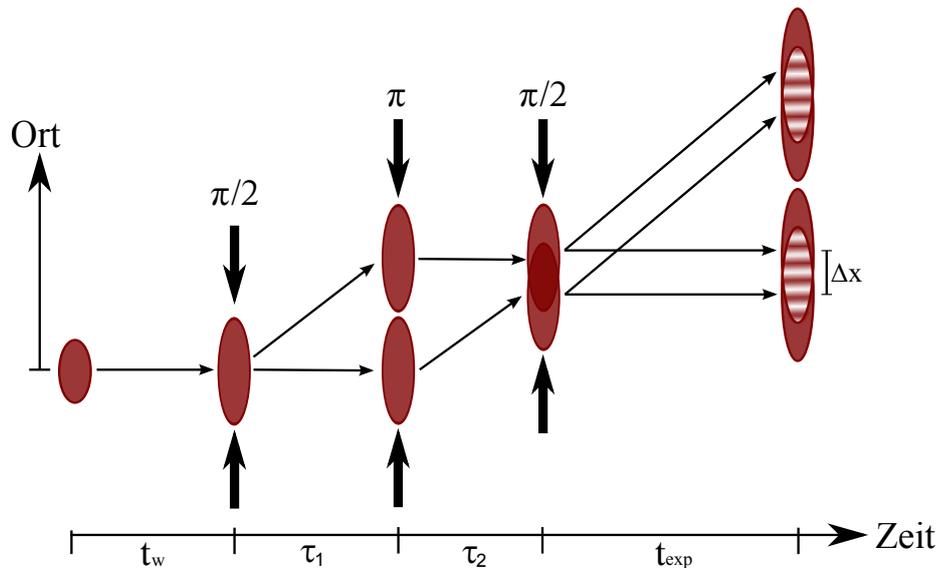


Abbildung 3.19.: Schema des Ablaufs eines Mach-Zehnder-Interferometers. Nach einer Wartezeit t_w wird eine Pulsfolge mit Pulsflächen $\pi/2 \rightarrow \pi \rightarrow \pi/2$ angewendet mit Abstand τ_1 zwischen erstem und zweitem Puls sowie τ_2 zwischen zweitem und drittem Puls. Die beiden Interferometerausgänge haben verschiedene Impulse und müssen vor der Beobachtung durch eine Expansionszeit t_{exp} getrennt werden. Für $\tau_1 \neq \tau_2$ bestehen die Interferometerausgänge aus zwei um $\Delta x = (\tau_1 - \tau_2)p/m$ zueinander versetzten Atomwolken.

die Zeit τ_2 gewartet. Die beiden Interferometerausgänge, die sich nach dem dritten Gitterpuls nur im Impuls unterscheiden, können dann in der Propagationszeit t_{exp} separieren. Ist $\tau_1 = \tau_2$ so werden Phasendifferenzen zwischen den Teilwolken am letzten Strahlteiler in Besetzung des einen oder anderen Impulszustandes umgewandelt, was z.B. in Atomgyroskopen verwendet wird [12, 14]. Ist $\tau_1 \neq \tau_2$ so erhält man für ein wechselwirkendes Kondensat in beiden Wolken ein Streifenmuster, das wie im Experiment des Ramsey-Interferometers durch das Phasenprofil der Atomwolken entsteht.

Die Periode des Streifenmusters lässt sich näherungsweise wie in den Abschnitten 3.3 und 3.5.4 dargestellt berechnen. Dabei gilt für die Gesamtzeit $t_{\text{tot}} = t_w + \tau_1 + \tau_2 + t_{\text{exp}}$ und für τ zur Bestimmung des Versatzes der Wolken $\tau = \tau_1 - \tau_2$. Die Zeit τ bezeichnet in diesem Fall die Pulsabstandsdifferenz.

Hier soll die Eignung des Aufbau zu Realisierung eines Mach-Zehnder-Interferometers in einem Wellenleiter gezeigt werden. Dazu wird nach einer eindimensionalen Expansion im Wellenleiter eine Mach-Zehnder-Pulssequenz des Bragg-Gitters durchgeführt. Die resultierenden Dichteverteilungen werden wie beim Ramsey-Interferometer durch Anpassung der Funktion aus Gleichung 3.27 ausgewertet.

In Abbildung 3.20 sind die Ergebnisse für den Streifenabstand in Abhängigkeit von der Pulsabstandsdifferenz aufgetragen. Die Wartezeit vor dem Interferometer beträgt dabei 12 ms. Die Expansionszeit danach ist 18 ms, 24 ms bzw. 32 ms. Die Pulsabstandsdifferenz τ kann für dieses Interferometer von negativen zu positiven Werten variiert werden. Dazu wurde in diesem Experiment $\tau_1 = 500 \mu\text{s}$ gewählt und τ_2 zwischen $316 \mu\text{s}$ und $700 \mu\text{s}$ variiert. τ kann für dieses Interferometer im Gegensatz zum Ramsey-Interferometer beliebig klein gewählt werden. Negative Werte bedeuten, dass die Teilpakete sich auf dem Rückweg durchdringen, bevor sie wieder überla-

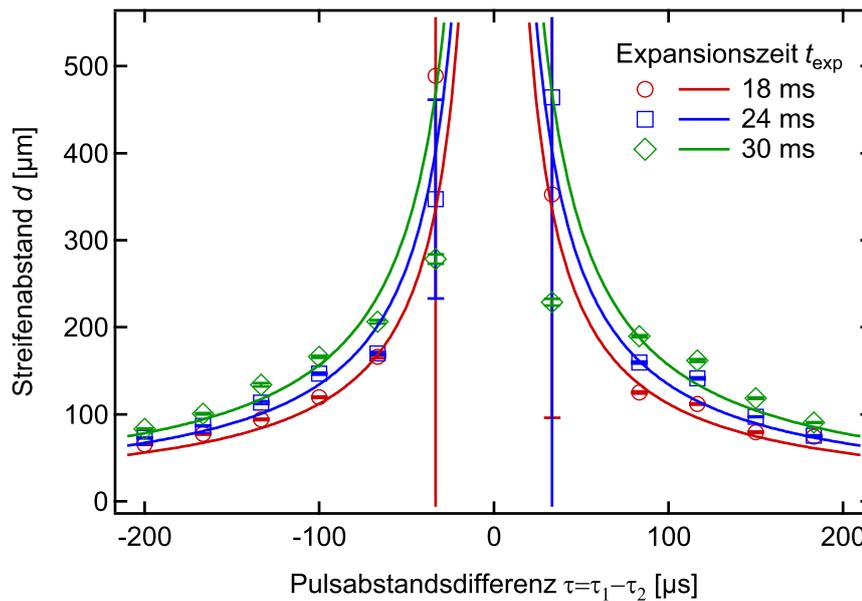


Abbildung 3.20.: Streifenabstand nach einer Mach-Zehnder-Interferometer-Sequenz für verschiedene Pulsabstandsdifferenzen und Expansionszeiten t_{exp} . Die Wartezeit vor dem Interferometer beträgt $t_w = 12$ ms. Für alle Messungen ist $\tau_1 = 500 \mu\text{s}$ und τ_2 wurde variiert.

gert werden. Die Funktion des Streifenabstands vom Pulsabstand divergiert bei $\tau = 0$, so dass die Streifenabstände größer werden als die Wolken selbst und es so zu den vorher angesprochenen Besetzungsunterschieden abhängig von der relativen Phase der Wolken kommt. Die Konsequenzen für eine Messung des Phasenprofils sind, dass eine Bestimmung des Streifenabstandes sehr schwierig wird sobald er die Größenordnung der Ausdehnung der Atomverteilung erreicht. In Abbildung 3.20 zeigt sich dies durch die sehr großen Messunsicherheiten des Streifenabstandes für $\tau = \pm 33 \mu\text{s}$. Die berechneten Kurven stimmen auch für das Mach-Zehnder-Interferometer mit den gemessenen Werten gut überein.

Das hier gezeigte Mach-Zehnder-Interferometer eignet sich zur Beobachtung des Phasenprofils, falls bei Verwendung eines Ramsey-Interferometers der minimale Pulsabstand aufgrund der Pulslänge ein limitierender Faktor ist. Es kann bei einem großen Phasenkoeffizienten α zum Beispiel auftreten, dass bei minimalem Pulsabstand die Auflösung der Detektion nicht ausreichend ist, um die Interferenzstreifen zu trennen.

Auch bei Verwendung eines Kondensats zur Messung einer externen Wechselwirkung, z.B. Gravitation oder Rotation, ist es sinnvoll, ein vollständiges Interferometer wie ein Mach-Zehnder Interferometer zu nutzen, um die relative Phase anhand der Besetzungsdifferenz der Interferometerausgänge zu beobachten.

3.7 Zusammenfassung der interferometrischen Experimente im Wellenleiter

Interferometrische Experimente mit Atomen benötigen wie die Interferometrie mit Licht Elemente zur Strahlteilung und -reflexion. Diese lassen sich durch ein Bragg-Gitter realisieren wie es in dieser Arbeit verwendet wird. Dazu werden zwei gegenläufige Laserstrahlen gegeneinander verstimmt, so dass sie die Bragg-Bedingung erfüllen. Durch Einstellen der Pulsfläche können

Atome kohärent durch einen $\pi/2$ -Puls geteilt bzw. durch einen π -Puls komplett beschleunigt oder abgebremst werden.

Das hier vorgestellte Ramsey-Interferometer besteht aus zwei $\pi/2$ -Pulsen und eignet sich zur Untersuchung der Autokorrelation eines Bose-Einstein-Kondensats. Die beiden Teilwolken des Kondensats werden dabei um eine kleine Strecke gegeneinander versetzt und interferieren anschließend. Der Streifenabstand hängt dabei vom quadratischen Phasenprofil und der damit linear vom Ort abhängigen Geschwindigkeitsverteilung ab. Diese lässt sich aus den Parametern der Falle und des Kondensats mit Hilfe von Differentialgleichungen der Skalierungsfaktoren berechnen. Aus den Skalierungsfaktoren kann der Streifenabstand eines Ramsey- bzw. Mach-Zehnder-Interferometers berechnet werden. Die Rechnungen stimmen mit den im Experiment beobachteten Streifenabständen sehr gut überein. Die Experimente wurden in einem Wellenleiter für Atome durchgeführt, der aus einem einzelnen fokussierten Strahl der gekreuzten Dipolfalle erzeugt wurde. Auch aus dem Verhalten des Kontrastes können Schlüsse über die Eigenschaften des Bose-Einstein-Kondensats gezogen werden. Misst man z.B. den Kontrast in Abhängigkeit vom Pulsabstand so kann die Kohärenzlänge eines Kondensats bestimmt werden.

Ein vollständiges Atominterferometer bei dem die Teilwellen wieder exakt überlagert werden kann durch eine Sequenz aus drei Pulsen (mit Pulsflächen $\pi/2 \rightarrow \pi \rightarrow \pi/2$) erzeugt werden. Dieses Interferometer wird als Mach-Zehnder-Interferometer bezeichnet. Neben der exakten Überlagerung der Teilwellen bietet eine Mach-Zehnder-Interferometersequenz den Vorteil, dass alternativ ein Versatz der Teilwolken erreicht werden kann, der beliebig klein ist. Eine Beispielmessung mit dem Mach-Zehnder-Interferometer wurde ebenfalls im Wellenleiter durchgeführt.

Mit den in diesem Kapitel vorgestellten Methoden lässt sich ein Bose-Einstein-Kondensat in Wellenleiterstrukturen untersuchen. Sie bieten Werkzeuge die im folgenden Kapitel zur Charakterisierung eines Bose-Einstein-Kondensats im Ringpotential zur Anwendung kommen.



4 Ringpotential erzeugt durch konische Refraktion

Ringförmige Fallen sind Systeme, die verschiedene Anwendungsmöglichkeiten bei der Manipulation von ultrakalten Atomen bieten. Dazu gehört unter anderem Atominterferometrie [126]. Ein bekanntes Beispiel ist ein geführtes Sagnac-Interferometer. Bei Materiewellen-Sagnac-Interferometern lässt sich die prinzipielle Genauigkeit gegenüber einem Lichtinterferometer durch kürzere Wellenlängen bei gleicher umschlossener Fläche wesentlich verbessern. Dies wurde bereits bei freien Sagnac-Interferometern demonstriert [12–14]. In Freistrahlinterferometern sind für große umschlossene Flächen große Separationen der Teilstrahlen und damit sehr lange Flugzeiten notwendig. Durch Interferometrie mit in einem Wellenleiter geführten Atomen ließen sich die experimentellen Systeme kompakter gestalten. Ein Nachteil ist, dass das führende Potential ebenfalls einen Einfluss auf die Phase der Wellenfunktionen hat und daher sehr genau bekannt sein muss bzw. die Beeinflussung soweit reduziert werden muss, dass sie gegenüber dem Einfluss der Messgröße des Interferometers vernachlässigbar wird. Eine genaue Untersuchung des Potentials vor einer Verwendung als Atominterferometer ist also unerlässlich.

Ebenfalls finden ringförmige Potentiale Anwendung bei der Grundlagenforschung an ultrakalten Atomen und Bose-Einstein-Kondensaten. Sie ermöglichen zum Beispiel Untersuchungen von Phänomenen, die periodische Randbedingungen erfordern [127]. Desweiteren wurden langlebige rotierende Bose-Einstein-Kondensate untersucht, indem sie in einem ringförmigen Potential gefangen wurden. Dabei verlängert sich die Lebensdauer der Rotation um mindestens eine Größenordnung gegenüber einer Rotation in einer nicht ringförmigen Falle [39, 40]. Die Stabilität von Vortizes wird signifikant erhöht [128]. Es gibt auch Vorschläge, Solitonen in einem Ringpotential kontrolliert zu beschleunigen und zu manipulieren [126].

In der Literatur finden sich einige Beispiele für Ringpotentiale, die verschiedene Eigenschaften besitzen. Im Folgenden wird ein Überblick über die Möglichkeiten zu Erzeugung von Ringpotentialen gegeben.

Ringförmige Magnetfallenpotentiale

Magnetfallenpotentiale in Form eines Rings lassen sich auf verschiedene Weisen konstruieren. Ein direkter Weg ist eine entsprechende Anordnung von Magnetspulen, die ein ringförmiges Magnetfeldminimum erzeugen [129–134]. Da diese Art der Potentialerzeugung an die Dimensionierbarkeit der Magnetspulen gebunden ist, ist die Größe des Potentials ähnlich der Spulengröße. Die realisierten Durchmesser, von auf makroskopischen Spulen basierenden Potentialen, liegen zwischen einigen Millimetern und bis zu 10 cm.

Eine weitere Möglichkeit bietet sich unter Verwendung der adiabatischen Kopplung von Zeeman-Zuständen der Atome an magnetisch nicht fangbare Zustände, durch Einstrahlen einer elektromagnetischen Radiowelle [135]. Dadurch lässt sich eine harmonische magnetische Falle in ein Ringpotential transformieren [136–138]. Durch Variation der Frequenz der Einstrahlung kann das Potential adiabatisch von einer harmonischen Falle in einen Ring transformiert werden.

Durch ähnliche Anordnungen wie bei den makroskopischen ringförmigen Magnetfallen können auf Atomchips ringförmige Potentiale erzeugt werden [139, 140], die in ihren Abmessungen

deutlich kleiner sein können. Ein Problem, das dabei entsteht, ist, dass die Zu- und Ableitungen für den Strom der Chipfalle ebenfalls Magnetfelder erzeugen, die nicht vernachlässigt werden können. Eine vielversprechende Möglichkeit zur Erzeugung glatter ringförmiger Potentiale sind supraleitende Atomchips [141], bei denen durch Induktion ein dauerhaft fließender Strom ohne störende Leitungen genutzt werden kann.

Es existiert auch ein Ansatz, eine ringförmige Magnetfalle mit einer ringförmigen magneto-optischen Falle zu erweitern [142]. Ringförmige Fallen, die auf einer Kombination von magnetischen und elektrischen Feldern basieren können ebenfalls konstruiert werden [143].

Ringförmige Dipolfallenpotentiale

Eine weitere Möglichkeit zur Konstruktion von Ringpotentialen ist die Nutzung von Dipolpotentialen, wie es auch Thema dieser Arbeit ist. Bisherige Ansätze sind z.B. die Nutzung von Laserstrahlen in Laguerre-Gauß Moden. Werden diese Strahlen fokussiert, so lassen sich sehr kleine Ringpotentiale mit Durchmessern im Bereich von einigen $10\ \mu\text{m}$ bis $100\ \mu\text{m}$ erzeugen. Diese Art der Ringpotentialerzeugung wurde zur Untersuchung der langlebigen rotierenden Bose-Einstein-Kondensate genutzt [39, 40, 144].

Ein sehr flexibler Weg Ringpotentiale zu erzeugen ist das „Schreiben“ eines Potentials mittels eines akusto-optischen Deflektors. Dabei rastert man mit einem Laserstrahl in einer Ebene, die z.B. durch einen Lichtteppich definiert werden kann, das gewünschte Potential ab [145, 146]. Führt man dies schnell genug durch, so wirkt auf die Atome nur das zeitlich gemittelte Potential. Neben Ringpotentialen lassen sich damit auch viele andere Strukturen schreiben, insbesondere kann das Potential dynamisch verändert werden.

Um das Lichtfeld in eine ringförmige Gestalt zu bringen, werden auch holographische Methoden angewendet [147]. Diese lassen zwar keine dynamische Veränderung der Potentialform zu, können aber das Licht nahezu beliebig formen.

Ein außergewöhnlicher Ansatz ist die Erzeugung eines Ringpotentials zwischen den gegeneinander gerichteten Enden zweier optischer Fasern, aus denen jeweils zwei Lichtfrequenzen emittiert werden [148]. Aufgrund der unterschiedlichen Ausbreitung nach dem Austritt aus der Faser und der unterschiedlichen Wirkung der beiden Frequenzen auf die Atome bildet sich ein Ringpotential.

In vorhergehenden Arbeiten am vorgestellten experimentellen Aufbau wurde mit einer ringförmigen Mikrolinse gearbeitet. Diese Linse besteht aus einer Zylinderlinse, die auf einem Substrat in einem Kreis angelegt wird. Der bei homogener Beleuchtung der Linse entstehende Linienfokus, der einen Durchmesser im Bereich von einem Millimeter besitzt, stellt ein ringförmiges Dipolpotential dar. Nach Untersuchungen mit lasergekühlten Atomen aus einer magneto-optischen Falle [149] wurde das Linsensystem auch am Experiment mit Bose-Einstein-Kondensaten getestet. Dabei zeigte sich, dass bei einer horizontalen Ausrichtung der Ringebene, also einer vertikalen Ausrichtung der Strahlrichtung, das Potential sehr stark (hohe Intensität, geringe Verstimmung) eingestellt werden musste, um die Gravitation zu kompensieren. Ungleichmäßigkeiten der Ausleuchtung werden dabei ebenfalls als Unebenheiten des Potentials stärker, so dass die Atome in Potentialminima festsitzen und sich nicht ausbreiten können [57, 150]. Zur Kompensation der Gravitation wurde daraufhin ein Lichtteppich eingebaut, der es erlaubte, das Ringpotential etwas abzuschwächen und damit den Effekt zu reduzieren [151] aber nicht ganz zu beseitigen. Daher wurde nach einer anderen Möglichkeit gesucht, ringförmige Dipolfallen zu erzeugen, die in Form der in dieser Arbeit verwendeten konischen Refraktion gefunden wurde.

In diesem Kapitel wird ein Ringpotential als Speicherring für Bose-Einstein-Kondensate vorgestellt, das auf konischer Refraktion basiert. Dabei wird in Abschnitt 4.1 zunächst das Phänomen der

konischen Refraktion vorgestellt und erläutert. Abschnitt 4.2 widmet sich dem Lichtteppich, der in dieser Arbeit für das Ringpotential unerlässlich ist. Der notwendige optische Aufbau für das Ringpotential, dessen Justierung und die Transformation einer gemessenen ringförmigen Dichteverteilung auf eindimensionale Dichteprofile werden in Abschnitt 4.3 dargestellt. In Abschnitt 4.4 wird der Transfer der Atome aus der gekreuzten Dipolfalle in das Ringpotential untersucht. Eine Charakterisierung der Parameter sowie die zugehörigen Messmethoden werden in Abschnitt 4.5 vorgestellt. Den Abschluss bilden in Abschnitt 4.6 Experimente, die mit einem Bose-Einstein-Kondensat im Ringpotential der konischen Refraktion durchgeführt wurden. Dazu gehören die freie Propagation eines mittels des Bragg-Gitters beschleunigten Bose-Einstein-Kondensats mit mehreren Umläufen sowie die Beobachtung von Phasenkorrelation mittels interferometrischer Methoden nach der Propagation im Ring.

4.1 Konische Refraktion

Konische Refraktion bezeichnet den Effekt, dass ein unpolarisierter Lichtstrahl in unendlich viele verschiedene Richtungen gebrochen wird, die auf einem Konus liegen (siehe Abbildung 4.1), sofern in einem zweiachsigen doppelbrechenden Kristall der Wellenvektor genau in Richtung einer der optischen Achsen liegt. Propagiert das Licht in eine beliebige andere Richtung, so findet nur die allgemein bekannte Doppelbrechung in zwei Strahlen statt [152].

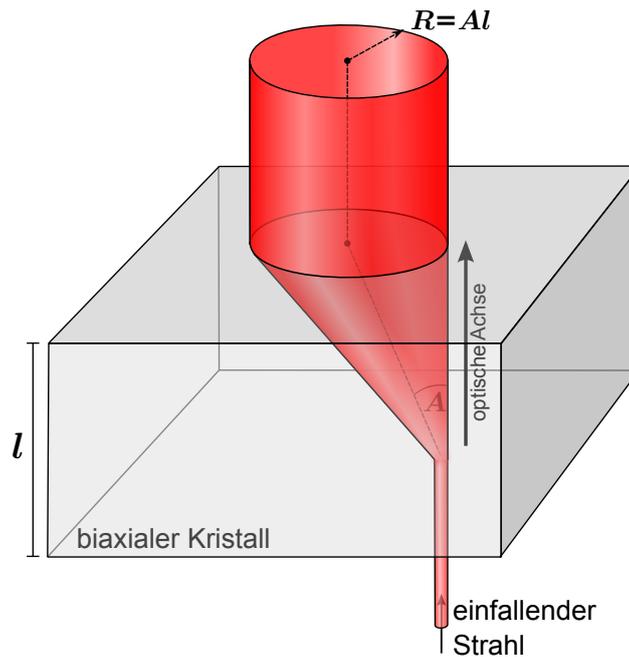


Abbildung 4.1.: Schematische Darstellung der (internen) konischen Refraktion. Das in Richtung der optischen Achse einfallende Licht wird im Kristall in alle Richtung des Konus mit halbem Öffnungswinkel A gebrochen, was hinter dem Kristall der Länge l einen zylinderförmigen Strahl mit dem Radius $R = Al$ ergibt.

Konische Refraktion ist ein Phänomen der Optik, das bereits 1837 von Hamilton [153] vorhergesagt wurde und kurz danach von Lloyd [154] mit einem Aragonitkristall experimentell nachgewiesen werden konnte. In der damaligen Zeit war dies eines der ersten qualitativ neuen Phänomene der Physik, die mathematisch vorhergesagt und anschließend experimentell bestätigt wurden. Die Berechnung und der Nachweis der konischen Refraktion unterstützte die Theorie

der Beschreibung von Licht als transversale Wellen dabei, gegenüber einer Beschreibung als Teilchenstrom allgemein anerkannt zu werden [155, 156]. Bereits 1839 machte Poggendorf die Beobachtung [157], dass der Ring, welcher bei der konischen Refraktion entsteht, eigentlich aus zwei konzentrischen Ringen mit einem dunklen Ring in der Mitte besteht. In den Experimenten von Lloyd konnte dies nicht aufgelöst werden. Trotz der grundsätzlichen Bedeutung für die Entwicklung der Beschreibung der Optik flaute das Interesse an der konischen Refraktion im 19. Jahrhundert ab, da keine praktischen Anwendungen gesehen wurden. Erst 1905 gelang es Voigt [158, 159], eine Erklärung für die Doppelringstruktur zu finden und Raman führte 1941 einige Experimente [160, 161] mit doppelbrechenden Kristallen zur konischen Refraktion durch.

Erst am Ende des 20. Jahrhunderts stieg das Interesse der Forscher an der konischen Refraktion wieder [155]. Durch die Entwicklung des Lasers war es einfach möglich, Lichtstrahlen zu erzeugen, die eine sehr gute Kollimation und hohe Intensität besitzen und es somit erleichterten, konische Refraktion zu beobachten. Die konische Refraktion bietet aufgrund ihrer Auswirkungen auf Lichtstrahlen verschiedene Anwendungen bei der Formung von Laserstrahlen. Konische Refraktion kann eingesetzt werden, um die Mode eines Laserstrahls zu konvertieren, z.B. in Laguerre-Gauß Strahlen verschiedener Ordnung [162, 163]. Strahlen mit einer transversal konstanten Intensität nahe des Zentrums (sogenannte „flat-top“-Profile) können ebenfalls erzeugt werden, entsprechende Kristalle werden auch kommerziell vertrieben [164]. Zu den weiteren, vielfältigen Möglichkeiten gehören radial oder azimuthal polarisierte Laserstrahlen [165] und ein einstellbarer Drehimpuls des Lichtstrahls sowie optische Vortizes [166, 167].

In dieser Arbeit wird eine Anwendungen des ringförmigen Lichtes der konischen Refraktion zur Speicherung und Führung von ultrakalten Atomen vorgestellt. Eine ähnliche Anwendung ist bisher nur für die Manipulation von Polystyren Mikropartikeln und weißen Blutkörpern in Flüssigkeiten untersucht worden [168].

Im Folgenden werden einige Grundlagen zum Verständnis des Phänomens der konischen Refraktion dargestellt. Da die konische Refraktion auf einem komplexen Zusammenspiel von Wellenoptik und geometrischer Optik basiert, ist eine vollständige Darstellung im Rahmen dieser Arbeit nicht möglich. Bei weitergehendem Interesse sei auf die entsprechend angegebene Literatur verwiesen.

Zu beachten ist, dass in der Literatur zwischen interner und externer konischer Refraktion unterschieden wird. In dieser Arbeit wird nur die interne konische Refraktion verwendet und erläutert, da diese einfacher zu beobachten und für Experimente zu nutzen ist. Sie wird als intern bezeichnet, weil der Konus der Strahlrichtungen innerhalb des Kristalls liegt. Sie findet unter der Bedingung statt, dass die Wellennormale mit der optischen Achse der identischen Phasengeschwindigkeiten („Binormale“ [169]) zusammenfällt. Bei externer konischer Refraktion (auch konische Refraktion der Wellennormalen genannt) liegt der Konus außerhalb des Kristalls und kann nur durch einschränkende Blenden auf Vorder- und Rückseite des Kristalls beobachtet werden [152], unter der Voraussetzung, dass die Strahlrichtung im Kristall entlang der optischen Achse konstanter Strahlgeschwindigkeit („Biradiale“ [169]) verläuft.

4.1.1 Phasengeschwindigkeit in doppelbrechenden Kristallen

Bei der Ausbreitung von Licht in einem Medium findet eine Änderung der Phasengeschwindigkeit statt, was zu Lichtbrechung an Grenzflächen führt. Die Phasengeschwindigkeit ist $v_p = c/n$, wobei c die Vakuumlichtgeschwindigkeit und $n = \sqrt{\mu_r \epsilon_r}$ der Brechungsindex eines nicht elektrisch leitenden Materials ist. Die magnetische Permeabilität μ_r ist für alle nicht ferromagnetischen Materialien in guter Näherung eins. Die Permittivität $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$ des Materials gibt das Verhältnis

zwischen der dielektrischen Verschiebungsdichte $\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E}$ und dem elektrischen Feld \vec{E} an, mit $\varepsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ As/Vm}$.

In einem anisotropen Medium ist die Permittivität kein Skalar sondern ein Tensor $\tilde{\varepsilon}$ [170], und die dielektrische Verschiebungsdichte ist allgemein nicht mehr parallel zum elektrischen Feld ausgerichtet. Aus Symmetriegründen lässt sich der Tensor in ein Hauptachsensystem transformieren, in dem gilt $D_k = \varepsilon_k E_k$ ($k \in \{x, y, z\}$) [152]. Entlang dieser Hauptachsen können die sogenannten Hauptlichtgeschwindigkeiten definiert werden

$$v_x = \frac{c}{\sqrt{\mu_r \varepsilon_{r,x}}}, \quad v_y = \frac{c}{\sqrt{\mu_r \varepsilon_{r,y}}}, \quad v_z = \frac{c}{\sqrt{\mu_r \varepsilon_{r,z}}} \quad . \quad (4.1)$$

Aus den Maxwellgleichungen lässt sich die sogenannte *Fresnel-Gleichung der Wellennormalen* herleiten [152, 171]

$$\frac{d_x^2}{v_p^2 - v_x^2} + \frac{d_y^2}{v_p^2 - v_y^2} + \frac{d_z^2}{v_p^2 - v_z^2} = 0 \quad , \quad (4.2)$$

$$\text{mit } d_x^2 + d_y^2 + d_z^2 = 1 \quad . \quad (4.3)$$

Wobei $\vec{d} = (d_x, d_y, d_z) = \vec{k}/|\vec{k}|$ hier die normierte Richtung des Wellenvektors angibt. Als Lösung der Gleichung erhält man abhängig von der Richtung \vec{d} und den Hauptlichtgeschwindigkeiten $v_{x,y,z}$ die zugehörige Phasengeschwindigkeit v_p . Da es sich hierbei um eine quadratische Gleichung von v_p^2 handelt, gibt es vier Lösungen für v_p . Nimmt man nur die positiven Werte, das heißt $\pm v_p$ zu einem v_p^2 zählt als eine Lösung, da sie gegenläufigen Wellen entsprechen, so erhält man zwei Phasengeschwindigkeiten.

Im Folgenden gelten die Bedingungen $\varepsilon_{r,x} \leq \varepsilon_{r,y} < \varepsilon_{r,z}$ ($v_x \geq v_y > v_z$), was durch entsprechende Benennung der Achsen erreicht werden kann. Die optischen Achsen eines Kristalls werden definiert durch die Richtungen, in der die Phasengeschwindigkeit unabhängig von der Polarisation ist. Es lässt sich durch entsprechende Rechnung [152] der Winkel β der optischen Achse zur z -Achse in der xz -Ebene bestimmen:

$$\tan \beta = \pm \sqrt{\frac{v_x^2 - v_y^2}{v_y^2 - v_z^2}} \quad . \quad (4.4)$$

Definiert man die Winkel ϑ_1 und ϑ_2 , die \vec{k} mit den optischen Achsen bildet, so lässt sich die Fläche der Lösungen von Gleichung 4.2 in Abhängigkeit von diesem Winkeln parametrisieren [152]:

$$v_{p,\pm}^2 = \frac{1}{2} \left[v_x^2 + v_z^2 + (v_x^2 - v_z^2) \cos(\vartheta_1 \pm \vartheta_2) \right] \quad . \quad (4.5)$$

Für die Winkel ϑ_1 und ϑ_2 gilt:

$$\begin{aligned} \cos \vartheta_1 &= d_x \sin \beta + d_z \cos \beta \quad , \\ \cos \vartheta_2 &= -d_x \sin \beta + d_z \cos \beta \quad . \end{aligned} \quad (4.6)$$

Stellt man abschließend noch die Koordinaten von \vec{d} in Polarkoordinaten mit Polarwinkel θ und Azimutalwinkel ϕ dar

$$\begin{aligned} d_x &= \sin \theta \cos \phi \quad , \\ d_z &= \cos \theta \quad , \end{aligned} \quad (4.7)$$

so lässt sich v_p als Funktion der Polarkoordinaten darstellen. Durch Einsetzen von Gleichung 4.7 und Gleichung 4.4 in Gleichung 4.6 und anschließendes Einsetzen in Gleichung 4.5 erhält man $v_{p,\pm}(\theta, \phi) = \sqrt{v_{p,\pm}^2(\theta, \phi)}$, wobei, wie oben besprochen, die negativen Lösungen der Wurzel nicht aufgeführt werden.

Betrachtet man zunächst einmal den einfacheren Fall $v_x = v_y > v_z$ ($n_x = n_y < n_z$) sieht man sofort in Gleichung 4.4, dass nur ein Winkel β existiert, welcher null ist, und daher nur eine optische Achse existiert die mit der z-Achse zusammenfällt. Es handelt sich demzufolge um einen uniaxialen Kristall. In Abbildung 4.2 ist ein Schnitt in der xz-Ebene durch die Flächen der Phasengeschwindigkeiten dargestellt. Dabei zeigt sich, dass sich die beiden Flächen auf der z-Achse berühren, da diese die optische Achse dargestellt.

Für $n_x < n_y < n_z$, also biaxiale Kristalle, gibt es zwei Richtungen in denen die Phasengeschwindigkeit entartet ist, und demzufolge gibt es auch zwei optische Achsen. Diese stoßen an den Berührungspunkten der beiden Flächen durch die Fläche der Phasengeschwindigkeit, wie sie beispielhaft in Abbildung 4.3 dargestellt ist. Es gibt dabei genau vier Berührungspunkte, d.h. die Flächen schneiden sich nicht, sondern berühren sich nur in genau den vier genannten Punkten. Wie im nächsten Abschnitt gezeigt wird, liegt darin die Ursache für die konische Refraktion.

4.1.2 Wellenfläche eines biaxialen Kristalls

Die Wellenfläche bezeichnet die Fläche aller möglichen Wellenvektoren \vec{k} für eine bestimmte Frequenz des Lichtes [156]. Für Licht gilt die Relation

$$\vec{k} = k\vec{e}_k = k_0 n(\vec{e}_k) \vec{e}_k, \quad \text{mit} \quad k_0 = \frac{\omega_0}{c}, \quad (4.8)$$

wobei k_0 den Betrag des Wellenvektors im Vakuum und $n(\vec{e}_k)$ den Brechungsindex des Mediums in Richtung \vec{e}_k des Wellenvektors bezeichnet. Für den Betrag des Wellenvektors im Medium gilt demzufolge

$$k = k_0 n(\vec{e}_k) = n(\vec{e}_k) \frac{\omega_0}{c} = \frac{\omega_0}{v_p(\vec{e}_k)}. \quad (4.9)$$

Dabei wurde $v_p = c/n$ verwendet. Da hier monochromatisches Licht verwendet wird, ist eine mögliche Wellenlängenabhängigkeit des Brechungsindex nicht berücksichtigt. Der Betrag des Wellenvektors in einem Kristall ist umgekehrt proportional zur Phasengeschwindigkeit in der betrachteten Richtung. In Abbildung 4.4 ist ein Beispiel einer Wellenfläche für einen einachsigen Kristall dargestellt. Wie im Falle der Phasengeschwindigkeit berühren sich die beiden Flächen an der optischen Achse. Die Wellenfläche eines zweiachsigen Kristalls ist in Abbildung 4.5 dargestellt. Schnitte durch die Wellenfläche ergeben Ellipsen [152].

4.1.3 Singularität entlang der optischen Achse

Die Bedeutung der Wellenflächen für das Verständnis der konischen Refraktion liegt darin, dass die Geschwindigkeit und damit auch die Richtung der Wellen durch die Gruppengeschwindigkeit \vec{v}_g des Lichtes bestimmt werden kann

$$\vec{v}_g = \nabla_k \omega(\vec{k}) \quad (4.10)$$

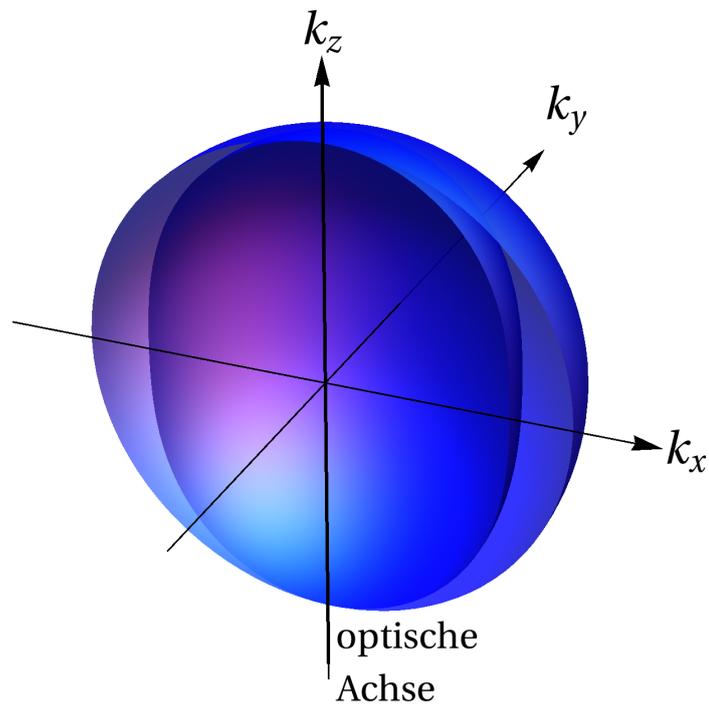


Abbildung 4.2.: Schnitt durch die Fläche der Wellennormalengeschwindigkeit (Phasengeschwindigkeit) eines einachsigen optischen Kristalls mit $n_1 = n_2 = 1,5$ und $n_3 = 2$.

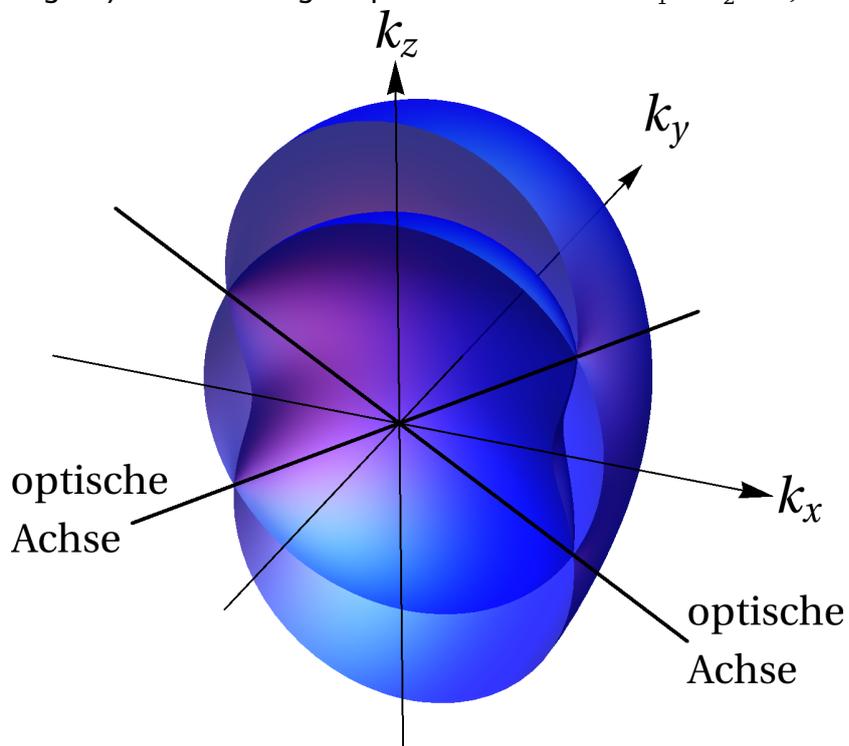


Abbildung 4.3.: Schnitt durch die Fläche der Wellennormalengeschwindigkeit (Phasengeschwindigkeit) eines zweiachsigen optischen Kristalls mit $n_1 = 1$, $n_2 = 1,5$ und $n_3 = 2$.

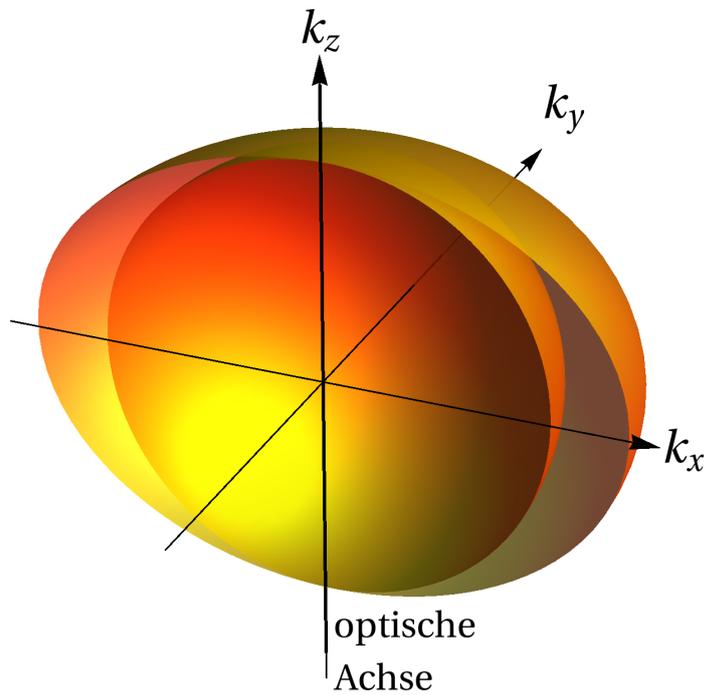


Abbildung 4.4.: Darstellung eines Schnitts durch die Wellenfläche eines einachsigen optischen Kristalls mit $n_1 = n_2 = 1,5$ und $n_3 = 2$.

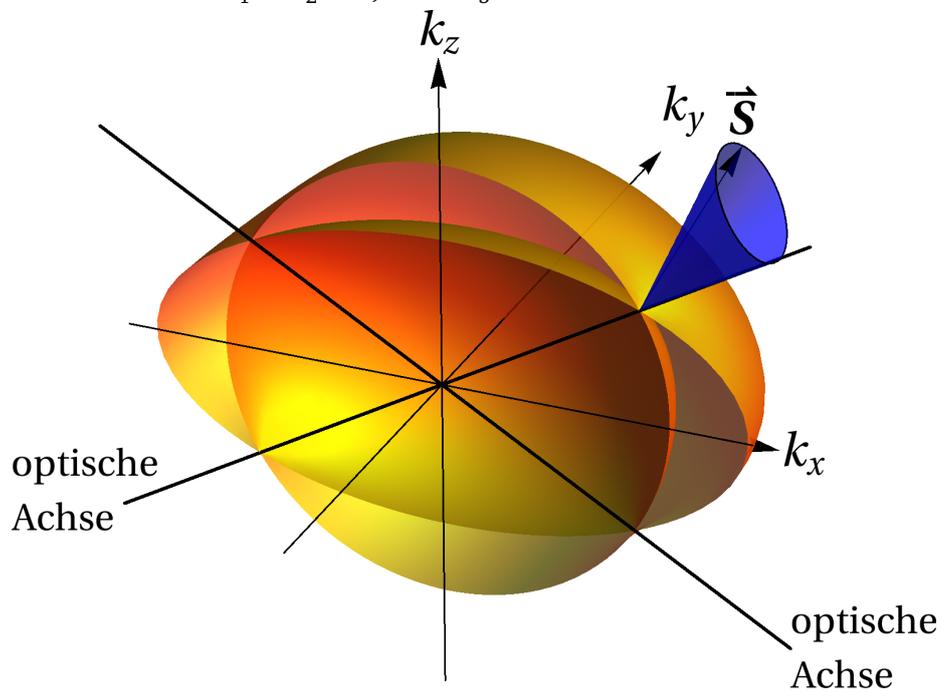


Abbildung 4.5.: Schnitt durch die Wellenfläche (orange) eines zweiachsigen optischen Kristalls mit $n_1 = 1$, $n_2 = 1,5$ und $n_3 = 2$. In blau ist der Kegel der Strahlrichtungen (Poynting-Vektoren \vec{S}) für \vec{k} parallel zur optischen Achse dargestellt.

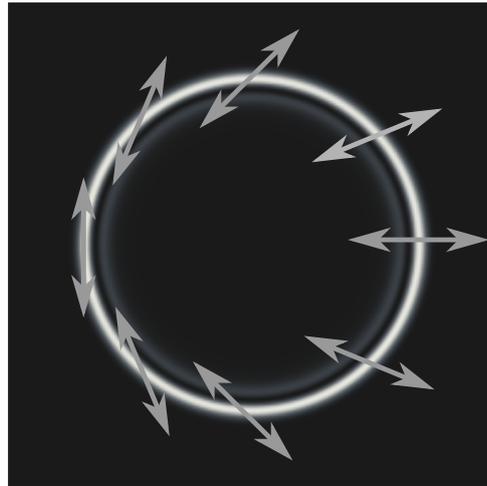


Abbildung 4.6.: Polarisationsverteilung entlang des Rings bei konischer Refraktion.

Die in den Abbildungen 4.4 und 4.5 dargestellten Flächen sind definitionsgemäß Flächen mit konstantem $\omega(\vec{k}) = \omega_0$. Daraus folgt, dass der Gradient von $\omega(\vec{k})$ im \vec{k} -Raum senkrecht auf der Fläche steht. Das bedeutet, für jede Richtung von \vec{k} , die nicht auf einer der optischen Achsen eines zweiachsigen Kristalls liegt, gibt es zwei Strahlrichtungen, die der Doppelbrechung entsprechen. Richtet man allerdings den Wellenvektor an der optischen Achse aus, so existiert ein ganzer Kegel bzw. Konus an möglichen Strahlen, da die beiden Flächen sich nur in einem Punkt berühren (siehe eingezeichneter blauer Kegel in Abbildung 4.5). Diese Singularität ist die Ursache für die konische Refraktion. Da die näheren Umgebungen der Berührungspunkte der beiden Flächen einem Diabolo ähneln, werden sie in der Literatur auch als Diabolische Punkte bezeichnet [156]. Ähnliche Singularitäten treten auch in anderen Bereichen der Physik auf [155, 172]. Welche Richtung des Kegels ein Teilstrahl ansteuert, hängt von dessen Polarisation ab. Die Strahlrichtung (Poyntingvektor \vec{S}) steht senkrecht auf dem elektrischen Feld \vec{E} , welches parallel zur Wellenfläche liegt. Ist der Wellenvektor parallel zur optischen Achse ausgerichtet, so sorgt die Polarisation bei kontinuierlicher Drehung für eine kontinuierliche „Abtastung“ des in Abbildung 4.5 dargestellten Strahlenkegels.

Daraus folgt ein weiterer interessanter Aspekt der konischen Refraktion: Die Polarisation an einer bestimmten Stelle des Rings ist linear, und zwar unabhängig von der Polarisation des einfallenden Lichtes. Die Richtung der Polarisation ändert sich aber entlang des Rings in einer Weise, dass sie auf der gegenüberliegenden Seite genau senkrecht steht, denn eine Drehung der Polarisation um 90° entspricht einem Wechsel von der einen auf die andere Wellenfläche aus Abbildung 4.5. Im Fall der konischen Refraktion ist dies für jede beliebige Polarisation möglich und hat einen Wechsel der Strahlrichtung auf die gegenüberliegende Kegelseite zur Folge. Die Polarisation entlang des Rings ist in Abbildung 4.6 dargestellt. Strahlt man linear polarisiertes Licht ein, so wirkt jede Richtung wie ein Polarisationsfilter und die Intensitätsverteilung entlang des Rings ergibt sich ähnlich dem Malusschen Gesetz $I(\phi) \propto \cos^2(\phi/2)$, wobei ϕ im Bezug zur Mitte des Rings gemessen wird, mit dem Nullpunkt bei der höchsten Intensität (Polarisation parallel zur einfallenden Polarisation).

Für eine experimentelle Realisierung der konischen Refraktion ist es notwendig, den Wellenvektor genau parallel zu einer optischen Achse auszurichten. Dies ist nur möglich, wenn die Oberfläche des verwendeten Kristalls genau senkrecht zur optischen Achse geschnitten und poliert wurde.

4.1.4 Doppelringstruktur

Die in den vorherigen Abschnitten dargestellte Herleitung der konischen Refraktion stützt sich auf Aspekte der geometrischen Optik und setzt einen perfekt kollimierten Strahl voraus. Eine perfekt kollimierte Welle, also eine ebene Welle, die aber gleichzeitig eine begrenzte transversale Ausdehnung haben soll, damit der Ring beobachtet werden kann, existiert allerdings aufgrund der Welleneigenschaften von Licht nicht. Die bereits von Poggendorf 1839 [157] beobachtete Eigenschaft, dass an der Stelle, an der man den Ring der konischen Refraktion erwarten würde, ein dunkler Ring zwischen zwei konzentrischen hellen Ringen entsteht, ist mit den Welleneigenschaften von Licht zu erklären. Den ersten Hinweis darauf lieferte 1905 Voigt [158, 159] aber erst 1978 [173–175] wurde eine vollständige Theorie für die Struktur der konischen Refraktion entwickelt. Da diese sehr komplex und für das Verständnis der hier gezeigten Experimente nicht notwendig ist, wird hier nur ein qualitatives Argument für die Doppelringstruktur angelehnt an [152, 159] angeführt und in Abschnitt 4.1.5 das Ergebnis sowie eine paraxiale Näherung zur Berechnung der Intensitätsverteilung angeben.

Geometrische Konstruktion der Strahlrichtung in doppelbrechenden Kristallen

Zur Konstruktion der Strahlrichtung zu einem bestimmten Wellenvektor in einem Kristall wird noch eine weitere Konstruktionsfläche benötigt; die Fläche der Strahlengeschwindigkeiten. Sie gibt an mit welcher Geschwindigkeit v_r sich ein Strahl mit einem bestimmten Poynting-Vektor \vec{S} ausbreitet. Sie lässt sich durch eine ähnliche Parametrisierung wie die Fläche der Wellennormalengeschwindigkeit berechnen [152]. Auch diese Fläche besteht aus zwei Teilen, die sich, bei einem biaxialen Kristall, in vier Punkten berühren. Durch die Berührungspunkte laufen die optischen Achsen der Strahlgeschwindigkeit („Biradiale“). Sie liegen in realen Kristallen sehr nah bei der optischen Achse der Wellennormalengeschwindigkeit sind aber nicht identisch. Die Fläche der Strahlgeschwindigkeit sowie die Fläche der Wellennormalengeschwindigkeit besitzen eine geometrische Beziehung, die von Abbildung 4.7 illustriert wird. Die Wellennormalengeschwindigkeit v_p für eine Strahlrichtung entspricht dem Schnittpunkt der Tangente an die Strahlgeschwindigkeitsfläche mit einer Linie senkrecht zu Tangente durch den Ursprung. Dies basiert darauf, dass die Wellenfronten stets senkrecht zu \vec{k} stehen. Umgekehrt ist die Strahlgeschwindigkeitsfläche eingehüllt durch Linien senkrecht zu allen \vec{k} auf der Phasengeschwindigkeitsfläche.

Um zu einem bestimmten \vec{k} die zugehörige Strahlrichtung zu konstruieren (siehe Abbildung 4.7), zeichnet man den Wellenvektor bis zur entsprechenden Normalenfläche ein und konstruiert eine Senkrechte, die eine Tangente an die Strahlenfläche bildet. Der Berührungspunkt der Tangente mit der Strahlenfläche, verbunden mit dem Ursprung, entspricht der Strahlrichtung \vec{S} . Da es zwei Wellennormalenflächen gibt, existieren demzufolge auch zwei Strahlrichtungen. Im in Abbildung 4.7 dargestellten Beispiel in der xz -Ebene ist ein Teil der Wellennormalen- und der Strahlenfläche kreisförmig und beide sind identisch. Der zweite Strahl läuft in diesem Fall parallel zu \vec{k} .

Setzt man die Konstruktion in Abbildung 4.7 dreidimensional fort, so ist auch die konische Refraktion zu beobachten. Denn mit \vec{k} parallel zur optischen Achse existieren dann nicht nur zwei Berührungspunkte der Tangenten an v_r , sondern unendliche viele, die auf einem Kreis liegen. Die Menge aller sich daraus ergebenden Strahlen \vec{S} liegt auf einem Konus.

Verteilung von Wellenvektoren um die optische Achse

Nun wird nicht nur eine ebene Welle aus genau einem Wellenvektor betrachtet, sondern eine Verteilung der Intensität über eine Menge von Wellenvektoren verschiedener Richtungen, wie sie in einem räumlich begrenzten Strahl auftritt. Zur Vereinfachung der Betrachtung sind die Beträge

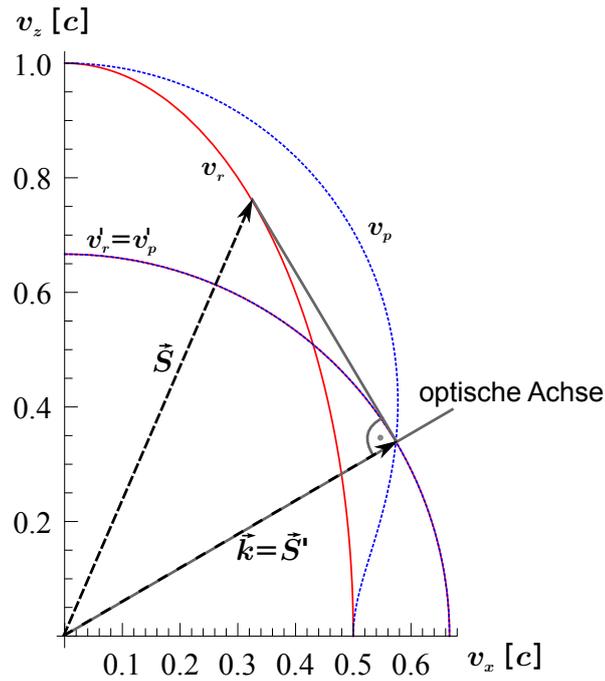


Abbildung 4.7.: Konstruktion der Strahlrichtung aus Wellennormalen- (v_p, v_p' , blau gestrichelt) und Strahlengeschwindigkeit (v_r, v_r' , rot durchgezogen) im ersten Quadranten der xz -Ebene eines biaxialen doppelbrechenden Kristalls mit $n_x = 1$, $n_y = 1,5$ und $n_z = 2$.

$|\vec{k}| = k_g$ konstant und die Richtungen sind radialsymmetrisch um die optische Achse verteilt. Damit ist die Intensität I , in Polarkoordinaten im \vec{k} -Raum, mit der z -Achse in Richtung der optischen Achse, eine Funktion des Polarwinkels $I(k, \vartheta) = I_g(\vartheta) \delta(|k| - k_g)$. In Abbildung 4.8 ist schematisch dargestellt, wie sich die Strahlrichtung für eine Drehung des Wellenvektors um den Winkel ϑ ändert. Dabei handelt es sich um eine nicht maßstabgetreue Ausschnittsansicht von Abbildung 4.7, mit der optischen Achse in vertikaler Richtung. Für \vec{k} parallel zu optischen Achse ergeben sich die vorher beschriebenen Strahlrichtungen (markiert durch Kreise), die auf dem Kegel der konischen Refraktion liegen. Die horizontale Linie beschreibt die Ebene, welche, dreidimensional fortgesetzt, eine kreisförmige Kontaktlinie mit der Strahlenfläche besitzt. Verkippt man den Wellenvektor um einen kleinen Winkel ϑ , so spaltet die Linie in zwei Linien auf, die jeweils auf einem Teil der gekrümmten Strahlenfläche abrollen. Die sich ergebenden Strahlrichtungen (markiert durch Kreuze) verschieben sich gegenüber dem Konus. Berücksichtigt man, dass im einfallenden Strahl ebenfalls der symmetrisch um ϑ nach rechts gekippte Strahl sowie mit identischem Winkel um die optische Achse rotierte Strahlen vorhanden sind, so sieht man, dass die Verteilung der Wellenvektoren eine Verbreiterung des Ringes zur Folge hat.

Jeder Teilring, der aus dem Bereich ϑ bis $\vartheta + d\vartheta$ der Wellenvektoren entsteht, wird mit der über den Ring verteilten Intensität

$$I_R d\vartheta = d\vartheta \int_0^{2\pi} \int_0^\infty I(k, \vartheta) k \sin \vartheta dk d\phi = d\vartheta k_g I_g(\vartheta) \sin \vartheta \approx \vartheta d\vartheta k_g I_g(\vartheta) \quad (4.11)$$

ausgeleuchtet. Damit ist die Gesamtintensität eines Teilrings proportional zum Winkel der Abweichung des zugehörigen Wellenvektors von der optischen Achse, woraus direkt folgt, dass die Intensität des Rings dort, wo man den Ring geometrisch erwartet ($\vartheta = 0$), null ist. Der dunkle

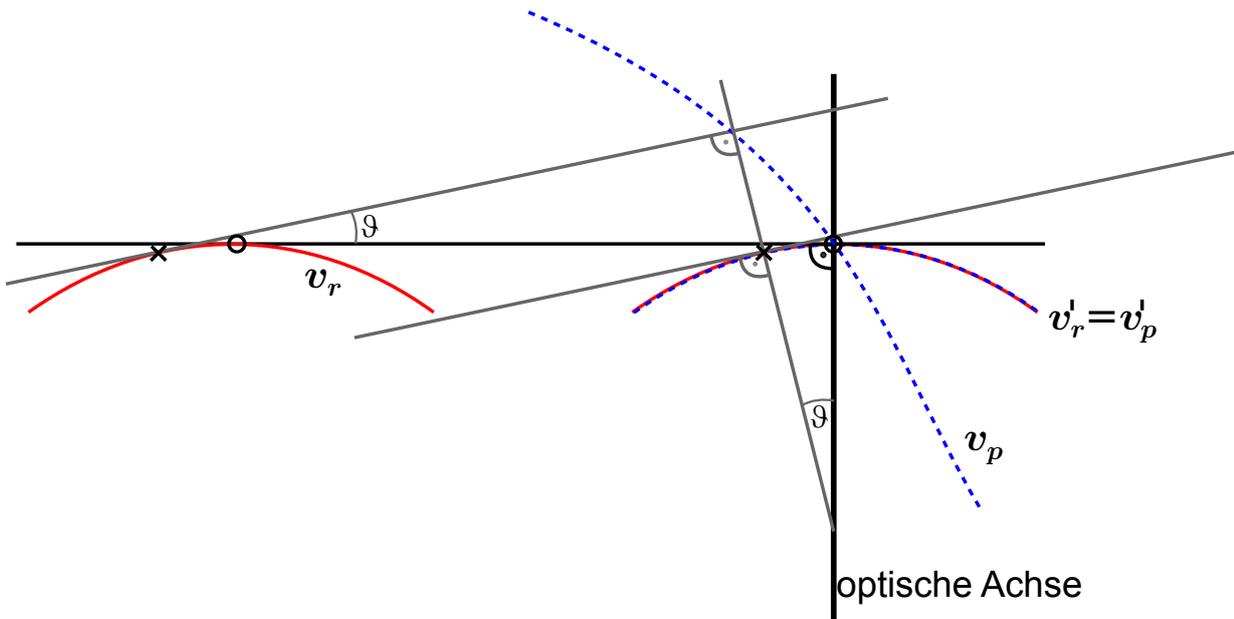


Abbildung 4.8.: Schematische nicht maßstabgetreue Abbildung der Strahlrichtungskonstruktion für kleine Winkelabweichungen ϑ des Wellenvektors von der optischen Achse.

Ring folgt quasi aus der Einführung des Volumenelements zur Integration in Polarkoordinaten. Dies ist eine Folge davon, dass die Bedingung für konische Refraktion nur exakt auf der optischen Achse erfüllt ist. In diesem unendlich kleinen Richtungsbereich der Wellenvektoren findet sich aber nur eine verschwindende Intensität.

Vom dunklen Ring nach außen bzw. innen wird die Intensitätsverteilung der Ringe durch die Intensitätsverteilung $I_g(\vartheta)$ des einfallenden Strahls begrenzt, denn diese muss, da sie integrierbar ist, entsprechend abfallen.

4.1.5 Quantitative Beschreibung der Intensitätsverteilung

Die von Belskii und Khapalyuk entwickelte Theorie [173, 174] zur Berechnung der Intensitätsverteilung basiert auf einer Zerlegung des einfallenden Strahls in ebene Wellen und anschließender Berechnung der Propagation der einzelnen Felder im Kristall. Die sich daraus ergebende Funktion der Intensitätsverteilung ist sehr umfangreich und wird hier nicht vollständig angegeben. Eine ähnliche Rechnung wurde von Berry durchgeführt [176], deren Form für unpolarisiertes (bzw. zirkular polarisiertes) Licht in einer weiteren Veröffentlichung [177] noch einmal in einer Näherung vereinfacht wurde und deren relevante Ergebnisse hier wiedergegeben werden.

Zur einfacheren Beschreibung ist es sinnvoll, dimensionslose Variablen einzuführen. Dazu ist es hilfreich, den halben Öffnungswinkel A des Kegels zu bestimmen. Dieser ist (für $n_1 < n_2 < n_3$)

$$A = \frac{1}{n_2} \sqrt{(n_2 - n_1)(n_3 - n_2)} \quad . \quad (4.12)$$

Dies gilt in einer paraxialen Näherung, was bedingt, dass die Differenzen der Brechungsindizes $n_2 - n_1$ und $n_3 - n_2$ klein sein müssen gegenüber n_2 [177]. Diese Bedingung ist für die meisten existierenden biaxialen Kristalle erfüllt. Mit Hilfe dieses Winkels und der Länge des Kristalls l

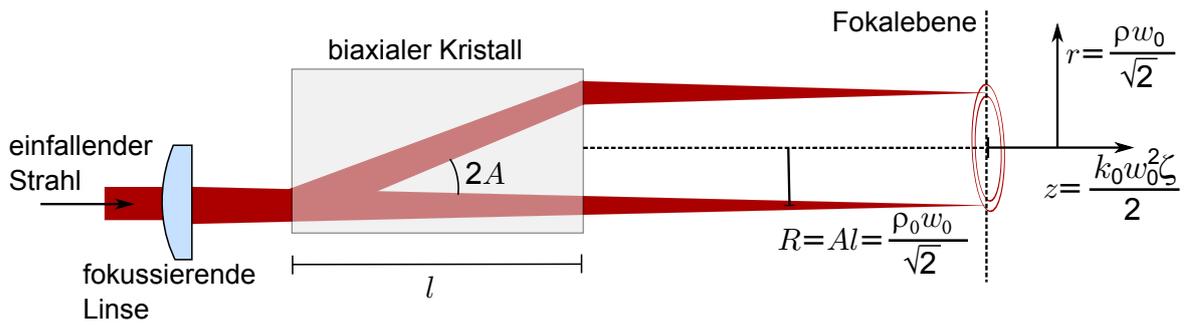


Abbildung 4.9.: Skizze zur Darstellung der Koordinaten und Parameter der konischen Refraktion.

kann der Radius des nach dem Kristall entstehenden Zylinders direkt berechnet werden $R = Al$. Möchte man den Radius des Ringes variieren, so kann ein Kristall andere Länge verwendet werden. Alternativ kann auch der in dieser Arbeit gewählte Weg genutzt werden, der darin besteht die Struktur durch ein verkleinerndes Abbildungssystem abzubilden.

Zusätzlich wird hier davon ausgegangen, dass der einfallende Strahl ein Gaußscher Strahl ist, der von einer Linse auf die Strahltaile w_0 fokussiert wird.

Als Koordinatensystem werden aufgrund der Symmetrie Zylinderkoordinaten gewählt, mit der z -Achse auf der Achse des entstehenden Lichtzylinders und dem Radius r gemessen von dieser Achse. Die dimensionslosen Variablen und Parameter zur Beschreibung in Zylinderkoordinaten sind:

$$\rho_0 = \sqrt{2} \frac{Al}{w_0}, \quad \rho = \sqrt{2} \frac{r}{w_0}, \quad \zeta = 2 \frac{l + (z - l)n_2}{n_2 k_0 w_0^2} . \quad (4.13)$$

Ihre Anordnung ist in Abbildung 4.9 skizziert. Der Parameter ρ_0 gibt das Verhältnis zwischen Ringradius Al und Strahltaile¹ w_0 an, ist also keine Koordinate sondern eine Eigenschaft des einfallenden Lichtes bezogen auf den Ring. Die radiale Koordinate ρ wird gemessen in Einheiten der Strahltaile w_0 . Die dimensionslose Variable ζ entlang der z -Achse wird gemessen von der Position des Fokus mit Kristall, der sich gegenüber der Fokalebene der Linse ohne Kristall um $\delta z = l(1 - 1/n_2)$ verschiebt. Für die Berechnung der Verschiebung wurde der Brechungsindex n_2 benutzt. Da eine eindeutige Berechnung aufgrund der Doppelbrechung schwierig ist, ist der Wert für n_2 als mittlerer Brechungsindex eine gute Näherung. Im Folgenden wird der Einfachheit halber die Fokalebene mit Kristall als Fokalebene bezeichnet. ζ wird in Einheiten der Rayleighlänge des einfallenden Strahls von $k_0 w_0^2 / 2 = \pi w_0^2 / \lambda = z_R$ gemessen.

Zur Bestimmung der vollständigen Intensitätsverteilung sind die folgenden Integrale für $n = 0$ und $n = 1$ notwendig [177]

$$C_n(u, u_0) = \int_0^\infty dq q \exp\left(-\frac{1}{2}q^2\right) \cos(u_0 q) J_n(uq) , \quad (4.14)$$

$$\text{mit } u = \frac{\rho}{\sqrt{1 + i\zeta}} \quad \text{und} \quad u_0 = \frac{\rho_0}{\sqrt{1 + i\zeta}} . \quad (4.15)$$

¹ In [177] ist die Strahltaile definiert als Radius bei dem die Intensität auf $1/e$ abgefallen ist, im Gegensatz zu $1/e^2$ in dieser Arbeit, so dass sie in [177] um den Faktor $\sqrt{2}$ kleiner ist als in Abschnitt 2.2.1 angegeben. Daher wurde Gleichung 4.13 entsprechend angepasst, damit die hier definierte $1/e^2$ -Strahltaile verwendet werden kann.

J_n bezeichnet dabei die Besselfunktion n -ter Ordnung. Die Intensitätsverteilung für zirkular polarisiertes Licht ergibt mit Hilfe der Funktionen C_0 und C_1

$$I(\rho, \zeta, \rho_0) = \frac{1}{1 + \zeta^2} \left[\left| C_0 \left(\frac{\rho}{\sqrt{1 + i\zeta}}, \frac{\rho_0}{\sqrt{1 + i\zeta}} \right) \right|^2 + \left| C_1 \left(\frac{\rho}{\sqrt{1 + i\zeta}}, \frac{\rho_0}{\sqrt{1 + i\zeta}} \right) \right|^2 \right]. \quad (4.16)$$

Dies ist eine exakte Lösung für jeden Ort (ρ, ζ) . Für den hier interessanten Fall, dass der Radius des Rings deutlich größer ist als die Strahltaile, also $\rho_0 \gg 1$, lässt sich eine Näherung anwenden. Nahe der Fokalebene $\zeta \ll \rho_0$ können C_0 und C_1 als eine Funktion f einer Variablen s genähert werden [177]

$$C_0(u, u_0) \approx C_1(u, u_0) \approx \frac{1}{\sqrt{u_0}} f(u - u_0) \quad (4.17)$$

$$f(s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty dq \sqrt{q} \exp\left(-\frac{1}{2}q^2\right) \cos\left(qs - \frac{1}{4}\pi\right), \quad (4.18)$$

$$\text{mit } s = u - u_0. \quad (4.19)$$

Die sich mit der Funktion f ergebende Intensitätsverteilung ist

$$I_{\text{fokal}}(\rho, \zeta, \rho_0) = \frac{2}{\rho_0(1 + \zeta^2)^{3/4}} \left| f\left(\frac{\rho - \rho_0}{\sqrt{1 + i\zeta}}\right) \right|^2. \quad (4.20)$$

Die Funktion besitzt in dieser Form eine konstante Normierung. Durch numerische Integration kann die Verteilung auf die Gesamtleistung P_{tot} des Strahls normiert werden und es ergibt sich der Normierungsfaktor $N_r = P_{\text{tot}}/3,14568$. Damit ist $I_{\text{fokal, norm}} = N_r I_{\text{fokal}}$. Die normierte Funktion $I_{\text{fokal, norm}}$ hat die Einheit Watt pro Einheitsquadrat der Einheiten von ρ . Das heißt, um SI-Einheiten zu erhalten, muss der Wert von $I_{\text{fokal, norm}}$ durch die Fläche des Einheitsquadrats $(w_0/\sqrt{2})^2 = w_0^2/2$ geteilt werden. Dies ist in den entsprechenden Graphen in Form der Einheit angegeben.

Die Intensität ist für vier Beispiele in Abbildung 4.10 dargestellt sowie als zweidimensionale Verteilung in Abhängigkeit von ζ und ρ in Abbildung 4.11. Es sind für alle ζ jeweils zwei dicht beieinander liegende Maxima vorhanden. In der Fokalebene unterscheiden sich die Maximalwerte um den Faktor 4,7354. Die Maxima der Funktion $|f(s)|^2$ und damit der Intensität liegen bei $s_1 = +0,5509$ und $s_2 = -1,7462$. Daraus folgt für den Abstand der Maxima ΔR von äußerem zu innerem Ring in Einheiten der Strahltaile

$$\Delta R = R_{\text{out}} - R_{\text{in}} = \frac{w_0}{\sqrt{2}}(s_1 - s_2) = 1,6243 \cdot w_0. \quad (4.21)$$

Der dunkle Ring liegt bei $s_d = -0,76495$ und damit nicht genau zwischen den beiden Maxima.

Wichtig ist auch das Verhalten der Intensitätsverteilung der Ringe jenseits der Fokalebene. Mit steigendem ζ , also bei Entfernen von der Fokalebene, verlagert sich die Intensität vom äußeren in den inneren Ring, wobei beide Ringe breiter werden und die Maxima ihren Abstand erhöhen. Das Minimum verschiebt sich ebenfalls leicht zu kleineren Radien, wie es in Abbildung 4.10 schon zu beobachten ist. Die Position sowie der Abstand der Maxima abhängig von ζ ist in Abbildung 4.12 aufgetragen, sowie in Abbildung 4.13 die Maximalintensität der beiden Ringe. Dort erkennt

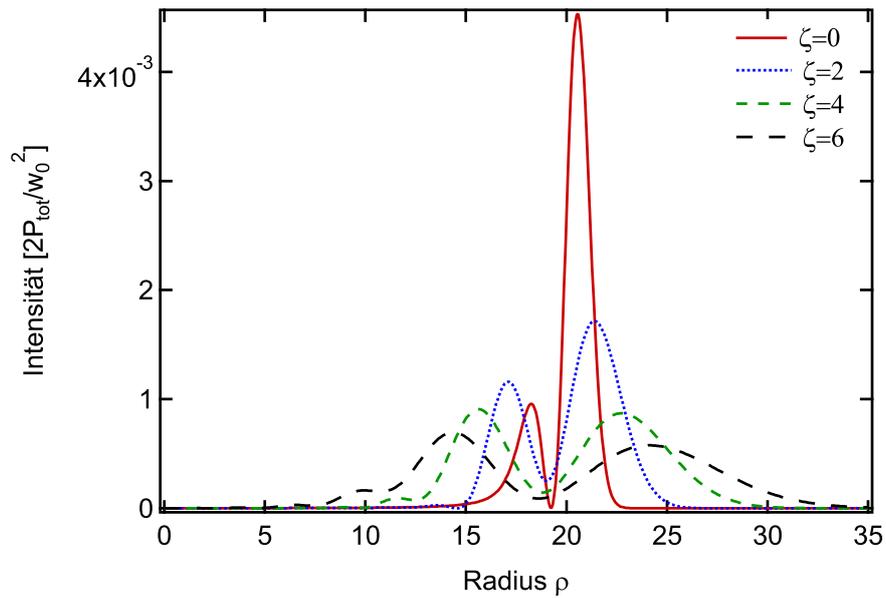


Abbildung 4.10.: Aus Gleichung 4.20 berechnete radiale Intensitätsverteilungen für $\rho_0 = 20$ in vier verschiedenen Ebenen; der Fokalebene $\zeta = 0$ sowie dahinter bei $\zeta = 2$, $\zeta = 4$ und $\zeta = 6$.

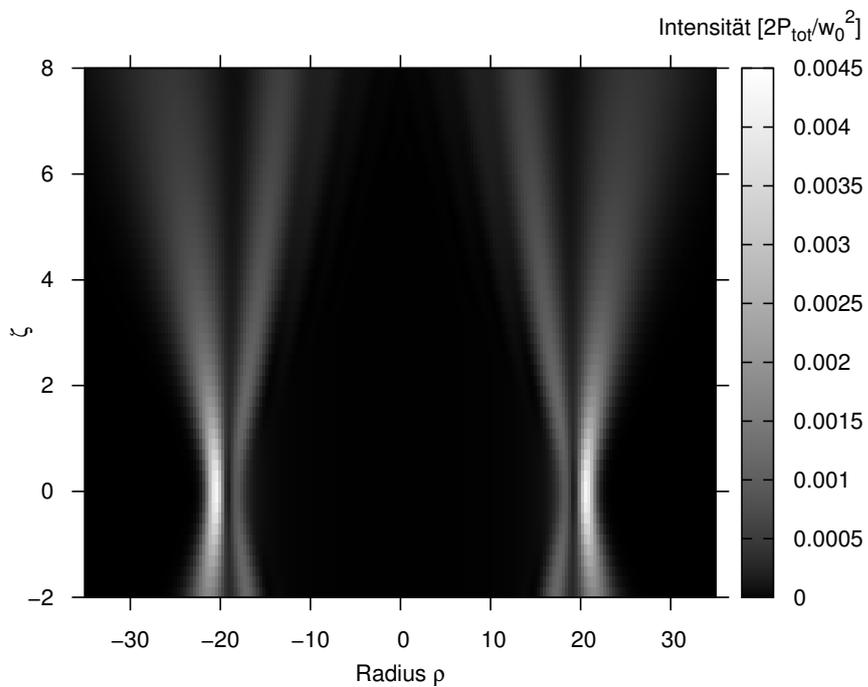


Abbildung 4.11.: Aus Gleichung 4.20 berechnete Intensitätsverteilungen für $\rho_0 = 20$.

man deutlich, dass abseits der Fokalebene das Verhältnis der Maximalintensitäten sehr schnell abfällt. Der Radius des Rings wurde in den Abbildungen auf $\rho_0 = 20$ gesetzt entsprechend den im Experiment verwendeten Parametern (siehe Abschnitt 4.3.1). Der Parameter ρ_0 beeinflusst, in den verwendeten dimensionslosen Einheiten, die Form der Kurven nicht (siehe Gleichung 4.20). Lediglich die absolute Position der Maxima erfährt eine Verschiebung um ρ_0 ; der Abstand der Maxima ist davon unbeeinflusst. Die Maximalintensität ist umgekehrt proportional abhängig von ρ_0 (siehe Vorfaktor in Gleichung 4.20), was in Abbildung 4.13 als Faktor herausgezogen wurde und in Form der Einheit berücksichtigt wird, so dass die Darstellung unabhängig von ρ_0 wird.

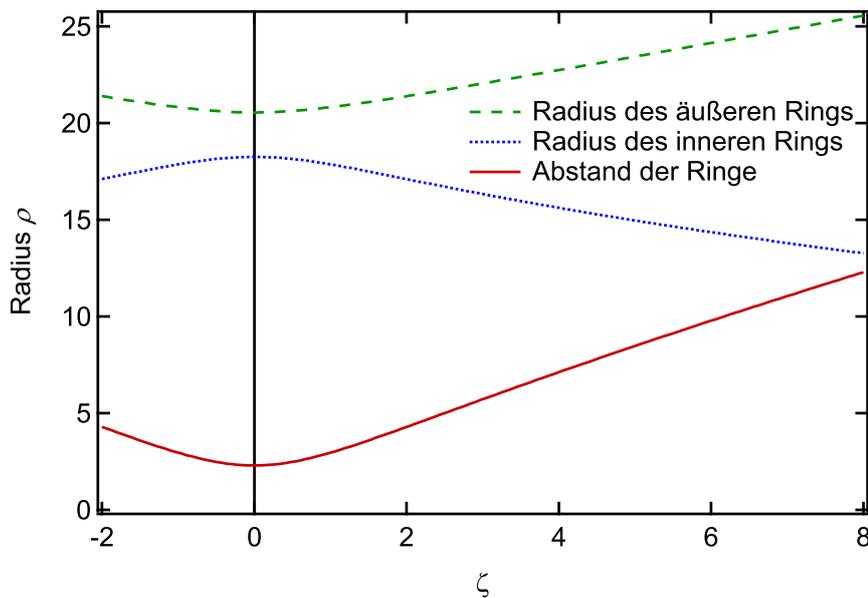


Abbildung 4.12.: Aus Gleichung 4.20 berechnete Positionen der Maxima der Ringe für $\rho_0 = 20$. ρ_0 beeinflusst dabei lediglich die Position der Ringe, der Abstand ist unabhängig von ρ_0

Das Verhältnis der Maxima verändert sich mit ζ . Während in der Fokalebene das Verhältnis 4,7354 ist, wird es danach sehr schnell kleiner, bis bei $\zeta = 3,65834$ beide Maxima denselben Wert besitzen. Im weiteren Verlauf ist das innere Maximum etwas größer als das äußere. Dieses Verhalten der Intensität entlang der Strahlachse wurde zur Justage des Ringpotentials genutzt (siehe Abschnitt 4.3.2).

Das Potentialminimum verschiebt sich von seiner Position in der Fokalebene bei $\rho_{\min}(\zeta = 0) = \rho_0 + s_d$ nach innen zu kleineren ρ . In Abbildung 4.14 ist das Ergebnis der Bestimmung der Position des Minimums aufgetragen. Da der Parameter ρ_0 nur für eine Verschiebung der Kurve in vertikaler Richtung sorgt wurde er subtrahiert. Die Position des Minimums verschiebt sich im Bereich bis $\zeta = 8$ um weniger als eine Strahltaile gegenüber der Position bei $\zeta = 0$.

Berechnung der radialen Fallenfrequenz mit blauverstimmttem Licht

Verwendet man zum Übergang der Atome blauverstimmttes Licht für die konische Refraktion, so entsteht am Intensitätsminimum zwischen den Ringen ein Potentialminimum in dem die Atome gefangen werden können. Aus der Intensitätsverteilung lassen sich die für Experimente relevanten

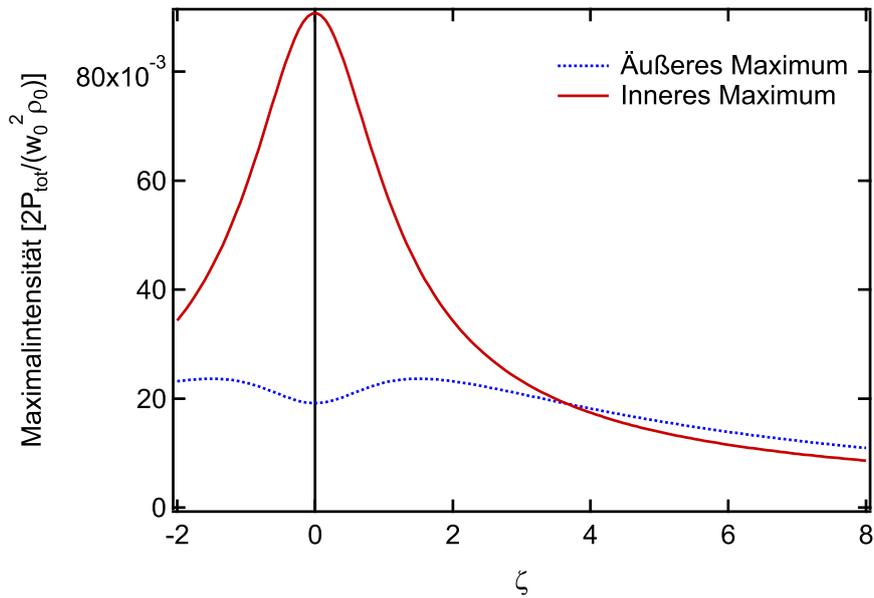


Abbildung 4.13.: Intensitätsmaxima der Ringe berechnet mit Gleichung 4.20. Die aufgetragene Kurve ist $\rho_0 \cdot I_{\text{fokal, norm}}$, um eine von ρ_0 unabhängige Darstellung zu erhalten (siehe auch die angegebene Einheit).

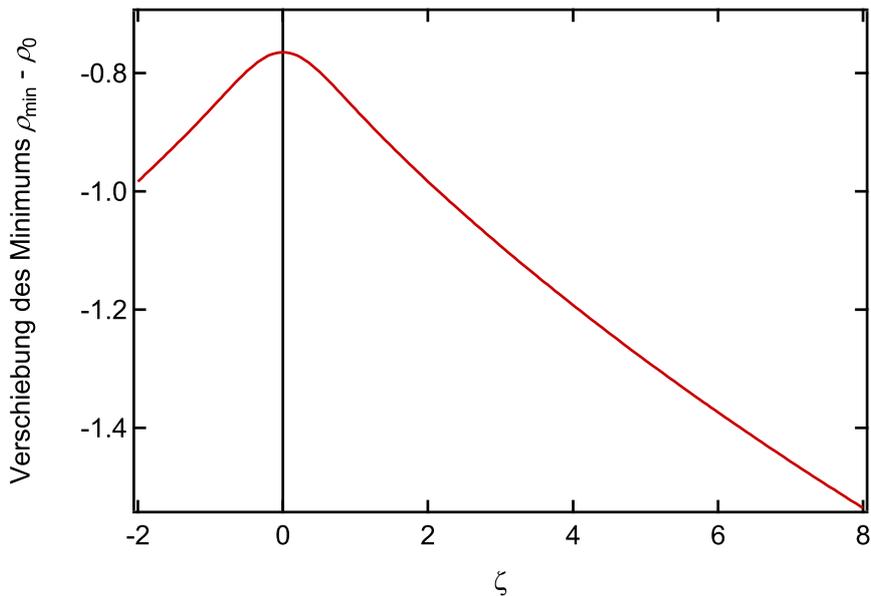


Abbildung 4.14.: Verschiebung des Radius des dunklen Rings (Intensitätsminimums) gegenüber ρ_0 (berechnet aus Gleichung 4.20).

Fallenfrequenzen berechnen. In der Nähe eines Minimums ρ_{\min} ist die Fallenfrequenz ν proportional zur Wurzel der zweiten Ableitung der Intensität (siehe auch 2.2.1)

$$\omega^2 = \frac{\nu^2}{4\pi^2} = \frac{\hat{U}_\omega I''(x_{\min})}{m} \quad (4.22)$$

Dabei ist \hat{U}_ω der von der Frequenz des Lichtes abhängige Proportionalitätsfaktor zwischen Intensität und Potential (siehe Gleichung 2.22); m ist die Masse eines Atoms. In Abbildung 4.15 ist $\sqrt{\rho_0 \cdot I''_{\text{fokal,norm}}(\rho_{\min}, \zeta, \rho_0)}$ in Abhängigkeit von ζ aufgetragen. Dadurch ergibt sich eine Kurve, die proportional zur Fallenfrequenz ist und dabei unabhängig von ρ_0 . Die Fallenfrequenz ergibt sich als Funktion von ζ :

$$\nu(\zeta) = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{4\hat{U}_\omega P_{\text{tot}}}{mw_0^4 \rho_0}} \sqrt{\rho_0 \cdot I''_{\text{fokal,norm}}(\rho_{\min}, \zeta, \rho_0)} \quad (4.23)$$

Damit lässt sich durch Multiplikation der Werte in Abbildung 4.15 mit dem Vorfaktor für alle Ringpotentiale die Fallenfrequenz gewinnen. Natürlich weiterhin unter der Voraussetzung $\zeta \ll \rho_0$, für welche die Näherung der Intensität gilt.

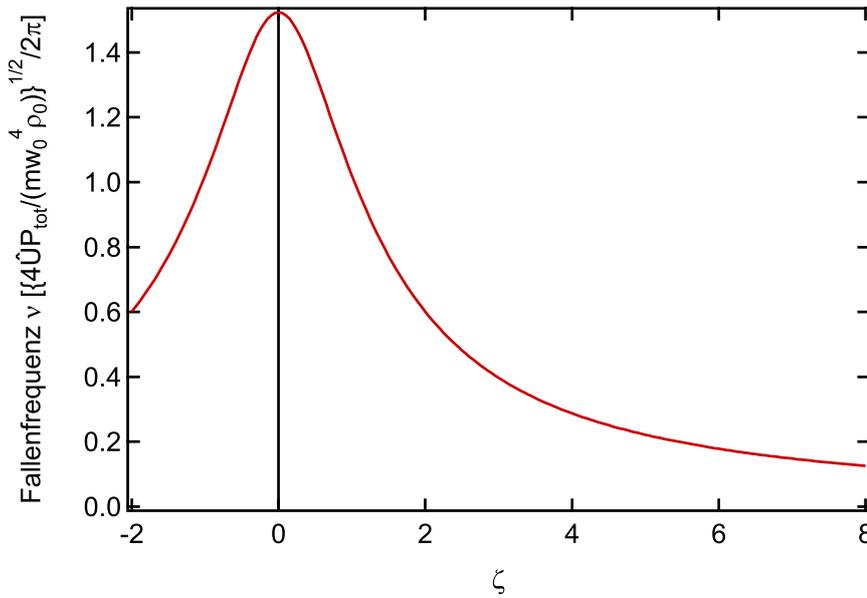


Abbildung 4.15.: Fallenfrequenz ν , die sich aus der berechneten Intensitätsverteilung ergibt. Aufgetragen ist $\sqrt{\rho_0 \cdot I''_{\text{fokal,norm}}(\rho_{\min}, \zeta, \rho_0)}$, was mit dem als Einheit angegebenen Faktor die Fallenfrequenz ergibt.

Intensität weit entfernt von der Fokalebene

Entfernt man sich weit von der Fokalebene, so verändert sich die Struktur der Intensitätsverteilung grundlegend zu einem zentralen Maximum (Raman-spot). Für $\zeta > \rho_0$ kann für Gleichung 4.16 eine andere Näherung gefunden werden [177]. Die resultierende Intensitätsverteilung ist

$$I_{\text{spot}}(\rho, \zeta, \rho_0) \approx \frac{\pi\rho_0^2}{2\zeta^3} \exp\left(-\frac{\rho_0^2}{\zeta^2}\right) \left[J_0\left(\frac{\rho\rho_0}{\zeta}\right)^2 + J_1\left(\frac{\rho\rho_0}{\zeta}\right)^2 \right] \quad (4.24)$$

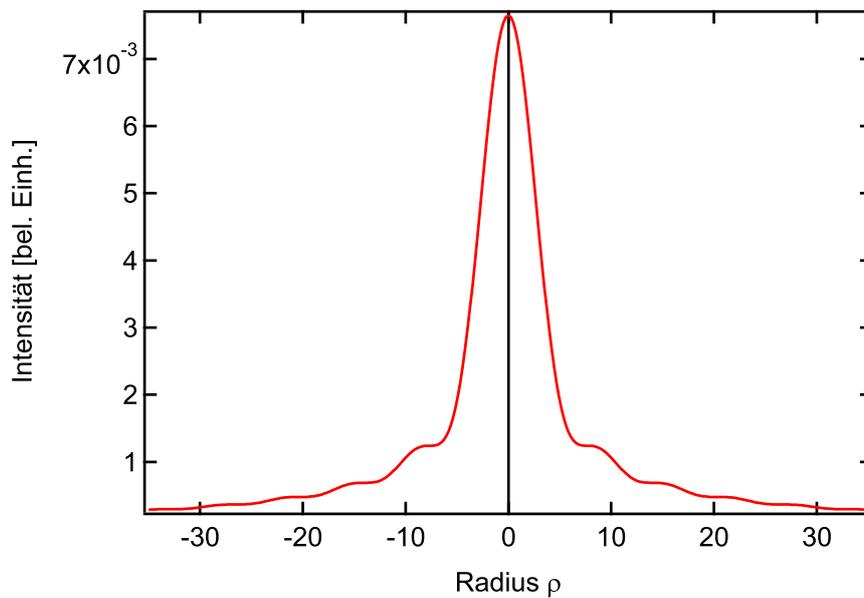


Abbildung 4.16.: Radiale Intensitätsverteilung für $\rho_0 = 20$ und $\zeta = 40$ weit entfernt von der Fokalebene, basierend auf der Näherung 4.24.

Die radiale Verteilung ist in Abbildung 4.16 exemplarisch bei $\zeta = 40$ mit $\rho_0 = 20$ dargestellt. Da in dieser Arbeit dieser Bereich nicht verwendet wird, werden hierzu keine weiteren Details ausgeführt.

Aufnahmen der Intensitätsverteilung

Zum Abschluss dieses Abschnitts werden in Abbildung 4.17 noch mittels einer CCD-Kamera aufgenommene Bilder aus verschiedenen Ebenen der Intensitätsverteilung dargestellt. Für einen genauen Vergleich zwischen der hier gezeigten Theorie und Messergebnissen siehe [177].



Abbildung 4.17.: Mittels einer CCD-Kamera aufgenommene Intensitätsverteilungen in verschiedenen Ebenen senkrecht zur Strahlrichtung. Die Helligkeitsskalierung der Bilder ist jeweils auf die Maximalintensität angepasst. **Links:** In der Fokalebene ($\zeta = 0$), **Mitte:** Etwa gleiche Intensität in beiden Ringen ($\zeta \approx 3,6$), **Rechts:** Weit entfernt von der Fokalebene („Raman-spot“, $\zeta > \rho_0$)

4.1.6 Möglichkeiten zur Erzeugung verschiedener Potentiale

Die Intensitätsverteilung, welche bei der konischen Refraktion entsteht, bietet viele interessante Möglichkeiten, spezielle Fallengeometrien zu erzeugen. Zum Teil sind dafür noch zusätzliche Lichtfelder nötig, wie z.B. ein Lichtteppich wie er in Abschnitt 4.2 beschrieben wird.

Verwendet man rotverstimmtes Licht bei der konischen Refraktion, so erhält man ein attraktives Potential entsprechend der Intensitätsverteilung der konischen Refraktion. Dieses kann in der Nähe der Fokalebene verwendet werden, als ein Potential das zwei konzentrischen Zylindermänteln entspricht, dessen radialer Einschluss entlang der Zylinderachse variiert. Dieses Potential könnte z.B. durch zwei blauverstimmte Lichtteppiche senkrecht zur Zylinderachse abgeschlossen werden. Verwendet man stattdessen einen einzelnen rotverstimmten Lichtteppich, ebenfalls senkrecht zur Zylinderachse, so kann man eine bestimmte Ebene selektieren, in der man dann zwei konzentrische ringförmige Wellenleiter erhält. Durch Verschieben dieser Ebene kann der Einschluss der beiden Ringpotentiale variiert werden. Verkippt man die Ebene gegenüber der senkrechten zur Zylinderachse, so lassen sich auch geschlossene Potentiale in Form von Ellipsen erzeugen, bei denen allerdings entlang der Ellipse die Fallenfrequenz variiert.

Bei der Verwendung von blauverstimmtem Licht ergeben sich weitere Potentialformen die erzeugt werden können. Ähnlich wie vorher kann durch Abschluss mittels zweier repulsiver Lichtwände ein einzelnes zylinderförmiges Potential erzeugt werden, bei dem die Atome zwischen den konzentrischen Zylindermänteln eingeschlossen sind. Sperrt man die Atome in der Richtung der Zylinderachse durch einen attraktiven Lichtteppich ein, so erhält man ein Ringpotential in dem die Atome zwischen zwei repulsiven Ringen eingesperrt sind. Ebenfalls kann durch Schrägstellen des Lichtteppichs ein einzelner ellipsenförmiger Wellenleiter erzeugt werden. Die Verwendung von blauverstimmtem Licht für den Ring bietet den Vorteil, dass Intensitätsschwankungen, sowohl zeitlich als auch räumlich, nicht in einer Rauigkeit des Potentials resultieren, sondern nur eine Variation der Fallenfrequenz hervorrufen.

Ein repulsives zylinderförmiges Potential kann ebenfalls Atome im Inneren des Zylinders halten. Dabei entsteht ein Potential, welches im Inneren des Zylinders null ist und am Rand sehr stark ansteigt, so dass es einem Kastenpotential ähnelt. Bei Verwendung zweier blauverstimmter Lichtwände erhält man einen Hohlzylinder. Ein einzelner rotverstimmter Lichtteppich eignet sich zur Erzeugung eines scheibenförmigen Potentials.

In Abbildung 4.18 sind Beispiele von Messungen dargestellt, bei denen ein Kondensat in ein solches scheibenförmiges Potential mit steilen Wänden geladen wurde. Anschließend wurde das Kondensat mittels eines Bragg-Pulses auf einen Impuls von $2\hbar k$ beschleunigt. In einem solchen Resonator ließen sich mehrere Reflexionen an den Wänden beobachten, bevor die Verluste bei Reflexion eine weitere Beobachtung verhindern. Eine Reduktion dieser Verluste kann erreicht werden, indem die Potentialhöhe der Wände durch mehr optische Leistung vergrößert wird.

4.2 Lichtteppich

Wie in den vorhergehenden Abschnitten erläutert, bietet die Lichtverteilung der konischen Refraktion die Möglichkeit, ein Ringpotential mit Einschluss radialer Richtung zu erzeugen. In der Richtung senkrecht zu dieser Ebene bietet das Potential nur einem schwachen Einschluss im Fall von rotverstimmtem Licht bzw. gar keinen bei blauverstimmtem Licht. Da der Ring aber in einer horizontalen Ebene liegen soll, um azimuthale Beschleunigung durch die Gravitation zu vermeiden, wirkt die Gravitation genau in der Richtung des schwachen bzw. nicht vorhandenen Einschlusses (siehe Abbildung 4.19). Aus diesem Grund wurde ein Lichtteppich eingebaut, der

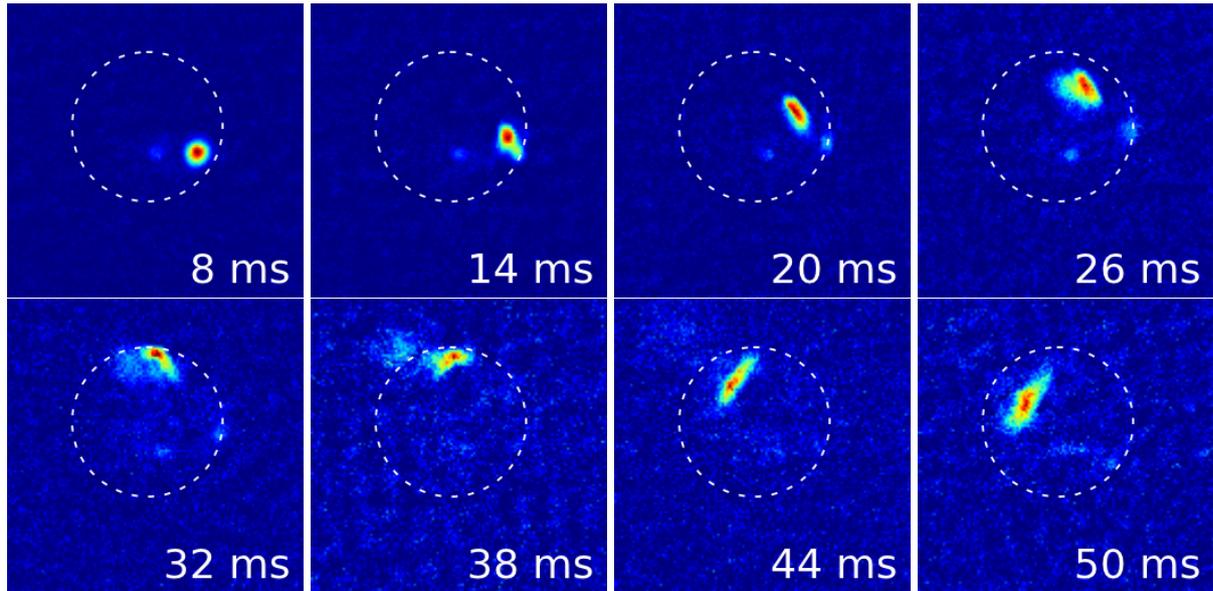


Abbildung 4.18.: Kreisförmiges Billard mit einem Bose-Einstein-Kondensat, das nach dem Umladen in einen rotverstimmten Lichtteppich innerhalb des blauverstimmten Ringpotentials mit Hilfe des Bragg-Gitters auf einen Impuls von $2\hbar k$ beschleunigt wurde. Es können zwei Reflexionen des Kondensats an den Wänden, die hier durch den gestrichelten Kreis angedeutet sind, beobachtet werden. Die Zeit wird ab dem beschleunigenden Bragg-Puls gemessen.

das zur Erzeugung eines ringförmigen Wellenleiters nötige Potential der Schwerkraft entgegen setzt.

4.2.1 Elliptische Gaußsche Strahlen

Ein sogenannter Lichtteppich wird durch einen nicht zylindersymmetrischen Gaußschen Strahl erzeugt. Das bedeutet ein Gaußscher Strahl besitzt in zwei Richtungen senkrecht zur Strahlrichtung verschiedene Strahltaillen, die den Hauptachsen des demzufolge elliptischen Strahlprofils entsprechen. Im Allgemeinen können auch die Positionen der beiden Taillen entlang des Strahls (x -Richtung) unterschiedlich sein. Aufgrund der erwünschten Symmetrie werden hier nur Strahlen betrachtet, bei denen sich die Strahltaillen an derselben axialen Position befinden.

Ein Strahl, der sich in x -Richtung ausbreitet, mit Strahltaillen w_y und w_z in y - bzw. z -Richtung, wobei die Gravitation in z -Richtung wirkt, besitzt die Intensitätsverteilung

$$I(x, y, z) = \frac{2P}{\pi w_y(x) w_z(x)} \exp\left(-\frac{2y^2}{w_y^2(x)} - \frac{2z^2}{w_z^2(x)}\right), \quad (4.25)$$

wobei analog zu Abschnitt 2.2.1 die Gesamtleistung mit P bezeichnet wird sowie die Strahlabmessungen mit $w_{y/z}(x) = w_{0,y/z} \sqrt{1 + x^2/x_{R,y/z}^2}$ von x abhängen. Für unterschiedliche Richtungen gelten hierbei verschiedene Rayleighlängen $x_{R,y/z}$. Abgesehen von der Normierung zeigt die Verteilung in jeder der Ebenen xy bzw. xz das gleiche Verhalten wie ein zylindersymmetrischer Gauß-

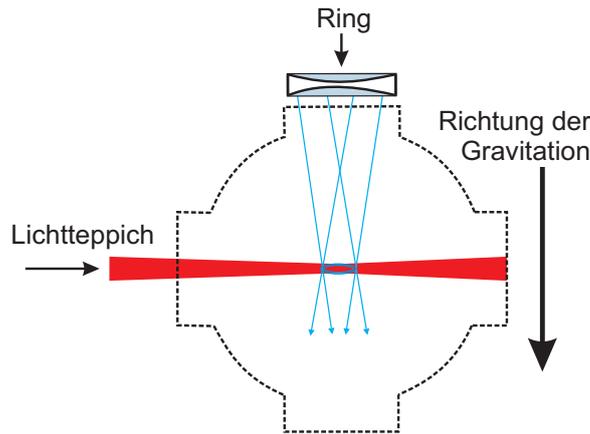


Abbildung 4.19.: Schematische Seitenansicht des Ringpotentials kombiniert mit dem Lichtteppich.

strahl mit entsprechender Strahltaile. Um das Potential $U(x, y, z)$ zu erhalten, muss die Intensität noch mit dem Vorfaktor $-\hat{U}_\omega$ multipliziert werden (siehe Gleichung 2.22):

$$U(x, y, z) = -\hat{U}_\omega I(x, y, z) \quad . \quad (4.26)$$

Damit ergibt sich für die Potentialtiefe

$$U_0 = -U(0, 0, 0) = \frac{\hat{U}_\omega P}{\pi w_{0,y} w_{0,z}} \quad . \quad (4.27)$$

Die Fallenfrequenzen lassen sich wie in Abschnitt 2.2.1 durch Entwicklung des Potentials um das Minimum bis zur zweiten Ordnung bestimmen:

$$\begin{aligned} \omega_x &= \sqrt{\frac{2\hat{U}_\omega P}{\pi m w_{0,y} w_{0,z}} \left(\frac{1}{x_{R,y}^2} + \frac{1}{x_{R,z}^2} \right)} \quad , \\ \omega_y &= \sqrt{\frac{8\hat{U}_\omega P}{\pi m w_{0,z} w_{0,y}^3}} \quad , \\ \omega_z &= \sqrt{\frac{8\hat{U}_\omega P}{\pi m w_{0,z}^3 w_{0,y}}} \end{aligned} \quad (4.28)$$

4.2.2 Aufbau und Dimensionierung

Das optische System zur Erzeugung des Lichtteppichs besteht aus einem Halbleiter-Lasersystem zur Erzeugung ausreichender Lichtleistung, dessen Licht mittels einer Glasfaser zum optischen Aufbau auf dem Experimentiertisch geleitet wird.

Das Lasersystem besteht aus einem gitterstabilisierten Diodenlaser, dessen Licht von einem Trapezverstärker (*Toptica TA 100*) verstärkt wird. Die Konstruktion des Gitterlasers erlaubt eine einfache Verstellung der Wellenlänge in einem Bereich von 778 nm bis 785 nm [151]. In diesem Bereich soll mit der vom Trapezverstärker gelieferten Leistung von bis zu 500 mW ein hinreichend tiefes Potential erzeugt werden. Im Strahlengang nach dem Verstärker befinden sich zur Steuerung der Intensität ein akusto-optischer Modulator sowie ein mechanischer Verschluss.

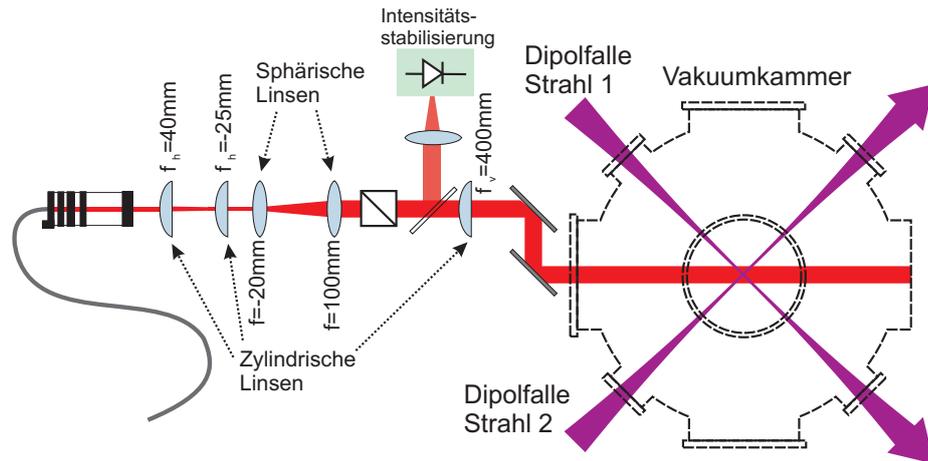


Abbildung 4.20.: Aufbau des Lichtteppichs auf dem Experimentiertisch in Draufsicht. Nach dem Auskoppeln aus der optischen Faser wird der Strahl durch drei Zylinderlinsen (bei den angegebenen Brennweiten steht der Index v für vertikale und h für horizontale Fokussierung der entsprechenden Linse) und zwei sphärische Linsen zu einem stark elliptischen Strahl geformt.

Halbleiterlaser und insbesondere Trapezverstärker zeigen spontane Emission, die sich über den gesamten Wellenlängenbereich des Lasermediums erstreckt und damit auch nahresonant zum Übergang der Atome sein kann. Dieses Licht würde durch spontane Streuprozesse zu einem Aufheizen des atomaren Ensembles in der Falle führen. Zur Unterdrückung dieses Lichts wurden Bandpass-Interferenzfilter (*Semrock Maxline LL01-785*) verwendet, die eine Zentralwellenlänge von 785 nm, eine Bandbreite von etwa 3 nm und eine steile Flanke am Rand des Bereiches besitzen. Durch Verkippen der Filter kann die zentrale Wellenlänge sowie die Flanke verschoben werden. Dies wurde genutzt, um einerseits die maximale Transmission des Laserlichtes und andererseits eine möglichst gute Unterdrückung des resonanten Lichtes zu erreichen. Durch die Verwendung zweier Filter in Serie wurde die Charakteristik noch einmal verbessert, wodurch bei einer Unterdrückung des resonanten Lichtes um den Faktor 1000 maximale Transmission des Laserlichtes im Bereich >782 nm bzw. <788 nm erreicht werden kann. Weitere Details zu den Filtern und deren Einstellung finden sich in [151].

Nach dem Austreten aus der optischen Faser auf dem Experimentiertisch wird der Strahl durch mehrere Teleskope aus Zylinderlinsen und sphärischen Linsen geformt, so dass er ein elliptisches Strahlprofil mit Strahltaillen von etwa 3,3 mm in der horizontalen und 5 mm in der vertikalen Richtung aufweist [151]. Dieser kollimierte Strahl wird dann mittels einer Zylinderlinse mit einer Brennweite von 400 mm in der vertikalen Richtung in die Vakuummutter fokussiert. Der Aufbau ist in Abbildung 4.20 skizziert.

Ein kleiner Teil des Lichtes wird mittels eines Strahlteilers abgezweigt, um mit einer Photodiode und aktiver Rückkopplung auf den akusto-optischen Modulator eine Stabilisierung der Leistung zu erreichen. Da die optische Faser kleine Variationen der Ausgangspolarisation verursacht und der abgezweigte Anteil am Strahlteiler polarisationsabhängig ist, wurde ein Polarisationsstrahlteiler im Strahlengang platziert um die Polarisation zu reinigen.

Gewünscht ist ein Potential, welches in der Vertikalen einen starken Einschluss bietet mit Fallenfrequenzen größer als 100 Hz, und in der horizontalen keinen Einschluss, damit sich die Atome frei bewegen können. Da dies aufgrund der horizontalen Intensitätsverteilung des Strahls nicht möglich ist, wurde ein Potential angestrebt, welches auf den horizontalen Achsen (hier: x - und

y-Achse) einen schwachen und möglichst rotationssymmetrischen Einschluss bietet. Messungen in der Fokalebene des Lichtteppichs ergaben für die Strahltaillen $w_z = (26,2 \pm 0,5) \mu\text{m}$ und $w_y = (3643 \pm 30) \mu\text{m}$, was von den angestrebten Werten in einem akzeptablen Maße abweicht. In Abbildung 4.21 ist das resultierende Potential mit den verwendeten Parametern dargestellt. Die Wellenlänge von 783,55 nm bietet bei der auf dem Experimentiertisch typischerweise verwendbaren Leistung von etwa 140 mW ein gerade noch ausreichendes Potential um die Atome gegen die Gravitation zu halten. Damit ergibt sich unter Vernachlässigung der Gravitation eine rechnerische Falltiefe von $U_0/k_B = 4,3 \mu\text{K}$. Berücksichtigt man die Verzerrung des Potentials durch die Gravitation (zur Berechnung siehe [51, 57, 75]) sinkt diese auf $U_0/k_B = 1,24 \mu\text{K}$. Die berechnete Streurate aus den oben angegebenen Parametern ergibt für das Intensitätsmaximum $\sim 3 \text{s}^{-1}$.

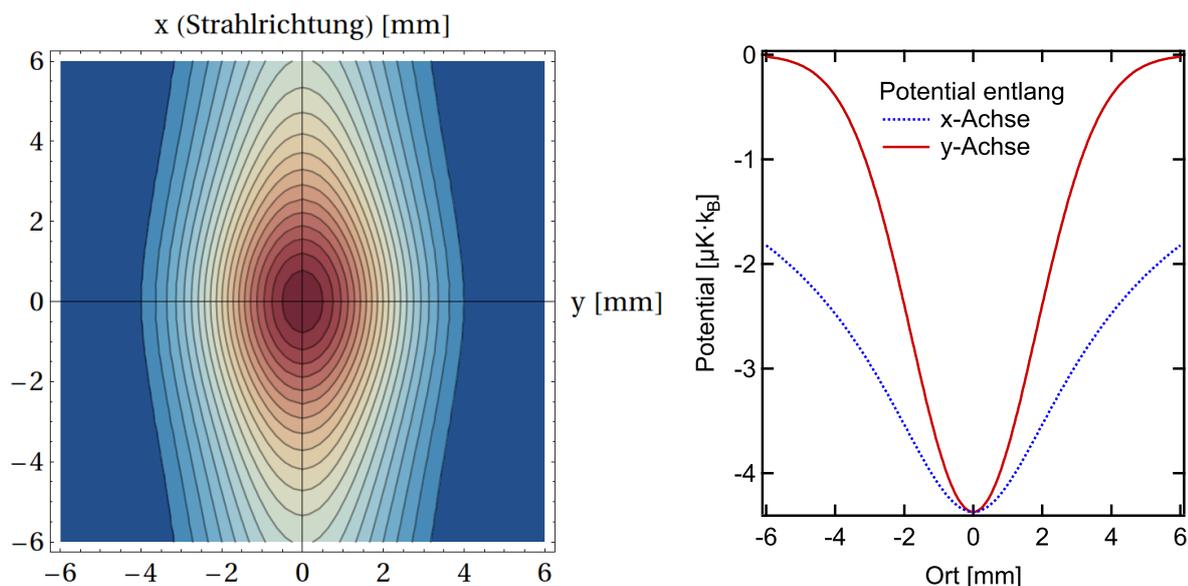


Abbildung 4.21.: Berechnetes Potential in xy -Ebene des Lichtteppichs mit $w_z = 26,2 \mu\text{m}$ und $w_y = 3643 \mu\text{m}$ sowie einer Leistung $P = 140 \text{ mW}$ und Wellenlänge $\lambda = 783,55 \text{ nm}$. **Links:** Äquipotentiallinien mit farblicher Codierung des Potentials. **Rechts:** Potential entlang der Koordinatenachse y und z .

Die Gravitation spielt auch bei der Bestimmung der Fallenfrequenzen eine große Rolle. Durch das Absinken der Atome im Lichtteppichpotential verringern sich die Fallenfrequenzen. So ergeben die oben genannten Parameter ohne Gravitation (für Atome, die sich im Intensitätsmaximum befinden) Fallenfrequenzen von $\nu_x = 1,17 \text{ Hz}$, $\nu_y = 1,77 \text{ Hz}$ und $\nu_z = 246 \text{ Hz}$. Bei einem perfekt horizontal ausgerichteten Lichtteppich, verringert sich die vertikale Fallenfrequenz durch den Einfluss der Gravitation bereits auf $\nu_z = 225 \text{ Hz}$. Unter Einfluss der Gravitation rufen die sehr kleinen horizontalen Fallenfrequenzen allerdings zusätzliche Probleme bei der Justierung hervor.

Bei der Justierung des Lichtteppichs wurde darauf geachtet, dass die Atome in der vertikalen, gehalten durch den Lichtteppich, dieselbe Position einnehmen wie vor dem Umladen in der Dipolfalle. Dies kann durch Detektion von der Seite und Bestimmung des Maximalwertes der Dichte durch eine angepasste Gaußfunktion mit einer Genauigkeit von $2 \mu\text{m}$ gewährleistet werden. In der horizontalen Ebene wurden die Atome in das Potential geladen und anschließend ihre Ausbreitung über eine Zeit von etwa 50 ms beobachtet. Das Licht des Lichtteppichs wurde dann so justiert, dass die Atome keine seitliche Beschleunigung erfahren, sie sich also in einem Potentialmi-

nimum befinden. Allerdings sorgen bereits kleine Neigungen von weniger als $0,2^\circ$ des elliptischen Strahls gegen die Horizontale, sowohl in der x - als auch in y -Richtung, für eine Verschiebung des Potentialminimums im Bereich von Millimetern, was zur Folge hat, dass die sich Atome nicht mehr am Intensitätsmaximum aufhalten, sondern etwas davon entfernt. Eine Verschiebung der Atome in x -Richtung um eine halbe Rayleighlänge $x_{R,z}/2 \approx 1,3\text{ mm}$ führt bereits zu einer weiteren Reduktion der vertikalen Fallenfrequenz auf etwa 160 Hz. Da solch kleine Abweichungen des Strahls von der horizontalen Ebene experimentell nicht zu vermeiden waren, wurde zur Bestimmung der Fallenfrequenz eine direkte Messmethode angewendet.

4.2.3 Bestimmung der vertikalen Fallenfrequenz

Zur Messung der Fallenfrequenz wurde ein Bose-Einstein-Kondensat in das Potential des Lichtteppichs geladen und anschließend in eine kollektive Schwingung versetzt. Die Anregung geschieht durch ein kurzes Abschalten des Lichtes für $300\ \mu\text{s}$. In dieser Zeit können die Atome frei fallen und werden auf eine Geschwindigkeit von $v = gt = 2,9\text{ mm/s}$ beschleunigt. Zusätzlich fallen die Atome um $0,44\ \mu\text{m}$ nach unten, was ihnen eine potentielle Energie von ca. $6 \cdot 10^{-31}\text{ J}$ pro Atom nach dem Wiedereinschalten des Lichtteppichs verleiht. Aus der Summe der kinetischen und der potentiellen Energie nach dem Wiedereinschalten des Potentials ergibt sich eine maximale Geschwindigkeit von $4,1\text{ mm/s}$. Die Position und Geschwindigkeit der Atome oszilliert dann mit der Eigenfrequenz in der Falle. Die Geschwindigkeit wird nach einer Haltezeit in der die Oszillation stattfindet durch eine Flugzeitmessung in der Vertikalen bestimmt. So wurde für die in Abbildung 4.22 dargestellten Messpunkte die Position nach einer Flugzeit von 15 ms gemessen und daraus die Geschwindigkeit errechnet. Durch eine schrittweise Variation der Haltezeit und

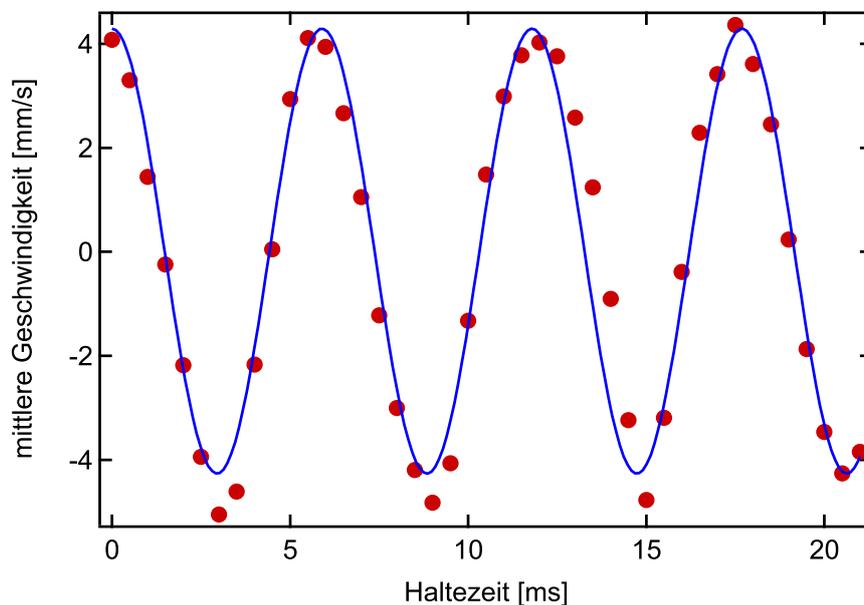


Abbildung 4.22.: Oszillation der Geschwindigkeit eines Bose-Einstein-Kondensats im Lichtteppich (rote Punkte) bei einer Leistung von 137 mW , angeregt durch kurzzeitiges Abschalten des Lichtteppichs und freien Fall der Atome für $300\ \mu\text{s}$; (blaue Linie) angepasste Sinusfunktion mit Frequenz $\nu_z = (169 \pm 1,5)\text{ Hz}$.

Bestimmung der Geschwindigkeit nach dieser Haltezeit kann die Geschwindigkeitsoszillation beobachtet werden. Beobachtet man die Schwingung für eine oder mehrere Perioden, liefert die

Anpassung einer Sinusfunktion sehr genaue Ergebnisse für die Fallenfrequenz. Im hier gezeigten Beispiel liegt diese bei $\nu_z = (169 \pm 1,5)$ Hz.

4.3 Experimentelle Realisierung des Ringpotentials

Um die in Abschnitt 4.1 dargestellte konische Refraktion für Experimente nutzen zu können, ist es notwendig, das Lichtfeld eines Lasers durch einen entsprechenden Kristall zunächst zu formen und dann am Ort des Bose-Einstein-Kondensats zu positionieren. Da im Aufbau vermieden werden soll, optische Elemente im Vakuum zu installieren, um ohne Öffnen der Vakuumkammer die Abbildung verändern zu können, wurde der Ring der konischen Refraktion noch einmal abgebildet, was zusätzlich die Möglichkeit bietet, eine Verkleinerung vorzunehmen. In Abschnitt 4.3.1 wird der optische Aufbau dargestellt, sowie in Abschnitt 4.3.2 Möglichkeiten vorgestellt, wie die Eigenschaften der konischen Refraktion zu Justierung und Ausrichtung des Ringpotentials genutzt werden können. Außerdem wird gezeigt wie sich ringförmige Dichteverteilungen zur weiteren Auswertung auf eine lineare Darstellung reduzieren lassen (Abschnitt 4.3.3).

4.3.1 Optischer Aufbau des Ringpotentials

Das Licht zur Erzeugung des Ringpotentials wurde durch ein Titan:Saphir-Lasersystem (*Tekhno-Scan, TIS-SF-07*) erzeugt. Dieses wurde in einer vorhergehenden Masterarbeit in Betrieb genommen [178]. Der Laser wird gepumpt durch einen Festkörperlaser (*Coherent, Verdi-V18*), der bei einer Wellenlänge von 532 nm bis zu 18 W Ausgangsleistung liefert.

Der Titan:Saphir-Laser kann durch das breite Fluoreszenzspektrum des als aktives Medium verwendeten Kristalls in einem Bereich von 750 bis 850 nm verwendet werden. Er eignet sich daher sehr gut zur Erzeugung von Dipolpotentialen für Rubidium, dessen relevante Übergänge bei 780 nm bzw. 795 nm liegen. Sowohl nahresonante als auch deutlich rot oder blauverstimmte Lichtfelder lassen sich erzeugen, was zur Justierung des Ringpotentials sehr hilfreich ist. Im für diese Arbeit verwendeten Bereich von 780 bis 800 nm lieferte das System eine Ausgangsleistung von etwa 400 mW.

Das Licht des Titan:Saphir-Lasers wird vor der Verwendung im Experiment durch einen akusto-optischen Modulator und einen mechanischen Verschluss geschickt, um die Intensität zu steuern. Anschließend wird das Licht durch eine optische Faser auf den Experimenttisch geleitet (siehe Abbildung 4.23).

Dort wird nach dem Faserauskoppler, wie beim Lichtteppich (siehe Abschnitt 4.2.2), eine Reinigung der Polarisation vorgenommen sowie durch einen Strahlteiler ein kleiner Teil des Lichtes abgezweigt, der mittels einer Photodiode detektiert wird. Der Pegel der Photodiode wird anschließend durch aktive Rückkopplung auf den akusto-optischen Modulator stabilisiert, wodurch auch die Leistung im Strahlengang des Ringpotentials kontrolliert wird.

Da für eine gleichmäßige Ausleuchtung des Rings der konischen Refraktion unpolarisiertes bzw. zirkular polarisiertes Licht notwendig ist, wird die Polarisation, die nach der Faser und dem Polarisationsstrahlteiler linear ist, durch eine $\lambda/4$ -Wellenplatte in zirkulares Licht umgewandelt. Die zusätzliche $\lambda/2$ -Platte dient zum Ausgleich von möglichen Effekten durch polarisationsabhängig reflektierende oder transmittierende Elemente im Strahlengang, wie später noch genauer erläutert wird.

Für die notwendige Fokussierung des Lichtes sorgt eine plan-konvexe Linse mit einer Brennweite von 80 mm. Diese liefert für die Strahlweite des einfallenden Lichtes $w = 1$ mm eine Strahltaile von $20,4 \mu\text{m}$. Das fokussierte Licht wird auf den biaxialen Kristall gerichtet. Der hier verwendete $\text{KGd}(\text{WO}_4)_2$ -Kristall wird auch kurz als *KGW* bezeichnet. Das Material hat einen halben

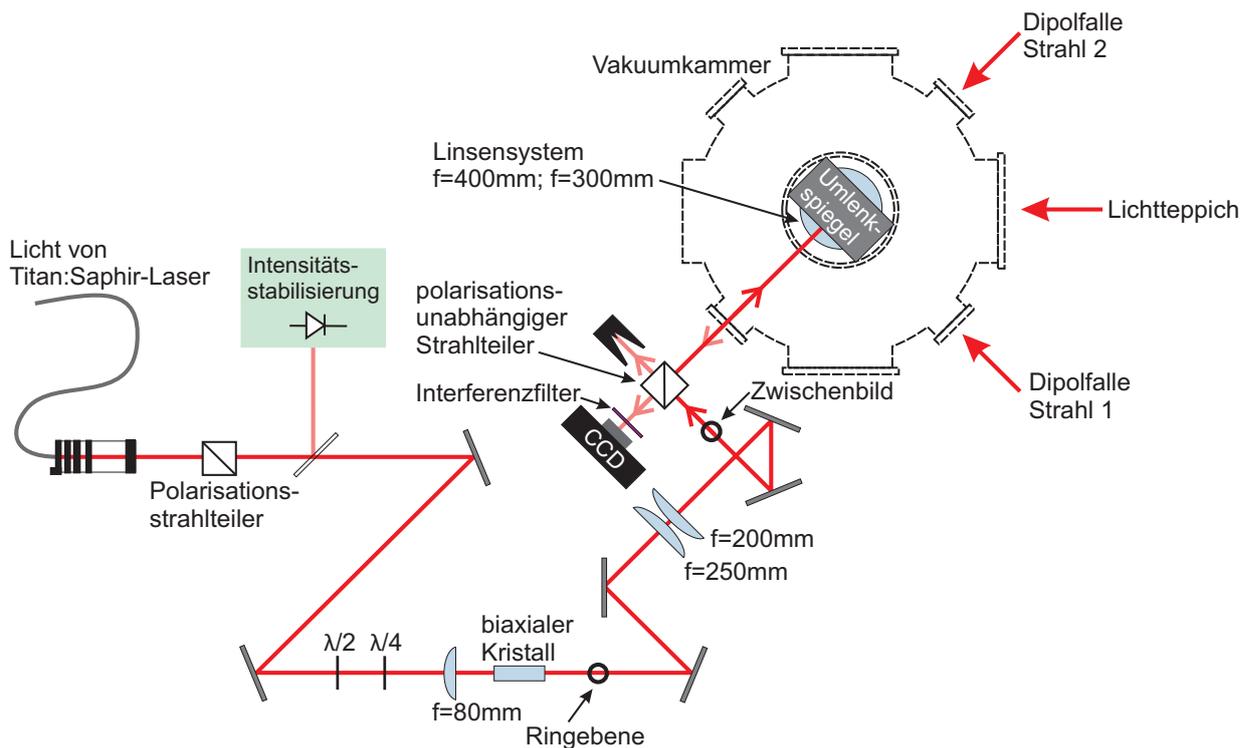


Abbildung 4.23.: Skizze des optischen Aufbaus zur Erzeugung des Ringpotentials und der Überlagerung mit dem Licht der Detektion in Draufsicht. Der gezeigte Strahlengang befindet sich in einer Ebene über der Vakuummkammer und wird mittels des Umlenkspiegels nach unten in die Kammer abgelenkt.

Öffnungswinkel des Kegels der konischen Refraktion von $A = 1,0^\circ$ [156] und Brechungsindizes von $n_1 = 2,02$, $n_2 = 2,06$ und $n_3 = 2,11$. Die Länge ist $l = 16,55$ mm; damit ergibt sich für Ring in der Fokalebene ein Radius² von $R_0 = Al = 290 \mu\text{m}$. Der Kristall ist auf einer Halterung montiert, die eine Verkippung um zwei Achsen erlaubt. Dadurch kann die genaue Ausrichtung der optischen Achse entlang der Strahlrichtung optimiert werden.

Der entstehende Ring wird anschließend von einem Paar achromatischer Linsen mit den Brennweiten 250 mm und 200 mm abgebildet. Da sich die Ringebene in der Fokalebene der ersten Linse befindet, erhält man durch diesen Aufbau eine um den Faktor 0,8 verkleinerte Abbildung in der Fokalebene der zweiten Linse. Die zusätzliche Verkleinerung sorgt dafür, dass das endgültige Potential klein genug ist, um kurze Laufzeiten der Atome beim Umlauf im Ringpotential zu erreichen. Das nach der ersten Abbildung erzeugte Zwischenbild wird dann mit dem Licht der Detektion, das von unten in die Kammer eingestrahlt wird und dem Licht des Ringpotentials entgegenläuft, überlagert. Dies geschieht durch einen nicht polarisierenden Strahlteilerwürfel, da sich (wie in Abbildung 4.6 gezeigt) die Polarisation entlang des Ringes ändert und ein polarisationsselektives Element die Verteilung entlang des Umfangs verändern würde. Der verwendete Strahlteiler bietet eine von der Polarisation nahezu unabhängige Reflektivität von 50% für p-polarisiertes Licht und 52% für s-polarisiertes Licht. Demzufolge geht etwa die Hälfte der Intensität, sowohl für das Ringpotential als auch für die Detektion, am Strahlteiler verloren. In einer Beobachtungsebene hinter dem Strahlteiler kann eine gleichmäßige Intensitätsverteilung über den Ring mit Hilfe der beiden Wellenplatten vor dem KGW-Kristall eingestellt werden. Die kleine Polarisationsabhängigkeit z.B.

² Als Radius des Rings wird der Radius des dunklen Poggendorf-Rings angegeben.

des Strahlteilers wird dann durch verstärktes Einstrahlen in der Polarisation kompensiert, die vom Strahlteiler stärker unterdrückt wird.

Das Licht wird anschließend über den Umlenkspiegel nach unten in die Vakuumkammer geleitet. Auf dem oberen Fenster der Kammer befindet sich ein weiteres Abbildungssystem aus zwei achromatischen Linsen, welches das Zwischenbild des Rings in die Kammer sowie die Schattenbilder der Absorptionsdetektion auf die CCD-Kamera abbildet. Das System besteht aus Linsen mit 400 mm und 300 mm Brennweite, was einer Verkleinerung des Rings um den Faktor 0,75 bei der zweiten Abbildung entspricht. Die gesamte Verkleinerung der ersten und zweiten Abbildung zusammen ist $0,8 \cdot 0,75 = 0,6$. Damit ergibt sich als Radius des Rings in der Kammer $R = 0,6 \cdot Al = 174 \mu\text{m}$, was mit dem experimentell bestimmten Wert ($R = (171 \pm 2) \mu\text{m}$, siehe Abschnitt 4.5.1) gut übereinstimmt. Für die Strahltaile in der Kammer ergibt sich anhand dieses Abbildungsmaßstabs ein rechnerischer Wert von $w_0 = 12,2 \mu\text{m}$, der aufgrund von möglichen Abbildungsfehlern und Beugungseffekten als untere Grenze anzusehen ist.

Vor der Detektionskamera wurde ein Bandpassfilter montiert, der nur das Detektionslicht bei 780 nm transmittiert, denn im experimentellen Ablauf kann das Streulicht des Ringstrahlengangs für eine Störung der Detektion sorgen. Da für das Ringpotential eine Wellenlänge in der Nähe des Übergangs bei 795 nm gewählt wurde, lässt sich dieses mit Hilfe des Filters von der Kamera fernhalten.

Die optische Leistung, die am Experimentiertisch ankommt, liegt je nach verfügbarer Pumpleistung für den Titan:Saphir-Laser bei etwa 100-150 mW. Durch die Kalibration der Photodiode der Leistungsregelung wurde bei den Experimenten üblicherweise eine Leistung von 116 mW vor der Linse zur Fokussierung durch den Kristall verwendet. Da der Kristall nicht antireflexbeschichtet ist, treten insbesondere dort, aber auch an den verschiedenen Linsen und Spiegeln, Verluste auf. Zusätzlich verliert man am Strahlteiler zur Überlagerung mit der Detektion die Hälfte der Leistung. Eine Messung der Leistungen ergab, dass von der Stelle im Strahlengang vor der Fokussierlinse bis in die Kammer noch etwa 23,5% der Leistung übrig bleiben, was demzufolge von 116 mW noch 27 mW entspricht.

4.3.2 Justierung des Ringpotentials

Die Justierung des Strahlengangs erfordert drei wesentliche Schritte. Zunächst muss der biaxiale Kristall so justiert werden, dass ein sauberer und gleichmäßig ausgeleuchteter Ring entsteht. Der folgende Strahlengang muss so justiert werden, dass die Fokalebene des zweiten Ringbildes in der Vakuumkammer mit der magneto-optischen Falle überlagert ist. Als letztes ist eine Feinjustierung nötig, um die Atome aus der Dipolfalle in das Ringpotential umladen zu können.

Als Vorarbeit wird der Strahlengang zunächst ohne den Kristall aber mit der fokussierenden Linse soweit justiert, dass das Bild des Fokus in der magneto-optischen Falle liegt. Zur Diagnose kann der Strahl blauverstimmt in die magneto-optische Falle eingestrahlt werden. Führt man dann eine Detektion der Atome in der Falle durch, so werden die Atome aus dem Strahl verdrängt; er schießt ein Loch in die Falle. Ein Beispiel ist in Abbildung 4.24 gezeigt. Eine grobe Vorjustierung kann erfolgen, indem am Ort des Zwischenbildes (vor dem nicht-polarisierenden Strahlteiler) der Strahl so justiert wird, dass er mit dem rückwärtigen Abbild der magneto-optischen Falle, welches aus dem gestreuten Fallenlicht entsteht, durch das Linsensystem auf der Kammer überlagert ist. Die hohe Intensität im einzelnen fokussierten Strahl ermöglicht eine gute Sichtbarkeit in der magneto-optischen Falle. Die Lage der Fokalebene wird durch die fokussierende Linse, die sich auf einem Verschiebetisch befindet, verändert. Zur Optimierung sollte die Ausdehnung des in der magneto-optischen Falle erzeugten Lochs möglichst klein eingestellt werden und die Position möglichst

nah am Ort der Kreuzung der Dipolfalle sein. Ist der Strahlengang soweit eingestellt, bereitet die Justierung des Rings keine Schwierigkeiten, da ein Teil des Rings dieselbe Strahlrichtung besitzt wie der vom Kristall unbeeinflusste Strahl (siehe Abbildung 4.5 bzw. 4.7). Lediglich die Lage der Fokalebene wird durch die Verlängerung des optischen Weges durch den Kristall verändert. Diese Verschiebung beträgt beim verwendeten Kristall circa 8,5 mm in Strahlrichtung. Diese Verschiebung ist durch den Verschiebetisch, auf dem die fokussierende Linse montiert ist, ausgleichbar.

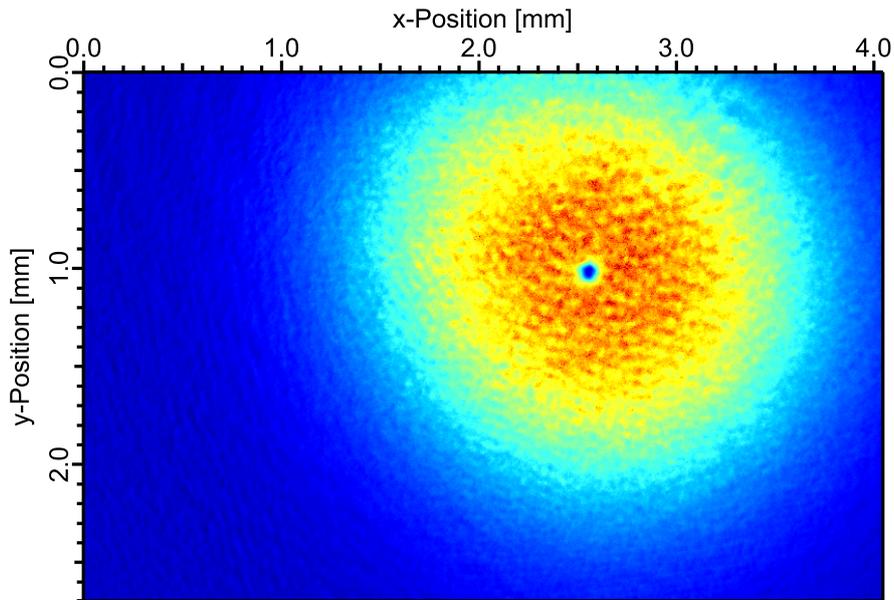


Abbildung 4.24.: Dichteverteilung von Atomen in der magneto-optischen Falle mit eingestrahltm blauerstimmtem Strahl ($\lambda = 795,1 \text{ nm}$).

Die Justierung des Kristalls kann nach den folgenden Schritten durchgeführt werden. In der Regel wird, nachdem man den Kristall in den Strahlengang gebracht hat, der Wellenvektor nicht parallel zur optischen Achse ausgerichtet sein. Dadurch tritt gewöhnliche Doppelbrechung auf und man beobachtet in der Fokalebene zwei Strahlen in Form von Punkten auf einem Schirm. Eine Verkippung des Kristalls führt entweder dazu, dass sich die beiden Strahlen leicht umeinander drehen (die optische Achse bewegt sich dann senkrecht zur Ebene der beiden Strahlen), oder beide Strahlen bewegen sich parallel zueinander (die optische Achse bewegt sich in der Ebene der Strahlen). Die beiden Punkte sollten mit einer der Stellachsen entweder (je nach Möglichkeit) genau senkrecht oder genau waagrecht ausgerichtet werden. Danach kann mit der anderen Drehachse die optische Achse in Strahlrichtung gedreht werden. Nähert man sich mit der optischen Achse der Strahlrichtung, so wachsen die beiden Punkte kreisförmig zusammen und man erhält die Ringstruktur der konischen Refraktion. Sollte die Polarisation noch nicht zirkular sein, so ist dies direkt anhand einer azimuthal ungleichmäßigen sichelförmigen Intensitätsverteilung sichtbar (siehe Abbildung 4.25). Eine Einstellung der Polarisation kann anhand der Intensitätsverteilung vorgenommen werden. Eine weitere Kontroll- bzw. Einstellmöglichkeit findet sich in der Ebene des Raman-Spots. Bei guter Justierung zeigt sich eine rotationssymmetrische Lichtverteilung.

Ist der Kristall justiert, so kann (wie beim Einzelstrahl) mittels blauerstimmtem Licht die Ringstruktur in der magneto-optischen Falle beobachtet werden. Dies ist in Abbildung 4.25

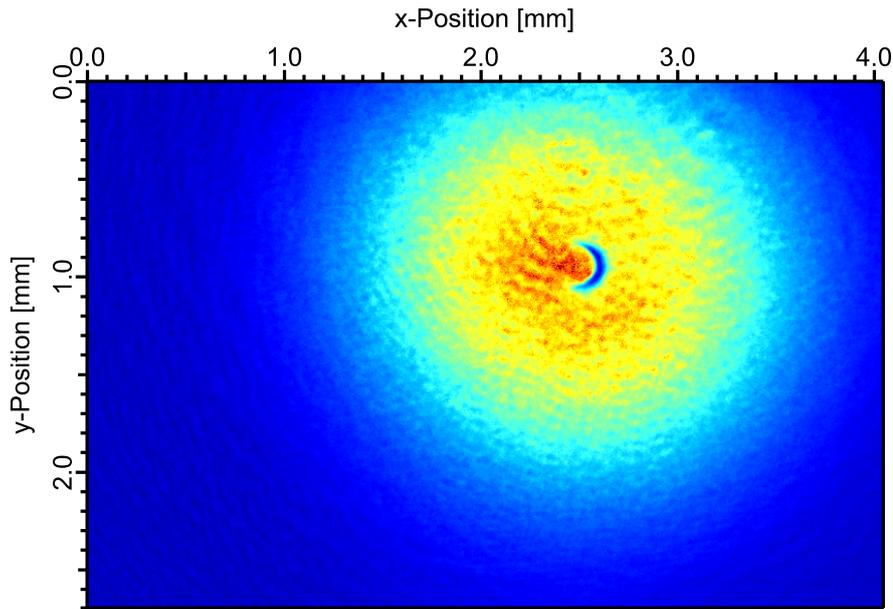


Abbildung 4.25.: Dichteverteilung in der magneto-optischen Falle mit eingestrahltm blauverstimmtm Ring ($\lambda = 795,1 \text{ nm}$).

anhand eines Ringes, der mit linear polarisiertem Licht beleuchtet wurde, gezeigt. Ebenso wie mit dem Einzelstrahl kann die Fokalebene durch Minimierung der Größe der radialen Ausdehnung eingestellt werden. Eine grobe Überlagerung mit der Dipolfalle kann bereits jetzt durch gleichzeitiges Beobachten der Dipolfalle in der magneto-optischen Falle vorgenommen werden. Wechselt man danach auf rotverstimmtes Licht, so kann der Ring in Form einer Erhöhung der Dichte beobachtet werden. Das Verhältnis der Intensitäten der beiden Ringe kann nun durch Verschieben der Fokalebene an der Linse vor dem Kristall optimiert werden. In dieser Arbeit wurde die Fokalebene so eingestellt, dass beide Ringe etwa gleich tief sind, um einen gleichmäßigen Einschluss in beiden Richtungen zu erreichen. Ein nicht unerwünschter Nebeneffekt ist der größere Abstand zwischen den beiden Ringen, der durch eine Nutzung einer Ebene ein Stück entfernt von der Fokalebene entsteht. Denn durch dieses Verhalten der konischen Refraktion lässt sich der Abstand der Ringe (siehe Abschnitt 4.5.1) auf die Ausdehnung der Dipolfalle anpassen.

Die Feineinstellung zum Laden eines blauverstimmtm Rings wird vorgenommen, nachdem in der Dipolfalle ein Bose-Einstein-Kondensat erzeugt wurde. Dazu wird während der Justierung das Licht des Rings rotverstimmt bei etwa 800 nm Wellenlänge betrieben. Der Lichtteppich wird zusätzlich eingestrahlt, so dass durch ein simultanes, lineares Hochrampen beider Lichtfelder das Bose-Einstein-Kondensat in das Ringpotential geladen wird. Typischerweise wurden dafür Rampendauern von 50 ms verwendet (siehe Abschnitt 4.4.1) und anschließend die Dipolfalle abgeschaltet. Bei nicht optimaler Justierung werden die Atome in eines der beiden attraktiven Ringpotentiale geladen. Die Detektion sollte möglichst schnell nach dem Abschalten der Dipolfalle erfolgen, da sich die Atome sonst ausbreiten und die Beobachtung ungenauer wird. Um die optimale radiale Position zum Laden der Ringfalle zu finden, wird das Doppelringpotential so eingestellt, dass beide Ringe gleichmäßig mit Atomen geladen werden (siehe Abbildung 4.26). In diesem Fall liegt das Intensitätsminimum der Ringstruktur genau in der Mitte des Bose-Einstein-Kondensats, so dass das Kondensat beim Umladen aufgeteilt wird. Anschließend kann das Licht blauverstimmt eingestellt und der Ring genutzt werden.

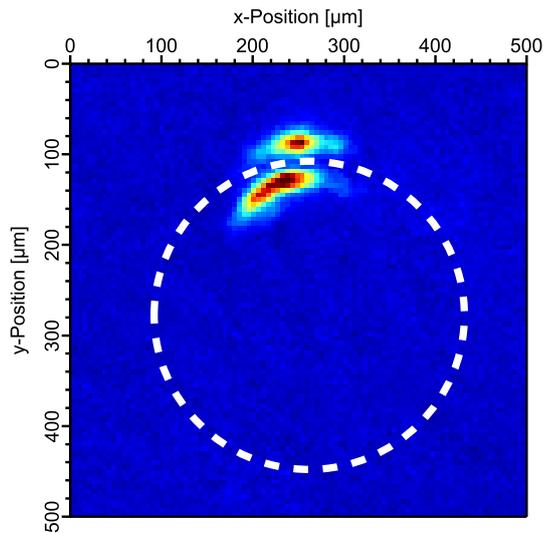


Abbildung 4.26.: Dichteverteilung nach Aufteilen des Bose-Einstein-Kondensats durch rotverstimmten Doppelring. Die gestrichelte weiße Linie zeigt die Position des dunklen Poggendorf Ringes an.

4.3.3 Auswertung von ringförmigen Dichteprofilen

Die ringförmigen Dichteverteilungen, wie sie im hier gezeigten Potential gemessen werden, sind auf dem rechtwinkligen Gitter der Bildpunkte nicht direkt durch Summation der optischen Dichte in einer Dimension auf eine eindimensionale Verteilung zu reduzieren. Stattdessen wird zur Gewinnung einer eindimensionalen Verteilung entlang des Rings der Ring in gleich große Sektoren unterteilt und die Dichte im jeweiligen Sektor in einem Bereich um den Radius des Rings $R \pm \Delta R/2$ summiert.

Da die Bildpunkte der Kamera Quadrate sind, kann es passieren, dass die Grenze eines Sektors Bildpunkte schneidet (siehe Abbildung 4.27). Deren Wert müsste entsprechend dem Anteil der Fläche im jeweiligen Sektor auf die Sektoren aufgeteilt werden. Da diese Rechnung sehr umständlich ist, wurde hier ein vereinfachtes Verfahren angewendet. Dazu wird jeder Bildpunkt in horizontaler und vertikaler Richtung in n kleinere Abschnitte unterteilt. Dadurch entstehen pro Bildpunkt n^2 kleinere Flächen deren Beitrag entsprechend $1/n^2$ des Originalbildpunktes ist. Rechnet man nun die Flächen anhand der Position ihres Mittelpunktes einem Sektor zu, so verringert sich der Fehler durch falsche Zuordnung mit steigendem n . Für diese Arbeit wurde in der Regel bei einer Unterteilung des Vollkreises in 100 bis 150 Sektoren $n = 5$ verwendet.

4.4 Transfer der Atome aus der gekreuzten Dipolfalle

Nach Erzeugung des Bose-Einstein-Kondensats in der Dipolfalle muss die Atomwolke in das Potential, welches zu untersuchen ist, transferiert werden. Dabei ist es wichtig, die Kohärenz nicht zu zerstören und ein Aufheizen des Bose-Einstein-Kondensats zu vermeiden. Das heißt, beim Verändern des Potentials ist darauf zu achten, dass die Änderung adiabatisch stattfindet. Die dafür notwendigen Kriterien werden in diesem Abschnitt diskutiert, sowie ein Experiment vorgestellt, das die Erhaltung des Bose-Einstein-Kondensats beim Umladen zeigt. Eine wichtige Voraussetzung für die folgende Abschätzung ist, dass die Minima der beiden Potentiale gut überlagert sind.

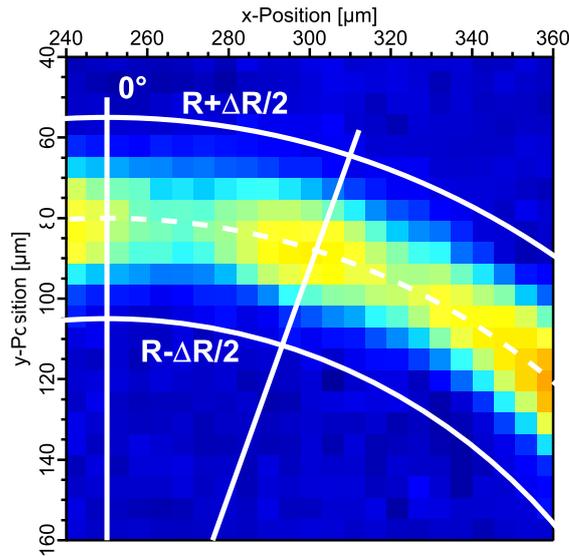


Abbildung 4.27.: Illustration der Sektoreinteilung (vergrößerter Ausschnitt aus dem linken Teil von Abbildung 4.28). Die Summation findet im Bereich des Sektors zwischen den beiden Radien statt. Die für Auswertungen verwendeten Sektoren haben einen deutlich kleineren Öffnungswinkel ($2,4^\circ$ bis $3,6^\circ$) als hier dargestellt.

Dies kann mit dem in Abschnitt 4.3.2 beschriebenen Verfahren zur Justierung des Ringpotentials sichergestellt werden.

Für den Transfer der Atome von der Dipolfalle in den Ring, der aus dem kombinierten Lichtfeld von konischer Refraktion und Lichtteppich erzeugt wird, wurde genutzt, dass die Intensitäten von Lichtteppich und Ringfalle jeweils stabilisiert sind. Dadurch kann von der Experimentsteuerung ein Sollwert vorgegeben werden, der dann präzise eingehalten wird und auch einer zeitlich variablen Spannung folgt, so wie es für die evaporative Kühlung ebenfalls angewendet wird (siehe Abschnitt 2.3.3). Dies wurde genutzt, um die Intensität zeitlich zu steuern.

Als einfache Umladesequenz wurde implementiert, dass, nachdem in der Dipolfalle ein Bose-Einstein-Kondensat erzeugt wurde, die Intensität von Ring und Lichtteppich simultan linear bis auf den Maximalwert gefahren wird. Am Ende dieser Rampe erreicht man den Startzustand eines möglichen Experimentes, das durch Abschalten der Dipolfalle gestartet werden kann.

Die Effizienz des Umladeprozesses liegt nahe bei 100% da kein Unterschied zwischen der Atomzahl vor dem Umladen und der danach messbar ist. Im Ringpotential kann also mit allen Atomen experimentiert werden, die in der gekreuzten Dipolfalle am Ende der Evaporation übrig sind, was typischerweise etwa 12000-15000 Atome mit einem Kondensatanteil vor dem Umladen von circa 60-80% sind (siehe Abschnitt 2.3.6).

4.4.1 Adiabazität beim Umladen

Ein Kriterium für eine adiabatische Änderung eines harmonischen bzw. näherungsweise harmonischen Potentials kann auf Basis der zeitlichen Änderung der Fallenfrequenz angegeben werden [60]:

$$\frac{d\omega}{dt} \ll \omega^2 \quad . \quad (4.29)$$

Die zeitliche Änderung der Fallenfrequenz soll deutlich kleiner sein als das Quadrat der Fallenfrequenz selbst. Zu Beginn der Rampe ist nur die Dipolfalle angeschaltet; die Fallenfrequenz ist somit die Fallenfrequenz der Dipolfalle ω_{DP} . Beim Zuschalten des Ringpotentials ist die Fallenfrequenz des kombinierten Potentials $\omega_{\text{tot}}(t) = \sqrt{\omega_{\text{DP}}^2 + \omega_{\text{Ring}}^2(t)}$, die mit der Zeit ansteigt. Die zeitliche Abhängigkeit der Fallenfrequenz des Ringpotentials bei linearer Änderung der Leistung ist proportional zur Wurzel der Zeit (siehe Gleichung 4.23 bzw. 2.26). Sie kann als Funktion der Zeit geschrieben werden als:

$$\omega_{\text{Ring}}(t) = \omega_{\text{Ring,max}} \sqrt{\frac{t}{T}} \quad . \quad (4.30)$$

$\omega_{\text{Ring,max}}$ bezeichnet die bei maximaler verwendeter Leistung am Ende der Rampe erreichte Fallenfrequenz und T ist die Dauer der linearen Rampe. Für die gesamte Fallenfrequenz und deren zeitliche Ableitung ergibt dies:

$$\omega_{\text{tot}}(t) = \sqrt{\omega_{\text{DP}}^2 + \omega_{\text{Ring,max}}^2 \frac{t}{T}}, \quad \frac{d\omega_{\text{tot}}(t)}{dt} = \frac{\omega_{\text{Ring,max}}^2}{2T} \cdot \frac{1}{\omega_{\text{tot}}(t)} \quad . \quad (4.31)$$

Damit ergibt die Bedingung aus Gleichung 4.29, die für alle Zeiten t erfüllt sein muss,

$$\frac{\omega_{\text{Ring,max}}^2}{2T} \ll \omega_{\text{tot}}^3(t) \quad . \quad (4.32)$$

Daraus lässt sich eine untere Grenze für die Rampendauer bestimmen

$$T \gg \frac{\omega_{\text{Ring,max}}^2}{2\omega_{\text{tot}}^3(t)} \quad , \quad (4.33)$$

$$\frac{\omega_{\text{Ring,max}}^2}{2\omega_{\text{tot}}^3(t)} \leq \frac{\omega_{\text{Ring,max}}^2}{2\omega_{\text{DP}}^3} \approx 7 \text{ ms} \quad .$$

Falls für die Rampendauer $T \gg 7 \text{ ms}$ gilt, ist der Prozess adiabatisch. Als Zahlenwerte wurden dabei Werte eingesetzt, wie sie im Experiment typischerweise erzielt werden. Diese sind $\omega_{\text{DP}} = 2\pi \cdot 100 \text{ Hz}$ und $\omega_{\text{Ring,max}} = 2\pi \cdot 300 \text{ Hz}$ (siehe Abschnitt 4.5.2). Die hier dargestellte Berechnung muss in jeder Dimension der Falle erfüllt sein.

Als Rampendauer T wurde in den in diesem Kapitel vorgestellten Experimenten eine Zeit von 50 ms gewählt was die Bedingung aus Gleichung 4.33 gut erfüllt und, wie durch Messungen bestätigt wurde, nur zu einer vernachlässigbaren Aufheizung der Atome durch spontane Streuprozesse führt.

4.4.2 Kohärenz nach dem Umladen

Um zu zeigen, dass das Umladen das Bose-Einstein-Kondensat nicht zerstört, wurden Interferometrieexperimente im ringförmigen Wellenleiter durchgeführt. Diese verlaufen analog zu den Experimenten im linearen Wellenleiter aus Abschnitt 3.5. Das heißt, nach dem Umladen wird die Dipolfalle, welche das Kondensat zunächst noch in azimuthaler Richtung festhält, abgeschaltet und nach einer Wartezeit, in der das Kondensat frei expandieren kann, eine Pulssequenz entsprechend eines Ramsey-Interferometers, mit einer Kopplung an den Zustand mit Impuls $2p_R$, eingestrahlt.

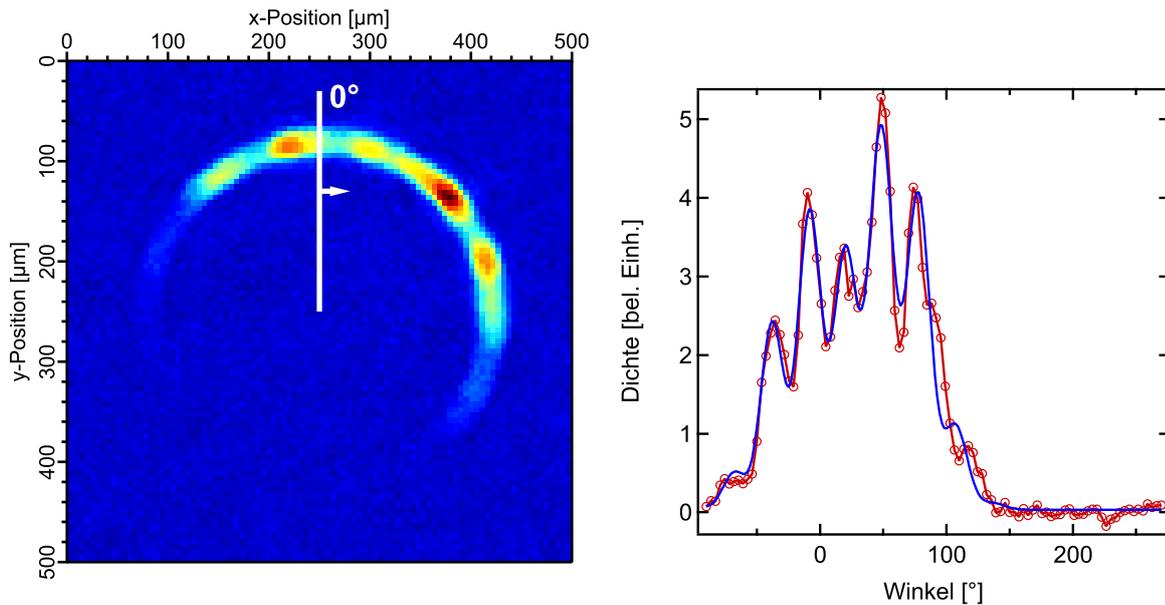


Abbildung 4.28.: Interferenzen im Ringpotential erzeugt durch eine Ramsey-Interferometersequenz angewendet 14 ms nach dem Umladen mit $\tau = 117 \mu\text{s}$ und einer zusätzlichen Expansionszeit von 18 ms nach den Ramsey-Pulsen. Es wurden 12500 ± 1000 Atome in das Ringpotential geladen. **Links:** Absorptionsoaufnahme der Dichteverteilung. **Rechts:** Summierte optische Dichte für jeden Sektor von insgesamt 100 Sektoren mit angepasster Funktion nach Gleichung 3.27. Die Winkelachse ist mit 0° bei der Position fixiert, an der das Bose-Einstein-Kondensat umgeladen wurde, und wird im Uhrzeigersinn gemessen (siehe linkes Bild).

Die Potentiale sind dabei so angeordnet, dass das Bragg-Gitter die Atome tangential beschleunigt (siehe Abbildung 4.39). Nach einer Expansionszeit, in der sich die Wellenpakete trennen können, wird die Dichteverteilung entlang des Rings gemessen. Ein Beispiel der resultierenden Dichteverteilung von 12500 ± 1000 umgeladenen Atomen ist in Abbildung 4.28 gegeben. Die Transformation der zweidimensionalen ringförmigen Dichteverteilung (Abbildung 4.28 links) zur linearen Auftragung in Abhängigkeit vom Winkel (Abbildung 4.28 rechts) ist in Abschnitt 4.3.3 erläutert. Es bestätigt sich, dass die angepasste Kurve aus Gleichung 3.27 für diese experimentelle Situation die Werte ebenfalls gut wiedergibt und zur Extraktion der Parameter verwendet werden kann.

Die Entwicklung des Kontrastes in Abhängigkeit von der Wartezeit vor dem Interferometer ist in Abbildung 4.29 aufgetragen. Der maximale Kontrast wird nach einer Wartezeit von 16 ms vor dem Interferometer beobachtet, er beträgt für die gezeigten Messungen $(43 \pm 10)\%$. Im Vergleich zu den vom Ablauf identischen Experimenten im Wellenleiter (siehe Abschnitt 3.5.5 insbesondere Abbildung 3.13), bei denen der maximal beobachtete Kontrast bei $(53 \pm 14)\%$ lag, geht etwas Kohärenz beim Umladen verloren. Dies geschieht zum Großteil durch Streuung von Photonen des Fallenlichtes des Lichtteppichs an den Atomen. Die Wahrscheinlichkeit, dass in der Zeit des Umladens und der Wartezeit vor dem Interferometer von insgesamt 66 ms ein Atom ein Photon streut, liegt mit einer Streurrate von etwa 3 s^{-1} bei circa 14%. Dies ergäbe eine Reduktion des Kontrastes von 53% auf 45,6%, was innerhalb des Fehlerbereiches des gemessenen Kontrastes liegt. Eine zusätzliche Reduktion könnte durch Unstetigkeiten der Intensitätsrampen oder In-

tensitätsrauschen der Laser verursacht werden. Für die im Folgenden gezeigten Experimente ist dieser Kontrast vollkommen ausreichend. Dass der maximale Kontrast bei der Messung im Ring bereits nach 16 ms erreicht wird und danach abfällt, was deutlich früher ist als in der Messung im linearen Wellenleiter, wo das Maximum bei etwa 30 ms liegt, spricht ebenfalls für vergleichsweise stärkere Dekohärenzeffekte im Ringpotential vor allem durch mögliche zusätzliche Streuprozesse während des Umladens.

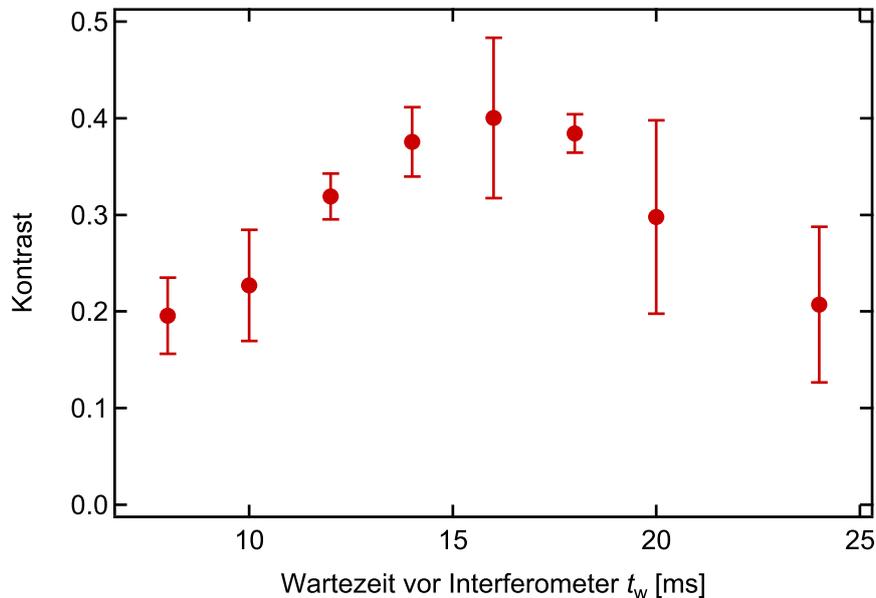


Abbildung 4.29.: Kontrast für verschiedene Wartezeiten vor einem Ramsey-Interferometer im Ringpotential für ein ruhendes Kondensat mit Pulsabstand $\tau = 117 \mu\text{s}$ und einer zusätzlichen Expansionszeit von 18 ms nach dem Interferometer. Die Daten wurden durch Mittelung der Ergebnisse von drei Messungen gewonnen. Die Fehlerbalken geben die Standardabweichung wieder.

In Abbildung 4.30 ist der Streifenabstand in Abhängigkeit von der Gesamtexpansionszeit in der Ringfalle aufgetragen. Die Messwerte streuen aufgrund des etwas geringeren Kontrastes stärker als im Fall des linearen Wellenleiters. Ebenfalls ist der gemäß Gleichung 3.22 berechnete Streifenabstand in Abhängigkeit von der Expansionszeit aufgetragen. Dieser ist nicht an die gezeigten Messdaten angepasst, sondern, wie in Kapitel 3, aus separat bestimmten Parametern berechnet. Zur Berechnung wird angenommen, dass sich die Atome so verhalten, als ob sie sich in einem linearen Wellenleiter fortbewegen. Die Übereinstimmung von berechneten und gemessenen Werten in Abbildung 4.30 rechtfertigt diese Annahme.

4.5 Eigenschaften des Ringpotentials

Die Eigenschaften des Ringpotentials (siehe Abbildung 4.31) wie Radius, Ringabstand, Fallentiefe und Fallenfrequenz lassen sich anhand der Intensitätsverteilung der konischen Refraktion berechnen (siehe Abschnitt 4.1.5). Dies setzt allerdings eine genaue Kenntnis der Strahltaile des auf den Kristall einfallenden Strahls und der Position der Atome im Lichtfeld in axialer Richtung (also des Wertes für ζ) voraus, sowie exakt bestimmbare Eigenschaften der Abbildungsoptik in die Vakuumkammer. Da diese Eigenschaften nicht genau genug bestimmt werden können, wurden zur Vermeidung dieser Unsicherheiten und deren Folgefehler die Parameter des Potentials

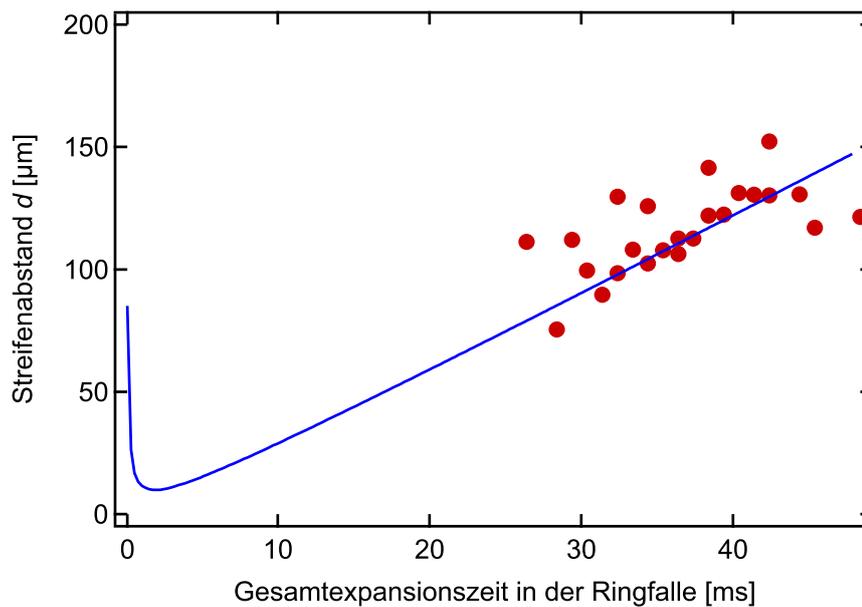


Abbildung 4.30.: Messung des Streifenabstands für verschiedene Expansionszeiten im Ringpotential für ein ruhendes Kondensat. Die durchgezogene Linie gibt die nach Gleichung 3.22 mit den separat bestimmten Parametern berechneten Streifenabstände wieder.

direkt anhand der Position bzw. des Verhaltens der Atome im Potential bestimmt. Die Messungen werden in diesem Abschnitt vorgestellt. Den Abschluss bildet in Abschnitt 4.5.4 eine Abschätzung basierend auf berechneten Werten der Intensitätsverteilung zur Bestimmung der verwendeten Ebene des Lichtfeldes der konischen Refraktion (Bestimmung von ζ).

4.5.1 Abmessungen

Ringradius

Zur Bestimmung des Radius werden Atome in das Ringpotential mit blauverstimmttem Licht geladen, so dass die Atome sich im dunklen Ring aufhalten. Sie können sich so lange frei ausbreiten, bis mindestens der halbe Ring mit Atomen gefüllt ist. Aus dem entsprechenden Absorptionbild können durch Anpassen einer Gaußkurve an einen Schnitt durch die Dichteverteilung, wie dies im Beispiel von Abbildung 4.32 dargestellt ist, die Zentren der beiden Dichtemaxima gewonnen werden. Da die Atome sich dort aufhalten wo das Potential am tiefsten ist, ist dies gleichbedeutend mit einer Bestimmung der Position des Minimums.

Aus dem Abstand der Zentren der Gaußkurven kann dann der Ringdurchmesser bestimmt werden. Dieser ergibt für das verwendete Potential $R = (171 \pm 2) \mu\text{m}$. Dem kommt der anhand der Kristalllänge und der Abbildungsoptik berechnete Wert von $174 \mu\text{m}$ sehr nahe. Durch die Verschiebung der betrachteten Ebene gegenüber der Fokalebene ist eine leichte Abweichung des Messwertes nach unten zu erwarten (siehe Abbildung 4.14).

Ringabstand

Der Abstand der beiden Ringe der konischen Refraktion in der Kammer lässt sich ebenfalls anhand des Ortes der Atome im Potential bestimmen. Lädt man wie in Abschnitt 4.3.2 beschrieben Atome in das rotverstimtme, also attraktive, Doppelringpotential, so dass sich die Atome auf beide Ringe

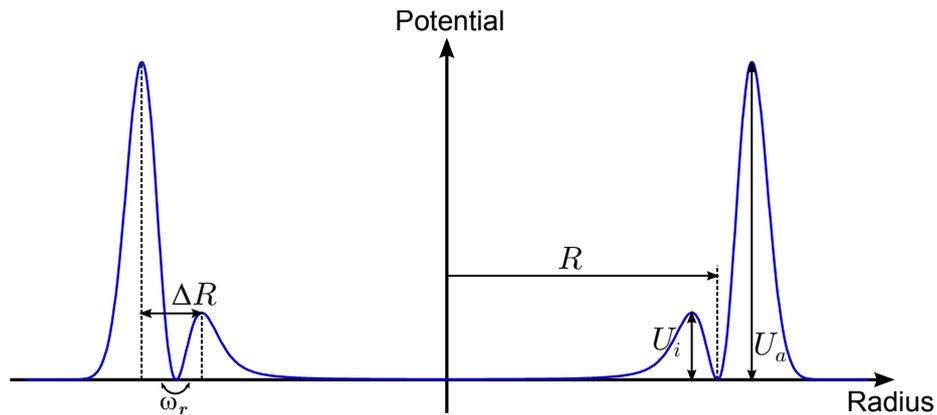


Abbildung 4.31.: Skizze eines Schnittes durch das Potential entlang des Durchmessers des Rings. Die eingezeichneten Parameter beschreiben das Potential: R ist der Radius des Rings, ΔR der Abstand der Maxima, ω_r die radiale Fallenfrequenz und U_i sowie U_a die innere bzw. äußere Potentialhöhe.

verteilen, kann anhand der Dichteverteilung und entsprechend angepasster Kurven der Abstand der Maxima der Atome bestimmt werden (siehe Abbildung 4.33).

Als Funktion zur Anpassung wurde eine Summe aus zwei Gaußkurven, mit voneinander unabhängigen Parametern, gewählt. Das Ergebnis für das hier betrachtete Potential ist ein Abstand von $\Delta R = (40 \pm 2) \mu\text{m}$. Dieser Abstand passt besser zur Ausdehnung der Dipolfalle, die in dieser Richtung eine Strahltaile von $46 \mu\text{m}$ aufweist, als der berechnete Abstand in der Fokalebene (circa $20 \mu\text{m}$).

4.5.2 Fallenfrequenzen

Die Fallenfrequenz in vertikaler Richtung, also in Strahlrichtung (ζ - bzw. z -Richtung, ist durch den Einschluss des Lichtteppichs gegeben, welcher in Abschnitt 4.2.3 bestimmt wurde.

Die radiale Fallenfrequenz kann durch eine ähnliche Methode bestimmt werden wie die Fallenfrequenz des Lichtteppichs. Dazu werden die Atome an einer Stelle in das Ringpotential geladen, radial zu einer kollektiven Schwingung angeregt und die Oszillation der Geschwindigkeit in der Falle anhand von Flugzeitmessungen untersucht. Da hier die Anregung radial erfolgen soll, was durch die Ausrichtung der Lichtfelder horizontal bedeutet, ist die Gravitation nicht geeignet. Stattdessen wurde das Bragg-Gitter verwendet. Das Ringpotential wurde so justiert, dass das Bragg-Gitter in radialer Richtung wirkt (siehe Abbildung 4.34). Nach dem Umladen in das Ringpotential wurde ein π -Puls eingestrahlt und die Atome konnten in der Haltezeit im Potential oszillieren. Das Ergebnis der Messungen ist in Abbildung 4.35 dargestellt.

Das Potential wurde an verschiedenen Orten untersucht. Aufgrund der durch das optische Gitter vorgegebenen Richtung der Anregung ist es nur möglich, auf gegenüberliegenden Seiten (hier mit linke und rechte Seite aus Sicht der Detektionskamera bezeichnet, siehe Abbildung 4.34) des Rings zu messen. Bei kleinen Verschiebungen von ca. $\pm 5^\circ$, vom Mittelpunkt aus gemessen, um die Position an der das Gitter genau radial wirkt, was hier $\pm 15 \mu\text{m}$ entspricht, kann ebenfalls eine Anregung erfolgen. In dieser nahen Umgebung konnte keine signifikante Änderung der Fallenfrequenz gemessen werden. Für die beiden gegenüberliegenden Positionen besteht allerdings ein Unterschied. Für beide Fälle erfolgte der Impulsstoß durch das Bragg-Gitter nach innen, das heißt in Richtung Kreismittelpunkt. Die Fallenfrequenz bei einer Leistung des Ringfallenlichts

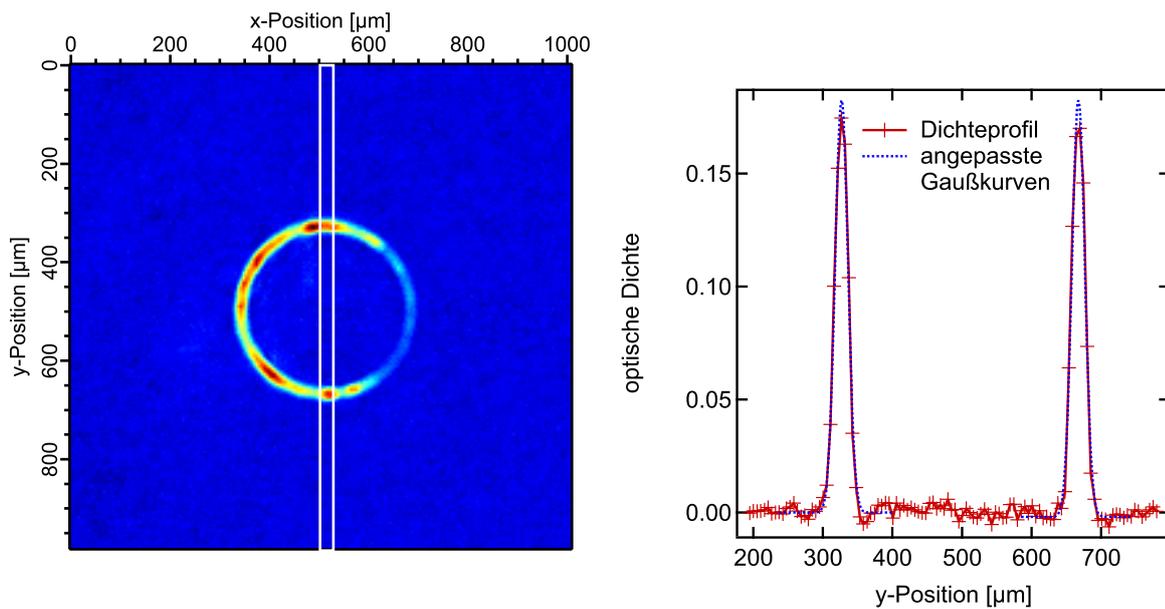


Abbildung 4.32.: Bestimmung des Ringdurchmessers anhand der Dichteverteilung im Ring. **Links:** Aufnahme der Dichteverteilung von im Ring verteilten Atomen durch Absorptionsdetektion. **Rechts:** Über den Bereich zwischen den weißen Linien im linken Bild in x -Richtung integrierte optische Dichte sowie angepasste Gaußkurven, zur Bestimmung des Schwerpunkts.

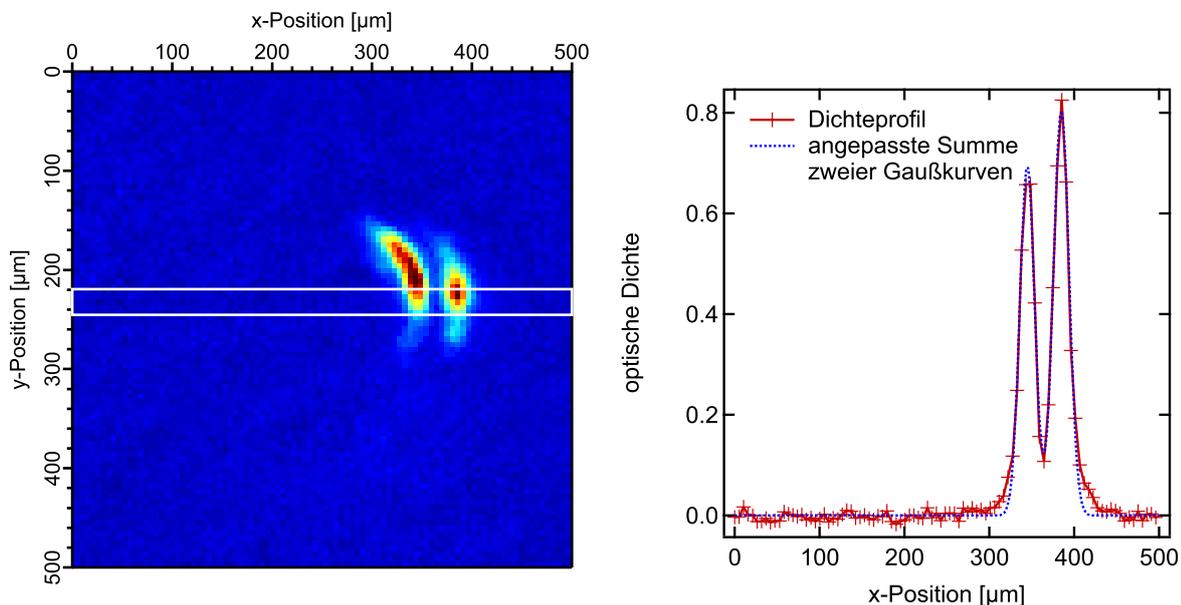


Abbildung 4.33.: Bestimmung des Ringabstands anhand der Dichteverteilung der Atome, die in ein rotverstimmt Potential geladen wurden, so dass sie auf beide Ringe aufgeteilt werden. **Links:** Aufnahme der Dichteverteilung von im Doppellings gefangenen Atomen. **Rechts:** Über den Bereich zwischen den weißen Linien im linken Bild in y -Richtung integrierte optische Dichte sowie angepasste Summe aus zwei Gaußkurven, zur Bestimmung der Schwerpunkte.

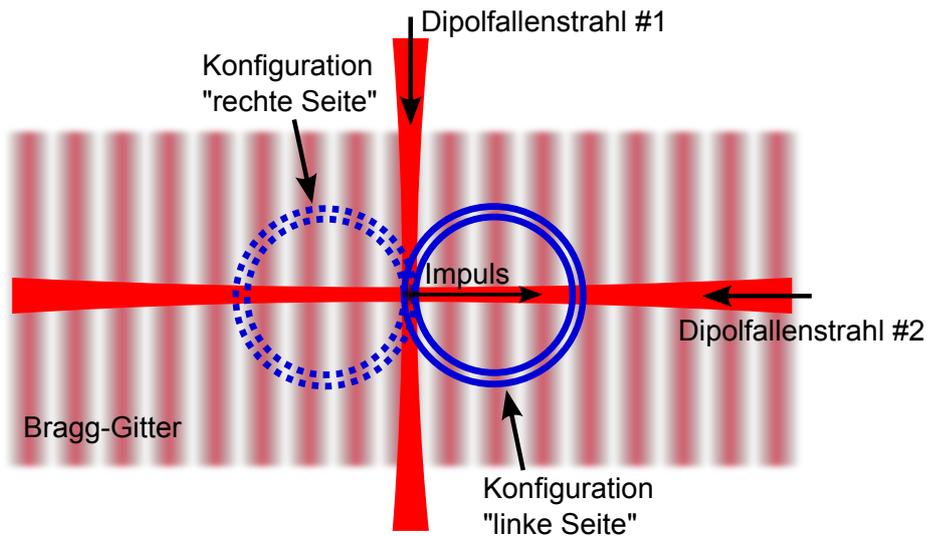


Abbildung 4.34.: Skizze der Anordnung der Lichtfelder zur Bestimmung von radialer Fallenfrequenz und Potentialhöhe in Draufsicht. „Linke Seite“ bedeutet, dass die Atome auf der linken Seite in den Ring geladen werden und „rechte Seite“ entsprechend.

von $P_m = 116 \text{ mW}$ vor dem Kristall, also ca. 27 mW in der Kammer, und einer Wellenlänge von $792,55 \text{ nm}$ beträgt auf der linken Seite $\nu_{r,l} = (325 \pm 5) \text{ Hz}$ und auf der rechten Seite $\nu_{r,r} = (290 \pm 4) \text{ Hz}$. Der signifikante Unterschied zwischen den beiden Frequenzen entsteht dadurch, dass der innere Ring eine leichte Asymmetrie zeigt, die in Abschnitt 4.5.4 genauer untersucht wird.

Um von den Fallenfrequenzen ν_m bei maximaler Leistung P_m auf Fallenfrequenzen $\nu(P)$ bei anderen Leistungen P zu schließen, wird ausgenutzt, dass das Potential proportional zur Leistung skaliert. Es muss aber beachtet werden, dass die Fallenfrequenz proportional zur Wurzel der Leistung P ist (siehe Gleichung 4.23 bzw. 2.26)

$$\nu(P) = c \cdot \sqrt{P}, \quad \text{mit} \quad c = \frac{\nu(P_m)}{\sqrt{P_m}}. \quad (4.34)$$

Dabei bezeichnet der Index m das gemessene Wertepaar aus Leistung P_m und zugehöriger Fallenfrequenz $\nu(P_m)$.

4.5.3 Potentialtiefe

Eine Bestimmung der radialen Fallentiefe wird vorgenommen, indem die Atome im Potential vom Bragg-Gitter einen definierten Impuls erhalten. Anschließend wird beobachtet ob und wie viele Atome die Falle verlassen in Abhängigkeit von der für den Ring eingestrahlt Leistung. Da die Falle aus Potentialbarrieren besteht, wird ein Atom, welches eine Barriere überwindet, die Falle verlassen. Ist die Barriere genauso hoch wie die kinetische Energie der mittleren Geschwindigkeit, so wird die Hälfte der Atome die Falle über die Barriere verlassen, da die atomare Wolke eine symmetrische Geschwindigkeitsverteilung besitzt. So kann die Potentialhöhe mit der kinetischen Energie der mittleren Geschwindigkeit identifiziert werden und die maximale Potentialtiefe mit der entsprechenden Leistung auf die Maximaltiefe skaliert werden. Beim hier verwendeten mittleren Impuls von $2p_R$ ist die kinetische Energie $4E_R$. Um die Teilchenzahl innerhalb und außerhalb

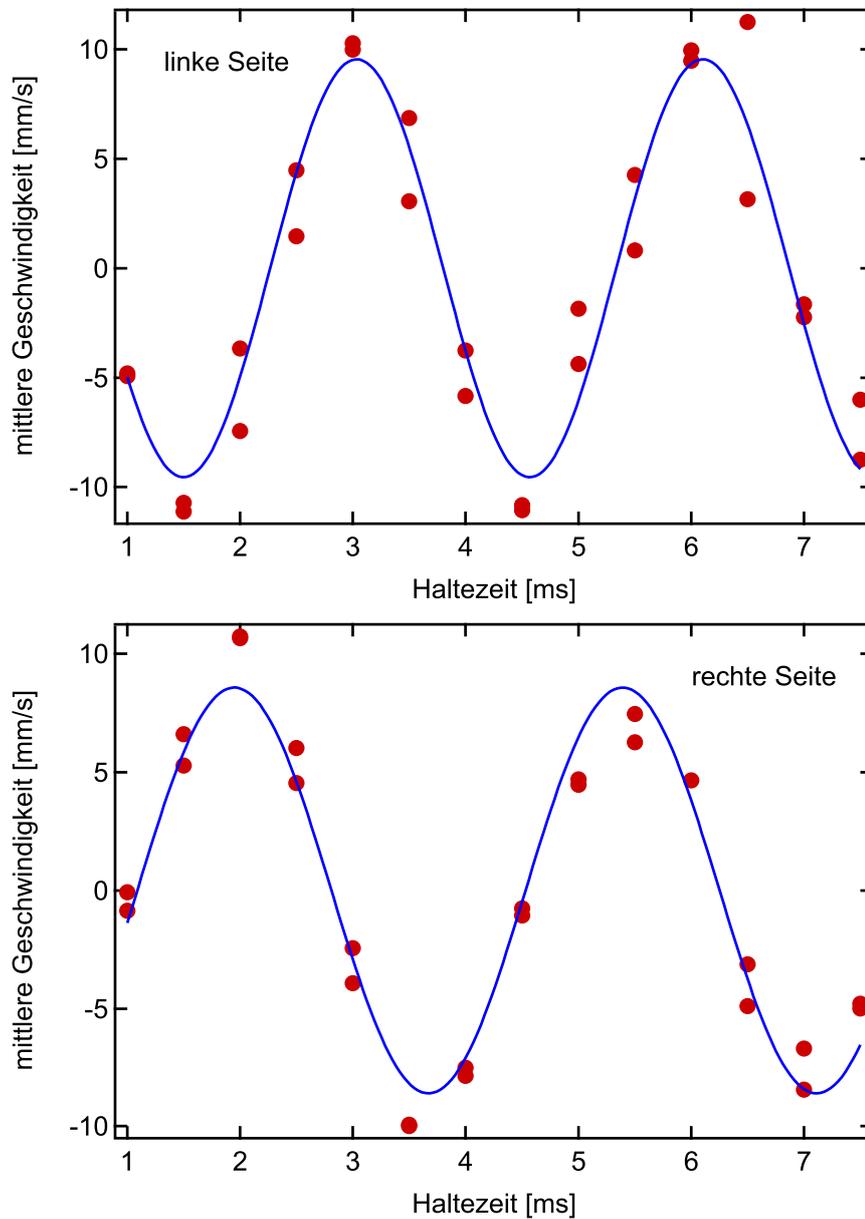


Abbildung 4.35.: Oszillation der Geschwindigkeit eines Bose-Einstein-Kondensats in radialer Richtung der Ringfalle an gegenüberliegenden Positionen des Ringpotentials. Das Kondensat wurde durch einen π -Puls des Bragg-Gitters angeregt. Die Geschwindigkeit wurde durch eine Flugzeitmessung nach verschiedenen Haltezeiten in der Falle bestimmt. **Oben:** Linke Seite, **unten:** Rechte Seite.

der Falle zu bestimmen, wurde bei den hier gezeigten Messungen vor der Detektion noch 18 ms gewartet, so dass die herausgefallenen Atome sich weit genug entfernen konnten, um separat detektiert zu werden.

Durch die asymmetrische Höhe der Potentialwände muss die Messung in beide Richtungen getrennt erfolgen, was durch Umkehr der Frequenzverstimmung des Bragg-Gitters möglich ist. Beschleunigt man die Atome in Richtung des Mittelpunktes des Rings, treffen die Atome auf die in der Regel niedrigere der beiden Barrieren und man erhält Anteile der Wolke außerhalb der Falle in Abhängigkeit von der Leistung die kontinuierlich von null auf eins ansteigen (siehe obere Graphen in Abbildung 4.36 und 4.37).

Beschleunigt man die Atome hingegen nach außen, können sie in einem Bereich, in dem die kinetische Energie zwischen den beiden Potentialhöhen liegt, an der äußeren Wand reflektiert werden und die Falle stattdessen nach innen verlassen. Daher ist es notwendig, zwischen Atomen in der Falle und Atomen, die den Ring nach außen bzw. nach innen verlassen zu unterscheiden. Entsprechende Kurven sind in den unteren Graphen in den Abbildungen 4.36 und 4.37 dargestellt.

Durch Anpassung geeigneter Funktionen kann in beiden Fällen die Leistung bestimmt werden, bei der die Verluste in der untersuchten Richtung 50% betragen. Die horizontale Achse der Graphen wurde entsprechend skaliert. Als Funktion zur Extraktion des Pegelwertes für die Potentialtiefe wurde für den äußeren Ring eine Fehlerfunktion angepasst, aus deren Parametern die 50%-Schwelle und aus der Standardabweichung σ der zugrundeliegenden Gaußfunktion der zugehörige Fehler bestimmt wurde. Für die Funktion der relativen Teilchenzahl für den inneren Ring wurde eine Parabel angepasst, da diese den Verlauf der beobachteten Werte sehr gut wiedergibt. Der Pegel für die 50%-Schwelle kann dann aus den Parametern berechnet werden. Der Fehler wurde durch Fehlerfortpflanzung der statistischen Fehler der angepassten Parameter bestimmt. Die Ergebnisse sowohl für die linke als auch die rechte Seite für die Potentialtiefen des äußeren (U_a) sowie des inneren Rings (U_i) sind in Tabelle 4.1 zusammengefasst.

Ring	Potentialhöhe [E_R]	
	links	rechts
außen (U_a)	$12,4 \pm 0,8$	$11,5 \pm 0,6$
innen (U_i)	$9,1 \pm 0,2$	$5,7 \pm 0,9$

Tabelle 4.1.: Ergebnisse der Messung der Potentialhöhen des Ringpotentials bei einer Gesamtleistung von 27 mW bei einer Wellenlänge von 792,55 nm.

Dabei zeigt sich, dass sich die beiden betrachteten Seiten des Rings, wie auch bei der Bestimmung der Fallenfrequenzen, unterscheiden. Insbesondere ist das Verhältnis der Potentialhöhen von innerem zu äußerem Ring verschieden. Dies erweckt den Anschein, dass sich die betrachteten Teile des Rings an verschiedenen Stellen entlang der Strahlrichtung des Lichtfeldes der konischen Refraktion befinden. Dass dies in diesem Ausmaß höchstwahrscheinlich nicht der Fall ist, wird im nächsten Abschnitt gezeigt.

Dieser Unterschied im Verhältnis der beiden Potentialtiefen kann auch qualitativ in den Abbildungen 4.36 und 4.37 beobachtet werden. Auf der rechten Seite (Abbildung 4.36, unten) wird im Bereich zwischen $5 E_R$ und $8 E_R$ ein großer Anteil der Atome an der Außenwand reflektiert und verlässt den Ring nach innen. Dies liegt am großen Abstand zwischen $U_{a,r}$ und $U_{i,r}$. Auf der linken Seite hingegen ist der Abstand zwischen $U_{a,l}$ und $U_{i,l}$ sehr klein und daher können nur wenige

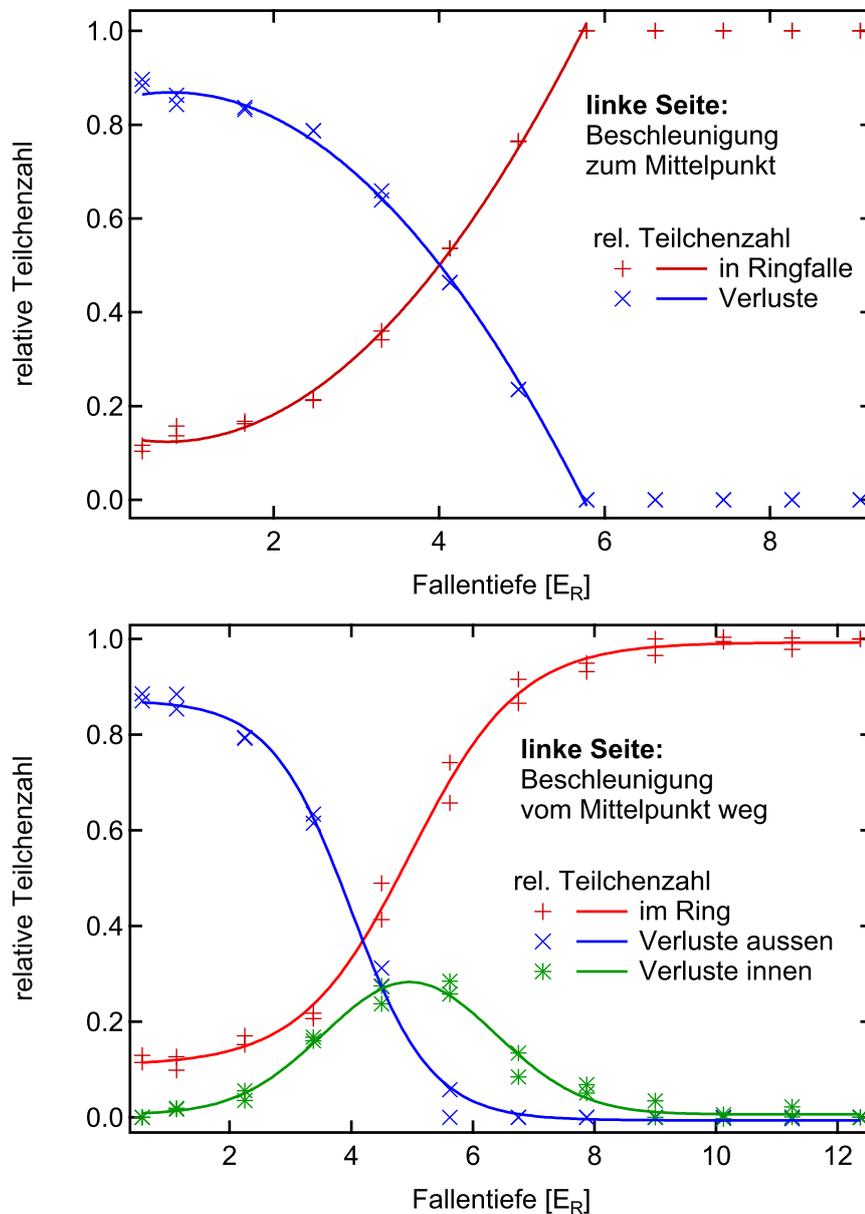


Abbildung 4.36.: Relative Atomzahlen innerhalb und außerhalb des Ringpotentials für die **linke Seite** des Rings nach radialer Beschleunigung mittels eines Bragg-Pulses auf eine kinetische Energie von $4 E_R$. Die horizontalen Achsen wurden so skaliert, dass ein Verlust von 50% in der Beschleunigungsrichtung $4 E_R$ entspricht. **Oben:** Beschleunigung in Richtung des Ringmittelpunktes, **unten:** Beschleunigung vom Mittelpunkt des Rings weg. Da hier die Atome an der äußeren Wand abprallen und den Ring nach innen verlassen können, gibt es drei mögliche Orte, um die Atome zu messen.

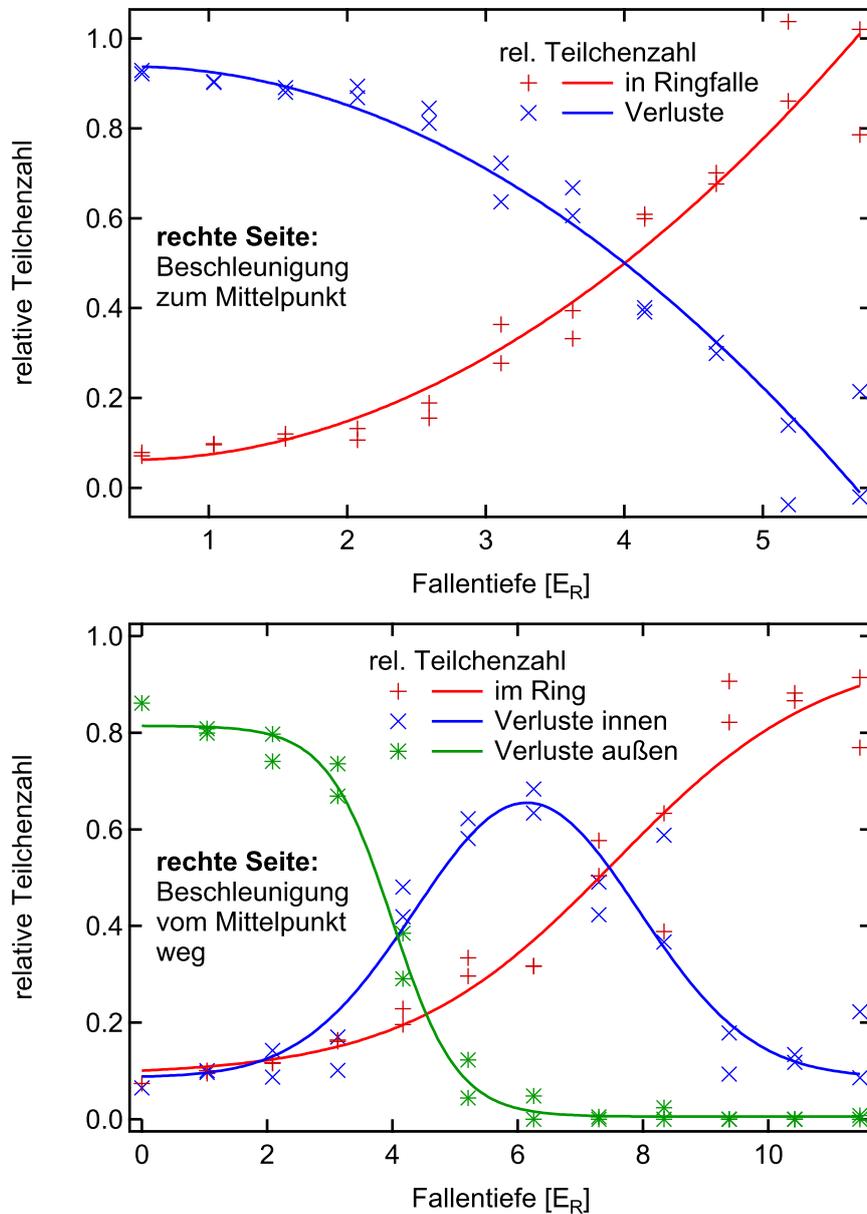


Abbildung 4.37.: Relative Atomzahlen innerhalb und außerhalb des Ringpotentials für die **rechte Seite** des Rings nach radialer Beschleunigung mittels eines Bragg-Pulses auf eine kinetische Energie von $4 E_R$. Die horizontalen Achsen wurden so skaliert, dass ein Verlust von 50% in der Beschleunigungsrichtung $4 E_R$ entspricht. **Oben:** Beschleunigung in Richtung des Ringmittelpunktes, **unten:** Beschleunigung vom Mittelpunkt des Rings weg.

Atome die Falle in die falsche Richtung verlassen, bevor sie die Barriere nach außen überwinden können.

4.5.4 Bestimmung der verwendeten Ebene der konischen Refraktion

In diesem Abschnitt wird auf Basis der gemessenen Fallenparameter, die in Tabelle 4.2 zusammengefasst sind, und einer Messung der Intensitätsverteilung des Lichtes mittels einer CCD-Kamera eine Abschätzung gegeben wie weit sich die Atome von der Fokalebene entfernt befinden. Es soll der Parameter ζ bestimmt werden sowie eine Überprüfung der Konsistenz der Ergebnisse mit der berechneten Intensitätsverteilung stattfinden.

Parameter	Symbol	Wert	
Strahltaille (berechnet)	w_0	12,2 μm	
Rayleighlänge (berechnet)	z_R	592 μm	
Radius	R	(171 \pm 2) μm	
Radius zu Taille Verhältnis	$\rho_0 = \sqrt{2}R/w_0$	~ 20	
Position in Strahlrichtung	ζ	$\sim 1,3$	
Ringabstand	ΔR	(40 \pm 2) μm	
vertikale Fallenfrequenz	ν_z	(169 \pm 1,5) Hz	
		linke Seite	rechte Seite
radiale Fallenfrequenz	ν_r	(325 \pm 5) Hz	(290 \pm 4) Hz
Potentialhöhe außen	U_a	(12,4 \pm 0,8) E_R	(11,5 \pm 0,6) E_R
Potentialhöhe innen	U_i	(9,1 \pm 0,2) E_R	(5,7 \pm 0,9) E_R

Tabelle 4.2.: Eigenschaften des Ringpotentials bei einer Gesamtleistung von 27 mW und der Wellenlänge von 792,55 nm kombiniert mit dem Lichtteppich mit einer Wellenlänge von 783,55 nm und einer Gesamtleistung von 137 mW.

Aus der Verschiebung des Tisches zur Justierung der Fokalebene ergibt sich eine Entfernung von (1,3 \pm 0,3) mm von der Fokalebene. Dies entspricht der Verschiebung der Fokalebene direkt hinter dem Kristall. Durch die Abbildungsoptik wird diese Verschiebung entsprechend in die Vakuumkammer verkleinert; demzufolge ist die Verschiebung in der Kammer (0,78 \pm 0,18) mm. Zur berechneten Strahltaille $w_0 = 12,2 \mu\text{m}$ in der Kammer ergibt sich eine Rayleighlänge von $z_R = 592,9 \mu\text{m}$. Damit ist der Parameter $\zeta = 1,3 \pm 0,3$. Diese Zahl ist mit einer großen Unsicherheit behaftet, da die Bestimmung der Position der Fokalebene nach Augenmaß anhand der Taille des Ringpotentials in der magneto-optischen Falle stattfand.

Abschätzung basierend auf Fallentiefenmessung

Die Verhältnisse der Fallentiefen des inneren und äußeren Rings verhalten sich zueinander wie die Maximalintensitäten aus Abbildung 4.13. Daraus kann auf den Parameter ζ zurückgeschlossen werden, welcher den Abstand in Rayleighlängen von der Fokalebene wiedergibt. Für die gemessenen Fallentiefenverhältnisse V_U ergibt sich auf der rechten Seite $V_{U,r} = 2,01$ (und auf der linken Seite $V_{U,l} = 1,36$). Daraus ergibt sich für den Abstand von der Fokalebene entsprechend $\zeta_r = 1,37$ (und $\zeta_l = 2,24$). Der große Unterschied der ζ bedeutet, dass bei der berechneten

Rayleighlänge eine Verschiebung der Position entlang des Strahls um etwa 0,5 mm stattfinden müsste, was bei einem Ringdurchmesser von 0,34 mm allein durch ungenaue Justierung nicht passieren kann.

Einen weiteren Hinweis, dass die Ergebnisse nicht konsistent sind, liefert eine Abschätzung der Falltiefe anhand der berechneten Intensitätsverteilung unter Verwendung der eben bestimmten $\zeta_{r/l}$ und der Parameter des Strahls ($w_0 = 12,2 \mu\text{m}$, $P_{\text{tot}} = 27 \text{ mW}$, $\lambda = 792,55 \text{ nm}$). Aus Gleichung 4.20 lassen sich die Maximalintensitäten der Ringe bestimmen (siehe auch Abbildung 4.13). Die sich daraus ergebenden Falltiefen sind auf der rechten Seite $U_{i,r} = 5,49 E_R$ und $U_{a,r} = 11,04 E_R$ was gut mit den gemessenen Parametern aus Tabelle 4.1 übereinstimmt. Auf der linken Seite (für $\zeta_l = 2,24$) hingegen ergibt sich $U_{i,l} = 4,76 E_R$ und $U_{a,l} = 7,19 E_R$, was deutlich weniger ist als die gemessenen Werte.

Vergleich mit gemessener Intensitätsverteilung

Zur Untersuchung der Ursache der im vorherigen Abschnitt dargestellten Diskrepanz wurde die Intensitätsverteilung mittels einer CCD-Kamera im Strahlengang direkt hinter dem Kristall untersucht. Aus den Aufnahmen wurde in verschiedenen Ebenen in zunehmender Entfernung von der Fokalebene die Maximalintensität entlang von Schnitten extrahiert, die in derselben Richtung verlaufen wie die durchgeführten Messungen anhand der Atome. Die Ergebnisse sind in Abbildung 4.38 dargestellt. Dabei zeigt sich, dass der äußere Ring auf den beiden gegenüberliegenden Seiten eine sehr ähnliche Maximalintensität besitzt und auch deren Verlauf mit der Entfernung von der Fokalebene gleich ist. Der innere Ring hingegen zeigt auf den beiden Seiten eine unterschiedliche Maximalintensität. Auf der linken Seite ist das Maximum der Intensität höher und auf der rechten Seite niedriger, wie dies auch von den Messungen mit Atomen im Potential gezeigt wurde. Die

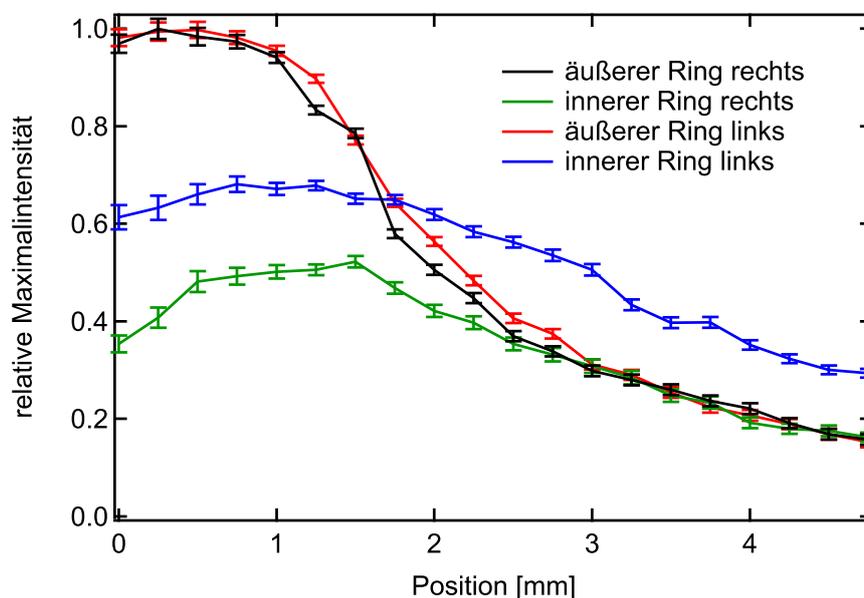


Abbildung 4.38.: Maximalintensitäten für einen Schnitt entlang der Richtung der gemessenen Falltiefen und Fallenfrequenzen. Die Intensitäten sind auf die höchste auftretende Intensität skaliert.

Maximalintensitäten zeigen bei der Position $(1,37 \pm 0,2) \text{ mm}$ sowohl links als auch rechts ein vergleichbares Verhältnis zwischen innerem und äußerem Maximum wie bei der Messung der

Fallentiefe, was nach der Abbildung in die Kammer einer Verschiebung von $(0,82 \pm 0,1)$ mm und damit $\zeta = 1,39 \pm 0,17$ entspricht.

Der Wert für $\zeta_r = 1,37$ aus der Potentialtiefemessung auf der rechten Seite ist demzufolge konsistent mit den beiden auf anderem Weg bestimmten ζ . Diese sind anhand der Verschiebung der Fokussierlinse ($\zeta = 1,3 \pm 0,3$) und durch die Messung der Intensitätsverteilung ($\zeta = 1,39 \pm 0,17$) bestimmt. Auch der positionsabhängige Verlauf der Maximalintensitäten entspricht auf der rechten Seite dem berechneten Verlauf aus Abbildung 4.13. Die linke Seite hingegen zeigt ein von den berechneten Charakteristiken abweichendes Verhalten. Auch der Unterschied der gemessenen Fallenfrequenzen deutet darauf hin, dass auf der linken Seite insgesamt mehr Intensität vorhanden ist als auf der rechten.

Als Ursachen für das Verhalten des inneren Rings kommen mehrere Möglichkeiten in Frage. Eine mögliche Ursache ist eine ungenaue Justierung des Rings, wobei aber eine Nachjustierung keine Veränderung brachte und was außerdem aufgrund der guten Symmetrie des äußeren Rings nahezu ausgeschlossen werden kann. Eine Asymmetrie des auf den Kristall fokussierten Strahls oder eine im Strahlengang durch Beugung oder Interferenzen entstehende Abweichung von einem zylindersymmetrischen Strahl können ebenfalls aufgrund der Komplexität der konischen Refraktion nur schwer vorhersehbare Auswirkungen haben. Es ist daher wahrscheinlich, dass dieser Effekt zu den beobachteten Diskrepanzen führen kann.

Abschließend für Abschnitt 4.5.4 kann festgehalten werden, dass das Potential mit den in diesem Abschnitt vorgestellten Methoden anhand des Verhaltens der Atome im Potential charakterisiert werden sollte. Nur so lassen sich die Eigenschaften des Potentials genau feststellen. Aufgrund des hier gezeigten irregulären Verhaltens der Intensität auf einer Seite des Rings, was bei einer Berechnung der Parameter aus der Intensitätsverteilung nicht berücksichtigt wird, genügt es nicht, das Potential anhand der Parameter des Strahls zu bestimmen, falls eine genaue Kenntnis der Fallenparameter erforderlich ist.

4.6 Ringfalle als Speicherring

Die hier vorgestellte Ringfalle wird als Speicherring für Bose-Einstein-Kondensate genutzt. Das heißt, Bose-Einstein-Kondensate sollen sich entlang des Rings unter Beibehaltung ihrer Eigenschaften (wie Impuls, Impulsverteilung und Kohärenz) bewegen. Dazu werden in diesem Abschnitt einige Experimente vorgestellt, welche die Eignung als Speicherring demonstrieren. Neben dem Nachweis einer ausreichenden Lebensdauer werden Experimente mit propagierenden Kondensaten durchgeführt, wobei bis zu zwei Umläufe im Potential erreicht wurden. Mittels einer interferometrischen Messung wird gezeigt, dass für mindestens einen halben Umlauf Kohärenz erhalten bleibt.

Bei den in diesem Abschnitt gezeigten Experimenten wurde die Ringfalle so justiert, dass das Bragg-Gitter am Umladepunkt tangential auf die Atome wirkt. Die Anordnung der Lichtfelder ist in Abbildung 4.39 dargestellt.

4.6.1 Lebensdauer

Ein wichtiger Parameter für Experimente mit ultrakalten Atomen bzw. Bose-Einstein-Kondensaten in Fallen ist die Lebensdauer des exponentiellen Zerfalls der Atomzahl in der Falle. Diese hängt von verschiedenen Verlustkanälen ab, wie bereits in Abschnitt 2.4.2 erläutert. Für die in diesem Kapitel verwendeten, im Vergleich zur Dipolfalle, welche zur evaporativen Kühlung verwendet wird, nahresonanten Fallen, findet der größte Verlustbeitrag durch Streuung des Fallenlichtes und der sich daraus ergebenden Aufheizung statt. Die Streuraten, welche vom Ringfallenlicht und

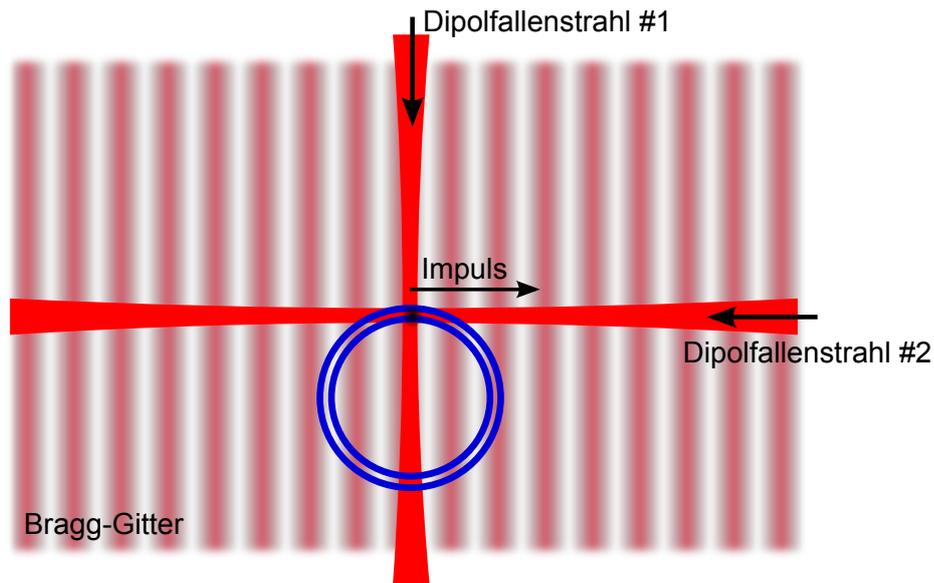


Abbildung 4.39.: Skizze der Anordnung der Lichtfelder zur Nutzung als Speicherring in Draufsicht.

vom Lichtteppich verursacht werden, können aus der maximalen Intensität und der Verstimmung berechnet werden (siehe Gleichung 2.23). Die Maximalintensitäten können aus den Strahlparametern abgeschätzt werden. Für den Lichtteppich ergibt sich damit eine Streurrate von circa 3 s^{-1} und für das Ringpotential etwa $0,5\text{ s}^{-1}$ (jeweils für ein Atom im Intensitätsmaximum). Dies stellt beim blauverstimmtten Ringpotential eine obere Grenze dar, da sich die Atome hauptsächlich im Intensitätsminium aufhalten. Damit zeigt sich, dass der größere Einfluss vom Lichtteppich kommt, gegenüber dem die Streuung des Ringlichtes vernachlässigt werden kann. Für eine Verlängerung der Lebensdauer sollte vorrangig die Verstimmung und zur Erhaltung der Fallentiefe auch die Leistung des Lichtteppichs erhöht werden.

Zerfallsmessungen der Atomzahl im Ringpotential ergeben bei einem exponentiellen Zerfall ($N(t) = N_0 e^{-t/\tau}$) eine Lebensdauer von $\tau = 200 \pm 25\text{ ms}$. Dies ist deutlich kürzer als in der gekreuzten Dipolfalle mit $\tau > 15\text{ s}$ bei Leistungen wie sie für das Bose-Einstein-Kondensat verwendet werden. Die Lebensdauer ist dabei unabhängig von der Verstimmung des Lichtes der Ringfalle, was ebenfalls auf den dominierenden Einfluss des Lichtteppichs hinweist. Die angegebene Lebensdauer gilt sowohl für ruhende Atome, als auch bei Propagation der Atome im ringförmigen Wellenleiter. Dass die Lebensdauer ähnlich ist zur mittleren Zeit zwischen zwei gestreuten Photonen würde bedeuten, dass mit jedem gestreuten Photon ein Atom die Falle verlässt. Dies lässt vermuten, dass auch dichteabhängige Verluste eine Rolle spielen.

Die im folgenden Abschnitt gezeigten Experimente mit propagierenden Bose-Einstein-Kondensaten im Ringpotential und insbesondere die in Abschnitt 4.6.3 gezeigten Interferenzexperimente, benötigen Zeiten zwischen 20 ms und 100 ms. In dieser Zeit sind die drohenden Verluste der Atomzahl tolerierbar. Ein weiterer wichtiger Aspekt ist der Kohärenzverlust durch spontane Streuung, denn die Streuung eines Photons an einem Atom zerstört bereits dessen Kohärenzeigenschaften. Der Kohärenzverlust zeigt sich in Form der Reduktion des Kontrastes eines Interferometers. Hier gilt, dass in der für die Interferometriexperimente benötigten Zeit von 25 ms an einem Atom nur mit einer Wahrscheinlichkeit von 6% (22% bei 100 ms) ein Photon gestreut wird und damit der Kontrast um diesen Anteil reduziert wird.

4.6.2 Propagation des Bose-Einstein-Kondensats

In diesem Abschnitt wird demonstriert, dass sich das vorgestellte Ringpotential eignet, um bewegte Atome zu speichern. Dazu wird nach dem Umladen und Abschalten der Dipolfalle ein π -Puls des Bragg-Gitters eingestrahlt, um das Bose-Einstein-Kondensat möglichst vollständig in tangentialer Richtung zu beschleunigen. Mehrfache Durchführungen mit unterschiedlicher Propagationszeit zwischen Beschleunigung und Detektion erlauben es, die Bewegung zu veranschaulichen. Die Ergebnisse sind für verschiedene Impulse in den Abbildungen 4.40 ($2p_R$), 4.41 ($\pm 2p_R$) und 4.42 ($4p_R$) dargestellt. Wie in den Messungen zu beobachten ist, dehnt sich das Kondensat, während es sich um den Ring bewegt, in azimuthaler Richtung aus. Diese azimuthale Verbreiterung wird durch die abstoßende Wechselwirkung der Atome, das sogenannte mean-field (siehe Abschnitt 2.1.2), verursacht. Um zu verhindern, dass sich die Atome zu schnell ausbreiten, kann nach der Umladesequenz und vor dem Freilassen in das Ringpotential das Dipolfallenpotential adiabatisch heruntergefahren werden (wie es in den gezeigten Messungen angewandt wurde), so dass die Fallenfrequenz in azimuthaler Richtung auf etwa die Hälfte abgesenkt wird. Dadurch wird bereits mean-field Energie abgebaut und das Kondensat expandiert nach dem Abschalten der Dipolfalle langsamer, wie in Abschnitt 3.3.1 bzw. Abbildung 3.9 gezeigt wurde. Durch diese verringerte Expansionsgeschwindigkeit ist es möglich, die Bewegung des Kondensats über eine längere Zeit zu verfolgen, bevor es den kompletten Ring ausfüllt.

Um die Expansion der Atomwolke genauer zu untersuchen, wurde zusätzlich eine Messserie ohne das Herunterrampen der Dipolfalle vor dem Freilassen durchgeführt. Das heißt, die Atome werden in den Ring umgeladen und nach dem Abschalten der Dipolfalle auf einen Impuls von $4p_R$ beschleunigt. Anschließend können sie sich in azimuthaler Richtung frei bewegen. Durch das plötzliche Abschalten anstatt des Herunterrampens der Dipolfalle sind die Startbedingungen genauer bestimmbar und die dynamische Ausdehnung des Kondensats kann mit Hilfe der in Abschnitt 3.3.1 dargestellten Skalierungsgesetze berechnet werden. In Abbildung 4.43 sind die Ergebnisse des Experiments mit der Rechnung aufgetragen.

Dabei wurde aus den Fallenfrequenzen als Startbedingung der Thomas-Fermi-Radius (siehe Gleichung 2.20) des Kondensats abgeschätzt zu $R_{TF,0} = 4,8 \mu\text{m}$ und die Fallenfrequenz in azimuthaler Richtung vor dem Start betrug etwa $\nu_0 = 100 \text{ Hz}$. Die sich daraus ergebende zeitliche Entwicklung der Ausdehnung $R_{TF}(t) = R_{TF,0} \lambda_x(t)$ ist in Form der blau gestrichelten Linie in Abbildung 4.43 dargestellt. An die Messwerte wurde, nach der Transformation auf eine lineare Dichteverteilung (siehe Abschnitt 4.3.3), eine Gaußkurve angepasst. Aufgetragen sind die Werte für 2σ . Im Bereich von -2σ bis $+2\sigma$ liegen 95% der betrachteten Atome und 2σ gibt daher den Thomas-Fermi-Radius (Anteil der Atome: 100%) gut wieder. Die hier gezeigte Betrachtung dient der Demonstration, dass auch nach Umladen und Propagation im Speicherring die Expansion des Kondensats durch die abstoßende Wechselwirkung der mean-field Energie zustande kommt und zusätzliche Verbreiterungsmechanismen ausgeschlossen werden können.

4.6.3 Kohärenzverhalten

Neben dem in Abschnitt 4.4.2 gezeigten interferometrischen Experiment im ringförmigen Wellenleiter, welches die Kohärenz direkt nach dem Umladen demonstriert, soll in diesem Abschnitt eine Untersuchung der Kohärenz gezeigt werden, nachdem das Bose-Einstein-Kondensat einen Teil des Ringpotentials durchlaufen hat. Eine Erhaltung der Kohärenz, d.h. auch der Phasenkorrelation, ist eine wesentliche Voraussetzung, damit das Ringpotential für interferometrische Messungen verwendet werden kann.

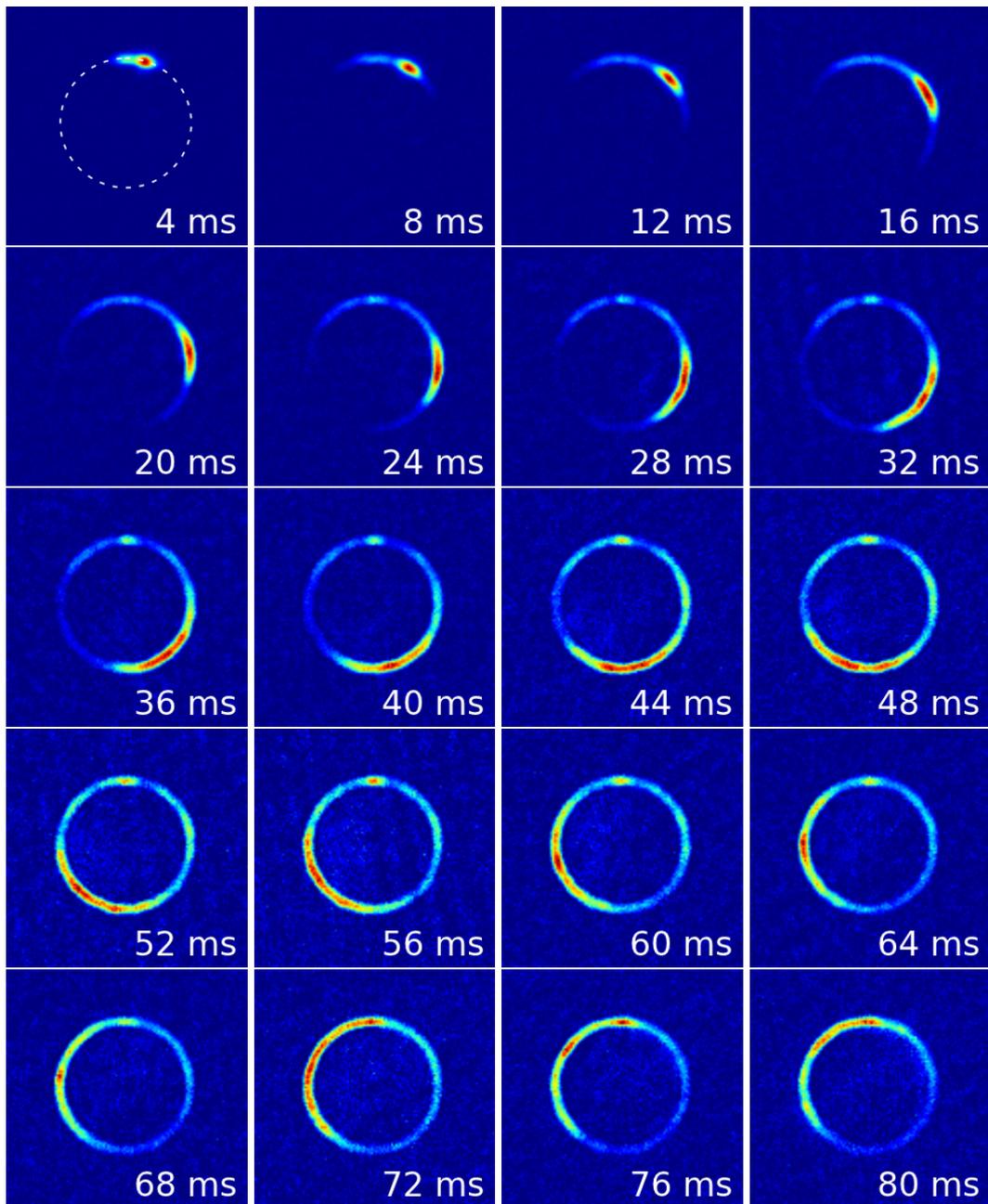


Abbildung 4.40.: Absorptionenaufnahmen der Propagation eines Bose-Einstein-Kondensats mit einer anfänglichen Gesamtatomzahl von 13000 ± 1000 , welches mittels des Bragg-Gitters auf einen Impuls $2p_R$ beschleunigt wurde. Die Propagationszeit nach dem Bragg-Puls ist auf dem jeweiligen Bild angegeben. Der gestrichelte Kreis im Bild für 4 ms deutet die Position des Ringpotentials an.

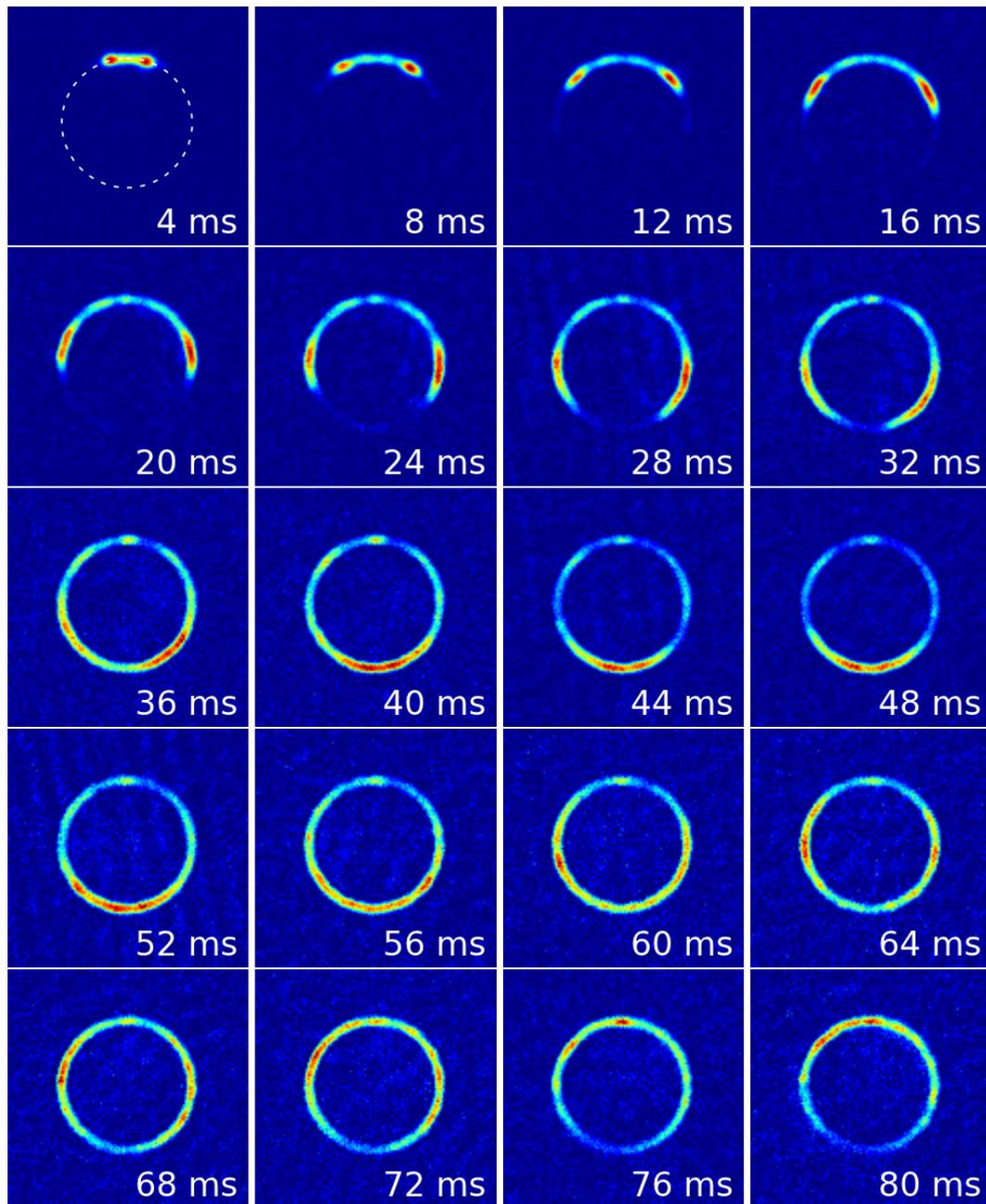


Abbildung 4.41.: Absorptionaufnahmen der Propagation eines Bose-Einstein-Kondensats mit einer anfänglichen Gesamtatomzahl von 16000 ± 1500 , welches mittels des Bragg-Gitters symmetrisch auf Impulse von $+2p_R$ und $-2p_R$ aufgeteilt wurde. Die Propagationszeit nach dem Bragg-Puls ist auf dem jeweiligen Bild angegeben. Der gestrichelte Kreis im Bild für 4 ms deutet die Position des Ringpotentials an.

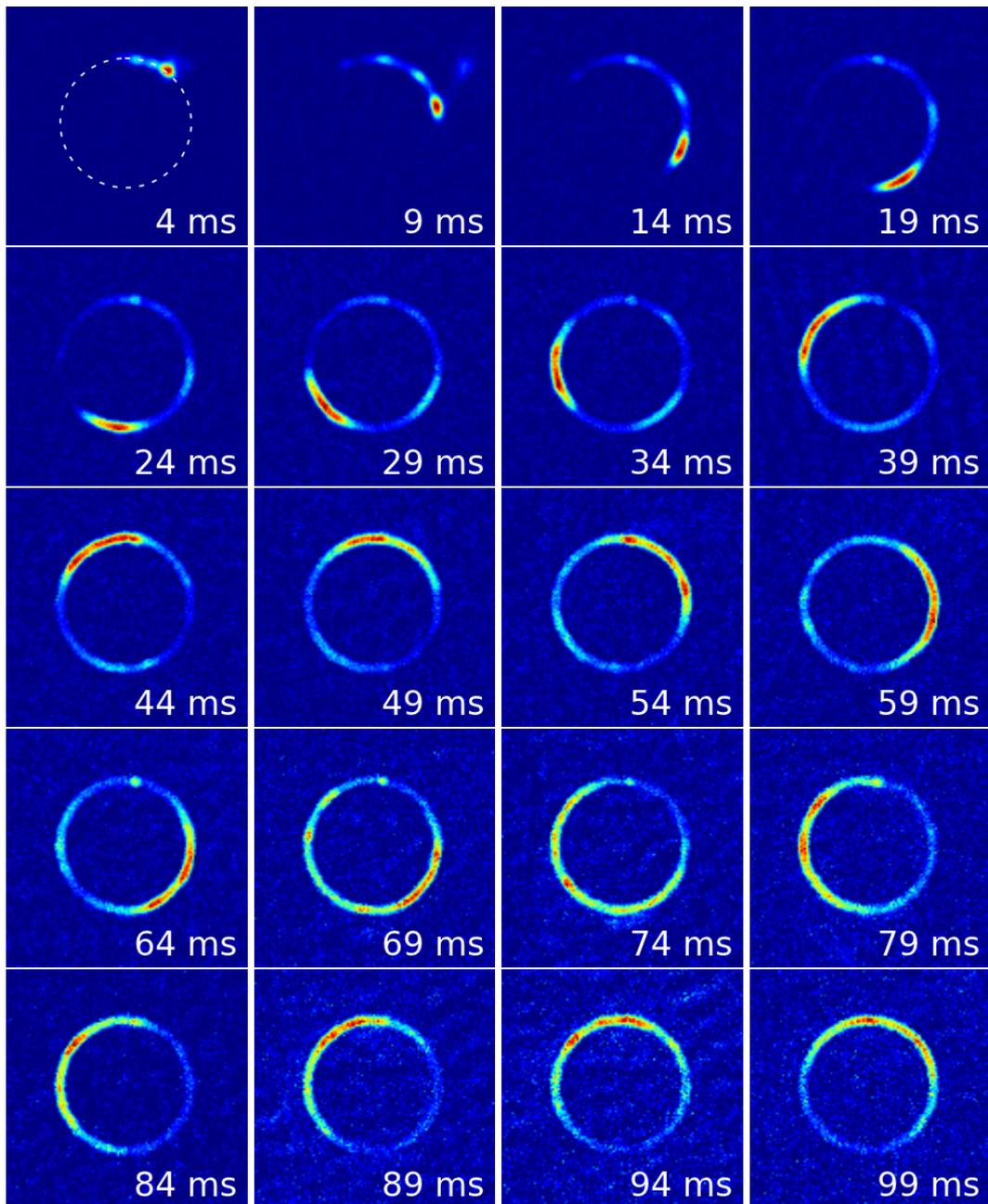


Abbildung 4.42.: Absorptionaufnahmen der Propagation eines Bose-Einstein-Kondensats mit einer anfänglichen Gesamtatomzahl von 12000 ± 1000 , welches mittels des Bragg-Gitters auf einen Impuls $4p_R$ beschleunigt wurde. Die Propagationszeit nach dem Bragg-Puls ist auf dem jeweiligen Bild angegeben. Der gestrichelte Kreis im Bild für 4 ms deutet die Position des Ringpotentials an.

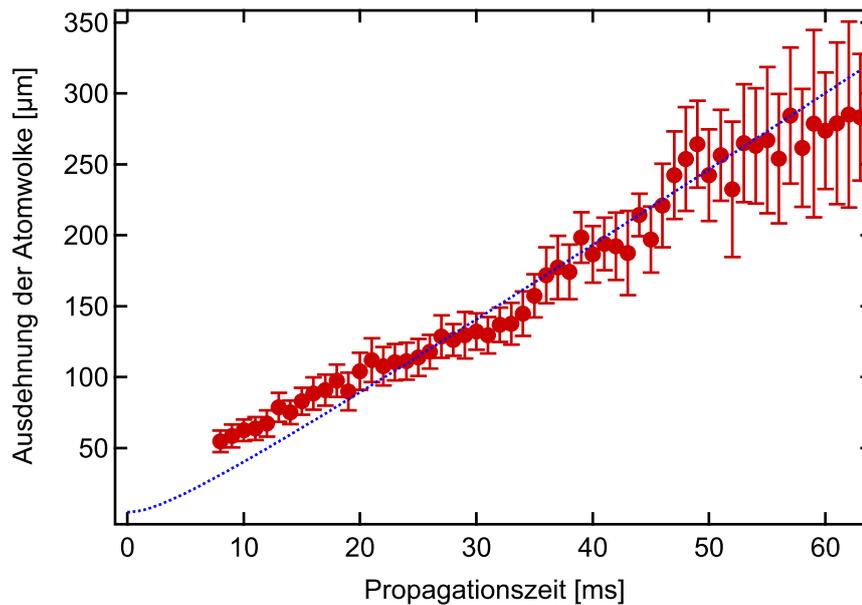


Abbildung 4.43.: Expansion des Kondensats bei Propagation im Ringpotential mit einem Impuls von $4p_R$. Die Messpunkte stellen die azimutale Ausdehnung der Wolke dar und sind bestimmt durch 2σ einer angepassten Gaußkurve. Die durchgezogene Linie zeigt die berechnete Entwicklung des Thomas-Fermi-Radius $R_{TF}(t)$ aus den Startbedingungen $R_{TF,0} = 4,8 \mu\text{m}$ und $\nu_0 = 100 \text{ Hz}$.

Der experimentelle Ablauf des hier gezeigten Experimentes besteht aus der Präparation eines Bose-Einstein-Kondensats, welches in das Ringpotential umgeladen wird. Die Dipolfalle wird anschließend ohne vorheriges Herunterrampen der Leistung abgeschaltet. Nach dem Abschalten der Dipolfalle wird sofort ein π -Puls eingestrahlt, der das Kondensat beschleunigt. Das Bragg-Gitter ist wie vorher so ausgerichtet, dass der Impuls tangential zum Ringpotential übertragen wird. Nach dem das Kondensat einen halben Umlauf im Ring durchgeführt hat bewegt es sich wieder in die Richtung, in der das Gitter den Impuls der Atome manipulieren kann. Das Vorzeichen des Impulses hat sich allerdings durch das Ringpotential umgekehrt. Dies hat zur Folge, dass die Verstimmung des Gitters, wie es zur Beschleunigung verwendet wurde, nicht für eine interferometrische Messung verwendet werden kann. Koppelt das beschleunigende Gitter aufgrund der Verstimmung der Gitterstrahlen zum Beispiel die Impulse 0 und $+4p_R$, so kann es, nachdem der Impuls auf $-4p_R$ umgedreht wurde, diesen nicht mehr an den Impulszustand 0 koppeln. Aus diesem Grund muss während des halben Umlaufs der Atome die Verstimmung der Gitterstrahlen umgekehrt werden. Zu diesem Zweck wird ein zusätzlicher Frequenzgenerator eingesetzt, welcher auf eine Frequenz eingestellt wird, die der umgekehrten Verstimmung entspricht. Er wird mit den bereits vorhandenen Frequenzgeneratoren an dieselbe Frequenzreferenz gekoppelt. Durch eine entsprechende Verschaltung und Ansteuerung der Amplituden der Frequenzgeneratoren (siehe Abbildung 4.44) kann durch verschiedene Trigger der Experimentsteuerung die eine oder andere Version des Bragg-Gitters verwendet werden.

Die in Abbildung 4.44 schematisch dargestellte Ansteuerung der akusto-optischen Modulatoren (AOM, siehe Abbildung 3.3 des optischen Aufbaus) generiert aus zwei verschiedenen Triggern der Experimentsteuerung einen Gitterpuls bzw. zwei Gitterpulse unterschiedlicher Verstimmung. Die Trigger lösen jeweils programmierbare Funktionsgeneratoren aus, die vorher auf die nötige Pulsform, -dauer und -amplitude eingestellt wurden. Die Amplitude der Radiofrequenzen der

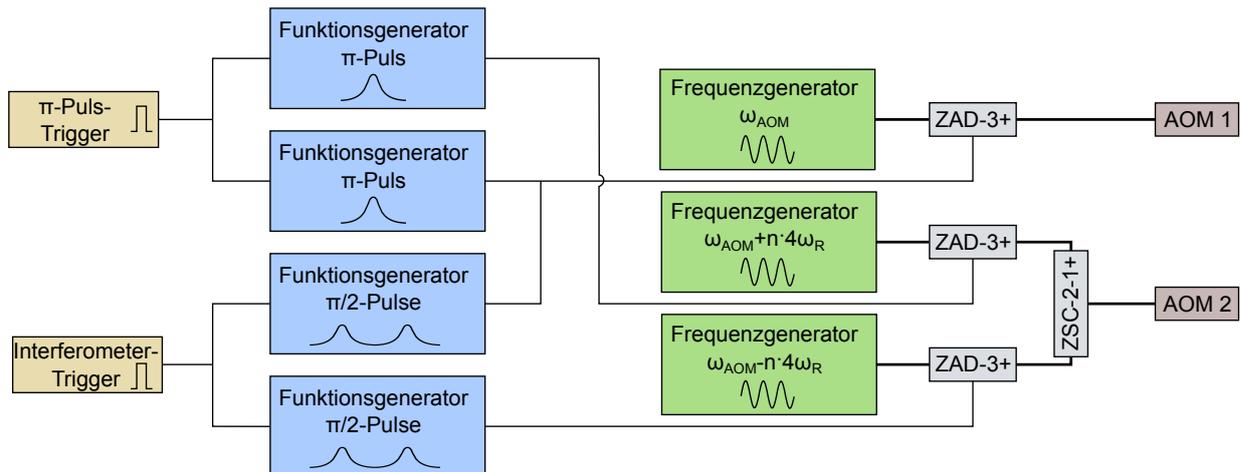


Abbildung 4.44.: Schematische Darstellung der Verschaltung der Frequenzgeneratoren zur Erzeugung der für die Interferometrie notwendigen Pulssequenz des Bragg-Gitters. Die Trigger der Experimentsteuerung lösen jeweils zwei programmierbare Funktionsgeneratoren aus, welche die Einhüllende des gewünschten Intensitätsverlaufs liefern. Diese bestehen aus einem Gauß-Puls zur Beschleunigung sowie einer Folge von zwei Gauß-Pulsen für das Ramsey-Interferometer. Die benötigten Frequenzen werden von drei Frequenzgeneratoren erzeugt. Die auf die akusto-optischen Modulatoren (AOM) wirkende Leistung wird durch den als variablen Abschwächer verwendeten Baustein ZAD-3+ der Pulsform angepasst. AOM 1 erhält ein Signal mit der Frequenz ω_{AOM} . Für den AOM 2 werden die Signale der verschiedenen Frequenzen mittels eines Addierers ZSC-2-1+ kombiniert.

Frequenzgeneratoren wird durch als Abschwächer verwendete Frequenzmischer (*Mini-Circuits*, ZAD-3+) kontrolliert. Die Frequenz des einen Strahls (beeinflusst durch AOM 1) ist für beide Pulssequenzen identisch und nur die Form des Pulses wird variiert. Bei AOM 2 werden sowohl unterschiedliche Pulsformen, als auch unterschiedliche Frequenzen ausgewählt und mittels eines Addierers (*Mini-Circuits*, ZSC-2-1+) kombiniert.

Die Laufzeit der Atome für einen halben Umlauf im Ringpotential beträgt bei einem Impuls von $2p_R$ etwa 46 ms und bei einem Impuls von $4p_R$ ergibt sich entsprechend 23 ms. In dieser Zeit expandieren die Atome durch die mean-field Wechselwirkung und bilden das in Abschnitt 3.3.1 beschriebene quadratische Phasenprofil aus. Das Phasenprofil wird nach dem halben Umlauf mit Hilfe eines Ramsey-Interferometers aus zwei $\pi/2$ -Pulsen gemessen.

Für die interferometrische Untersuchung des Bose-Einstein-Kondensats bei der Propagation im Ring wurde eine Beschleunigung auf einen Impuls von $4p_R$ gewählt, da nach der entsprechenden Laufzeit für die halbe Umdrehung die Ausdehnung der Wolke geringer ist als bei $2p_R$, was auch aus den Abbildungen 4.40, 4.42 bzw. 4.43 ersichtlich ist. Nach einem halben Umlauf mit einem Impuls von $4p_R$ füllt das Kondensat etwa ein Achtel des Rings, während es aufgrund der doppelten benötigten Zeit bei $2p_R$ bereits etwa ein Viertel ist. Die große Ausdehnung führt zu mehreren Problemen. Die Dichte ist geringer, was das Detektionssignal verschlechtert, und die große Ausdehnung des Kondensats erfordert eine lange Wartezeit bis sich die beiden interferierenden Wolken getrennt haben. Außerdem wird die Wirkung der Interferometerpulse reduziert, da ein Teil der Atome (die sich weit vorne oder weit hinten befinden) sich aufgrund der gekrümmten Bahn in einer Richtung abweichend von der Wirkungsrichtung des Bragg-Pulses bewegt.

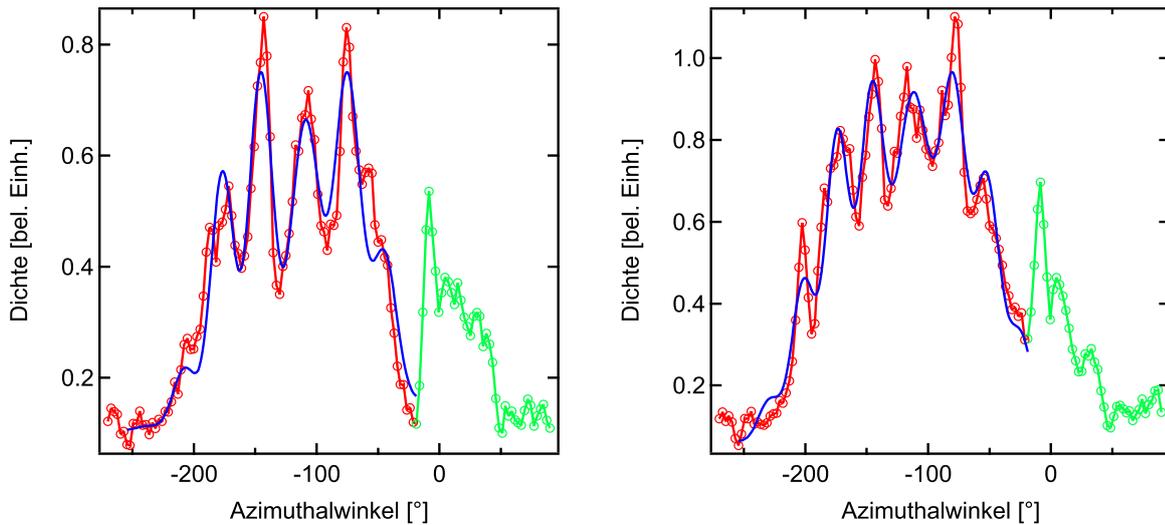


Abbildung 4.45.: Interferenzstreifen eines Bose-Einstein-Kondensats nach einem Ramsey-Interferometer mit zwei verschiedenen Pulsabständen (**links:** $100 \mu\text{s}$, **rechts:** $112 \mu\text{s}$), welches nach einem halben Umlauf im Ring durchgeführt wurde. Die Laufzeit bis zum Interferometer beträgt 24 ms und die Wartezeit danach 14 ms . Die blauen durchgezogenen Linien stellen angepasste Kurven nach der Funktion aus Gleichung 3.27 dar. Die grünen Messpunkte wurden dabei nicht berücksichtigt, da sie zu Atomen gehören, die vom anfänglichen π -Puls nicht beschleunigt wurden.

In Abbildung 4.45 sind zwei Beispiele für Interferenzmuster aufgetragen, wie sie nach einem halben Umlauf im Ring mit einem Impuls von $4 p_R$ und anschließendem Ramsey-Interferometer sowie einer darauf folgenden Expansionszeit von 14 ms beobachtet werden. Die Beschleunigung findet durch einen π -Puls mit einer Pulsdauer (2σ des Gaußpulses) von $50 \mu\text{s}$ statt. Das Ramsey-Interferometer bestand dabei aus zwei $\pi/2$ -Pulsen mit jeweils einer Pulsdauer von $35,4 \mu\text{s}$. In der Darstellung bezeichnet der Azimuthalwinkel von 0° die Startposition der Atome. Nach der Beschleunigung bewegt sich das Kondensat nach rechts zu größeren Winkeln. Aufgrund der periodischen Randbedingungen des Rings kommt es von links bei -270° wieder in den dargestellten Bereich. Bei 180° bzw. -180° ist die der Startposition gegenüberliegende Position erreicht, wo die Pulssequenz des Interferometers auf die sich noch im Ring befindlichen circa 8000 Atome angewandt wird. In der danach folgenden Expansionszeit bewegen sich die Schwerpunkte der beiden entstehenden Wolken auseinander. Für die Graphen in Abbildung 4.45 wurden die gemessenen Dichten einer Serie von jeweils zehn identisch durchgeführten Experimenten punktweise gemittelt, um das aufgrund der geringen Dichte im Vergleich zum Messsignal starke Rauschen zu reduzieren. Die durchgezogenen blauen Linien stellen angepasste Funktionen nach Gleichung 3.27 dar, die genutzt werden, um die Parameter des Interferenzmusters zu extrahieren. Bei der Anpassung wurden die grün dargestellten Punkte der Dichteverteilung nicht berücksichtigt, da diese Atome vom ursprünglichen π -Puls nicht beschleunigt wurden und daher in Ruhe bleiben und am Experiment nicht weiter teilnehmen. Der Anteil der Atome in Ruhe beträgt circa 12% . Dieser ruhende Anteil, entsteht vermutlich durch eine unsaubere Einstellung des beschleunigenden Bragg-Pulses in Kombination mit einer Rauigkeit des Potentials, die später noch diskutiert wird. Die ruhenden Atome stellen hier kein Problem dar, da sie räumlich eindeutig von den interferierenden Wolken getrennt werden können.

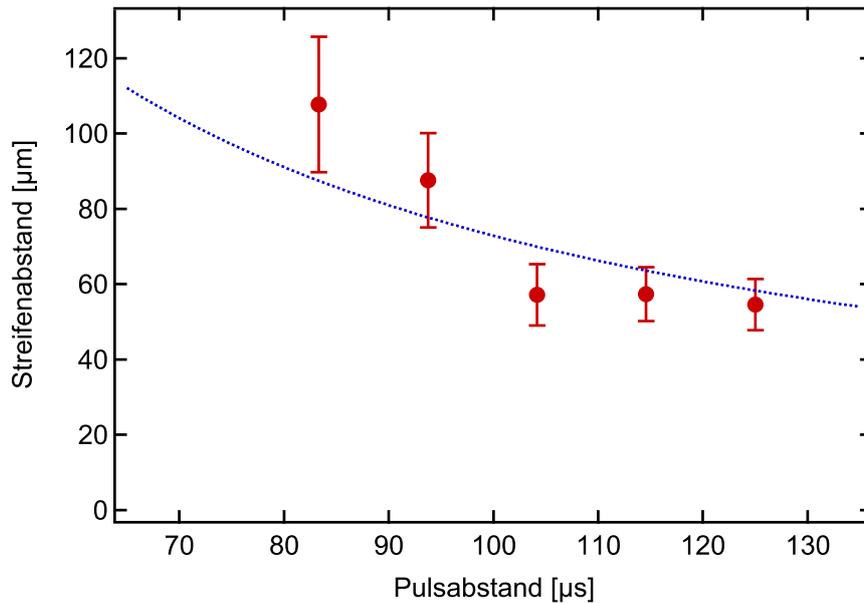


Abbildung 4.46.: Streifenabstand des Interferenzmusters eines Ramsey-Interferometers nach einem halben Umlauf im Ringpotential abhängig vom Pulsabstand. Die Propagationszeit für den halben Umlauf beträgt 24 ms. Nach der Interferometersequenz können sich die Wolken innerhalb von 16 ms trennen. Die blaue Linie entspricht der zugehörigen Rechnung nach Gleichung 3.22 mit separat bestimmten Parametern.

Das Entstehen eines Interferenzmusters mit einheitlicher Periode zeigt, dass das quadratische Phasenprofil, welches aufgrund der mean-field Wechselwirkung entsteht, noch nachgewiesen werden kann. Durch Bestimmung des Streifenabstandes in Abhängigkeit vom Pulsabstand des Ramsey-Interferometers kann auch hier das Phasenprofil des Bose-Einstein-Kondensats, mit dem anhand der Startparameter (die hier aufgrund der instantanen Abschaltung der gekreuzten Dipolfalle bekannt sind) berechneten Wert, verglichen werden. In Abbildung 4.46 sind die Ergebnisse einer entsprechenden Messung aufgetragen. Dabei ist die untere Grenze des Messbereichs durch die Pulsdauer der $\pi/2$ -Pulse gegeben. Die Pulsdauer ist bei diesem Experiment $2\sigma = 23,6 \mu\text{s}$. Da die Pulse ausreichend weit auseinander liegen müssen, um nicht zu überlappen, wurde ein Mindestabstand von etwa 6σ eingehalten, der sicherstellt, dass am Minimum zwischen den Pulsen die Intensität nur etwa 1% des Maximalwertes beträgt. Für noch kürzere Pulsabstände würden die Pulse kontinuierlich zu einem π -Puls zusammenwachsen.

Die gemessenen Streifenabstände sind aufgrund der geringen Dichte und des geringen Kontrastes mit einer Unsicherheit von 10-15% behaftet. Zur Bestimmung wurden jeweils die Daten von drei identisch durchgeführten Experimenten gemittelt, um dann die Funktion aus Gleichung 3.27 an die aufgefalteten Daten anzupassen. Es lässt sich trotz der Ungenauigkeiten erkennen, dass die Streifenabstände der nach Gleichung 3.22 ohne freie Parameter berechneten Kurve (blaue Linie) folgen.

Ein Vergleich der Kontraste der Beispiele in Abbildung 4.45 zeigt bereits, dass mit steigendem Pulsabstand der Kontrast abfällt (vgl. dazu Abbildung 3.14). Im linken Bild (bei einem Pulsabstand von $100 \mu\text{s}$) beträgt der Kontrast $(23 \pm 4)\%$ während er im rechten Bild (Pulsabstand $112 \mu\text{s}$) auf $(14 \pm 3)\%$ abgefallen ist.

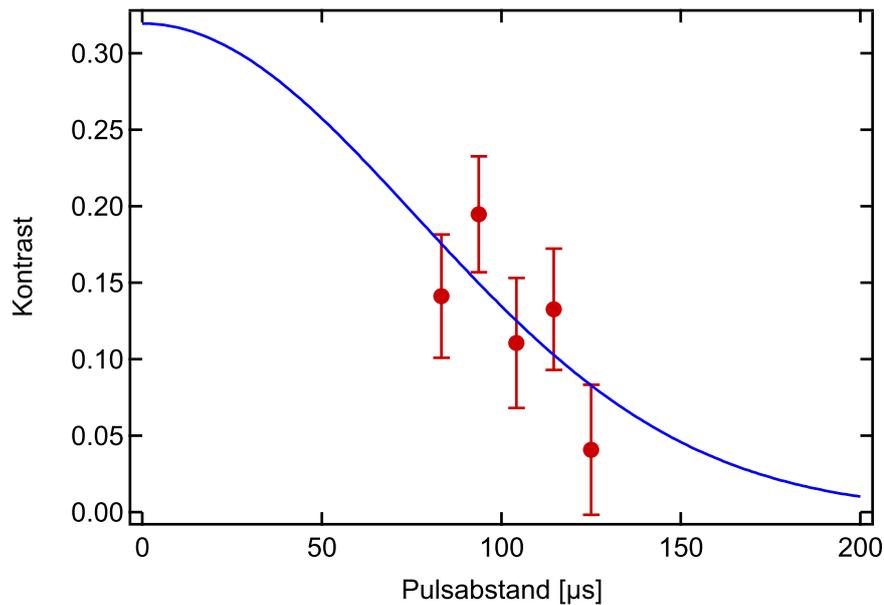


Abbildung 4.47.: Kontrast des Interferenzmusters eines Ramsey-Interferometers nach einem halben Umlauf (Dauer 24 ms) im Ringpotential abhängig vom Pulsabstand. Nach der Interferometersequenz beträgt die Expansionszeit 16 ms. Die Daten wurden aus derselben Messung gewonnen, wie in Abbildung 4.45. Die blaue Linie ist eine angepasste Gaußkurve zur Abschätzung der Kohärenzlänge.

Der Kontrastverlauf der interferometrischen Messung mit variiertem Pulsabstand ist in Abbildung 4.47 dargestellt. Die Parameter wurden aus denselben Daten gewonnen wie in Abbildung 4.46. Der Kontrast liegt bei der Messung mit kurzen Pulsabständen bei knapp 20% und fällt mit steigendem Pulsabstand. Der, im Vergleich zu den in Abbildung 4.45 dargestellten Messungen, etwas niedrigere Kontrast liegt zwar noch im Bereich der Unsicherheit wird aber möglicherweise durch einen etwas geringeren Kondensatanteil im präparierten Bose-Einstein-Kondensat verursacht. Pulsabstände oberhalb von $125 \mu\text{s}$ sind nicht mehr dargestellt, da der Kontrast so gering ist, dass sowohl der Streifenabstand, als auch der Kontrast nicht mehr auswertbar sind. Was die Beobachtung zusätzlich erschwert sind Effekte, die wahrscheinlich durch Ungleichmäßigkeiten des Potentials verursacht werden. Es kann beobachtet werden, dass in der Dichteverteilung der ruhenden Teilwolke nach dem Interferometer Dichteminima an festen Positionen auftreten, die vermutlich durch lokale Maxima des Potentials verursacht werden. Der Abstand der Minima ähnelt dem Streifenabstand, so dass die Streifen bei geringem Kontrast überlagert werden. Da ähnliche Beobachtungen auch bei sich im Lichtteppich frei ausbreitenden Atomen gemacht wurden, ist davon auszugehen, dass Ungleichmäßigkeiten des Ringpotentials durch den Lichtteppich verursacht werden. Insbesondere dadurch, dass die Experimente (im Gegensatz zum Ringpotential der konischen Refraktion) im Intensitätsmaximum des Lichtfeldes stattfinden, wirken sich Unregelmäßigkeiten der Intensität direkt auf die Potentialtiefe aus. Für die Bestimmung des Kontrastes wurde hier deshalb nur die Wolke in Bewegung herangezogen.

Trotz der kleinen Zahl der Messpunkte kann zur Abschätzung der Kohärenzlänge eine Gaußkurve an den Kontrastverlauf angepasst werden (siehe Abschnitt 3.5.5). Mit den Bedingungen an die Kurve, dass das Maximum bei Pulsabstand $\tau = 0$ liegt und der Kontrast für $\tau \rightarrow \infty$ auf null abfällt, ergibt der Pulsabstand, bei dem der Kontrast auf $1/e$ des Maximalwertes abgefallen ist $\tau_e = (107 \pm 32) \mu\text{s}$. Daraus folgt mit dem verwendeten Impuls ($4 p_R$) eine Kohärenzlänge

von $L_C = 4\nu_R\tau_e = (2,52 \pm 0,75)\mu\text{m}$. Die so abgeschätzte Kohärenzlänge ist im Rahmen der Fehlergrenzen vergleichbar mit der Kohärenzlänge aus Abschnitt 3.5.5 ($2,42 \pm 0,3$) μm , obwohl diese für die Expansion in Ruhe in einem linearen Wellenleiter bestimmt wurde. Die thermische de-Broglie-Wellenlänge, welche für ein 50 nK kaltes Ensemble³ bei $0,8\mu\text{m}$ liegt, konnte damit in beiden Fällen deutlich übertroffen werden.

Um Rückschlüsse auf die Beeinflussung des Kontrastes durch die Propagation im Ringpotential zu ziehen, muss diese Messung, die bei einem Impuls von $4p_R$ stattfand, verglichen werden mit der interferometrischen Messung nach dem Umladen (siehe Abschnitt 4.4.2), die mit einem Impuls von $2p_R$ und Pulsabstand $\tau = 117\mu\text{s}$ durchgeführt wurde. Da der Kontrast durch das Abklingen der Autokorrelationsfunktion mit wachsendem Versatz der Wolken verschwindet, entspricht ein gegebener Pulsabstand bei $4p_R$ dem doppelten Pulsabstand mit $2p_R$. Da, wie bereits erläutert, eine Durchführung mit kleineren Pulsabständen aufgrund der Pulslänge nicht möglich ist, wird im Folgenden eine rechnerische Abschätzung zum Vergleich der Messungen gemacht.

Da die Atome sich hier bis zur Interferometersequenz 24 ms im Ringpotential bewegen kann zum Vergleich der Messwert eines ruhenden Kondensats in Abbildung 4.29 nach ebenfalls 24 ms herangezogen werden. Dadurch werden die Störungen durch Streuprozesse vergleichbar. Der Kontrast beträgt in Ruhe (bei Kopplung des Interferometers an $2p_R$ und $\tau = 117\mu\text{s}$) $K_0 = (20 \pm 8)\%$. Für einen Interferometerimpuls von $4p_R$ entspricht dies einem Pulsabstand von $58,5\mu\text{s}$, was nicht direkt gemessen werden konnte, aber durch Extrapolation der angepassten Gaußkurve (siehe Abbildung 4.47) abgeschätzt werden kann. Es ergibt sich daraus $K_s = (23 \pm 12)\%$, was im Rahmen der Unsicherheiten mit dem Kontrast ohne Propagation übereinstimmt. Eine zusätzliche Unsicherheit kommt dadurch zum Tragen, dass der Kondensatanteil des Bose-Einstein-Kondensats zwischen den Messungen variiert haben könnte. Insgesamt ist es wahrscheinlich der Fall, dass die Kontrastreduktion im Vergleich zum linearen Wellenleiter nur durch Streuung von Photonen des Fallenlichtes (was im linearen Wellenleiter vernachlässigt werden kann) und nicht durch die Propagation zustande kommt. Zusätzliche Effekte, die den Kontrast verringern, können radiale Anregungen durch die Zentrifugalkraft sein oder auch die bereits erwähnte Verringerung der Effizienz der Interferometerpulse durch die Krümmung des Wellenleiters.

Es wurde in diesem Abschnitt experimentell nachgewiesen, dass sich das kombinierte Potential der konischen Refraktion und des Lichtteppichs eignet, um ein Bose-Einstein-Kondensat im Ring eine halbe Umdrehung umlaufen zu lassen ohne die Kohärenzlänge und den Kontrast zu reduzieren. Die dabei zurückgelegte Strecke entlang des Ringumfangs beträgt $0,54\text{ mm}$.

4.7 Zusammenfassung der Experimente im Ringpotential

Dieses Kapitel widmet sich der Erzeugung und Anwendung eines ringförmigen Potentials für Bose-Einstein-Kondensate. Das Potential wird durch ein optisches Dipolpotential aus fern verstimmttem Laserlicht erzeugt. Die Formung des Lichtes findet durch konische Refraktion statt, welche in einem zweiachsigen doppelbrechenden Kristall auftritt, falls der Wellenvektor parallel zu einer der optischen Achsen ausgerichtet ist. Die dabei auftretende Entartung der Phasengeschwindigkeit sorgt dafür, dass das Licht abhängig von der Polarisation in eine Richtung auf einem Kegelmantel (Konus) gebrochen wird. Konische Refraktion zeichnet sich, aufgrund der Welleneigenschaften von Licht, insbesondere dadurch aus, dass in der Umgebung der Fokalebene zwei konzentrische Ringe entstehen. Diese lassen sich nutzen, um eine Vielfalt an Potentials zu erzeugen. In dieser Arbeit

³ Die Expansionsgeschwindigkeit des Kondensats während der Propagation (siehe Abbildung 4.43) entspräche für thermische Atome einer Temperatur von 50 nK

wurde eine Konfiguration genutzt und untersucht, bei der das Licht für die konische Refraktion blau zum Übergang der gefangenen Rubidiumatome verstimmt wurde.

Ein Vorteil der konischen Refraktion ist, dass der Einschluss in radialer Richtung durch Veränderung der Fokussierung durch den Kristall einfach variiert werden kann. Der Ringdurchmesser wird durch die Länge und die Brechungsindizes des optischen Kristalls definiert. Er lässt sich von sehr kleinen Ringen im Bereich einiger zehn μm bis in den Millimeterbereich variieren.

Die Atome werden dabei zwischen den beiden Ringen in radialer Richtung eingeschlossen. Diese Konfiguration bietet keinen Einschluss in axialer Richtung. Da diese vertikal, also gegen die Gravitation ausgerichtet ist, wurde zusätzlich ein Lichtteppich verwendet, der den Einschluss in der dritten Dimension erzeugt, bei einem gleichzeitig möglichst geringen und rotationssymmetrischen Einschluss in der horizontalen Richtung.

Das ringförmige Lichtfeld der konischen Refraktion, wie es kurz hinter dem Kristall entsteht, wird durch ein optisches Abbildungssystem verkleinert in die Vakuumkammer abgebildet. Eine optimale Justierung des Potentials findet durch die Beobachtung der Verteilung der Atome im Potential statt.

Das resultierende Ringpotential hat einen Durchmesser von $342 \mu\text{m}$. Die beiden Ringe, welche die Potentialwände bilden, haben bei der verwendeten Dimensionierung einen Abstand von $40 \mu\text{m}$. Eine genaue Charakterisierung des Ringpotentials, das aus der Kombination von konischer Refraktion und Lichtteppich entsteht, ergab für die hier verwendeten Parameter (siehe Abschnitt 4.5) Fallenfrequenzen, die in radialer Richtung bei 300 Hz liegen und in axialer/vertikaler Richtung bei 170 Hz . Die vertikale Fallenfrequenz ist durch den Lichtteppich bestimmt. Zur Bestimmung der Fallenfrequenzen wurde ein in dem Potential gefangenes Bose-Einstein-Kondensat in kollektive Schwingung versetzt. Die Geschwindigkeit wird anschließend zeitabhängig über Flugzeitmessungen bestimmt. Durch radiales Beschleunigen der Atome kann auch die Höhe der Potentialwände genau gemessen werden. Das Verhältnis der Potentialhöhen weicht an einer Position qualitativ vom aus der berechneten Intensitätsverteilung bestimmten Potential ab. Dies ließ sich in einer Untersuchung der Intensitätsverteilung, wie sie im Experiment vom Kristall erzeugt wird, in Einklang bringen.

Das Ringpotential lässt sich als Speicherring für Bose-Einstein-Kondensate nutzen. Sowohl expandierende Kondensate in Ruhe, als auch bewegte, die durch das Bragg-Gitter mit einem Impuls versehen werden und danach im Potential umlaufen, können präpariert werden. Es lassen sich mit einem Impuls von $4 p_R$ zwei Umläufe beobachten. Desweiteren wurde mittels eines speziellen Bragg-Pulses mit zwei verschiedenen Frequenzen, der Ruhezustand gleichzeitig an positive und negative Impulse gekoppelt. Dadurch konnten zwei Wellenpakete präpariert werden, die sich gegenläufig durch das Ringpotential bewegen.

Dass die Propagation im Potential unter Erhaltung der räumlichen Kohärenz stattfindet, wird durch ein interferometrisches Experiment gezeigt, welches nach einem halben Umlauf des Bose-Einstein-Kondensats im Ring durchgeführt wird. Es lässt sich ein Interferenzmuster beobachten, das auf eine Kohärenzlänge von $(2,53 \pm 0,7) \mu\text{m}$ schließen lässt, die deutlich größer ist als die thermische de-Broglie-Wellenlänge. Im Rahmen der Messunsicherheit konnte gezeigt werden, dass durch die Propagation im Ring der Kontrast erhalten bleibt im Vergleich zu einer Messung an einem Bose-Einstein-Kondensat, dessen Schwerpunkt sich in Ruhe befindet. Zusätzlich steht die Messungen des Streifenabstands für verschiedene Pulsabstände im Einklang mit rechnerisch vorhergesagten Werten.

5 Bragg-Spiegel und -Resonator für atomare Wellenpakete

Ein räumlich begrenztes optisches Gitter bietet einige interessante Anwendungen auf dem Gebiet der Atomoptik. Zu diesen gehören eine Impulsfilterung einer bewegten Atomwolke, bzw. ein impulsselektiver Spiegel (Abschnitt 5.4) [179–183]. Dies entspricht in der Optik mit elektromagnetischen Wellen einem dielektrischen Spiegel bzw. photonischen Kristall [184, 185]. Ebenfalls können Mehrfachreflexionen ähnlich einem Fabry-Pérot-Interferometer in Simulationen beobachtet werden [186, 187]. In diesem Kapitel wird ein einfaches Modell entwickelt, durch das sich die Reflektivität eines solchen Gitters verstehen und berechnen lässt. Das Modell bietet die Möglichkeit, Parameter zu wählen, um bestimmte Eigenschaften des Gitters zu erreichen. Die Ergebnisse werden mit Simulationsrechnungen verglichen.

Das Konzept des begrenzten Gitters wird erweitert durch die Möglichkeit, das Gitterpotential zeitlich zu variieren. Eine bewegte Atomwolke lässt sich dadurch in einem Fabry-Pérot-ähnlichen Resonator fangen, bei welchem die Reflektivität einstellbar und zeitlich variabel ist. In diesem Resonator kann durch Dispersion eine Wiederkehr (Revival) der Wellenfunktion beobachtet werden. Teile der in diesem Abschnitt dargestellten Berechnungen und Ergebnisse wurden auch in einer Publikation veröffentlicht [188]. Von Fabre et. al. [189] wurde die Filterung, sowie Mehrfachreflexionen in Experimenten realisiert.

5.1 Konfiguration

Wie in Abschnitt 3.2.1 erläutert lässt sich ein eindimensionales optisches Gitter durch eine stehende Lichtwelle generieren. Sind die beiden Strahlen des optischen Gitters genau antiparallel ausgerichtet wird ein optisches Gitter mit konstanter Gittertiefe erzeugt. Überlagert man die Strahlen hingegen unter einem von 0° bzw. 180° abweichenden Winkel entsteht ein optisches Gitter dessen Amplitude räumlich variiert. Die Einhüllende des Gitters entspricht der Form der transversalen Einhüllenden der verwendeten Laserstrahlen. Diese werden hier, wie in Experimenten allgemein üblich, als Gaußsche Laserstrahlen angenommen. Da die Intensität eines Gaußschen Laserstrahls exponentiell abfällt¹ wird im Folgenden von einem räumlich begrenzten Gitter gesprochen, auch wenn die Amplitude nie auf genau null abfällt.

Im oberen Teil von Abbildung 5.1 ist die in diesem Kapitel behandelte Konfiguration der Laserstrahlen skizziert. Hierbei werden die Atome bzw. das Wellenpaket von einem fokussierten Gaußschen Strahl geführt. Dieser fungiert als Wellenleiter und definiert die z-Achse er wird beschrieben durch eine Strahltaile w_g und Potentialtiefe V_g . Unter der Bedingung $E < \hbar\omega_{\text{ho}}$ wobei $\omega_{\text{ho}} = \sqrt{4V_g/mw_g^2}$, d.h. mit einer Energie der Atome kleiner als die minimale transversale Anregungsenergie, kann die Bewegung eindimensional betrachtet werden [190]. Die Eigenschaften des optischen Gitters werden durch die Parameter (Strahltaile w_b , Wellenzahl $k_B = |\vec{k}_1| = |\vec{k}_2|$, Potentialtiefe $V_0/4$) der beiden gekreuzten, bis auf ihre Richtung identischen Laserstrahlen und ihrem Winkel θ zueinander bestimmt. Die maximale Tiefe des Gitters ist demzufolge V_0 (siehe Gleichung 3.3 und folgenden Text). Die Taille der Einhüllenden am Kreuzungspunkt des Gitters

¹ Bereits bei der dreifachen Strahltaile ist die Intensität auf $1,5 \cdot 10^{-8}$ der Intensität im Zentrum gefallen.

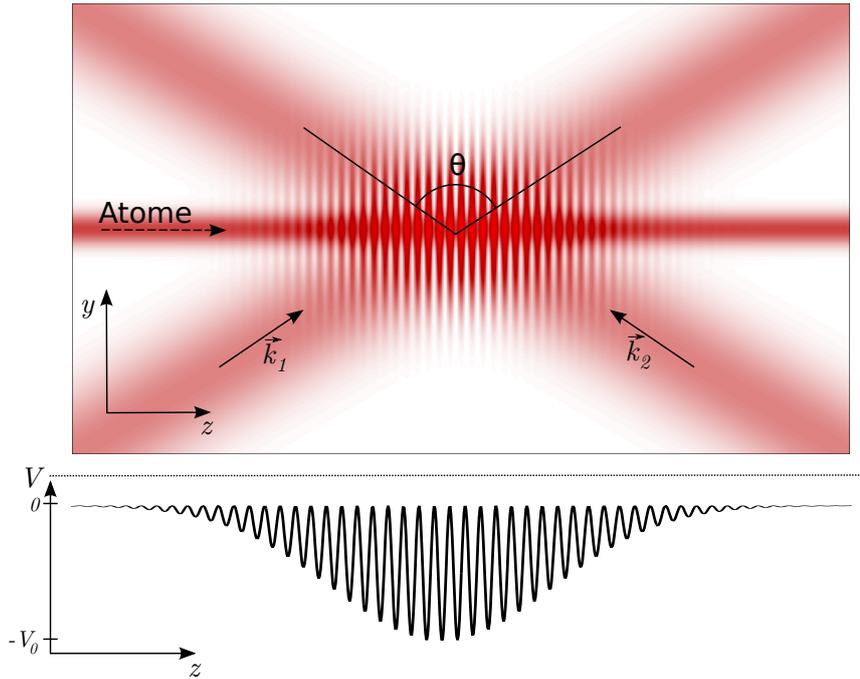


Abbildung 5.1.: Schematische Darstellung der Realisierung eines räumlich begrenzten optischen Gitters mit Gaußscher Einhüllender.

Oben: Zwei Laserstrahlen mit Wellenvektoren \vec{k}_1 und \vec{k}_2 werden unter dem Winkel θ gekreuzt. Der Wellenleiter in z -Richtung sorgt für die Führung.

Unten: Resultierendes Potential im Wellenleiter auf der z -Achse.

senkrecht zum Wellenleiter ist $w_{\perp} = w_b / \sin(\theta/2)$. Entlang des Wellenleiters ergibt die Taille $w_z = w_b / \cos(\theta/2)$. Die Wellenzahl des Gitters $k_L = k_B \cdot \sin(\theta/2)$ wird durch die antiparallele Komponente der Wellenvektoren bestimmt.

Zur Vereinfachung des Potentials gelten folgende Bedingungen. Die Variation der Gittertiefe transversal zum Wellenleiter ist klein ($w_{\perp} \gg w_g$). Um transversale Anregungen zu vermeiden, sollte außerdem die Gittertiefe klein sein im Verhältnis zur Potentialtiefe des Wellenleiters ($V_0 \ll V_g$). Daraus ergibt sich im Wellenleiter auf der z -Achse folgendes eindimensionales Potential

$$V_{1D}(z) = -V_0 \exp\left(-\frac{2z^2}{w_z^2}\right) \cos^2(k_L z) \quad . \quad (5.1)$$

V_0 bezeichnet die maximale Gittertiefe. Das konstante Potential des Wellenleiters V_g wurde durch eine entsprechende Definition des Energienullpunktes entfernt. Dieses Potential bildet die Grundlage der weiteren Betrachtungen in diesem Kapitel. Impulse und Energien werden in diesem Kapitel in Rückstoßeinheiten des Gitters ausgedrückt, $p_R = \hbar k_L$ und $E_R = \hbar \omega_R = p_R^2/2m$.

Die Wechselwirkung der Atome untereinander (mean-field Wechselwirkung, siehe Abschnitt 2.1.2) kann im Allgemeinen vernachlässigt werden, da die Möglichkeit besteht vor Beginn des Experimentes zu warten bis sich die mean-field Energie durch beschleunigte Expansion hinreichend abgebaut hat und die Bedingung $na^3 \ll 1$ erfüllt ist, wobei n die Dichte der Atome und a die Streulänge bezeichnet. Anschließend kann mittels eines Bragg-Pulses [106, 107] ein Teilpaket mit geringer Impulsbreite und Dichte ausgekoppelt werden, das dann für die Experimente verwendet wird.

5.2 Bandstruktur

In diesem Abschnitt wird die Berechnung von Energieeigenzuständen in einem Gitter sowie Quasiimpulsen zu bestimmten Energien dargestellt. Hierfür wird zunächst die Rechnung für ein unendlich ausgedehntes Gitter erläutert, um dieses Ergebnis in einer Näherung für den Fall einer räumlich variierenden Gittertiefe einzusetzen.

5.2.1 Bänder im optischen Gitter

Für die Berechnung der Energieeigenzustände eines Teilchens in einem periodischen Potential kann das Bloch-Theorem [191, Kap. 7] verwendet werden. Demnach besitzt die Wellenfunktion $\psi_q(z)$ einen Anteil $u_q(z)$ mit der gleichen Periodizität wie das Gitter und einen Anteil einer ebenen Welle.

$$\psi_q(z) = u_q(z) \cdot e^{iqz/\hbar} \quad (5.2)$$

Dabei bezeichnet q den Impuls bzw. Quasiimpuls des Teilchens. Die Periodizität des Gitters ist, wie sich aus Gleichung 3.3 ergibt, $P_L = \pi/k_L$. Das Potential lässt sich in einer Fourierreihe

$$V(z) = \sum_r V_r e^{i2k_L r z} \quad (5.3)$$

entwickeln. Ebenso kann die Funktion

$$u_q(z) = \sum_l c_l e^{i2k_L l z} \quad (5.4)$$

nach denselben Basisfunktionen entwickelt werden. Setzt man diese Entwicklung in Gleichung 5.2 und anschließend Gleichung 5.3 sowie 5.2 in die eindimensionale Schrödinger-Gleichung

$$\left(\frac{\hat{p}^2}{2m} + V(z) \right) \psi_q(z) = E_q \psi_q(z) \quad (5.5)$$

ein, erhält man nach entsprechender Umformung

$$\sum_l c_l \frac{(2l\hbar k_L + q)^2}{2m} e^{i2k_L l z} + \sum_l \sum_r V_r c_l e^{i2k_L (l+r)z} = E_q \sum_l c_l e^{i2k_L l z} \quad (5.6)$$

Da die ebenen Wellen $e^{i2k_L n z}$, $n \in \mathbb{N}$ linear unabhängig sind, muss für die Koeffizienten c_l gelten (siehe auch [192]):

$$\left(\frac{(2l\hbar k_L + q)^2}{2m} c_l + \sum_{l'} V_{l-l'} c_{l'} \right) = \sum_{l'} H_{l,l'} c_{l'} = E_q c_l \quad (5.7)$$

Damit ist die Schrödinger-Gleichung in eine Matrixform überführt worden, bei der c_l die Fourierkoeffizienten der Funktion $u_q(z)$ sind und E_q der entsprechende Eigenwert. Das Potential eines optischen Gitters² hat die Form (vergleiche auch Gleichung 3.3)

$$V(z) = -V_L \cos^2(k_L z) = -\frac{1}{4} V_L (e^{2ik_L z} + e^{-2ik_L z} + 2) \quad (5.8)$$

² Mit V_L wird die Gittertiefe eines konstanten Gitters bezeichnet, im Gegensatz zu V_0 (siehe Gleichung 5.1), was die maximale Gittertiefe eines inhomogenen Gitters beschreibt.

Damit sind in Gleichung 5.7 nur Komponenten $V_{l-l'}$ für $l - l' \in \{-1; 0; 1\}$ von Null verschieden. Und die Matrix des Hamiltonoperators ist

$$H_{l,l'} = \begin{cases} (2l + q/\hbar k_L)^2 E_R - V_L/2 & \text{wenn } l = l' \\ -V_L/4 & \text{wenn } |l - l'| = 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (5.9)$$

Die Energieeigenwerte aus Gleichung 5.7 zu einem bestimmten Quasiimpuls q spiegeln die verschiedenen Bänder in dem optischen Gitter wider. Da die Koeffizienten c_l in den untersten Bändern mit steigendem $|l|$ sehr schnell abnehmen [191, Kap. 7], genügt es zumindest für niedrige Bänder nur Komponenten mit kleinem l z.B. $-5 \leq l \leq 5$ der Matrix zu berücksichtigen. Einige Beispiele der Bandstruktur für verschiedene Gittertiefen sind in Abbildung 5.2 dargestellt. Sie werden, angelehnt an die Beschreibung in der Festkörperphysik, auf die erste Brillouin-Zone reduziert. Dies ist möglich, da im Impulsraum innerhalb des Kristalls Impulse aufgrund der Bragg-Bedingung identisch sind, wenn sie um einen reziproken Gittervektor verschoben werden. Das hier betrachtete eindimensionale Gitter hat eine reziproke Periode von $2\hbar k_L$. Daher kann die Energie-Impuls-Beziehung durch Verschiebungen um Vielfache von $2\hbar k_L$ auf die erste Brillouin-Zone $-\hbar k_L$ bis $\hbar k_L$ reduziert werden.

Falls auf der Energieskala der Nullpunkt keine Rolle spielt wird, er in der Literatur oft auf die Hälfte der Gittertiefe gesetzt, was zur Folge hat, dass in Gleichung 5.9 der Term $-V_L/2$ verschwindet, sowie die Verschiebung der gesamten Bandstruktur zu niedrigeren Energien, bei Ansteigen von V_L , entfällt. Da im Folgenden aber die Gittertiefe örtlich variiert wird, muss der Energienullpunkt für alle Gittertiefen einen gemeinsamen Bezugspunkt besitzen. Hier liegt er, durch den Term $-V_L/2$, bei der Energie eines Atoms mit kinetischer Energie null außerhalb des Gitters.

5.2.2 Komplexe Quasiimpulse

Wie auch in Abbildung 5.2 zu sehen ist gibt es für $V_L \neq 0$ Energiebereiche oberhalb der niedrigsten Eigenenergie des untersten Bandes ($E > E_1(q = 0)$), in denen für *kein* $q \in \mathbb{R}$ eine Lösung von Gleichung 5.7 existiert. Diese Bereiche werden Bandlücken genannt. In diesen Bandlücken kann ein Teilchen mit entsprechender Energie nicht existieren. Berechnet man allerdings mit Gleichung 5.7 für eine bestimmte Energie den entsprechenden Wellenvektor und lässt komplexe Ergebnisse zu, gibt es auch in den Bandlücken Lösungen. Ein Beispiel für eine konstante Gittertiefe von $V_L = 15 E_R$ ist in Abbildung 5.3 dargestellt. Dabei ist nur eine Hälfte der ersten Brillouinzone auf der vertikalen Achse aufgetragen und die Energie auf der horizontalen Achse. In den grauen Bereichen, die den Bandlücken entsprechen, sind die Quasiimpulse komplex und der Imaginärteil folgt einer gekrümmten Kurve, die umso größere Werte annimmt je größer die Bandlücke ist. Der Realteil ist in den Bandlücken konstant. In der Bandlücke oberhalb eines geraden Bandes ist $\text{Re}(q) = 0$ und oberhalb eines ungeraden Bandes $\text{Re}(q) = p_R$. Innerhalb der Bänder ist der Imaginärteil null und der Realteil folgt den in Abbildung 5.2 ($V_L = 15 E_R$) dargestellten Ergebnissen. Sowohl Real- als auch Imaginärteil sind stetig.

Komplexe Lösungen für Impulse bzw. Wellenvektoren treten auch bei einfachen Systemen, wie zum Beispiel bei der Reflexion eines Teilchens an einer Potentialstufe endlicher Höhe, auf. Ein Teilchen, das auf eine Potentialstufe der Höhe $U_s > E_{\text{kin}}$ trifft, besitzt im Bereich hinter der Stufe

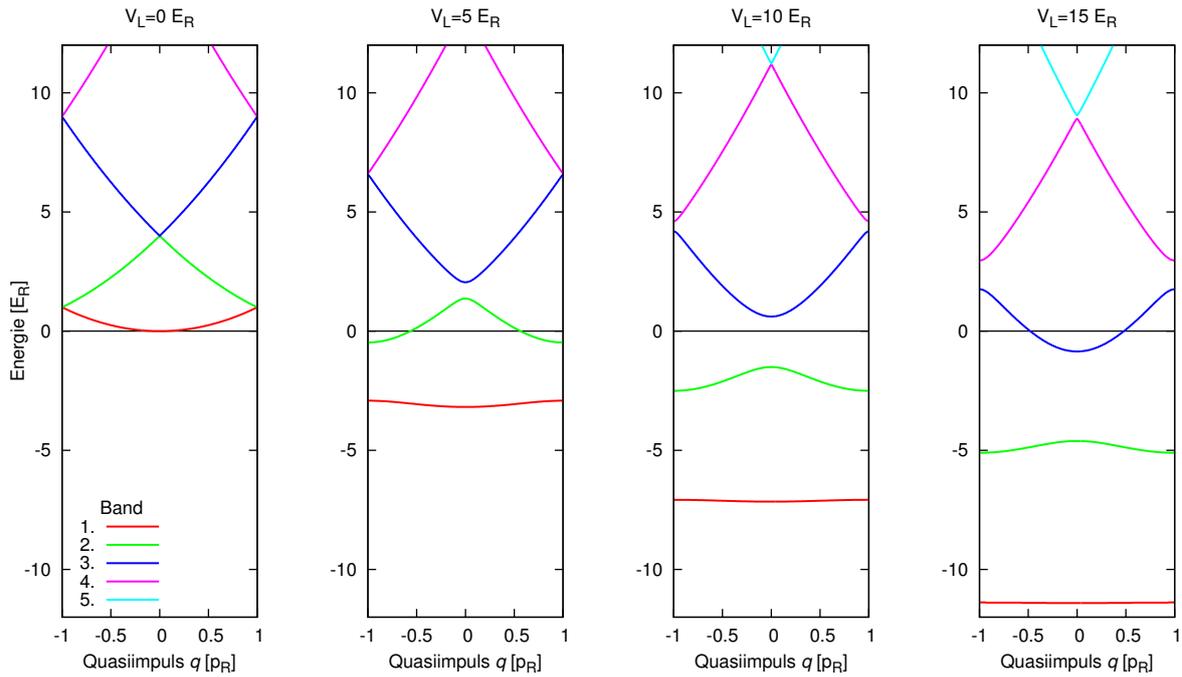


Abbildung 5.2.: Energiebänder der ersten Brillouin-Zone ($-\hbar k_L \leq q \leq \hbar k_L$) für verschiedene Gittertiefen V_L . $V_L = 0$ entspricht einem freien Atom dessen Energiespektrum kontinuierlich ist ($E(p) = p^2/2m$), während für tiefere Gitter die Bandlücken auftreten, die sich immer mehr aufweiten.

ebenfalls einen imaginären Wellenvektor. Allgemeine Lösungen des Problems der Potentialstufe sind Linearkombinationen aus ebenen Wellen [193, Kap. 3]:

$$\psi(z) = Ae^{ikz} + Be^{-ikz} \quad \text{mit} \quad k = \frac{\sqrt{2m(E_{\text{kin}} - U(z))}}{\hbar} . \quad (5.10)$$

Dies ergibt im oben genannten Fall ($U(z) = U_s > E_{\text{kin}}$) imaginäre Wellenvektoren k , die zu einem exponentiellen Abfall der Amplitude hinter der Stufe führen.

Bei Teilchen in einem Gitter tritt bei einem komplexen Quasiimpuls, entsprechend dem Anteil der ebenen Welle in Gleichung 5.2, ebenfalls eine exponentielle Dämpfung der Amplitude auf. Trifft ein Teilchen auf eine Bandlücke, zum Beispiel durch das Auftreffen auf ein Gitter, wird es in diese Bandlücke evaneszent eindringen, wie dies bei einer Potentialstufe der Fall ist.

5.2.3 Ortsabhängige Bandstruktur

Die Berechnungen aus Abschnitt 5.2 sind nur exakt gültig für Gitter mit unendlicher Ausdehnung und konstanter Amplitude. Betrachtet man ein optisches Gitter, bei dem die Amplitude räumlich variiert, kann die Berechnung der Bandstruktur unter den folgenden Voraussetzungen lokal als Näherung beibehalten werden.

Innerhalb des Gitters werden Wellenpakete betrachtet, deren Ausdehnung σ_z wesentlich kleiner ist als die Ausdehnung des optischen Gitters w_z . Somit ändert sich im Bereich des Wellenpaketes die Amplitude nur geringfügig und wird näherungsweise als konstant angenommen [179, 180].

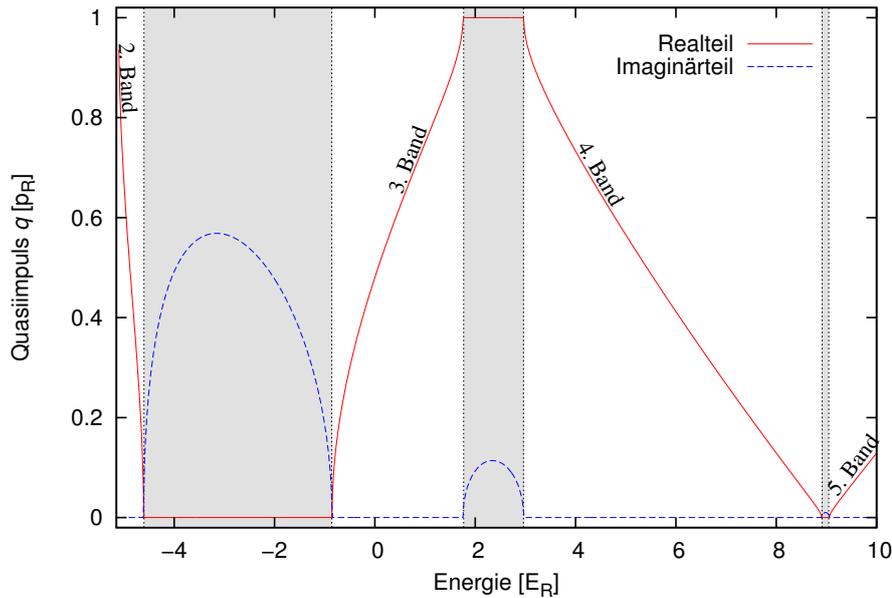


Abbildung 5.3.: Ausschnitt aus dem Spektrum komplexer Quasiimpulse bei einer Gittertiefe von $V_L = 15 E_R$. Die grauen Bereiche markieren die Bandlücken in denen der Imaginärteil des Quasiimpulses ungleich null ist und der Realteil konstant.

Gleichzeitig sollte aber das Wellenpaket soweit ausgedehnt sein, dass es sich über mehrere Potentialperioden $P_L = \pi/k_L$ des optischen Gitters erstreckt. Damit ist gewährleistet, dass für die Atome überhaupt eine Bandstruktur „sichtbar“ wird. Zusammenfassen lässt sich dies zu den Bedingungen

$$P_L \ll \sigma_z \ll w_z \quad , \quad (5.11)$$

die zur Anwendung der im Folgenden dargestellten lokalen Näherung erfüllt sein müssen. An das Gitter stellen sie die Anforderung, dass sich die Einhüllende auf der Längenskala der Periode des Gitters nur geringfügig ändert, was einer SVE-Näherung³ entspricht.

Die lokale Näherung besteht darin, für jeden Ort z und jeden Impuls Gleichung 5.7 mit $V_L(z) = -V_0 \exp(-2z^2/w_z^2)$ zu lösen. Dies bedeutet zu jedem Raumpunkt z anzunehmen, dass die Atome sich so verhalten, als ob sie sich in einem unendlich ausgedehnten Gitter der Amplitude $V_L(z)$ befinden. Für jeden Punkt im Raum erhält man als Ergebnis eine Funktion des Quasiimpulses $q(E)$ von der Energie $E = p^2/2m$ analog zu Abbildung 5.3. In Abbildung 5.4 sind die Funktionen $\text{Re}[q(z, p)]$ und $\text{Im}[q(z, p)]$ für zwei maximale Gittertiefen von $V_0 = 9 E_R$ und $V_0 = 15 E_R$ aufgetragen. Die Funktion aus Abbildung 5.3 entspricht dabei den Quasiimpulsen, die auf einer vertikalen Linie bei $z = 0$ im Graph mit $V_0 = 15 E_R$ zu finden sind. Zu beachten ist, dass auf der vertikalen Achse nicht mehr die Energie aufgetragen ist sondern der Impuls des Wellenpaketes⁴ außerhalb des Gitters, da dieser im Folgenden der Parameter sein wird, der ein sich auf das Gitter zu bewegendes Wellenpaket beschreibt.

Ein Wellenpaket, dass von einem Bereich verschwindender Gittertiefe ($|z| \gg w_z$) auf das Gitter trifft, bewegt sich in den Spektren aus Abbildung 5.4 auf einer Linie konstanten Impulses

³ SVE: slowly-varying-envelope

⁴ Der Impuls in Rückstoßeinheiten $p_R = \hbar k_L$ ergibt sich aus der Wurzel der kinetischen Energie in Rückstoßeinheiten $E_R = p_R^2/2m$.

entsprechend des Anfangsimpulses. Die Beschleunigung beim Passieren des tiefer werdenden Gitters wird durch energetische Absenkung der Bandstruktur durch den Term $-V_L/2$ in Gleichung 5.9 berücksichtigt, vgl. hierzu auch die Graphen in Abbildung 5.2. Ließe man den Term $-V_L/2$ wegfallen entfiel die Krümmung der Bandlücken in Abbildung 5.4. Allerdings wäre die Trajektorie (siehe Abbildung 5.5) des Wellenpaketes in dieser Darstellung keine Gerade konstanten Impulses sondern eine gekrümmte Kurve.

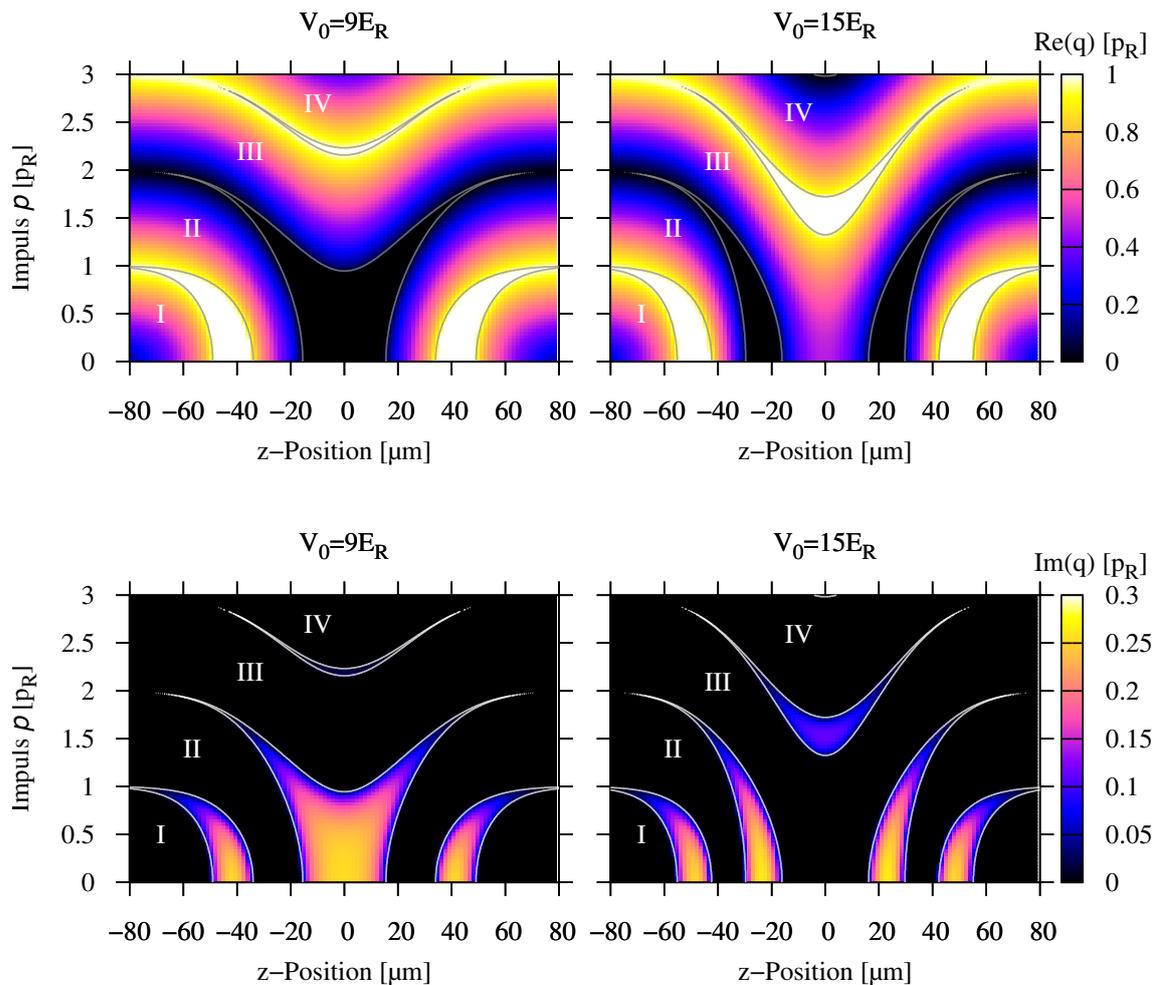


Abbildung 5.4.: Ortsabhängiger Quasiimpuls q mit $w_z = 50 \mu m$ für zwei verschiedene zentrale Gittertiefen von $V_0 = 9 E_R$ (links) und $V_0 = 15 E_R$ (rechts). Die römischen Ziffern bezeichnen die verschiedenen Bänder, die hellen Linien markieren die Grenzen zwischen Bändern und Bandlücken. **Oben:** Realteil, **Unten:** Imaginärteil von q

Je nach anfänglichem Impuls kann das Wellenpaket auf eine, keine oder mehrere Bandlücken treffen. In Abbildung 5.5 ist dies für ein Beispiel mit einer maximalen Gittertiefe $V_0 = 15 E_R$ und einem Anfangsimpuls von $p_{in} = 1,8 p_R$ dargestellt. In diesem Fall trifft das Wellenpaket auf vier Bandlückenbereiche. Zunächst wird die Bandlücke zwischen zweitem und drittem Band passiert und im weiteren Verlauf die Bandlücke zwischen drittem und viertem Band. Aufgrund der Symmetrie des Potentials passiert das Wellenpaket die gleichen Bandlücken in umgekehrter Reihenfolge beim

Verlassen des Potentials. Auch hier ist wie in Abbildung 5.3 zu beobachten, dass der Imaginärteil des Quasiimpulses umso größer wird je größer die Bandlücke ist.

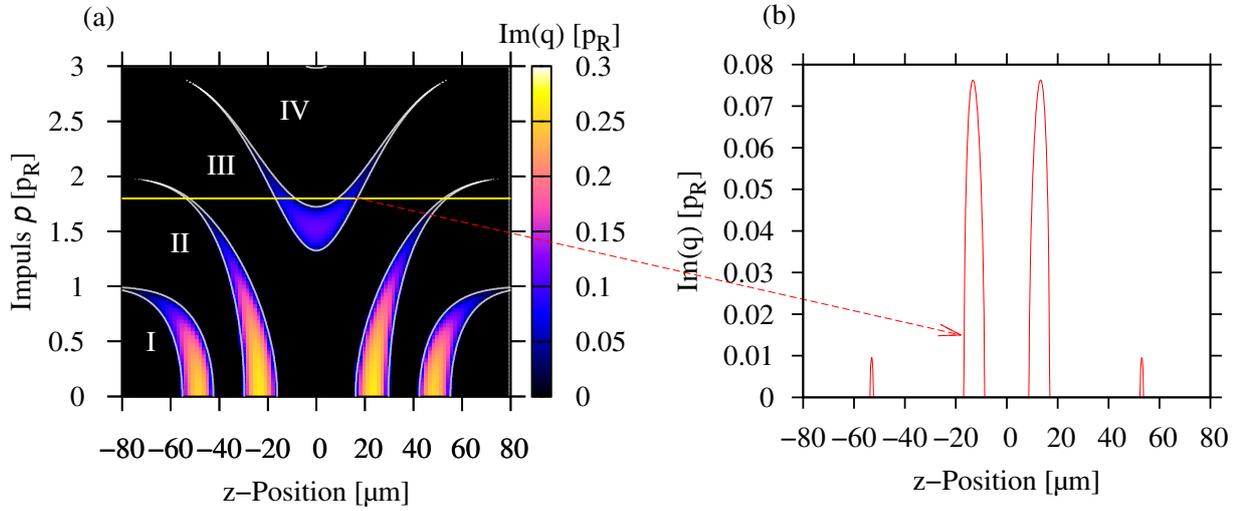


Abbildung 5.5.: (a) Ortsabhängige Bandstruktur für $w_z = 50 \mu\text{m}$ und $V_0 = 15 E_R$, wie in Abbildung 5.4 rechts unten. Die gelbe Linie markiert die Bahn eines Teilchens mit dem Anfangsimpuls $p_{\text{in}} = 1,8 p_R$. (b) Imaginärteil des Quasiimpulses entlang des Weges des Teilchens

Innerhalb der Bandlücken wird die Wellenfunktion eines propagierenden Teilchens analog zu Gleichung 5.10 gedämpft und die nach der Bandlücke vorhandene Amplitude wird sich im nächsten Band weiter propagieren. Der Anteil der Wellenfunktion, welcher nicht transmittiert wird, wird reflektiert. Hierbei handelt es sich für $V_0 > 0$, also für ein attraktives Potential, um eine rein quantenmechanische Reflexion, die der Bragg-Streuung entspricht.

5.3 Numerische Simulation

Um den genauen zeitlichen Verlauf der Propagation eines Wellenpaketes im räumlich beschränkten Gitter zu bestimmen und die in den folgenden Abschnitten mit Hilfe des vereinfachenden Modells der lokalen Näherung gemachten Aussagen zu überprüfen, wurden numerische Simulationen durchgeführt, deren Methodik hier dargestellt wird.

Zur Simulation der Dynamik eines Wellenpaketes wird der Hamiltonoperator

$$\hat{H} = \hat{T} + \hat{V} = \frac{\hat{p}^2}{2m} - V_0 \exp\left(-\frac{2z^2}{w_z^2}\right) \cos^2(k_L z) \quad (5.12)$$

des Systems verwendet. Dieser setzt sich aus den Operatoren der potentiellen Energie \hat{V} aus Gleichung 5.1 und der kinetischen Energie $\hat{T} = \hat{p}^2/2m$ zusammen.

Die Schrödinger-Gleichung lässt sich formal lösen und man erhält die Wellenfunktion zur Zeit t aus der Startwellenfunktion $\psi(x, t = 0)$.

$$\psi(z, t) = e^{-i\hat{H}t/\hbar} \psi(z, 0) = e^{-i(\hat{T}+\hat{V})t/\hbar} \psi(z, 0) \quad (5.13)$$

Da im Allgemeinen $\psi(z, 0)$ keine Eigenfunktion des Hamiltonoperators ist und die beiden Summanden des Hamiltonoperators \hat{T} und \hat{V} nicht kommutieren und somit keine gemeinsame Eigenbasis besitzen, wird Gleichung 5.13 als Näherung für kleine Zeitschritte Δt rekursiv benutzt.

$$\psi(z, t + \Delta t) = e^{-i(\hat{T}+\hat{V})\Delta t/\hbar}\psi(z, t) \quad (5.14)$$

5.3.1 Split-Operator-Methode

Um Gleichung 5.14 effizient zu lösen bietet sich die Split-Operator-Methode [194, 195] an. Diese nutzt die Lie-Trotter-Suzuki Zerlegung [195], um die nicht kommutierenden Operatoren \hat{T} und \hat{V} im Exponenten als Näherung auf getrennte Exponentialfunktionen zu verteilen.

$$e^{-i(\hat{T}+\hat{V})\Delta t/\hbar} = e^{-i\hat{T}\Delta t/2\hbar}e^{-i\hat{V}\Delta t/\hbar}e^{-i\hat{T}\Delta t/2\hbar} + \mathcal{O}(\Delta t^3) = U_2(\Delta t) + \mathcal{O}(\Delta t^3) \quad (5.15)$$

Diese Entwicklung gilt bis zu zweiten Ordnung von Δt . Der Zeitentwicklungsoperator $U_2(\Delta t)$ kann nun für kleine diskrete Zeitschritte Δt mehrfach hintereinander angewendet werden. Bei wiederholter Anwendung von $U_2(\Delta t)$ ergeben die „halben“ Zeitschritte nach der Multiplikation wieder ganze Zeitschritte, bis auf die erste und letzte Anwendung. Zur Vereinfachung des Algorithmus können diese bei kleinen Δt und einer großen Anzahl Zeitschritte N näherungsweise ebenfalls zusammengefasst werden.

$$\prod_{j=1}^N U_2(\Delta t) = e^{-i\hat{T}\Delta t/2\hbar}e^{-i\hat{V}\Delta t/\hbar} \left(\prod_{j=1}^{N-1} e^{-i\hat{T}\Delta t/\hbar}e^{-i\hat{V}\Delta t/\hbar} \right) e^{-i\hat{T}\Delta t/2\hbar} \approx \prod_{j=1}^N e^{-i\hat{T}\Delta t/\hbar}e^{-i\hat{V}\Delta t/\hbar} \quad (5.16)$$

Der Vorteil für die numerische Rechnung ergibt sich daraus, dass der Potentialoperator diagonal in der Ortsdarstellung $\psi(z, t)$ der Wellenfunktion ist und der Impulsoperator diagonal in der Impulsdarstellung $\tilde{\psi}(p, t)$. Damit lassen sich mit Hilfe von Gleichung 5.15 die Zeitentwicklungen durch Impuls- und Potentialoperator in ihrer Eigenbasis ausführen und entsprechen jeweils einer einfachen Multiplikation an jedem Punkt mit einer komplexen Zahl vom Betrag eins, die lediglich eine Änderung der komplexen Phase bewirkt. Dazu wird die Wellenfunktion, welche in der Simulation durch komplexe Zahlen auf einem numerischen Gitter repräsentiert wird, in jedem Rechenschritt durch eine schnelle Fouriertransformation (FFT) [196, Kap. 12] zwischen Orts- und Impulsraum transformiert.

Berücksichtigung von Wechselwirkungen

Bei dieser Simulationsmethode kann eine Wechselwirkung zwischen den Atomen berücksichtigt werden. Gemäß Gleichung 2.13 lässt sich die Wechselwirkung eines Bose-Einstein-Kondensats durch einen zusätzlichen mean-field Potentialterm $gN|\psi|^2$ in \hat{V} berücksichtigen. Im Unterschied zu Gleichung 2.13 wurde hier noch die Atomzahl N als Faktor eingefügt, da die Wellenfunktion hier auf eins normiert ist. Beim Wechsel in ein effektiv eindimensionales System ist zu beachten, dass g abhängig von der transversalen Oszillatorlänge modifiziert wird [197].

$$g_{1D} = \frac{g}{2\pi a_{\perp}^2} = \frac{gm\omega_{\perp}}{2\pi\hbar} \quad (5.17)$$

Die Stärke der Wechselwirkung lässt sich demnach in einem eindimensionalen System, sowohl in der Simulation als auch im Experiment, durch Veränderung der transversalen Fallenfrequenz ω_{\perp} beeinflussen.

5.4 Impulsabhängige Filterung

Wie in Abschnitt 5.2.2 dargestellt führen die komplexen Quasiimpulse wie sie in den Bandlücken eines Gitters auftreten zu einer Dämpfung der Amplitude der Wellenfunktion. In Abschnitt 5.2.3 wurde gezeigt, dass die Anzahl und Größe der Bandlücken, die ein Atom auf seinem Weg durch das Gitter trifft, vom Anfangsimpuls abhängt. Dadurch lässt sich ein räumlich begrenztes Gitter als Impulsfilter einsetzen.

5.4.1 Modellrechnung mit Hilfe der Bandstruktur

Für eine kleine Strecke Δz im Gitter lässt sich die Dämpfung der Amplitude durch den imaginären Teil des Quasiimpulses ausdrücken (analog zu Gleichung 5.10):

$$|\psi(z + \Delta z)| = e^{-\text{Im}[q(z,p)]\Delta z/\hbar} |\psi(z)| \quad . \quad (5.18)$$

Aus einer Anfangsamplitude $|\psi(z_0)|$ lässt sich damit die Amplitude an einem Ort $z = z_0 + n\Delta z$ mit $n = (z - z_0)/\Delta z$ berechnen, indem die Operation mehrfach hintereinander ausgeführt wird. Berücksichtigt werden müssen dabei die Imaginärteile des Quasiimpulses an der entsprechenden Stelle $z_i = z_0 + i\Delta z$ der Rechnung.

$$|\psi(z)| = \left(\prod_{i=1}^n e^{-\text{Im}[q(z_i,p)]\Delta z/\hbar} \right) |\psi(z_0)| = \exp\left(-\frac{1}{\hbar} \sum_{i=1}^n \text{Im}[q(z_i,p)]\Delta z\right) |\psi(z_0)| \quad (5.19)$$

Für $\Delta z \rightarrow 0$ wird aus der Summe ein Integral. Betrachtet man außerdem nicht die transmittierte Amplitude der Wellenfunktion sondern die Transmissionswahrscheinlichkeit so muss Gleichung 5.19 noch quadriert werden. Für ein Teilchen, das sich von der Mitte des optischen Gitters (bei $z = 0$) nach außen bewegt ergibt die Transmissionswahrscheinlichkeit für eine Hälfte des Gitters.

$$T_+(p) = \exp\left(-\frac{2}{\hbar} \int_0^\infty dz' \text{Im}[q(z',p)]\right) \quad (5.20)$$

Da an jeder Bandlücke auf dem Weg des Wellenpakets Transmission und Reflexion unabhängig von der Bewegungsrichtung stattfinden, wird es im Fall von mehr als einer Bandlücke zu Mehrfachreflexionen kommen. Insofern ist eine Fallunterscheidung darüber nötig, wie viele Bandlücken bei einem bestimmten Impuls passiert werden. Es hat sich gezeigt, dass lediglich die Fälle von einer Bandlücke und zwei Bandlücken relevant sind, da beim Auftreten von mehr als zwei Bandlücken die inneren Bandlücken in der Regel die Amplitude so stark dämpfen, dass sie alleine für eine vollständige Reflexion sorgen.

Hier wird daher neben dem einfachen Fall einer Bandlücke (wo gilt: $T_1(p) = T_+^2(p)$) nur der Fall von zwei Bandlücken betrachtet. Dabei gilt:

$$\begin{aligned} T_2(p) &= T_+^2(p) + T_+(p)(1 - T_+(p))^2 T_+(p) + T_+(p)(1 - T_+(p))^4 T_+(p) + \dots \\ &= T_+^2(p) \cdot \sum_{n=0}^{\infty} (1 - T_+(p))^{2n} = \frac{T_+(p)}{2 - T_+(p)} \quad . \end{aligned} \quad (5.21)$$

Die Terme in der Summe stehen hierbei für $n = 0, n = 1, \dots$ Reflexionen zwischen den zwei Bandlücken. Für die Entscheidung bei welchem Anfangsimpuls welche Formel verwendet werden

muss kann ein einfaches Kriterium angewendet werden. Es besteht darin bei $z = 0$ und für $q = p_{\text{in}}$ den Imaginärteil zu betrachten. Ist dieser null so findet sich eine gerade Anzahl Bandlücken auf dem Weg des Atoms und Gleichung 5.21 muss verwendet werden. Im anderen Fall wird eine ungerade Anzahl Bandlücken passiert und es gilt:

$$T(p) = \begin{cases} T_+^2(p) = T_1(p) & \text{wenn } \text{Im}(0, p) \neq 0 \\ \frac{T_+(p)}{2 - T_+(p)} = T_2(p) & \text{wenn } \text{Im}(0, p) = 0 \end{cases} . \quad (5.22)$$

In den Fällen wo mindestens drei Bandlücken passiert würden findet vollständige Reflexion statt, wie oben beschrieben wurde, so dass beide Varianten identisch sind.

Da keine Absorption stattfindet gilt für die Reflexion

$$R(p) = 1 - T(p) . \quad (5.23)$$

Das Ergebnis aus Gleichung 5.21 gilt für eine unendlich ausgedehnte Welle mit Impulsbreite null. Da hier aber Wellenpakete betrachtet werden, die eine gaußförmige Impulsverteilung

$$|\psi(p)|^2 = \frac{1}{\sigma_p \sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{(p - p_{\text{in}})^2}{\sigma_p^2}\right) \quad (5.24)$$

mit der Impulsbreite σ_p und einem mittleren Anfangsimpuls p_{in} haben, ist es für einen Vergleich des Modells mit experimentellen Ergebnissen bzw. Simulationsergebnissen sinnvoll $T(p)$ mit der Impulsverteilung zu falten.

$$T_F(p) = (T * |\psi|^2)(p) = \int T(p') \cdot |\psi(p - p')|^2 dp' \quad (5.25)$$

Die sich aus diesen Gleichungen ergebenden Reflexionskoeffizienten sind für einen Parameterraum aus Gittertiefe V_0 und Anfangsimpuls p_{in} in Abbildung 5.6 dargestellt. Zum Vergleich wurde der Reflexionskoeffizient mit einer 1D-Simulation, wie in Abschnitt 5.3 beschrieben, bestimmt. Dabei gibt das Modell alle Eigenschaften wie die Position und Breite der Reflexionsbereiche sowie das Zusammenwachsen der Reflexionsbänder für steigende Gittertiefen sehr gut wieder. Kleine Abweichungen treten lediglich in Bereichen großer Gittertiefe auf. Dort spielen bereits hohe Bänder eine Rolle, so dass die Reduzierung von Gleichung 5.9 auf Matrixelemente mit $-5 \leq l \leq 5$ nicht mehr geeignet ist.

Für einen genaueren Vergleich sind drei Beispiele in Abbildung 5.7 aufgetragen. Diese entsprechen den Reflexionskoeffizienten entlang vertikaler Linien konstanter Gittertiefe in Abbildung 5.6. Auch dort ist zu sehen, dass das Modell für kleine Gittertiefen (hier: $0,5 E_R$ und $7 E_R$) die Simulationsergebnisse sehr gut reproduziert. Bei größeren Gittertiefen, von in diesem Beispiel $40 E_R$, treten leichte Abweichungen auf, wobei die Kurve qualitativ immer noch sehr gut wiedergegeben wird.

Mit Hilfe des hier vorgestellten Modells lassen sich die Filtereigenschaften eines räumlich begrenzten optischen Gitters gut verstehen und vorhersagen und können für eine Auslegung eines Filters oder Spiegels für atomare Wellenpakete genutzt werden.

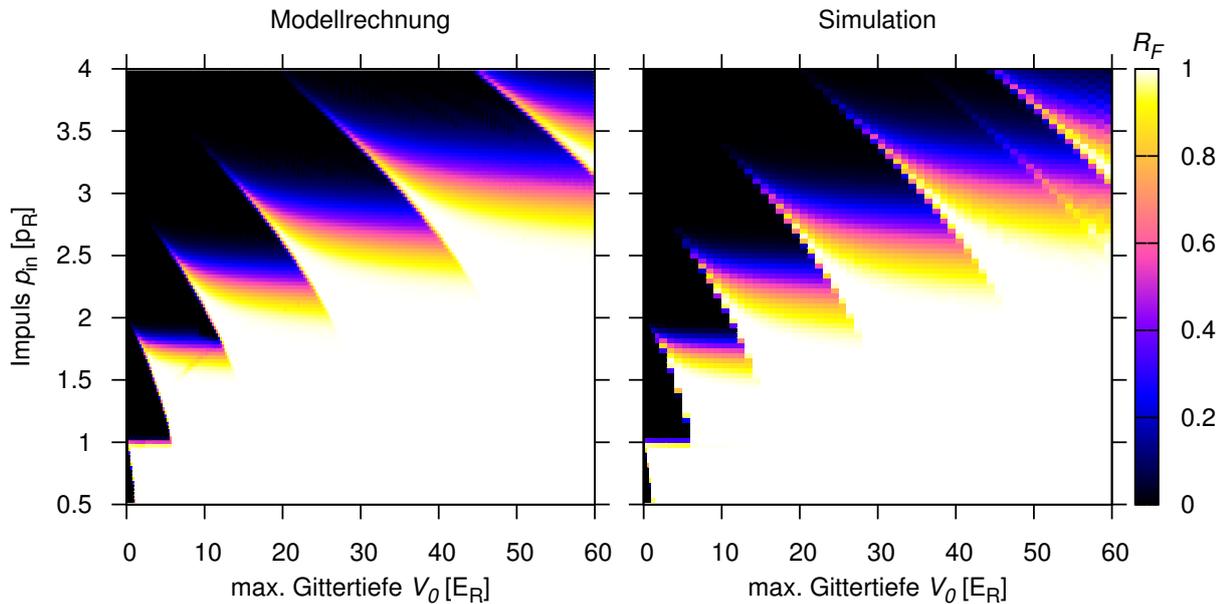


Abbildung 5.6.: Vergleich der Ergebnisse für die Reflexion von lokaler Näherung (siehe Gleichung 5.25) und Simulation mittels Split-Operator Methode. Beide Rechnungen wurden mit den Parametern $\sigma_p = 0,0325 p_R$, $w_z = 50 \mu m$ und $P_L = 390 \text{ nm}$ durchgeführt. Im schwarzen Bereich des Parameterraums tritt vollständige Transmission auf, während im weißen Bereich das Wellenpaket komplett reflektiert wird. In dem Zwischenbereichen zeigt sich eine Struktur, bei der neue Bandlücken sich mit zunehmender Gittertiefe weiter öffnen und mit dem Bereich kompletter Reflexion zusammenwachsen.

5.4.2 Bewegte Gitter

Eine zusätzliche Möglichkeit die Filtereigenschaften des Gitters zu beeinflussen ergibt sich, wenn das optische Gitter die Möglichkeit bietet, die Frequenz eines Strahls gegenüber der des anderen Strahls zu verstimmen. Eine Möglichkeit dies zu realisieren wurde in Abschnitt 3.2.4 dargestellt. Eine Verstimmung der Gitterstrahlen hat zur Folge, dass sich das optische Gitter bewegt, wobei das hier nur für die Potentialmulden des Gitters gilt und nicht für die Einhüllende. Das bei einer konstanten Verstimmung $\Delta\omega$ zeitabhängige Potential lässt sich aus Gleichung 5.1 gewinnen (vgl. auch Gleichung 3.6).

$$V_{1D}(z) = -V_0 \exp\left(-\frac{2z^2}{w_z^2}\right) \cos^2\left(k_L z - \frac{\Delta\omega}{2} t\right) \quad (5.26)$$

Die Potentialmulden bewegen sich mit der konstanten Geschwindigkeit $v(\Delta\omega) = \Delta\omega/2k_L$. Dies hat zur Folge, dass sich das Wellenpaket mit einer anderen Geschwindigkeit relativ zu den Potentialmulden des optischen Gitters bewegt und dadurch die Bandstruktur, wie sie in Abbildung 5.2 dargestellt ist, aus Sicht der Atome verschoben wird. Ein Beispiel der Verschiebung der Reflexionskurve, wie sie durch eine Verstimmung auftreten kann, wird in Abbildung 5.8 beispielhaft anhand des Simulationsergebnisses gezeigt. Dabei verschiebt sich die Reflexionskurve

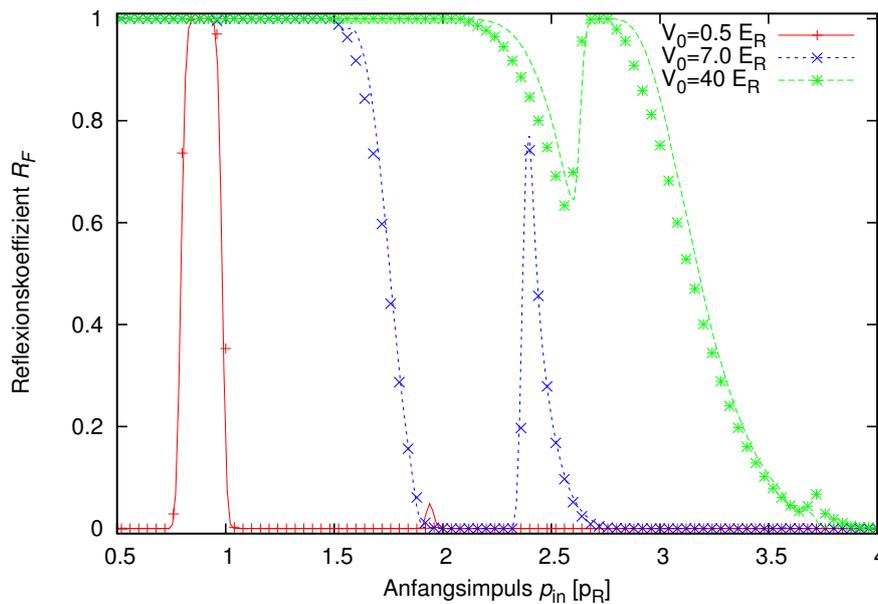


Abbildung 5.7.: Auszug der Reflexionskurven aus Abbildung 5.6 für $V_0 = 0,5 E_R$, $V_0 = 7 E_R$ und $V_0 = 40 E_R$ von lokaler Näherung (Linien) und Simulation mittels Split-Operator-Methode (Kreuze). Alle Rechnungen wurden mit den Parametern $\sigma_p = 0,0325 p_R$, $w_z = 50 \mu\text{m}$ und $P_L = 390 \text{ nm}$ durchgeführt.

um etwa $\pm p_R/10$, wie durch die Verstimmung von $\Delta\omega = \pm\delta_2/10$ zu erwarten ist. δ_2 entspricht der Frequenz bei der sich das Gitter mit der Geschwindigkeit v_R bewegt (siehe Abschnitt 3.2.2). Die Reflexionsbänder lassen sich also auch frei verschieben, falls eine Filterung bei einem bestimmten Impuls erreicht werden soll.

5.4.3 Dynamik beim Filterprozess

Wie in Abschnitt 5.4.1 bereits in der Berechnung der Transmission berücksichtigt, können bei der Propagation eines Wellenpaketes durch das Gitter mehrfache Reflexionen auftreten. Diese Reflexionen haben einen großen Einfluss auf die Form sowohl des transmittierten als auch des reflektierten Wellenpaketes. Die Zeit, welche das Wellenpaket braucht bis es das Gitter wieder verlässt, wird ebenfalls von Mehrfachreflexionen beeinflusst. Die Simulationen bieten eine Möglichkeit, die Dynamik des Prozesses zu studieren. Die zeitliche Entwicklung eines Wellenpaketes bei Propagation in einer Struktur, bei der es zu Mehrfachreflexionen kommt ist beispielhaft in Abbildung 5.9 dargestellt. Dabei wurden Parameter gewählt ($V_0 = 10 E_R$, $p_{\text{in}} = 1,6 p_R$), bei denen das Wellenpaket zweimal auf eine Bandlücke trifft, die zwischen zweitem und drittem Band liegt und bei diesem Impuls eine Reflektivität von etwa 65% besitzt. Dadurch wird mehr als die Hälfte des Wellenpakets bereits beim ersten Auftreffen nach 6 ms bei $-35 \mu\text{m}$ reflektiert. Der Anteil der diese Bandlücke passiert kann mehrere Reflexionen mit jeweils um 35% abnehmender Norm zwischen den Bandlücken durchführen bevor er das Gitter verlässt.

Bei jeder Reflexion an einer Bandlücke wird ein Teil des Wellenpaketes transmittiert. Das Wellenpaket wird demzufolge beim Auftreten von Mehrfachreflexionen nicht auf einmal transmittiert sondern sowohl auf der Transmissionsseite als auch auf der Seite des reflektierten Wellenpaketes entstehen Züge von Wellenpaketen deren Amplitude entsprechend dem Zerfall der Amplitude

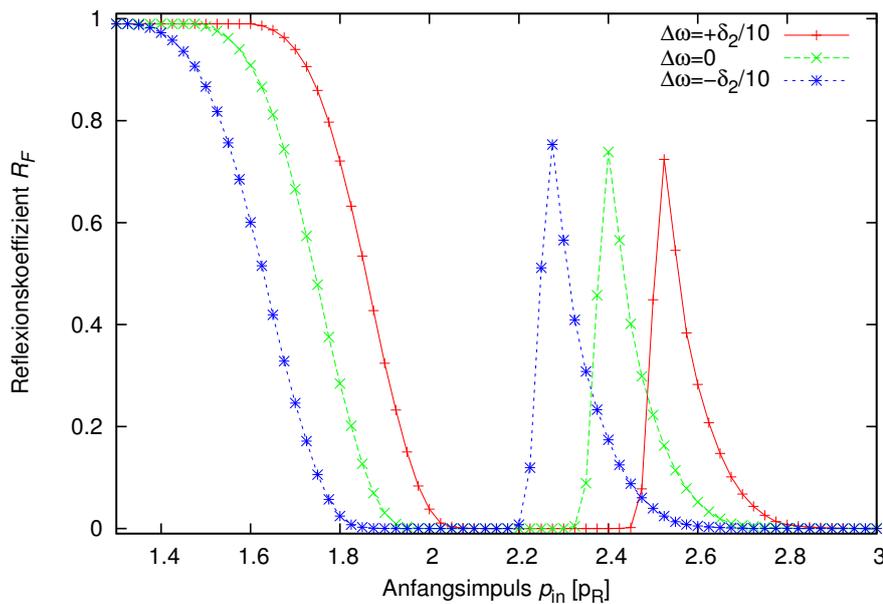


Abbildung 5.8.: Reflexionskurven für ein ruhendes Gitter $\Delta\omega = 0$ und bewegte Gitter mit $\Delta\omega = \pm\delta_2/10$ aus Simulation mittels Split-Operator-Methode. Die Rechnungen wurden mit den Parametern $V_0 = 7 E_R$, $\sigma_p = 0,0325 p_R$, $w_z = 50 \mu\text{m}$ und $P_L = 390 \text{ nm}$ durchgeführt.

zwischen den Bandlücken abnimmt. Die beiden Bandlücken bilden einen Resonator aus dem gepulste Emission stattfindet. Zwei Beispiele dafür sind in Abbildung 5.10 gegeben. Diese sind so gewählt, dass einmal Mehrfachreflexion an der Bandlücke zwischen zweitem und drittem Band stattfindet (Abbildung 5.10 (a)). Dabei haben die Bandlücken einen räumlich großen Abstand und der Abstand der Pulse ist länger als die Pulse selbst. Im zweiten Beispiel (Abbildung 5.10 (b)), in dem Mehrfachreflexionen an der Bandlücke zwischen drittem und vierten Band stattfinden, liegen die Bandlücken näher aneinander, so dass die zeitliche Abfolge der Pulse deutlich dichter wird.

Der hier vorgeschlagene Aufbau lässt sich zur Erzeugung eines gepulsten Atomlasers aus einem einzelnen Wellenpaket nutzen. Die Impulseigenschaften der einzelnen Pulse sind durch die Eigenschaften des anfänglichen Wellenpaketes gegeben (p_{in} und σ_p). Die gewünschte Pulsrate lässt sich durch geeignete Wahl der Gitterparameter (w_z , V_0 , P_L und $\Delta\omega$) und des Anfangsimpulses p_{in} erzielen.

Dauer des Filterprozesses

Wie im vorigen Abschnitt beschrieben, beeinflusst das Auftreffen des Wellenpaketes auf mehrere Bandlücken, die Form des Wellenpaketes. Aber auch die Dauer bis das komplette Wellenpaket das Gitter wieder verlassen hat, hängt von den Parametern des Gitters und vom Impuls des Wellenpaketes ab. Der Resonator, welcher sich zwischen zwei Bandlücken bildet, besitzt eine von der Ausdehnung der Bandlücken abhängige Zerfallszeit. Um diesen Effekt genauer zu analysieren wurde mit Hilfe von Simulationen untersucht, wie lange der gesamte Filterprozess dauert. Als Kriterium für den Endzeitpunkt wurde angesetzt, dass mehr als 99% des Wellenpaketes von den beiden „Detektoren“, die links und rechts vom Gitter Transmission und Reflexion in der

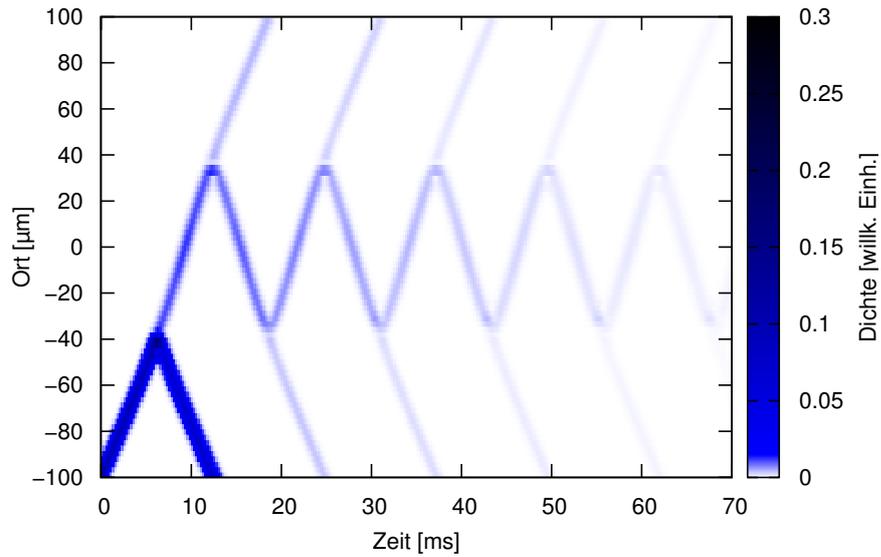


Abbildung 5.9.: Propagation eines Wellenpaketes mit Impuls $p_{\text{in}} = 1,6 p_R$ durch ein begrenztes Gitter mit $V_0 = 10 E_R$, $\sigma_p = 0,0325 p_R$, $w_z = 50 \mu\text{m}$ und $P_L = 390 \text{ nm}$.

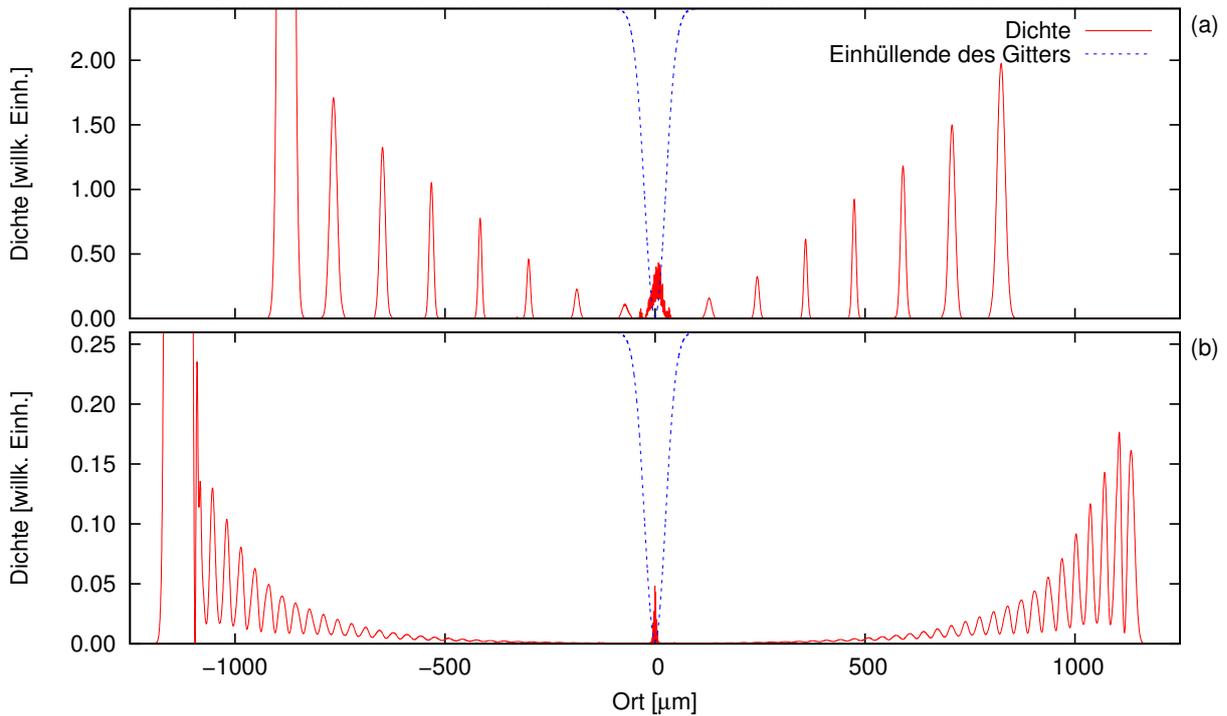


Abbildung 5.10.: Momentaufnahmen der Dichteverteilungen von Wellenpaketen nach 96 ms Evolutionszeit durch ein begrenztes Gitter mit den Parametern $V_0 = 10 E_R$, $\sigma_p = 0,0325 p_R$, $w_z = 50 \mu\text{m}$ und $P_L = 390 \text{ nm}$. Gestartet wurde das Wellenpaket bei $x_0 = -100 \mu\text{m}$. (a) Impuls $p_{\text{in}} = 1,6 p_R$, (b) Impuls $p_{\text{in}} = 2,15 p_R$. Die Einhüllende des Gitters (blau-gestrichelt) ist zur Markierung des Gitterbereichs dargestellt, sie ist skaliert auf den vertikalen Darstellungsbereich.

Simulation protokollieren, aufgenommen wurde. Das Ergebnis für eine Gittertiefe von $V_0 = 10 E_R$ in Abhängigkeit vom Impuls ist in Abbildung 5.11 dargestellt. Zum Vergleich wurde noch die Zeit aufgetragen, die ein freies Wellenpaket mit entsprechendem Impuls braucht, um vom Startpunkt zum Detektor der Transmission zu gelangen.

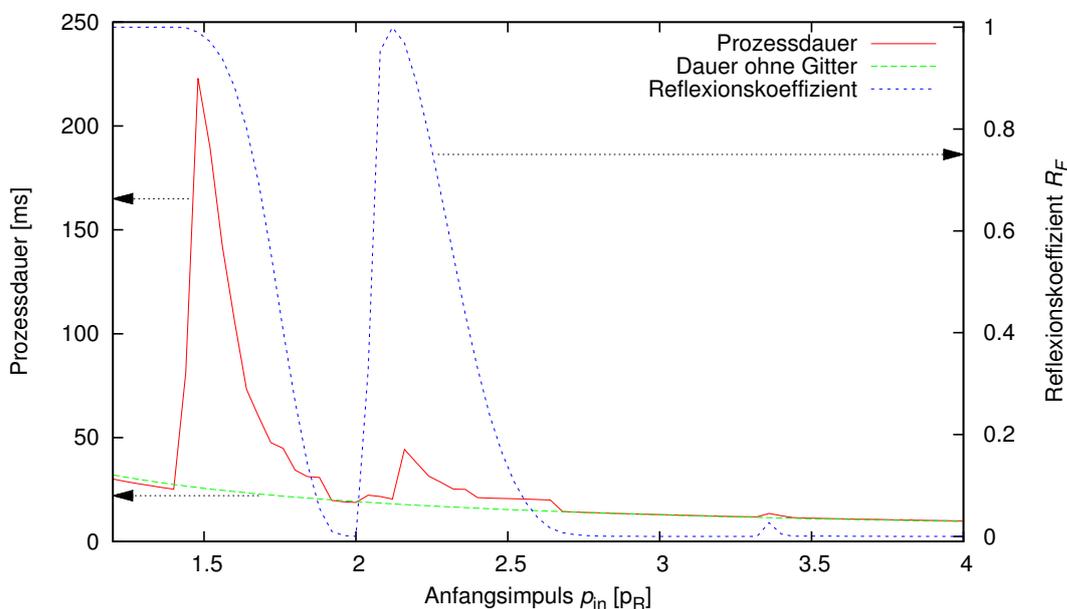


Abbildung 5.11.: Dauer des Transmissionsprozesses, Vergleich mit freier Propagation und Reflexionskoeffizient in Abhängigkeit vom Impuls p_{in} . Die Rechnungen wurden mit den Parametern $V_0 = 10 E_R$, $\sigma_p = 0,0325 p_R$, $w_z = 50 \mu\text{m}$ und $P_L = 390 \text{ nm}$ durchgeführt.

Eine Abweichung der Prozessdauer von der freien Propagation tritt immer dann auf wenn eine Reflexion stattfindet. Dies ist zum einen ein Artefakt, da das Wellenpaket bei vollständiger Reflexion an einer einzelnen Bandlücke einen minimal kürzeren Weg bis zum Detektor für Reflexion zurücklegen muss, wie z.B. im Bereich $p_{in} < 1,4 p_R$. Die relevanten Abweichungen treten aber dann auf, wenn mehrfache Reflexionen stattfinden, also das Wellenpaket länger im Gitter verweilt. Diese Konstellation führt zu einem sprunghaften Anstieg der Prozessdauer sobald auf dem Weg des Wellenpaketes zwei Bandlücken passiert werden. Dies geschieht für die Parameter wie in Abbildung 5.4 je einmal oberhalb der Bandlücke zwischen zweitem und drittem Band bei $p_{in} = 1,45 p_R$ und oberhalb der Bandlücke zwischen drittem und viertem Band bei $p_{in} = 2,15 p_R$.

5.5 Zeitabhängige Potentiale

Ergänzt man das Potential um eine Zeitabhängigkeit eines oder mehrerer der Parameter V_0 , w_z , k_L oder θ , so ergeben sich Eigenschaften die sich für atomoptische Experimente nutzen lassen. Ein einfacher Fall wurde bereits in Abschnitt 5.4.2 diskutiert. Dabei unterliegt die Phase zwischen den beiden Gitterstrahlen einer linearen Entwicklung in der Zeit und das Gitter bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit. Die Verstimmung der Strahlen kann zusätzlich zeitlich variiert werden. Damit bietet sich die Möglichkeit, das Gitter zu beschleunigen oder abzubremesen. Dadurch

lässt sich, während die Atome im Gitter sind, die Bandstruktur verschieben ohne den Impuls zu verändern, um z.B. die Atome zwischen zwei Bandlücken zu fangen.

Eine weitere Möglichkeit wäre die Gitterkonstante, durch Ändern des Winkels zwischen der Gitterstrahlen, zeitlich zu verändern [198, 199]. Dies hat auch eine Verschiebung der Bandstruktur zur Folge mit dem Nebeneffekt einer sich ändernden Strahltaile w_z .

Die dritte Variante ist eine zeitliche Veränderung der Intensität der Laserstrahlen. Da diese durch Variation der Leistung der Laserstrahlen technisch am einfachsten zu realisieren ist, wird im Folgenden dieser Fall betrachtet. Im Falle des Bandlückenresonators (siehe Abschnitt 5.5.1) hat das Verändern der Intensität die Eigenschaft, dass sich die Bandstruktur an verschiedenen Orten unterschiedlich verschiebt und somit verzerrt wird. Vergleiche dazu in Abbildung 5.4 $V_0 = 9 E_R$ und $V_0 = 15 E_R$. Dies bietet den Vorteil, dass die Atome nicht nur energetisch tiefer zwischen den Bandlücken liegen, da ihre potentielle Energie mit zunehmender Gittertiefe reduziert wird, sondern die entsprechenden Bandlücken auch größer und damit reflektiver werden und so leichter eine lange Aufenthaltsdauer der Atome im Bandlückenresonator erreicht werden kann.

5.5.1 Bandlückenresonator für Atome

Durch Erhöhen der Tiefe des Gitters während sich die Atome zwischen zwei Bandlücken befinden lässt sich ein Wellenpaket in einem Resonator präparieren, das eine lange Aufenthaltsdauer aufweist obwohl es mehr kinetische Energie besitzt als es zum Überwinden der potentiellen Energie benötigt.

Dieses Verfahren kann in vielen verschiedenen Varianten durchgeführt werden. Zum Beispiel kann durch geeignete Kombinationen von Anfangsimpuls⁵ $p_{\text{in}}(t_0)$ und Gittertiefe $V_0(t_0)$ ein Band gewählt werden in dem sich das Wellenpaket im Resonator bewegt und durch Verändern der finalen⁶ Gittertiefe $V_0(t_2)$ kann die Breite der Bandlücken und damit ihre Reflektivität beeinflusst werden. Als Folge davon ändert sich die Verweildauer im Resonator. Die Änderung der Potentialtiefe findet dabei mit linearer Abhängigkeit von der Zeit statt. Aufgrund der Vielzahl der Möglichkeiten zur Wahl eines Parametersatzes werden hier nur ausgewählte Beispiele vorgestellt. Die Startbedingungen sind dabei immer $p_{\text{in}} = 2,4 p_R$ und $V_0(t_0) = 9 E_R$. Damit bewegen sich die Atome nachdem sie in das Zentrum des Gitters vorgedrungen sind im vierten Band. Sie verbleiben bei der Potentialänderung in diesem Band sofern die Zustandsänderung adiabatisch erfolgt (siehe Abschnitt 5.5.3). Die Adiabazitätsbedingung liefert ein unteres Limit für die Rampendauer $T = t_2 - t_1$. Eine Obergrenze ergibt sich durch die Bewegung der Atome, denn die Potentialänderung muss stattfinden nachdem die Atome die erste Bandlücke des zukünftigen Resonators passiert haben und muss beendet sein bevor sie auf die zweite Bandlücke treffen. Beim hier gewählten Parameter $w_z = 50 \mu\text{m}$ ist der Abstand der Bandlücken ca. $30 \mu\text{m}$. Bei einer Geschwindigkeit der Atome von $v = p_{\text{in}}/m = 14,1 \mu\text{m}/\text{ms}$ bleiben maximal 2 ms Zeit für die Potentialänderung. Unter Berücksichtigung des Adiabazitätslimits aus Abschnitt 5.5.3 ergeben sich bei diesen Parametern die Bedingungen

$$50 \mu\text{s} \ll T < 2 \text{ ms} \quad . \quad (5.27)$$

Die Rampendauer ist daher in den in diesem Kapitel dargestellten Simulationen auf 1 ms gesetzt worden.

⁵ t_0 bezeichnet den Startzeitpunkt der Simulation bzw. des Experiments

⁶ t_1 bezeichnet die Zeit zur der die Änderung der Gittertiefe startet, t_2 deren Ende

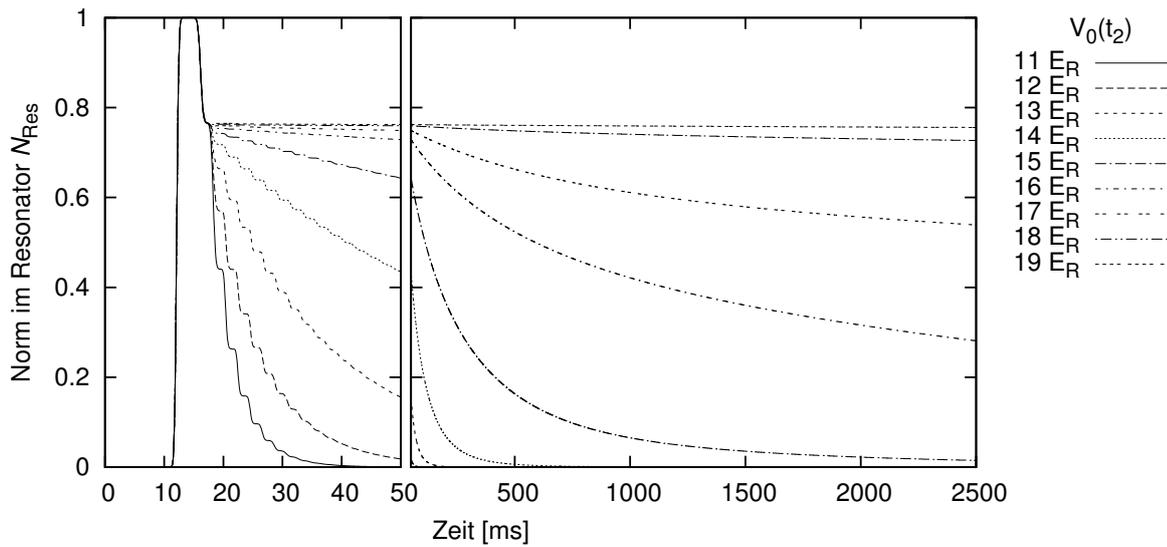


Abbildung 5.12.: Zerfall der Norm der Wellenfunktion im Resonator für verschiedene finale Gittertiefen $V_0(t_2)$. $V_0(t_1) = 9E_R$ ist in allen Fällen gleich, ebenso wie $\sigma_p = 0.0325 p_R$, $w_z = 50 \mu\text{m}$ und $P_L = 390 \text{ nm}$.

Der entstehende Resonator für Atome ähnelt einem Fabry-Pérot-Resonator, mit der zusätzlichen Möglichkeit die Reflektivität der Spiegel dynamisch zu verändern. Dadurch lässt sich die Verweildauer des Wellenpakets und somit die Güte des Resonators beeinflussen. In Abbildung 5.12 sind Zerfallskurven des Wellenpakets dargestellt, die durch Simulationen gewonnen wurden. Es handelt sich dabei um den Anteil der Norm $N_{\text{Res}}(t)$, welcher sich innerhalb des Bereichs von einer Strahltaile $\pm w_z$ um den Mittelpunkt befindet.

$$N_{\text{Res}}(t) = \int_{-w_z}^{w_z} |\psi(x,t)|^2 dx \quad (5.28)$$

Die gesamte Wellenfunktion ist auf 1 normiert. Da der Resonator etwas kleiner ist als die Taille des Potentials w_z findet nach dem Eintreten in den Messbereich die Reflexion an der ersten Bandlücke statt. Der Eintritt in dem Messbereich ist durch den steilen Anstieg bei 12 ms in Abbildung 5.12 gekennzeichnet. Zu diesem Zeitpunkt hat das Gitter noch die Tiefe $V_0(t_0)$. Erst danach wird die Gittertiefe verändert und das Wellenpaket gefangen. Der reflektierte Anteil verlässt den Messbereich wieder (im Beispiel nach etwa 20 ms), was zu einer Verringerung der Norm um den reflektierten Teil führt. Erst danach lässt sich der Zerfall der Wellenfunktion im Resonator beobachten.

Wie bereits erwähnt ist die Verweildauer im Resonator abhängig von der finalen Gittertiefe $V_0(t_2)$. Bei schnellen Zerfällen lassen sich die einzelnen Wellenpakete die den Resonator nach jedem halben Umlauf verlassen (vgl. Abbildung 5.10) in Form eines gestuften Abfalls der Norm beobachten. Zu beachten ist, dass in allen hier betrachteten Fällen die Energiebilanz positiv ist. Das heißt, die Atome sind im Sinne der klassischen Mechanik nicht gefangen.

Aus den Kurven in Abbildung 5.12 wurde durch Anpassen einer exponentiellen Zerfallskurve die Verweildauer τ bestimmt. Die Ergebnisse sind in Abbildung 5.13 in Abhängigkeit von der finalen Gittertiefe dargestellt. Die Verweildauer steigt im betrachteten Bereich näherungsweise exponentiell an. Allerdings divergiert sie im weiteren Verlauf bei Annäherung an die Schwelle bei der die Energiebilanz negativ wird und die Atome das Gitter nicht mehr verlassen. Im

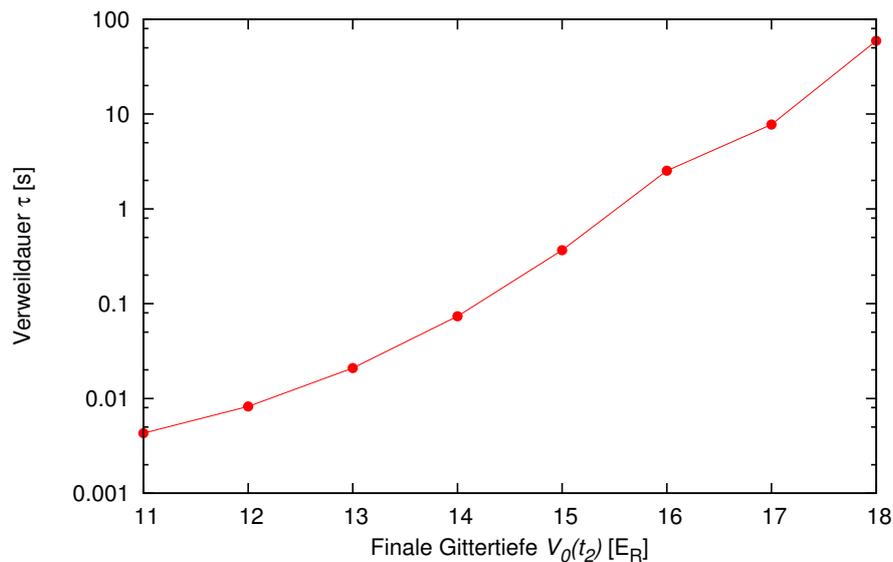


Abbildung 5.13.: Verweildauer im Resonator abhängig von der finalen Gittertiefe $V_0(t_2)$. Die weiteren Parameter sind zu Abbildung 5.12 identisch.

hier betrachteten Beispiel liegt diese Schwelle bei $V_0 \approx 26 E_R$. Bei dieser Gittertiefe wird der Energieeigenwert der unteren Bandkante des vierten Bandes, in dem sich die Atome im Resonator befinden, negativ.

5.5.2 Rephasierung der Wellenfunktion

Ein Effekt der sich durch die langen Verweildauern beobachten lässt, ist ein dispersives Auseinanderlaufen des Wellenpakets. Nach einer bestimmten Zeit zeigt die Dichte allerdings wieder ein kompaktes Wellenpaket. Diese Wiederkehr der ursprünglichen Dichteverteilung, im Folgenden auch Rephasierung genannt, wird in diesen Abschnitt untersucht. Das Wellenpaket kann wieder seine ursprüngliche Form annehmen, da es sich in einem beschränkten Raumbereich befindet. Die Zahl der möglichen Zustände wird dadurch abzählbar unendlich. Die Zahl der besetzten Zustände ist durch die begrenzte Energie endlich und es existiert eine Zeit T_{rev} bei der die Phasendifferenz aller Zustände wieder null ist und somit eine Rephasierung eintritt.

Ein Beispiel, wie eine solche Wiederkehr der Dichte aussehen kann, ist in Abbildung 5.14 dargestellt. Der Zeitpunkt $t = 0$ findet sich dabei am Ende der Rampe von V_0 . Es lässt sich direkt beobachten, dass die Dichte nach etwa 240 ms wieder ihre ursprüngliche Form annimmt, reduziert um den Anteil der Wellenfunktion, welcher den Resonator verlassen hat. Die Rephasierungszeit hängt von verschiedenen Parametern ab, zum einen von der Länge des Resonators zum anderen von der finalen Gittertiefe. Denn die Bandstruktur wird durch die Gittertiefe verändert und beeinflusst dadurch die Dynamik des Wellenpakets.

Die in diesem Abschnitt dargestellten Phänomene der Rephasierung setzen voraus, dass die Kohärenz des Systems nicht gestört wird. Im experimentellen Umfeld bedeutet dies, dass über eine Zeit von bis zu einer Sekunde kein Kohärenzverlust z.B. durch Streuung des Fallenlichtes auftreten darf. Dies stellt eine große Herausforderung für die experimentelle Umsetzung dar.

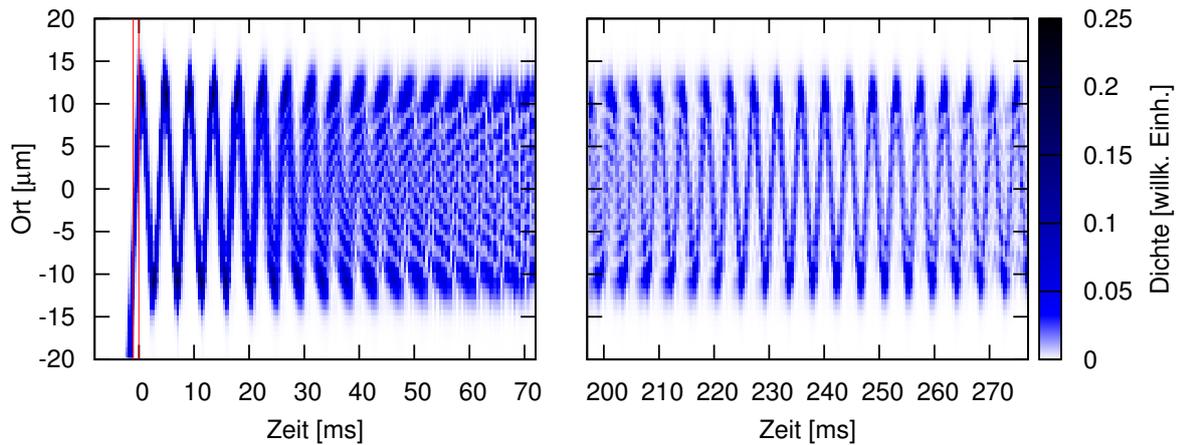


Abbildung 5.14.: Auseinanderlaufen des Wellenpaketes mit $p_{\text{in}} = 2,4 p_R$ und Rückkehr der Dichteverteilung. Die Gittertiefe wird zwischen den beiden roten Linien innerhalb von einer Millisekunde linear von $V_0(t_1) = 9 E_R$ auf $V_0(t_2) = 15 E_R$ geändert. Die weiteren Parameter sind $\sigma_p = 0,0325 p_R$, $w_z = 50 \mu\text{m}$ und $P_L = 390 \text{ nm}$.

Rephasierungszeit bei variabler Resonatorlänge

Variiert man bei sonst gleichbleibenden Parametern die Länge des Resonators, so ändert sich die Rephasierungszeit. In Abbildung 5.15 ist dargestellt wie die Rephasierungszeit von der Taille des Gitters abhängt. Die Taille ist direkt proportional zur Länge des Resonators, wie die eingebettete Grafik zeigt. Der Rephasierungszeitpunkt sowie die Länge des Resonators wurden anhand des Dichteprofiles aus einer entsprechenden Simulation gewonnen. Durch die angepassten Parabeln ist eine quadratische Abhängigkeit der Rephasierungszeit von der Taille (bzw. Resonatorlänge) erkennbar. Eine Erklärung dafür lässt sich mit Hilfe des Modells eines Teilchens im Kasten finden.

Rephasierung in einem Kastenpotential

Die Wellenfunktionen eines Teilchens in einem Kasten mit unendlich hohen Wänden sind ebene Wellen, die an den Rändern des Kastens verschwinden [193, Kap. 7]. Sie haben eine Wellenlänge $\lambda_n = 2L/n$ ($n = 1, 2, \dots$) die einem ganzzahligen Bruchteil der doppelten Kastenlänge L entspricht. Die entsprechenden Eigenfrequenzen sind damit

$$\omega_n = \frac{\hbar k_n^2}{2m} = \frac{\hbar \pi^2 n^2}{2mL^2} \quad (5.29)$$

Die Eigenfrequenzen skalieren demzufolge quadratisch mit der Quantenzahl n . Jeder Eigenzustand des Kastenpotentials erreicht nach einer Zeit $T_n = 2\pi/\omega_n = 4mL^2/\pi\hbar n^2$ wieder seine ursprüngliche Phase. Da $T_n = T_1/n^2$ gilt, sind spätestens nach einem vollen Umlauf der Phase des Grundzustandes nach der Zeit

$$T_{\text{rev}} = T_1 = \frac{4m}{\pi\hbar} L^2 \quad (5.30)$$

wieder alle Zustände phasengleich bei ihrer ursprünglichen Phase überlagert und die Wellenfunktion, zerlegt in der Basis der Eigenzustände des Kastens, entspricht exakt der Wellenfunktion

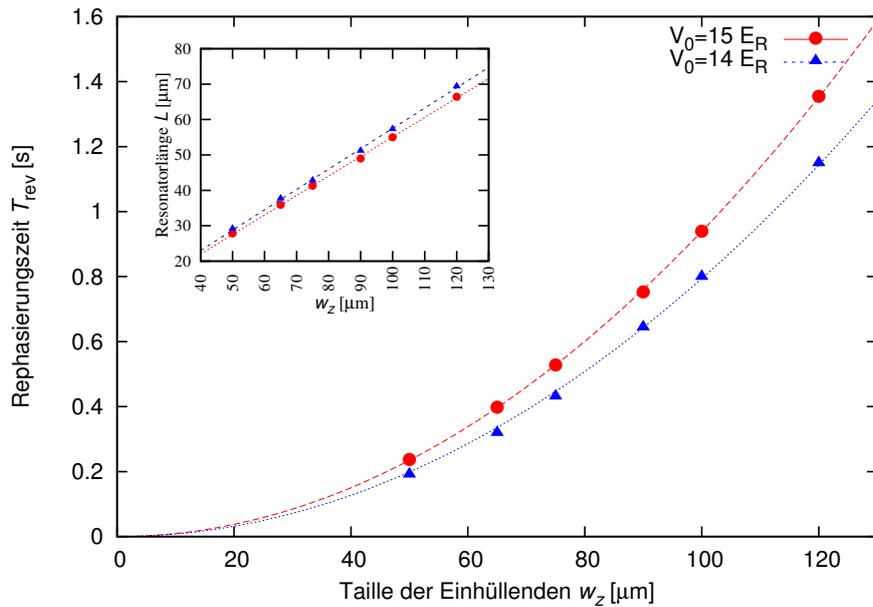


Abbildung 5.15.: Rephasierungszeit in Abhängigkeit der Taille der Einhüllenden w_z des Gitters, die proportional zur Resonatorlänge ist, was die eingebettete Grafik zeigt. $V_0(t_2) = 14 E_R$ und $V_0(t_2) = 15 E_R$. $V_0(t_1) = 9 E_R$ ist in beiden Fällen gleich. Die gestrichelten Linien stellen angepasste Parabeln dar.

zum Zeitpunkt null. Anhand von Gleichung 5.30 lässt sich die quadratische Abhängigkeit der Rephasierungszeit von der Resonatorlänge erkennen.

Im Allgemeinen ist es möglich, dass der niedrigste besetzte Zustand nicht der Grundzustand ist. In diesem Fall entspricht die Rephasierungszeit der Zeit eines vollen Umlaufs des untersten besetzten Zustandes. Weitere Spezialfälle sind vollständig symmetrische (n ungerade) oder asymmetrische (n gerade) Zustände, bei denen Rephasierungen ebenfalls deutlich früher als T_1 eintreten. Gleichung 5.30 dient demzufolge nur einer qualitativen Beschreibung der Rephasierungszeit.

Die weiteren Phänomene, die in bei einer solchen Konfiguration im Kastenpotential auftreten, werden im Bereich der sogenannten Quantenteppiche eingehend behandelt [200].

Rephasierungszeit bei variabler finaler Gittertiefe

Die Zeit bis zur Rephasierung hängt nicht nur von der Länge des Resonators ab, sondern auch von der Tiefe des Gitters. Denn wie in der eingebetteten Grafik von Abbildung 5.16 zu sehen ist, wird mit steigender finaler Gittertiefe und konstanter Taille der Resonator effektiv kleiner. Nach den vorherigen Überlegungen zum Teilchen im Kasten müsste damit die Rephasierungszeit abnehmen, das Gegenteil ist der Fall.

Verstehen lässt sich dies, wenn man beachtet, dass die Dynamik eines Teilchens in einem Gitter durch die Dynamik eines freien Teilchens mit einer effektiven Masse $m_n^* = \hbar^2(\partial^2 E_n / \partial k^2)^{-1}$ beschrieben werden kann [191]. Da in Gleichung 5.30 die Masse ebenfalls eine Rolle spielt beeinflusst eine Änderung der effektiven Masse die Rephasierungszeit. Da mit steigender Gittertiefe die Bän-

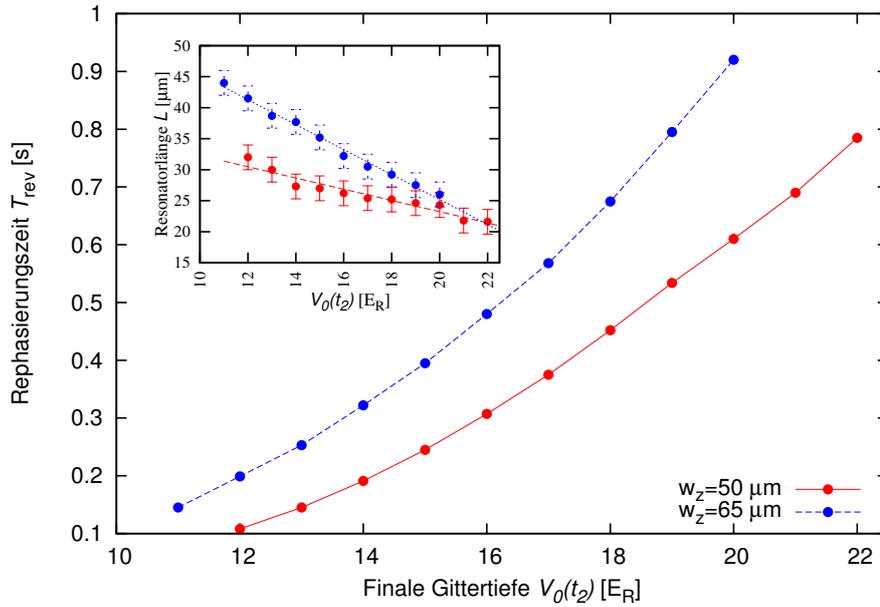


Abbildung 5.16.: Rephasierungszeit in Abhängigkeit von $V_0(t_2)$ des Gitters für zwei verschiedene w_z . Die eingebettete Grafik zeigt die Abhängigkeit der Resonatorlänge von der Gittertiefe. $V_0(t_1) = 9E_R$ ist in allen Fällen gleich.

der immer flacher werden (siehe Abbildung 5.2), wird auch die zweite Ableitung kleiner und somit die effektive Masse größer, was zu einer größeren Rephasierungszeit führt.

Eine quantitative Analyse mit Hilfe der effektiven Masse, die im hier verwendeten optischen Gitter ortsabhängig ist, hat gezeigt, dass das Modell der lokalen Näherung in diesem Punkt keine guten Ergebnisse liefert. Selbst mit einer, durch die Gruppengeschwindigkeit gewichteten, gemittelten effektiven Masse ließ sich lediglich die Größenordnung der Rephasierungszeit abschätzen. Für eine genaue Analyse sollte auf Simulationsrechnungen zurückgegriffen werden.

5.5.3 Adiabaticität

Eine zeitliche Änderung eines Potentials, in dem sich Atome befinden, kann zu Anregung der Atome in andere Zustände des Potentials führen. Für optische Gitter bedeutet dies, dass ein Atom in ein anderes Band übergehen kann wenn man die Gittertiefe zu schnell oder gar instantan ändert. Die Änderung des Potentials soll langsam genug stattfinden, um eine adiabatische Zustandsänderung [201] zu gewährleisten. Für den Fall eines harmonischen Potentials wurde bereits in Abschnitt 4.4.1 ein Kriterium basierend auf den Fallenfrequenzen diskutiert. Eine allgemeinere Bedingung [193, 202], welche hier auf die Gitterzustände angewendet wird, lautet

$$\left| \langle m, q | \frac{d}{dt} | n, q \rangle \right| \ll |E_m(q) - E_n(q)| / \hbar \quad . \quad (5.31)$$

Dies bedeutet, dass die Bohrfrequenz $|\omega_{mn}| = |E_m - E_n|/\hbar$ zweier Zustände, wovon mit n der Zustand bezeichnet wird in dem sich das Atom befindet, betragsmäßig immer deutlich größer sein muss als das Skalarprodukt der zeitlichen Änderung des Zustandsvektors mit dem entsprechenden

Zustand in den er übergehen könnte. Eine vereinfachte und noch etwas restriktivere Form die aus Gleichung 5.31 folgt ist.

$$\left| \frac{\max(\langle m, q | d/dt | n, q \rangle)}{\min(\omega_{mn})} \right| \ll 1 \quad (5.32)$$

Diese lässt sich leichter berechnen und liefert in vielen Fällen das gleiche Ergebnis.

Zur Bestimmung der minimalen Zeit in der eine adiabatische Zustandsänderung durchgeführt werden kann, muss die zeitliche Ableitung der Zustände $|n, q\rangle$ als Eigenzustand des Hamiltonoperators $H(t) = \hat{p}^2/2m + V(x, t)$, sowie der energetische Abstand zu den anderen Bändern berechnet werden. Dies kann mit Hilfe von Gleichung 5.7 geschehen. Da die Potentialveränderung durch die Zeitabhängigkeit schnell geschieht im Vergleich zur Potentialänderung durch die Bewegung der Atome, kann hier ebenfalls die lokale Näherung angewandt werden und die relevanten Zustände für eine räumlich konstante aber linear zeitabhängige Gittertiefe $V_L(t) = V_0(t_1) + t \cdot (V_0(t_2) - V_0(t_1)) / T$ bestimmt werden.

Für das in Abbildung 5.14 dargestellte Beispiel einer Potentialänderung von $V_0(t_1) = 9 E_R$ auf $V_0(t_2) = 15 E_R$ mit Atomen die sich im vierten Band ($n = 4$) nahe der unteren Bandkante ($|q| \simeq 1$) befinden, ergibt sich für die untere Grenze der Rampendauer $T \gg 50 \mu s$. Dies ist im Wesentlichen limitiert durch die Bedingungen zu Beginn der Rampe, da dann die energetischen Abstände der Bänder am geringsten sind. Mit der gewählten Rampendauer von 1 ms liegt man deutlich im adiabatischen Bereich und Anregungen in andere Bänder sind sehr unwahrscheinlich.

5.6 Anwendungsmöglichkeiten

Neben den erwähnten Anwendungsmöglichkeiten als Filter (Abschnitt 5.4) oder Resonator (Abschnitt 5.5.1) bieten sich noch weitere Anwendungen des in diesem Kapitel vorgestellten Systems.

Strahlteiler

Die Fähigkeit einer Bandlücke, eine Reflektivität zwischen null und eins aufzuweisen, kann dazu genutzt werden, einen variablen Strahlteiler zu konstruieren. Die Tiefe des Gitters muss dann so gewählt werden, dass die Atome des entsprechenden Impulses auf eine einzelne Bandlücke treffen. Die Reflektivität ließe sich dann durch Wahl einer passenden Strahltaile einstellen.

Gepulster Atomlaser

Ein gepulster Atomlaser lässt sich, wie in Abschnitt 5.4.3 dargestellt, durch ein Wellenpaket generieren, das mehrfache Reflexionen zwischen zwei Bandlücken ausführt. Die jeweils transmittierten Anteile verlassen das Gitter als Folge von Pulsen, die mit der Zeit in der Amplitude abklingen. Fängt man die Atome in einem Resonator mit längerer Verweildauer, wird die Amplitude aller Pulse kleiner, aber es werden länger Pulse emittiert bis sich keine Atome mehr im Resonator befinden. Durch das Zerlaufen des Wellenpakets wird sich die Pulsform allmählich verbreitern bis ein kontinuierlicher Teilchenstrom austritt. Zu späteren Zeitpunkten, wenn die Rephasierung eintritt, wird auch die gepulste Emission wieder hergestellt.

Durch einen zusätzlichen Potentialgradienten, zum Beispiel durch die Gravitation oder einen Magnetfeldgradienten, ließe sich auch eine Vorzugsrichtung für Emission der Pulse festlegen.

Speicher für Wellenpakete

Ein sich bewegendes Wellenpaket kann wie im Abschnitt 5.5.1 dargestellt in einem Resonator mit geringen Verlusten gespeichert werden. Es ist auch möglich nach einer bestimmten Zeit, z.B. eine Oszillationsperiode, das Potential wieder adiabatisch in den Anfangszustand zurück zu bringen. Daraufhin wird das Wellenpaket das Gitter wieder verlassen können und man erhält eine kontrollierbare Verzögerungsstrecke für Wellenpakete, die in Interferometern eingesetzt werden könnte. Zusätzlich stellt ein solches System einen Schalter dar, mit dem man durch den Abschaltzeitpunkt des Resonators wählen kann, ob das Wellenpaket in die Ursprungsrichtung weiterläuft oder ob der Impuls umgekehrt wird.

5.7 Zusammenfassung der Berechnungen zum räumlich begrenzten Gitter

In diesem Kapitel wurde gezeigt, wie ein räumlich begrenztes optisches Gitter mit einer Gaußschen Einhüllenden für atomoptische Experimente eingesetzt werden kann. Eine Möglichkeit ist eine impulsselektive Filterung bzw. Reflexion eines Wellenpaketes am Gitter. Zur Bestimmung der Reflektivität und Transmittivität wurde ein Modell entwickelt, das ein Verständnis des Verhaltens der Atome im Gitter ermöglicht. Für das Modell wurde eine lokale Näherung eingeführt, bei der die Bandstruktur lokal so berechnet wird als ob die Gittertiefe konstant sei. Die Ergebnisse dieses Modells wurden mit einer vollständigen numerischen Lösung der Schrödinger-Gleichung verglichen und weisen eine sehr gute Übereinstimmung auf.

Die Dynamik des Filterprozesses wurde ebenfalls untersucht. Dabei zeigte sich, dass mehrfache Reflexionen die Dauer des Prozesses beeinflussen. Ein Teil des Wellenpaketes verweilt zwischen räumlich getrennten Bandlücken und wird mehrfach reflektiert. Diese räumlich getrennten Bandlücken bilden einen Resonator für Atome.

Führt man zusätzlich eine Zeitabhängigkeit des Potentials ein, zum Beispiel durch Variation der Intensität der Gitterstrahlen, so kann ein Wellenpaket auch in einem Resonator gefangen werden. Die Reflektivität der begrenzenden Bandlücken ist dabei einstellbar und es lassen sich sehr lange Aufenthaltsdauern von über 10 Sekunden erreichen.

Die Verweildauer im Resonator kann so groß sein, dass sich eine Wiederkehr der sich verbreiternden Wolke beobachten lässt. Durch die endliche Zahl besetzter Zustände findet eine Rephasierung statt. Dies kann in Analogie zu einem Kastenpotential betrachtet werden, womit sich auch qualitativ die Abhängigkeit der Rephasierungszeit von den Parametern der Resonatorlänge und Gittertiefe beschreiben lässt, sofern man statt der atomaren Masse die effektive Masse im Gitter berücksichtigt. Zur quantitativen Prognose gerät das Modell der lokalen Näherung aber an seine Grenzen und genaue Vorhersagen lassen sich besser mit einer numerischen Lösung machen.

Neben den bereits genannten gibt es weitere Anwendungsmöglichkeiten wie die Generierung eines gepulsten Atomlasers, die Verwendung als Strahlteiler oder Speicher für Wellenpakete.

Eine Realisierung im Experiment erscheint aussichtsreich und bietet in Kombination mit den vielfältigen Möglichkeiten der Dipolpotentiale ein interessantes Element zur Manipulation von Materiewellen.

6 Diskussion und Ausblick

Ziel dieser Arbeit war, verschiedene Dipolpotentiale auf ihre Eigenschaften bzgl. der Verwendung in der kohärenten Atomoptik mit Bose-Einstein-Kondensaten zu untersuchen. Dazu wurde die experimentelle Methodik der Autokorrelationsmessung mittels eines Ramsey-Interferometers aus Bragg-Pulsen eingeführt. Diese erlaubt die Untersuchung von Phasenkorrelationen eines durch das mean-field expandierenden Kondensats. Experimente zur Erprobung des Verfahrens wurden in einem linearen Wellenleiter durchgeführt. Der Wellenleiter bestand aus einem der fokussierten Strahlen der Dipolfalle. Die interferometrischen Messungen erlauben eine Charakterisierung der Kohärenzlänge und des Phasenprofils. Beide Eigenschaften sind wesentliche Voraussetzungen für atominterferometrische Experimente.

6.1 Diskussion der Ergebnisse

Um für die atomoptischen Experimente ein kohärentes Ensemble von Atomen bereitzustellen, wurden Bose-Einstein-Kondensate aus ^{87}Rb durch evaporatives Kühlen in einer gekreuzten Dipolfalle präpariert. Zur Erzeugung der Dipolfalle wurde ein breitbandiger Faserlaser mit einer Zentralwellenlänge von 1070 nm verwendet. Dabei zeigte sich, dass das Licht des Faserlasers hohe Zweikörperverlusten bei hohen Intensitäten verursacht. Der aufgrund von Skalierungsgesetzen bestimmte optimale Verlauf der Leistung zur evaporativen Kühlung in Dipolfallen musste dadurch abgeändert werden. In dieser Arbeit wurde untersucht, welchen Einfluss die Verluste haben und wodurch sie verursacht werden. Dabei zeigte sich, dass die experimentell optimierte Evaporationsrampe mit ihren Zeitkonstanten einen konstanten Faktor niedriger liegt als die Lebensdauern der Atome in der Falle. Bei durch das Fallenlicht verursachten leistungsabhängigen Verlusten kann die Evaporation optimiert werden, indem die Lebensdauern für verschiedene Leistungen gemessen werden und das Verhältnis zu den Zeitkonstanten der entsprechenden linearen Rampen auf die höchste Phasenraumdichte optimiert wird. Es konnte durch Messungen gezeigt werden, dass das Fallenlicht für ein um drei Größenordnungen stärkeres Pumpen in den oberen Hyperfeinzustand des Grundzustandes sorgt, als es Modelle erwarten lassen. Dadurch nehmen inelastische Stöße, die für Verluste sorgen, zu.

Weitere Verbesserungen der Präparation des Bose-Einstein-Kondensats, insbesondere größere Atomzahlen ließen sich erreichen, indem das Experiment um eine Vorkühlung in einer Quadrupolmagnetfalle erweitert wird, die unter Verwendung derselben Spulen wie für die magneto-optische Falle erzeugt werden könnte. Dadurch könnten einerseits mehr Atome aus der magneto-optischen Falle zur evaporativen Kühlung verwendet werden, andererseits wäre es möglich die vorgekühlten Atome in einer Dipolfalle mit geringerer Leistung zu halten, so dass die Zweikörperverluste geringer sind.

Ein interessantes Dipolpotential, das für die Eignung als Wellenleiter für Bose-Einstein-Kondensate untersucht wurde, ist ein Ringpotential. Dieses basiert auf dem ringförmigen Lichtfeld, das durch konische Refraktion entsteht. Konische Refraktion tritt auf, wenn der Wellenvektor eines Lichtstrahls genau parallel zu einer optischen Achse eines zweiachsigen doppelbrechenden Kristalls ausgerichtet ist. In dieser Arbeit wurde erstmals konische Refraktion eingesetzt, um ultrakalte Atome bzw. Bose-Einstein-Kondensate zu fangen und zu führen. Dabei wurde die Doppelringstruktur

der konischen Refraktion so eingesetzt, dass sie mit blau verstimmtem Licht ausgeleuchtet wird. Dadurch entstehen zwei repulsive Ringpotentiale, zwischen denen die Atome radial gefangen werden können. Um auch senkrecht zur Ringebene einen Einschluss zu erreichen, wurde ein Lichtteppich verwendet. Das entstehende kombinierte Potential wurde bzgl. der Abmessungen, der Fallenfrequenz und der Falltiefe charakterisiert und die zugehörigen Methoden erläutert. Außerdem wurde demonstriert, dass mehrfache Umläufe eines Bose-Einstein-Kondensats im Ringpotential möglich sind. Bei der Propagation expandiert das Kondensat in azimuthaler Richtung. Diese Expansion wird durch die mean-field Wechselwirkung hervorgerufen. Um zu zeigen, dass nach der Propagation im Ring zumindest noch teilweise Kohärenz vorhanden ist, wurde nach einem halben Umlauf, der einer Strecke von 0,54 mm entspricht, eine Autokorrelationsmessung vorgenommen. Sie zeigte, dass das quadratische Phasenprofil des Bose-Einstein-Kondensats erhalten bleibt und die Kohärenzlänge vergleichbar ist mit der Kohärenzlänge im linearen Wellenleiter. Sie ist außerdem deutlich größer als die thermische de-Broglie-Wellenlänge. Ein Vergleich des Kontrastes nach der Propagation mit dem Kontrast eines ruhenden Kondensats im selben Potential zeigte, dass durch die Propagation kein Kontrast verloren geht. Die Abnahme des Kontrastes entsteht hauptsächlich durch Streuung des Fallenlichtes, wie durch entsprechende Abschätzungen gezeigt werden konnte.

Um eine genauere Messung insbesondere von der Kohärenzlänge zu erhalten, wäre es sinnvoll den Kontrast zu erhöhen, um dann seine Abhängigkeit vom Pulsabstand eines Ramsey-Interferometers besser studieren zu können. Dies kann durch verschiedene Maßnahmen geschehen. Eine Möglichkeit wäre, zunächst auf ein kleineres Ringpotential zu wechseln, das entweder durch eine stärkere Verkleinerung der optischen Abbildung erreicht werden könnte oder durch Einsetzen eines kürzeren zweiachsigen Kristalls. In diesem kleineren Potential wären die zurückgelegten Strecken kürzer und Effekte, welche die Kohärenz stören, haben weniger Zeit auf das Kondensat einzuwirken. So wäre es möglich, bei verschiedenen Vielfachen eines halben Umlaufs die Kohärenz zu untersuchen und ihre Entwicklung entlang der Strecke zu beobachten.

Eine größere Zahl von Atomen im Kondensat bzw. ein höherer Kondensatanteil könnte ebenfalls helfen, den Kontrast zu optimieren. Da gegen Ende dieser Arbeit eine technische Verbesserung an der Dipolfalle durchgeführt wurde, welche durch ein besseres Strahlprofil die Teilchenzahl im Bose-Einstein-Kondensat signifikant erhöhte, ist diese Variante wahrscheinlich ohne große Umbauten realisierbar.

Eine weitere Verbesserung, welche die Beobachtung der interferometrischen Messungen erleichtert, wäre eine Optimierung des Lichtteppichs. Zum einen könnte durch mehr Leistung bei einer größeren Verstimmung die Streurate reduziert werden, denn diese ist mit circa 3 s^{-1} deutlich höher als die durch das Ringpotential verursachte (weniger als $0,5\text{ s}^{-1}$). Zum anderen zeigte sich bei der Auswertung der Experimente, dass leichte Ungleichmäßigkeiten des Potentials für zusätzliche Dichteveränderungen neben den Interferenzstreifen sorgen und die Messungen bei geringem Kontrast stören. Vermutlich kann ein gleichmäßigeres Potential durch Verwendung von Optiken mit größerem Durchmesser erreicht werden, denn eine mögliche Beschneidung der Strahlen sorgt für Beugungsmuster im Strahlengang, die sich auf das Potential auswirken.

Wenn eine genauere Betrachtung der Entwicklung der Kohärenz zum Beispiel in Abhängigkeit verschiedener Einflussfaktoren wie Falltiefe/Intensität von Ring bzw. Lichtteppich oder Propagationsgeschwindigkeit erreicht würde, könnte dies zur Identifikation und Beseitigung der wesentlichen Störfaktoren genutzt werden. Danach könnte auch zu größeren Ringpotentialen übergegangen werden, die für Interferometrie, wie z. B. ein Sagnac-Interferometer, prinzipiell eine höhere Präzision aufgrund der größeren eingeschlossenen Fläche liefern würden.

Die Sagnac-Interferometrie wäre ein weiteres wichtiges Ziel, das in Zukunft erreicht werden kann. Dazu wurde in dieser Arbeit bereits ein Schema entwickelt, durch das ein Bose-Einstein-Kondensat

symmetrisch in positive und negative Impulse aufgeteilt werden kann, damit die Teilpakete in Gegenrichtung im Ring umlaufen. Erste Experimente, die zum Ziel hatten, ein symmetrisch aufgeteiltes Bose-Einstein-Kondensat nach jeweils einem halben gegenläufigen Umlauf auf der Gegenseite des Rings zu rekombinieren und ein Streifenmuster zu beobachten waren nicht erfolgreich. Dies liegt vermutlich daran, dass die beiden Teilwolken unterschiedliche Abschnitte des Potentials durchlaufen und mögliche Störungen zu zufälligen Phasendifferenzen führen. Dies ließe sich verbessern, indem die Wolken jeweils einen ganzen Umlauf im Ring absolvieren. Dadurch haben beide das gleiche Potential (in verschiedenen Richtungen) durchlaufen und möglicherweise durch das Potential veränderte Phasen würden sich ausgleichen.

Ein weiterer wichtiger Aspekt zum Erreichen eines Sagnac-Interferometers ist die korrekte Wahl des Zeitpunkts des zweiten Interferometerpulses. Denn um ein Streifenmuster mit einem beobachtbaren Streifenabstand zu erzeugen, müssen die beiden Atomwolken auf etwa $1\text{-}2\ \mu\text{m}$ genau überlagert werden. Das bedeutet, dass der Zeitpunkt des zweiten Pulses zur Überlagerung bei einem Impuls von $4p_R$ auf circa $50\ \mu\text{s}$ genau stimmen muss. Zusätzlich muss sichergestellt sein, dass mit einer einzelnen Aufnahme ein mögliches Interferenzmuster identifiziert werden kann. Denn eine Mittelung der Daten ist aufgrund der erwarteten Phasenvariation durch den Sagnac-Effekt nicht möglich.

Ein analoges Element zu einem dielektrischen Spiegel für Licht in der Atomoptik lässt sich durch ein räumlich begrenztes Gitter erzeugen. Dieses besitzt eine sich räumlich ändernde Bandstruktur, welche für Reflexion bzw. Transmission bei bestimmten Impulsen bzw. Wellenlängen der Materie sorgt. Dieses Gitter wird als Bragg-Spiegel bezeichnet. In dieser Arbeit wurde ein Modell entwickelt, das es ermöglicht, die Transmission bzw. Reflexion zu berechnen und sich damit dazu eignet, einen Bragg-Spiegel bzw. Filter zu dimensionieren.

Zusätzliche Möglichkeiten ergeben sich, wenn man eine Zeitabhängigkeit des Potentials zulässt. Dadurch kann ein Wellenpaket in einem Resonator gefangen werden, der durch zwei Bandlücken bzw. Bragg-Spiegel begrenzt ist. In diesem Resonator kann das Wellenpaket eine hohe Aufenthaltsdauer erreichen, obwohl es mehr kinetische Energie besitzt als es zum Verlassen des Potentials benötigt. Das Wellenpaket im Resonator wird bei jedem Umlauf teilweise transmittiert, so dass eine gepulste Emission entsteht. Im Resonator ist, wie Simulationen zeigen, nach dem Zerlaufen des Wellenpaketes mit einer Wiederkehr der anfänglichen Dichteverteilung zu rechnen, was durch die Rephasierung der verschiedenen besetzten Zustände des Potentials geschieht. Das Modell der Bandstruktur konnte, aufgrund des Ansatzes ohne Betrachtung der Dynamik, nicht mit einer hinreichenden Genauigkeit erweitert werden, um die Rephasierungszeit vorherzusagen. Eine Erweiterung um eine Komponente, welche die Dynamik berücksichtigt, könnte dies lösen. Simulationen zeigen jedoch, dass sich, entsprechende Kohärenzzeiten vorausgesetzt, ein räumlich begrenztes Gitter als Speicher für sich bewegende Wellenpakete eignet. Eine experimentelle Realisierung kann durch die Vorhersagen des Modells auf bestimmte Eigenschaften dimensioniert werden und die notwendigen Parameter für das begrenzte Gitter berechnet werden. Damit könnte in naher Zukunft ein solcher Bragg-Spiegel realisiert werden. Dieser ließe sich auch mit anderen Dipolpotentialen, wie dem in dieser Arbeit vorgestellten Wellenleiter und dem Ringpotential kombinieren. So ließe sich zum Beispiel ein Ringpotential generieren, das für propagierende Atome mit einem bestimmten Impuls periodische Randbedingungen bietet. Atome, die vom Bragg-Spiegel reflektiert werden, würden hingegen nicht frei propagieren.

6.2 Mögliche zukünftige Anwendungen

Da es bereits konkrete Pläne gibt, den experimentellen Aufbau grundlegend zu verändern, lassen sich in Zukunft viele der vorher beschriebenen Limitierungen reduzieren. So soll es durch eine kleinere Vakuumkammer möglich werden, die Abbildungsoptik in einem kleineren Abstand zu den Atomen zu platzieren und dadurch eine höhere numerische Apertur und damit eine höhere Auflösung der Abbildung, sowohl für die Detektion, als auch für die Abbildung der Dipolpotentiale zu erreichen. Insbesondere eine Optimierung des Lichtteppichs würde aus den im vorherigen Abschnitt genannten Gründen davon profitieren. Auch wäre es möglich, kleinere Streifenabstände zu detektieren, als es in dieser Arbeit möglich war. Die Verkleinerung des Aufbaus wäre ein Schritt in Richtung eines integrierten atomoptischen Aufbaus. Zusätzlich soll die im vorherigen Abschnitt erwähnte Quadrupolmagnetfalle zur Vergrößerung der Atomzahlen im Bose-Einstein-Kondensat Verwendung finden.

Im Ringpotential kann durch Beleuchtung des Kristalls der konischen Refraktion mit *linear* polarisiertem, rot verstimmtem Licht ein Minimum an einer Stelle des Rings erzeugt werden. Dadurch können bei Drehung der Polarisation kalte Atome kontrolliert im Kreis befördert werden. Damit ergibt sich eine interessante Anwendung bei einer Kombination der konischen Refraktion mit Mikrolinsensystemen. So ließe sich nicht nur, wie in dieser Arbeit gezeigt, ein einzelner Fokus in einen Ringfokus transformieren, sondern auch eine zweidimensionale Anordnung von Fokussen, wie sie hinter einem gleichmäßig ausgeleuchteten Mikrolinsenregister entsteht. Zwei solcher Register von Ringpotentialen böten die Möglichkeit, Atome von einem zum nächsten Registerplatz zu transportieren (und zwar in beiden Dimensionen) oder durch gezielte Variation des Abstandes eine Wechselwirkung hervorzurufen. Dies könnte in der Quanteninformationsverarbeitung in Form von 2-Qubit Gattern Verwendung finden.

Eine interessante Anwendung von variabel kombinierbaren Wellenleiterstrukturen ist eine experimentelle Durchführung eines STIRAP-Prozesses („STImulated Raman Adiabatic Passage“ [203]) zwischen den Grundzuständen in verschiedenen Fallen [204]. Durch eine solche Kopplung ließen sich Atome in Bewegung von einem Wellenleiter kohärent in einen anderen transferieren oder aufteilen [205]. Die in [205] dargestellte Wellenleiterstruktur ließe sich durch entsprechende Anordnung von zwei Ringpotentialen mit einem linearen Wellenleiter in der Mitte annähern. Bei entsprechender Dimensionierung könnten zum Beispiel Atome einer bestimmten Geschwindigkeit von einem in den anderen Ring überführt werden oder kohärent auf die beiden Ringe aufgeteilt werden. Dieser Aufbau könnte in Analogie zur Beschleunigertechnologie für Elementarteilchen als Speicherring mit Ein- und Auskoppelmöglichkeit für kalte Atome gesehen werden.

Die in Abschnitt 4.1.6 gezeigte Möglichkeit, mit Hilfe des Lichtteppichs und der konischen Refraktion ein scheibenförmiges Potential zu erzeugen, könnte dazu genutzt werden, „riesen“ Vortices zu erzeugen [206]. Diese entstehen bei schneller Rotation eines Bose-Einstein-Kondensats in einer stark anharmonischen Falle, wie sie durch das scheibenförmige Potential realisiert werden kann.

Ringförmige Potentiale bzw. davon abgeleitete Potentialstrukturen und Dipolpotentiale wie das begrenzte optische Gitter oder lineare Wellenleiter bieten eine große Zahl Verwendungsmöglichkeiten sowohl in Richtung technischer Anwendungen wie der Atominterferometrie, als auch in der Grundlagenforschung an Bose-Einstein-Kondensaten. In der vorliegenden Arbeit konnte dafür durch die Implementierung und Charakterisierung des Ringpotentials, das mittels konischer Refraktion erzeugt wurde, zur Speicherung und Führung eines Bose-Einstein-Kondensats eine gute Grundlage geschaffen werden.

A Eigenschaften von ^{87}Rb

Ordnungszahl	Z	37
Nukleonenzahl	$Z + N$	87
Atomare Masse	m	$1,443 \cdot 10^{-25}$ kg
Lebensdauer des Kerns	τ_N	$4,88 \cdot 10^{10}$ Jahre
Kernspin	I	3/2

Tabelle A.1.: Physikalische Eigenschaften von ^{87}Rb [65]

Frequenz	ω_0	$2\pi \cdot 384,2304844685(62)$ THz
Wellenlänge (Vakuum)	λ	780,241 209 686(13) nm
Lebensdauer	τ	26,2348(77) ns
Zerfallsrate / natürliche Linienbreite (FWHM)	Γ	$2\pi \cdot 6,0666(18)$ MHz
Rückstoßgeschwindigkeit	v_R	5,8845 mm/s
Rückstoßfrequenz	ω_R	$2\pi \cdot 3,771$ kHz
Rückstoßtemperatur	T_R	361,96 nK
Frequenzverschiebung für bewegte Stehwelle mit $v_{sw} = v_R$	$\Delta\nu(v_{sw} = v_R)$	15,0839 kHz
Dopplertemperatur	T_{dpl}	145,57 μK

Tabelle A.2.: Ausgewählte Parameter der D_2 -Linie ($5^2S_{1/2} \rightarrow 5^2P_{3/2}$) von ^{87}Rb [65]

Frequenz	ω_0	$2\pi \cdot 377,107463380(11)$ THz
Wellenlänge (Vakuum)	λ	794,978 851 156(23) nm
Lebensdauer	τ	27,679(27) ns
Zerfallsrate / natürliche Linienbreite (FWHM)	Γ	$2\pi \cdot 5,7500(56)$ MHz

Tabelle A.3.: Ausgewählte Parameter der D_1 -Linie ($5^2S_{1/2} \rightarrow 5^2P_{1/2}$) von ^{87}Rb [65]

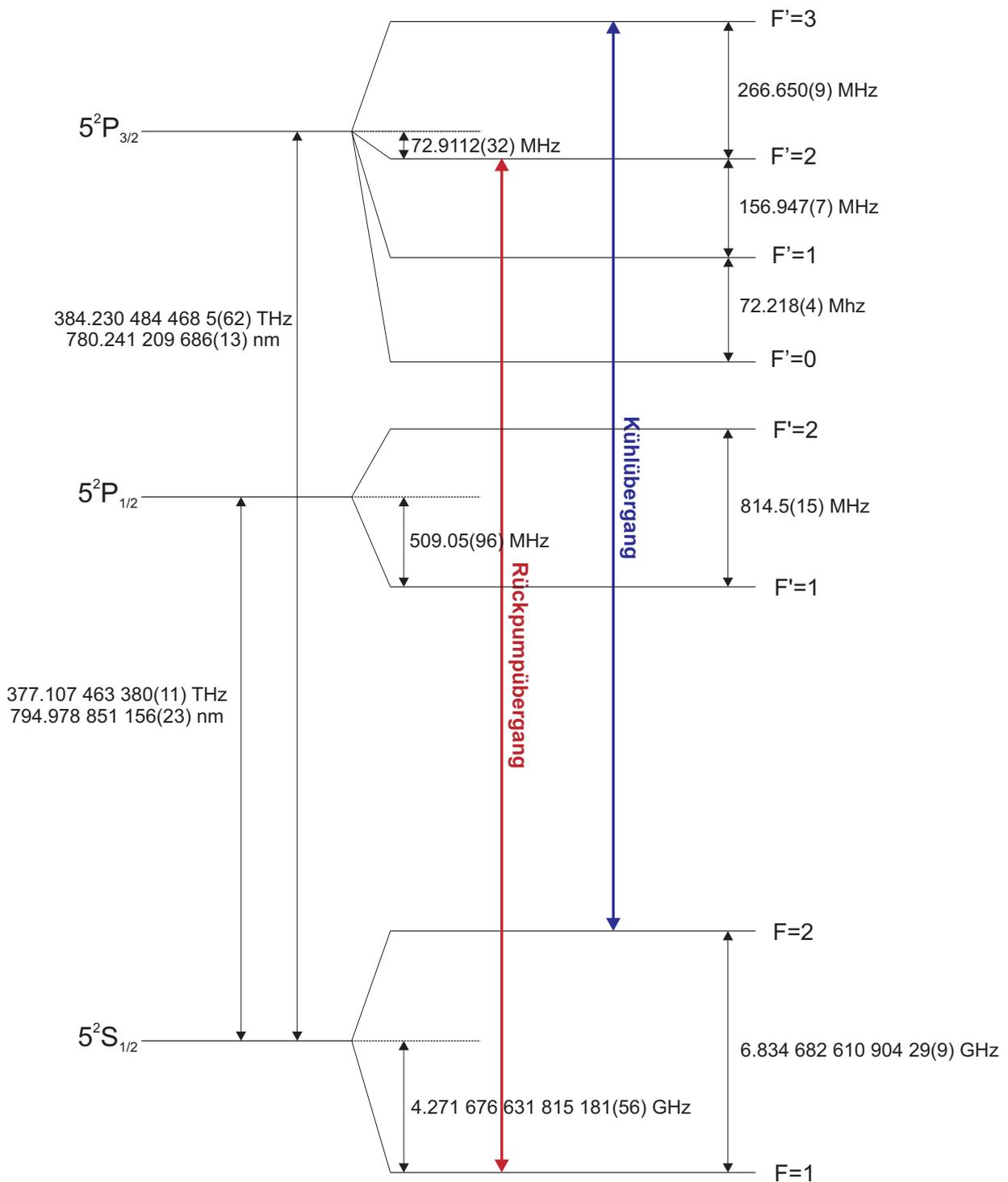


Abbildung A.1.: Termschema mit Übergangsfrequenzen aus [65] der D_1 - und D_2 -Linie von ^{87}Rb . Die vertikale Achse ist nicht maßstabsgetreu dargestellt.

B Zusammenstellungen experimenteller Parameter

B.1 Präparation des Bose-Einstein-Kondensats

Faserlaser		<i>IPG YLR-50-1070-LP</i>
Wellenlänge	λ	1070 nm
Linienbreite (FWHM)	$\Delta\lambda$	2 nm
maximale Ausgangsleistung	P_{nom}	50 W
Strahltaile Strahl 1	$w_{0,1}$	$(41,3 \pm 1,2) \mu\text{m}$
Strahltaile Strahl 2	$w_{0,2}$	$(46 \pm 1,2) \mu\text{m}$
maximal verwendete Gesamtleistung	P_{max}	11,7 W
Proportionalitätsfaktor Dipolpotential	$\hat{U}_\omega = U(\vec{r})/I(\vec{r})$	$2,074 \cdot 10^{-36} \text{ m}^2\text{s}$
Ladezeit magneto-optische Falle (MOT)		8 s
Kühlaserleistung, MOT		60 mW
Kühlaserintensität, MOT		72 mW/cm^2
Kühlaserverstimmung, MOT		$20,2 \text{ MHz} = 3,3 \cdot \Gamma_{D_1}$
Rückpumpleistung, MOT		1,5 mW
Rückpumpintensität, MOT		$1,8 \text{ mW/cm}^2$
Melassendauer		60 ms
Kühlaserleistung, Melasse		35 mW
Kühlaserintensität, Melasse		42 mW/cm^2
Kühlaserverstimmung, Melasse		$105 \text{ MHz} = 17,3 \cdot \Gamma_{D_1}$
Rückpumpleistung, Melasse		$0,5 \mu\text{W}$
Rückpumpintensität, Melasse		$0,6 \mu\text{W/cm}^2$
Evaporationszeit		12 s
Gesamtatomzahl nach Evaporation	N	15000
Kondensatanteil	N_c/N	80%
Beugungslimit der Detektion von oben		$3,8 \mu\text{m}$
Beugungslimit der Detektion von der Seite		$4,8 \mu\text{m}$

Tabelle B.1.: Parameter der Präparation und Detektion des Bose-Einstein-Kondensats von ^{87}Rb (siehe Kapitel 2)

B.2 Bragg-Gitter

Verstimmung zu Übergang $5S_{1/2}, F = 1 \rightarrow 5P_{3/2}, F' = 2$	780 MHz
Strahltaile des Gitters w	1,7 mm
optische Leistung am Ort der Atome	~ 1 mW
Pulsdauer $\pi/2$ -Puls (2σ der Gaußschen Einhüllenden)	$\sim 32 \mu s$
Pulsdauer π -Puls	$\sim 50 \mu s$

Tabelle B.2.: Parameter des verwendeten Bragg-Gitters (siehe Kapitel 3)

B.3 Ringpotential

Material		$KGd(WO_4)_2$
Länge in Strahlrichtung	l	16,55 mm
Brechungsindizes:	n_1	2,02
	n_2	2,06
	n_3	2,11
halber Öffnungswinkel des Konus	A	1°
Ringdurchmesser hinter Kristall	R_0	$290 \mu m$

Tabelle B.3.: Eigenschaften des verwendeten Kristalls zur Erzeugung der konischen Refraktion (siehe Kapitel 4)

Wellenlänge	λ	783,55 nm
Leistung am Ort der Atome		~ 137 mW
vertikale Strahltaile	w_z	$(26,2 \pm 0,5) \mu m$
horizontale Strahltaile	w_y	$(3643 \pm 30) \mu m$
gemessene vertikale Fallenfrequenz	ν_z	$(169 \pm 1,5)$ Hz

Tabelle B.4.: Parameter des Lichtteppichs (siehe Kapitel 4)

Wellenlänge	λ	792,55 nm	
Leistung vor Kristall	P_0	116 mW	
Leistung in der Vakuumkammer	P_{Ring}	27 mW	
Effizienz des optischen Transfers	P_{Ring}/P_0	23,5%	
Abbildungsmaßstab der Transferoptik		0,6	
Rampendauer der Umladesequenz	t_{ramp}	50 ms	
Strahltaille (berechnet)	w_0	12,2 μm	
Rayleighlänge (berechnet)	z_R	592 μm	
Radius	R	(171 \pm 2) μm	
Radius zu Taille Verhältnis	$\rho_0 = \sqrt{2}R/w_0$	~ 20	
Position in Strahlrichtung	ζ	$\sim 1,3$	
Ringabstand	ΔR	(40 \pm 2) μm	
		linke Seite	rechte Seite
radiale Fallenfrequenz	ν_r	(325 \pm 5) Hz	(290 \pm 4) Hz
Potentialhöhe außen	U_a	(12,4 \pm 0,8) E_R	(11,5 \pm 0,6) E_R
Potentialhöhe innen	U_i	(9,1 \pm 0,2) E_R	(5,7 \pm 0,9) E_R

Tabelle B.5.: Parameter des Ringpotentials linke bzw. rechte Seite bezeichnet zwei verschiedene gegenüberliegende Positionen des Ringpotentials (siehe Kapitel 4)



C Publikationsliste

T. Lauber, P. Massignan, G. Birkl und A. Sanpera

Atomic wave packet dynamics in finite time-dependent optical lattices, Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics **44**, 065301 (2011).

T. Lauber, J. Küber, O. Wille und G. Birkl

Optimized Bose-Einstein-condensate production in a dipole trap based on a 1070-nm multifrequency laser: Influence of enhanced two-body loss on the evaporation process, Physical Review A **84**, 043641 (2011).

T. Lauber, J. Küber, F. Schmaltz, J. Mompart und G. Birkl

Coherent propagation of Bose-Einstein condensates in a mesoscopic storage ring produced by conical refraction, (In Vorbereitung).



Literaturverzeichnis

- [1] A. A. Michelson und E. W. Morley, *On the Relative Motion of the Earth and the Luminiferous Ether*, American Journal of Science **34**, 333 (1887).
- [2] B. P. Abbott *et al.*, *LIGO: the Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory*, Reports on Progress in Physics **72**, 076901 (2009).
- [3] W. M. Macek und D. T. M. Davis, *Rotation Rate Sensing with Traveling-Wave Ring Lasers*, Applied Physics Letters **2**, 67 (1963).
- [4] G. L. Bourdet und A. G. Orszag, *Absolute distance measurements by CO₂ laser multiwavelength interferometry*, Applied Optics **18**, 225 (1979).
- [5] C. Fabry und A. Pérot, *Sur les franges des lames minces argentées et leur application à la mesure de petites épaisseurs d'air*, Annales de chimie et de physique **12**, 459 (1897).
- [6] L. de Broglie, *Recherches sur la théorie des quanta*, Dissertation, (1925).
- [7] M. Kasevich und S. Chu, *Atomic interferometry using stimulated Raman transitions*, Physical Review Letters **67**, 181 (1991).
- [8] M. Kasevich und S. Chu, *Measurement of the gravitational acceleration of an atom with a light-pulse atom interferometer*, Applied Physics B: Photophysics and Laser Chemistry **54**, 321 (1992).
- [9] A. Peters, K. Y. Chung und S. Chu, *Measurement of gravitational acceleration by dropping atoms*, Nature **400**, 849 (1999).
- [10] A. Peters, K. Y. Chung und S. Chu, *High-precision gravity measurements using atom interferometry*, Metrologia **38**, 25 (2001).
- [11] F. Riehle, T. Kisters, A. Witte, J. Helmcke und C. Bordé, *Optical Ramsey spectroscopy in a rotating frame: Sagnac effect in a matter-wave interferometer*, Physical Review Letters **67**, 177 (1991).
- [12] T. L. Gustavson, P. Bouyer und M. A. Kasevich, *Precision Rotation Measurements with an Atom Interferometer Gyroscope*, Physical Review Letters **78**, 2046 (1997).
- [13] A. Lenef, T. Hammond, E. Smith, M. Chapman, R. Rubenstein und D. Pritchard, *Rotation Sensing with an Atom Interferometer*, Physical Review Letters **78**, 760 (1997).
- [14] W. Ping, L. Run-Bing, Y. Hui, W. Jin und Z. Ming-Sheng, *Demonstration of a Sagnac-Type Cold Atom Interferometer with Stimulated Raman Transitions*, Chinese Physics Letters **24**, 27 (2007).
- [15] T. Müller, M. Gilowski, M. Zaiser, P. Berg, C. Schubert, T. Wendrich, W. Ertmer und E. M. Rasel, *A compact dual atom interferometer gyroscope based on laser-cooled rubidium*, The European Physical Journal D **53**, 273 (2009).

-
- [16] S. Gupta, K. Dieckmann, Z. Hadzibabic und D. Pritchard, *Contrast Interferometry using Bose-Einstein Condensates to Measure h/m and α* , Physical Review Letters **89**, 140401 (2002).
- [17] M. Cadoret, E. de Mirandes, P. Cladé, S. Guellati-Khélifa, C. Schwob, F. Nez, L. Julien und F. Biraben, *Combination of Bloch Oscillations with a Ramsey-Bordé Interferometer: New Determination of the Fine Structure Constant*, Physical Review Letters **101**, 230801 (2008).
- [18] T. Hänsch und A. Schawlow, *Cooling of gases by laser radiation*, Optics Communications **13**, 68 (1975).
- [19] S. Chu, L. Hollberg, J. Bjorkholm, A. Cable und A. Ashkin, *Three-dimensional viscous confinement and cooling of atoms by resonance radiation pressure*, Physical Review Letters **55**, 48 (1985).
- [20] E. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu und D. Pritchard, *Trapping of Neutral Sodium Atoms with Radiation Pressure*, Physical Review Letters **59**, 2631 (1987).
- [21] W. D. Phillips, *Nobel Lecture: Laser cooling and trapping of neutral atoms*, Reviews of Modern Physics **70**, 721 (1998).
- [22] S. N. Bose, *Plancks Gesetz und Lichtquantenhypothese*, Zeitschrift für Physik **26**, 178 (1924).
- [23] A. Einstein, *Quantentheorie des einatomigen idealen Gases*, Sitzungsberichte der Preußischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin **22**, 261 (1924).
- [24] A. Einstein, *Quantentheorie des einatomigen idealen Gases, Zweite Abhandlung*, Sitzungsberichte der Preußischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin **1**, 3 (1925).
- [25] M. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman und E. A. Cornell, *Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor*, Science **269**, 198 (1995).
- [26] K. B. Davis, M. O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn und W. Ketterle, *Bose-Einstein Condensation in a Gas of Sodium Atoms*, Physical Review Letters **75**, 3969 (1995).
- [27] M. R. Andrews, *Observation of Interference Between Two Bose Condensates*, Science **275**, 637 (1997).
- [28] D. Durfee und W. Ketterle, *Experimental studies of Bose-Einstein condensation*, Optics Express **2**, 299 (1998).
- [29] I. Bloch, *Atomlaser und Phasenkohärenz atomarer Bose-Einstein-Kondensate*, Dissertation, Ludwig-Maximilians-Universität München, (2000).
- [30] W. Guerin, J.-F. Riou, J. Gaebler, V. Josse, P. Bouyer und A. Aspect, *Guided Quasicontinuous Atom Laser*, Physical Review Letters **97**, 200402 (2006).
- [31] A. Couvert, M. Jeppesen, T. Kawalec, G. Reinaudi, R. Mathevet und D. Guéry-Odelin, *A quasi-monomode guided atom laser from an all-optical Bose-Einstein condensate*, Europhysics Letters **83**, 50001 (2008).
- [32] R. Grimm, M. Weidemüller und Y. B. Ovchinnikov, *Optical dipole traps for neutral atoms*, Advances in Atomic, Molecular, and Optical Physics **42**, 95 (2000).
- [33] C. S. Adams, H. J. Lee, N. Davidson, M. Kasevich und S. Chu, *Evaporative Cooling in a Crossed Dipole Trap*, Physical Review Letters **74**, 3577 (1995).

-
- [34] M. D. Barrett, J. A. Sauer und M. S. Chapman, *All-Optical Formation of an Atomic Bose-Einstein Condensate*, Physical Review Letters **87**, 010404 (2001).
- [35] G. Birkl, F. Buchkremer, R. Dumke und W. Ertmer, *Atom optics with microfabricated optical elements*, Optics Communications **191**, 67 (2001).
- [36] H. Kreuzmann, U. Poulsen, M. Lewenstein, R. Dumke, W. Ertmer, G. Birkl und A. Sanpera, *Coherence Properties of Guided-Atom Interferometers*, Physical Review Letters **92**, 163201 (2004).
- [37] M. Lewenstein, A. Sanpera, V. Ahufinger, B. Damski, A. Sen und U. Sen, *Ultracold atomic gases in optical lattices: mimicking condensed matter physics and beyond*, Advances in Physics **56**, 243 (2007).
- [38] P. Martin, B. Oldaker, A. Miklich und D. Pritchard, *Bragg scattering of atoms from a standing light wave*, Physical Review Letters **60**, 515 (1988).
- [39] C. Ryu, M. Andersen, P. Cladé, V. Natarajan, K. Helmerson und W. Phillips, *Observation of Persistent Flow of a Bose-Einstein Condensate in a Toroidal Trap*, Physical Review Letters **99**, 260401 (2007).
- [40] A. Ramanathan, K. Wright, S. Muniz, M. Zelan, W. Hill, C. Lobb, K. Helmerson, W. Phillips und G. Campbell, *Superflow in a Toroidal Bose-Einstein Condensate: An Atom Circuit with a Tunable Weak Link*, Physical Review Letters **106**, 130401 (2011).
- [41] K. M. R. van der Stam, E. D. van Ooijen, R. Meppelink, J. M. Vogels und P. van der Straten, *Large atom number Bose-Einstein condensate of sodium.*, The Review of Scientific Instruments **78**, 013102 (2007).
- [42] E. Hinds und I. Hughes, *Magnetic atom optics: mirrors, guides, traps, and chips for atoms*, Journal of Physics D: Applied Physics **32**, R119 (1999).
- [43] N. Dekker, C. Lee, V. Lorent, J. Thywissen, S. Smith, M. Drndić, R. Westervelt und M. Prentiss, *Guiding neutral atoms on a chip*, Physical Review Letters **84**, 1124 (2000).
- [44] R. Folman, P. Kruger, J. Schmiedmayer, J. Denschlag und C. Henkel, *Microscopic atom optics: from wires to an atom chip*, Advances in Atomic, Molecular, and Optical Physics **48**, 263 (2008).
- [45] J. Reichel, *Microchip traps and Bose-Einstein condensation*, Applied Physics B: Lasers and Optics **74**, 469 (2002).
- [46] G. Cennini, G. Ritt, C. Geckeler und M. Weitz, *Bose-Einstein condensation in a CO₂-laser optical dipole trap*, Applied Physics B: Lasers and Optics **77**, 773 (2003).
- [47] J. Kobayashi, Y. Izumi, M. Kumakura und Y. Takahashi, *Stable all-optical formation of Bose-Einstein condensate using pointing-stabilized optical trapping beams*, Applied Physics B: Lasers and Optics **83**, 21 (2006).
- [48] T. Gericke, P. Würtz, D. Reitz, C. Ufeld und H. Ott, *All-optical formation of a Bose-Einstein condensate for applications in scanning electron microscopy*, Applied Physics B: Lasers and Optics **89**, 447 (2007).
- [49] R. Bourouis, *Optical Realization of Bose-Einstein Condensation in a Single CO₂ Laser Beam*, Dissertation, Universität Freiburg, (2007).

-
- [50] J. Nes, *Cold Atoms and Bose-Einstein Condensates in Optical Dipole Potentials*, Dissertation, Technische Universität Darmstadt, (2008).
- [51] T. Lauber, *Bose-Einstein-Kondensation in einer gekreuzten Dipolfalle*, Diplomarbeit, Technische Universität Darmstadt, (2008).
- [52] T. Kinoshita, T. Wenger und D. S. Weiss, *All-optical Bose-Einstein condensation using a compressible crossed dipole trap*, *Physical Review A* **71**, 011602 (2005).
- [53] C.-L. Hung, X. Zhang, N. Gemelke und C. Chin, *Accelerating evaporative cooling of atoms into Bose-Einstein condensation in optical traps*, *Physical Review A* **78**, 011604 (2008).
- [54] J.-F. Clément, J.-P. Brantut, M. Robert-de Saint-Vincent, R. A. Nyman, A. Aspect, T. Bourdel und P. Bouyer, *All-optical runaway evaporation to Bose-Einstein condensation*, *Physical Review A* **79**, 061406 (2009).
- [55] K. J. Arnold und M. D. Barrett, *All-optical Bose-Einstein condensation in a $1.06\mu\text{m}$ dipole trap*, *Optics Communications* **284**, 3288 (2011).
- [56] T. Kraemer, J. Herbig, M. Mark, T. Weber, C. Chin, H.-C. Nägerl und R. Grimm, *Optimized production of a cesium Bose-Einstein condensate*, *Applied Physics B: Lasers and Optics* **79**, 1013 (2004).
- [57] O. Wille, *Manipulation von Bose-Einstein-Kondensaten in optischen Dipolpotentialen*, Dissertation, Technische Universität Darmstadt, (2010).
- [58] T. Lauber, J. Küber, O. Wille und G. Birkl, *Optimized Bose-Einstein-condensate production in a dipole trap based on a 1070-nm multifrequency laser: Influence of enhanced two-body loss on the evaporation process*, *Physical Review A* **84**, 043641 (2011).
- [59] F. Dalfovo, S. Giorgini, L. Pitaevskii und S. Stringari, *Theory of Bose-Einstein condensation in trapped gases*, *Reviews of Modern Physics* **71**, 463 (1999).
- [60] W. Ketterle, D. S. Durfee und D. M. Stamper-Kurn, *Making, probing and understanding Bose-Einstein condensates*, In *Bose-Einstein condensation in atomic gases, Proceedings of the International School of Physics 'Enrico Fermi', Course CXL*, M. Inguscio, S. Stringari und C. E. Wieman, eds., pp. 67–176 (IOS Press, Amsterdam, 1999).
- [61] L. Pitaevskii und S. Stringari, *Bose-Einstein Condensation* (Oxford University Press, 2003).
- [62] V. S. Bagnato, D. Pritchard und D. Kleppner, *Bose-Einstein condensation in an external potential*, *Physical Review A* **35**, 4354 (1987).
- [63] S. Giorgini, L. Pitaevskii und S. Stringari, *Condensate fraction and critical temperature of a trapped interacting Bose gas*, *Physical Review A* **54**, R4633 (1996).
- [64] H. J. Metcalf und P. van der Straten, *Laser Cooling and Trapping* (Springer, New York, 1999).
- [65] D. A. Steck, *Rubidium 87 D line data*, published online, <http://steck.us/alkalidata>, 2010.
- [66] W. Demtröder, *Laserspektroskopie*, 5. ed. (Springer, Berlin, Heidelberg, 2007).
- [67] F. B. J. Buchkremer, *Kohärenz in miniaturisierten Speicher- und Leiterstrukturen für neutrale Atome*, Dissertation, Universität Hannover, (2001).
- [68] J. Prodan, W. Phillips und H. Metcalf, *Laser Production of a Very Slow Monoenergetic Atomic Beam*, *Physical Review Letters* **49**, 1149 (1982).

-
- [69] W. Ertmer, R. Blatt, J. Hall und M. Zhu, *Laser Manipulation of Atomic Beam Velocities: Demonstration of Stopped Atoms and Velocity Reversal*, Physical Review Letters **54**, 996 (1985).
- [70] M. Fraczek, *Aufbau und Stabilisierung eines MOPA-Systems zur Laserkühlung von Rubidium*, Diplomarbeit, Technische Universität Darmstadt, (2007).
- [71] F. Steinebach, *Interferenzfilterstabilisierte Diodenlaser für Licht bei 780 nm*, Diplomarbeit, Technische Universität Darmstadt, (2007).
- [72] S. J. M. Kuppens, K. L. Corwin, K. W. Miller, T. E. Chupp und C. E. Wieman, *Loading an optical dipole trap*, Physical Review A **62**, 013406 (2000).
- [73] J. Dalibard und C. Cohen-Tannoudji, *Laser cooling below the Doppler limit by polarization gradients: simple theoretical models*, Journal of the Optical Society of America B **6**, 2023 (1989).
- [74] J. Weiner, V. S. Bagnato, S. Zilio und P. S. Julienne, *Experiments and theory in cold and ultracold collisions*, Reviews of Modern Physics **71**, 1 (1999).
- [75] A.-L. Gehrman, *Evaporative Kühlung in optischen Dipolfallen*, Diplomarbeit, Universität Hannover, (2005).
- [76] R. Jáuregui, *Nonperturbative and perturbative treatments of parametric heating in atom traps*, Physical Review A **64**, 053408 (2001).
- [77] K. B. Davis, M. O. Mewes und W. Ketterle, *An analytical model for evaporative cooling of atoms*, Applied Physics B: Lasers and Optics **60**, 155 (1995).
- [78] W. Ketterle und N. van Druten, *Evaporative Cooling of trapped atoms*, Advances in Atomic, Molecular, and Optical Physics **37**, 181 (1996).
- [79] K. M. O'Hara, M. E. Gehm, S. R. Granade und J. E. Thomas, *Scaling laws for evaporative cooling in time-dependent optical traps*, Physical Review A **64**, 051403 (2001).
- [80] M. Erhard, *Experimente mit mehrkomponentigen Bose-Einstein-Kondensaten*, Dissertation, Universität Hannover, (2004).
- [81] M. Brinkmann, *Optimierung der Detektion und Auswertung von Rb-Spinor-Kondensaten*, Diplomarbeit, Universität Hamburg, (2005).
- [82] H. R. Schwarz und N. Köckler, *Numerische Mathematik*, 7. ed. (Vieweg+Teubner, Wiesbaden, 2009).
- [83] K. Bongs, *Atomoptische Experimente mit Bose-Einstein Kondensaten*, Dissertation, Universität Hannover, (1999).
- [84] A. Smith, K. Burnett und P. Julienne, *Semiclassical theory of collision-induced loss from optical traps*, Physical Review A **46**, 4091 (1992).
- [85] J. D. Miller, R. A. Cline und D. J. Heinzen, *Photoassociation spectrum of ultracold Rb atoms*, Physical Review Letters **71**, 2204 (1993).
- [86] P. Fedichev, M. Reynolds und G. Shlyapnikov, *Three-Body Recombination of Ultracold Atoms to a Weakly Bound s Level*, Physical Review Letters **77**, 2921 (1996).

-
- [87] E. A. Burt, R. W. Ghrist, C. J. Myatt, M. J. Holland, E. A. Cornell und C. E. Wieman, *Coherence, Correlations, and Collisions: What One Learns about Bose-Einstein Condensates from Their Decay*, Physical Review Letters **79**, 337 (1997).
- [88] R. A. Cline, J. D. Miller, M. R. Matthews und D. J. Heinzen, *Spin relaxation of optically trapped atoms by light scattering*, Optics Letters **19**, 207 (1994).
- [89] Y. Shin, M. Saba, T. Pasquini, W. Ketterle, D. Pritchard und A. Leanhardt, *Atom Interferometry with Bose-Einstein Condensates in a Double-Well Potential*, Physical Review Letters **92**, 050405 (2004).
- [90] R. J. Sewell *et al.*, *Atom chip for BEC interferometry*, Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics **43**, 051003 (2010).
- [91] R. Dumke, T. Mütter, M. Volk, W. Ertmer und G. Birkl, *Interferometer-Type Structures for Guided Atoms*, Physical Review Letters **89**, 220402 (2002).
- [92] P. Leboeuf und N. Pavloff, *Bose-Einstein beams: Coherent propagation through a guide*, Physical Review A **64**, 033602 (2001).
- [93] J. Burke, B. Deissler, K. Hughes und C. Sackett, *Confinement effects in a guided-wave atom interferometer with millimeter-scale arm separation*, Physical Review A **78**, 023619 (2008).
- [94] R. Wynands und S. Weyers, *Atomic fountain clocks*, Metrologia **42**, S64 (2005).
- [95] A. Cronin, J. Schmiedmayer und D. Pritchard, *Optics and interferometry with atoms and molecules*, Reviews of Modern Physics **81**, 1051 (2009).
- [96] J. Simsarian, J. Denschlag, M. Edwards, C. Clark, L. Deng, E. Hagley, K. Helmerson, S. Rolston und W. Phillips, *Imaging the Phase of an Evolving Bose-Einstein Condensate Wave Function*, Physical Review Letters **85**, 2040 (2000).
- [97] K. Bongs, S. Burger, S. Dettmer, D. Hellweg, J. Arlt, W. Ertmer und K. Sengstock, *Waveguide for Bose-Einstein condensates*, Physical Review A **63**, 031602 (2001).
- [98] I. Bloch, M. Köhl, M. Greiner, T. Hänsch und T. Esslinger, *Optics with an Atom Laser Beam*, Physical Review Letters **87**, 030401 (2001).
- [99] M. Köhl, T. Busch, K. Moelmer, T. Hänsch und T. Esslinger, *Observing the profile of an atom laser beam*, Physical Review A **72**, 063618 (2005).
- [100] Y. B. Ovchinnikov, J. H. Müller, M. R. Doery, E. J. D. Vredenbregt, K. Helmerson, S. L. Rolston und W. D. Phillips, *Diffraction of a Released Bose-Einstein Condensate by a Pulsed Standing Light Wave*, Physical Review Letters **83**, 284 (1999).
- [101] A. Browaeys, H. Häffner, C. McKenzie, S. Rolston, K. Helmerson und W. Phillips, *Transport of atoms in a quantum conveyor belt*, Physical Review A **72**, 053605 (2005).
- [102] J. H. Denschlag, J. E. Simsarian, H. Häffner, C. McKenzie, A. Browaeys, D. Cho, K. Helmer-son, S. L. Rolston und W. D. Phillips, *A Bose-Einstein condensate in an optical lattice*, Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics **35**, 3095 (2002).
- [103] J. Küber, *Bose-Einstein-Kondensate in eindimensionalen optischen Gittern*, Masterthesis, Technische Universität Darmstadt, (2009).
- [104] V. S. Letokhov, *The Kapitza-Dirac effect*, Soviet Physics Uspekhi **9**, 178 (1966).

-
- [105] H. Batelaan, *The Kapitza-Dirac effect*, Contemporary Physics **41**, 369 (2000).
- [106] M. Kozuma, L. Deng, E. Hagley, J. Wen, R. Lutwak, K. Helmerson, S. Rolston und W. Phillips, *Coherent Splitting of Bose-Einstein Condensed Atoms with Optically Induced Bragg Diffraction*, Physical Review Letters **82**, 871 (1999).
- [107] J. Stenger, S. Inouye, A. Chikkatur, D. Stamper-Kurn, D. Pritchard und W. Ketterle, *Bragg Spectroscopy of a Bose-Einstein Condensate*, Physical Review Letters **82**, 4569 (1999).
- [108] S. Gupta, A. E. Leanhardt, A. D. Cronin und D. E. Pritchard, *Coherent manipulation of atoms with standing light waves*, Comptes Rendus de l'Académie des Sciences - Series IV - Physics **2**, 479 (2001).
- [109] F. C. Hauptert, *Diffraction of a Bose-Einstein Condensate and the Path to an Atom Laser*, Master thesis, The University of Auckland, (2007).
- [110] S. Wu, Y.-j. Wang, Q. Diot und M. Prentiss, *High efficiency symmetric beam splitter for cold atoms with a standing wave light pulse sequence*, <http://arxiv.org/abs/physics/0408011>, 2004.
- [111] S. Wu, Y.-J. Wang, Q. Diot und M. Prentiss, *Splitting matter waves using an optimized standing-wave light-pulse sequence*, Physical Review A **71**, 043602 (2005).
- [112] Y.-J. Wang, D. Anderson, V. Bright, E. Cornell, Q. Diot, T. Kishimoto, M. Prentiss, R. Saravanan, S. Segal und S. Wu, *Atom Michelson Interferometer on a Chip Using a Bose-Einstein Condensate*, Physical Review Letters **94**, 090405 (2005).
- [113] Y. Castin und R. Dum, *Bose-Einstein Condensates in Time Dependent Traps*, Physical Review Letters **77**, 5315 (1996).
- [114] Y. Kagan, E. Surkov und G. Shlyapnikov, *Evolution of a Bose-condensed gas under variations of the confining potential*, Physical Review A **54**, R1753 (1996).
- [115] S. Dettmer, *Experimentelle Untersuchungen zum Einsatz von Bose-Einstein Kondensaten in der hochauflösenden Interferometrie*, Dissertation, Universität Hannover, (2003).
- [116] K. Zeiske, G. Zinner, F. Riehle und J. Helmcke, *Atom interferometry in a static electric field: Measurement of the Aharonov-Casher phase*, Applied Physics B: Lasers and Optics **60**, 205 (1995).
- [117] N. Ramsey, *A Molecular Beam Resonance Method with Separated Oscillating Fields*, Physical Review **78**, 695 (1950).
- [118] D. Döring, J. E. Debs, N. P. Robins, C. Figl, P. A. Altin und J. D. Close, *Ramsey interferometry with an atom laser*, Optics Express **17**, 20661 (2009).
- [119] C. Bordé, *Atomic interferometry with internal state labelling*, Physics Letters A **140**, 10 (1989).
- [120] U. Sterr, K. Sengstock, J. H. Müller, D. Bettermann und W. Ertmer, *The magnesium Ramsey interferometer: Applications and prospects*, Applied Physics B: Photophysics and Laser Chemistry **54**, 341 (1992).
- [121] F. Dingler, V. Rieger, K. Sengstock, U. Sterr und W. Ertmer, *Excitation of only a single recoil component in optical Ramsey interferometry using cross-over resonances*, Optics Communications **110**, 99 (1994).

-
- [122] S. Dettmer *et al.*, *Observation of Phase Fluctuations in Elongated Bose-Einstein Condensates*, Physical Review Letters **87**, 160406 (2001).
- [123] E. Hagley *et al.*, *Measurement of the Coherence of a Bose-Einstein Condensate*, Physical Review Letters **83**, 3112 (1999).
- [124] M. Hugbart, J. A. Retter, F. Gerbier, A. F. Varón, S. Richard, J. H. Thywissen, D. Clément, P. Bouyer und A. Aspect, *Coherence length of an elongated condensate*, The European Physical Journal D **35**, 155 (2005).
- [125] Y. Torii, Y. Suzuki, M. Kozuma, T. Sugiura, T. Kuga, L. Deng und E. Hagley, *Mach-Zehnder Bragg interferometer for a Bose-Einstein condensate*, Physical Review A **61**, 41602 (2000).
- [126] B. Anderson, K. Dholakia und E. Wright, *Atomic-phase interference devices based on ring-shaped Bose-Einstein condensates: Two-ring case*, Physical Review A **67**, 033601 (2003).
- [127] M. Maik, P. Buonsante, A. Vezzani und J. Zakrzewski, *Dipolar bosons on an optical lattice ring*, Physical Review A **84**, 053615 (2011).
- [128] J. Tempere, J. Devreese und E. Abraham, *Vortices in Bose-Einstein condensates confined in a multiply connected Laguerre-Gaussian optical trap*, Physical Review A **64**, 023603 (2001).
- [129] C. Buggle, *Aufbau eines miniaturisierten Speicherringes für neutrale Atome*, Diplomarbeit, Universität Hannover, (2000).
- [130] J. Sauer, M. Barrett und M. Chapman, *Storage Ring for Neutral Atoms*, Physical Review Letters **87**, 270401 (2001).
- [131] A. S. Arnold und E. Riis, *Bose-Einstein condensates in 'giant' toroidal magnetic traps*, Journal of Modern Optics **49**, 959 (2002).
- [132] S. Gupta, K. Murch, K. Moore, T. Purdy und D. Stamper-Kurn, *Bose-Einstein Condensation in a Circular Waveguide*, Physical Review Letters **95**, 143201 (2005).
- [133] A. Arnold, C. Garvie und E. Riis, *Large magnetic storage ring for Bose-Einstein condensates*, Physical Review A **73**, 041606 (2006).
- [134] T. Fernholz, R. Gerritsma, P. Krüger und R. Spreeuw, *Dynamically controlled toroidal and ring-shaped magnetic traps*, Physical Review A **75**, 063406 (2007).
- [135] O. Zobay und B. Garraway, *Two-Dimensional Atom Trapping in Field-Induced Adiabatic Potentials*, Physical Review Letters **86**, 1195 (2001).
- [136] O. Morizot, Y. Colombe, V. Lorent, H. Perrin und B. Garraway, *Ring trap for ultracold atoms*, Physical Review A **74**, 023617 (2006).
- [137] I. Lesanovsky, T. Schumm, S. Hofferberth, L. Andersson, P. Krüger und J. Schmiedmayer, *Adiabatic radio-frequency potentials for the coherent manipulation of matter waves*, Physical Review A **73**, 033619 (2006).
- [138] W. H. Heathcote, E. Nugent, B. T. Sheard und C. J. Foot, *A ring trap for ultracold atoms in an RF-dressed state*, New Journal of Physics **10**, 043012 (2008).
- [139] M. B. Crookston, P. M. Baker und M. P. Robinson, *A microchip ring trap for cold atoms*, Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics **38**, 3289 (2005).

-
- [140] S. Wu, W. Rooijakkers, P. Striehl und M. Prentiss, *Bidirectional propagation of cold atoms in a “stadium”-shaped magnetic guide*, Physical Review A **70**, 013409 (2004).
- [141] T. Müller, B. Zhang, R. Fermani, K. S. Chan, M. J. Lim und R. Dumke, *Programmable trap geometries with superconducting atom chips*, Physical Review A **81**, 053624 (2010).
- [142] W. Rooijakkers, *Mapping a cloud of ultra-cold atoms onto a miniature storage ring*, Applied Physics B: Lasers and Optics **78**, 719 (2004).
- [143] A. Hopkins, B. Lev und H. Mabuchi, *Proposed magneto-electrostatic ring trap for neutral atoms*, Physical Review A **70**, 053616 (2004).
- [144] E. Wright, J. Arlt und K. Dholakia, *Toroidal optical dipole traps for atomic Bose-Einstein condensates using Laguerre-Gaussian beams*, Physical Review A **63**, 013608 (2000).
- [145] S. K. Schnelle, E. D. van Ooijen, M. J. Davis, N. R. Heckenberg und H. Rubinsztein-Dunlop, *Versatile two-dimensional potentials for ultra-cold atoms*, Optics Express **16**, 1405 (2008).
- [146] K. Henderson, C. Ryu, C. MacCormick und M. G. Boshier, *Experimental demonstration of painting arbitrary and dynamic potentials for Bose-Einstein condensates*, New Journal of Physics **11**, 043030 (2009).
- [147] G. D. Bruce, J. Mayoh, G. Smirne, L. Torralbo-Campo und D. Cassetari, *A smooth, holographically generated ring trap for the investigation of superfluidity in ultracold atoms*, Physica Scripta **T143**, 014008 (2011).
- [148] F. Moscatelli, C. Sackett, S. Du und E. Oh, *Far-off-resonant ring trap near the ends of optical fibers*, Physical Review A **76**, 043404 (2007).
- [149] A. Lengwenus, *Manipulation der internen und externen Freiheitsgrade neutraler Atome in optischen Mikropotentialen*, Dissertation, Technische Universität Darmstadt, (2008).
- [150] M. Krutzik, *Bose-Einstein Kondensate und ringförmige mikrooptische Dipolpotentiale*, Masterthesis, Technische Universität Darmstadt, (2008).
- [151] M. Hasch, *Loading Bose-Einstein Condensates into a Ring-shaped Dipole Potential*, Diplomarbeit, Technische Universität Darmstadt, (2010).
- [152] M. Born und E. Wolf, *Principles of Optics*, 7th (exp.) ed. (Cambridge University Press, Cambridge, 2002).
- [153] W. Hamilton, *Third supplement to an Essay on the Theory of Systems of Rays*, Transactions of the Royal Irish Academy **17**, 1 (1937).
- [154] H. Lloyd, *On the phenomena presented by light in its passage along the axes of biaxial crystals*, Transactions of the Royal Irish Academy **17**, 145 (1837).
- [155] J. G. Lunney und D. Weaire, *The ins and outs of conical refraction*, Europhysics News **37**, 26 (2006).
- [156] M. V. Berry und M. R. Jeffrey, *Conical diffraction: Hamilton’s diabolical point at the heart of crystal optics*, Progress in Optics **50**, 13 (2007).
- [157] J. C. Poggendorf, *Ueber die konische Refraction*, Annalen der Physik und Chemie **124**, 461 (1839).

-
- [158] W. Voigt, *Theoretisches und Experimentelles zur Aufklärung des optischen Verhaltens aktiver Kristalle*, Annalen der Physik **323**, 645 (1905).
- [159] W. Voigt, *Bemerkungen zur Theorie der konischen Refraktion*, Annalen der Physik **324**, 14 (1906).
- [160] C. V. Raman, V. S. Rajagopalan und T. M. K. Nedungadi, *Conical refraction in naphthalene crystals*, Proceedings of the Indian Academy of Sciences **A14**, 221 (1941).
- [161] C. V. Raman, *The phenomena of conical refraction*, Current Science **11**, 44 (1942).
- [162] V. Peet, *Biaxial crystal as a versatile mode converter*, Journal of Optics **12**, 095706 (2010).
- [163] V. Peet, *Improving directivity of laser beams by employing the effect of conical refraction in biaxial crystals*, Optics Express **18**, 19566 (2010).
- [164] *Vision Crystal Technology - Beam Shaper*, Internetseite der Firma, <http://www.vct-ag.com/>, 2012.
- [165] C. F. Phelan, J. F. Donegan und J. G. Lunney, *Generation of a radially polarized light beam using internal conical diffraction*, Optics Express **19**, 21793 (2011).
- [166] D. P. O'Dwyer, C. F. Phelan, Y. P. Rakovich, P. R. Eastham, J. G. Lunney und J. F. Donegan, *Generation of continuously tunable fractional optical orbital angular momentum using internal conical diffraction*, Optics Express **18**, 16480 (2010).
- [167] D. P. O'Dwyer, C. F. Phelan, Y. P. Rakovich, P. R. Eastham, J. G. Lunney und J. F. Donegan, *The creation and annihilation of optical vortices using cascade conical diffraction*, Optics Express **19**, 2580 (2011).
- [168] D. P. O'Dwyer, C. F. Phelan, K. E. Ballantine, Y. P. Rakovich, J. G. Lunney und J. F. Donegan, *Conical diffraction of linearly polarised light controls the angular position of a microscopic object*, Optics Express **18**, 27319 (2010).
- [169] Bergmann und Schaefer, *Lehrbuch der Experimentalphysik, Band 3: Optik*, 10. ed. (Walter de Gruyter, Berlin, 2004).
- [170] W. Demtröder, *Experimentalphysik 2 - Elektrizität und Optik*, 1 ed. (Springer, 2002).
- [171] L. D. Landau und E. M. Lifshitz, *Electrodynamics of Continuous Media*, 1st ed. (Pergamon Press, Oxford, 1981).
- [172] M. Berry, *Making waves in physics. Three wave singularities from the miraculous 1830s*, Nature **403**, 21 (2000).
- [173] A. M. Belskii und A. P. Khapalyuk, *Propagation of confined light beams along the beam axes (axes of single ray velocity) of biaxial crystals*, Optics and Spectroscopy **44**, 312 (1978).
- [174] A. M. Belskii und A. P. Khapalyuk, *Internal conical refraction of bounded light beams in biaxial crystals*, Optics and Spectroscopy **44**, 436 (1978).
- [175] A. J. Schell und N. Bloembergen, *Laser studies of internal conical diffraction. I. Quantitative comparison of experimental and theoretical conical intensity distribution in aragonite*, Journal of the Optical Society of America **68**, 1093 (1978).
- [176] M. V. Berry, *Conical diffraction asymptotics: fine structure of Poggendorff rings and axial spike*, Journal of Optics A: Pure and Applied Optics **6**, 289 (2004).

-
- [177] M. Berry, M. Jeffrey und J. Lunney, *Conical diffraction: observations and theory*, Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences **462**, 1629 (2006).
- [178] S. Hertsch, *Bose-Einstein-Kondensate und optische Wellenleiterstrukturen*, Masterthesis, Technische Universität Darmstadt, (2008).
- [179] L. Santos und L. Roso, *A band-like reflection spectrum of an atomic beam on a periodic laser profile*, Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics **30**, 5169 (1997).
- [180] L. Santos und L. Roso, *Multilayer “dielectric” mirror for atoms*, Physical Review A **58**, 2407 (1998).
- [181] N. Friedman, R. Ozeri und N. Davidson, *Quantum reflection of atoms from a periodic dipole potential*, Journal of the Optical Society of America B **15**, 1749 (1998).
- [182] I. Carusotto, M. Artoni und G. La Rocca, *Atom-laser coherence length and atomic standing waves*, Physical Review A **62**, 063606 (2000).
- [183] H. Kreutzmann, *Coherence properties of cold atoms in confined geometries*, Dissertation, Universität Hannover, (2004).
- [184] E. Yablonovitch, *Photonic Crystals*, Journal of Modern Optics **41**, 173 (1994).
- [185] J. D. Joannopoulos, P. R. Villeneuve und S. Fan, *Photonic crystals: putting a new twist on light*, Nature **386**, 143 (1997).
- [186] L. Santos und L. Roso, *Bloch-like quantum multiple reflections of atoms*, Physical Review A **60**, 2312 (1999).
- [187] I. Carusotto und G. La Rocca, *Modulated Optical Lattice as an Atomic Fabry-Perot Interferometer*, Physical Review Letters **84**, 399 (2000).
- [188] T. Lauber, P. Massignan, G. Birkl und A. Sanpera, *Atomic wave packet dynamics in finite time-dependent optical lattices*, Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics **44**, 065301 (2011).
- [189] C. Fabre, P. Cheiney, G. Gattobigio, F. Vermersch, S. Faure, R. Mathevet, T. Lahaye und D. Guéry-Odelin, *Realization of a Distributed Bragg Reflector for Propagating Guided Matter Waves*, Physical Review Letters **107**, 230401 (2011).
- [190] M. Olshanii, *Atomic Scattering in the Presence of an External Confinement and a Gas of Impenetrable Bosons*, Physical Review Letters **81**, 938 (1998).
- [191] C. Kittel, *Einführung in die Festkörperphysik*, 14 ed. (Oldenbourg Wissenschaftsverlag, 2005).
- [192] M. Greiner, *Ultracold quantum gases in three-dimensional optical lattice potentials*, Dissertation, Ludwig-Maximilians-Universität München, (2003).
- [193] A. Messiah, *Quantum Mechanics*, two volume ed. (Dover Publications, Mineola, New York, 1999).
- [194] C. E. Dateo, V. Engel, R. Almeida und H. Metiu, *Numerical solutions of the time-dependent Schrödinger equation in spherical coordinates by Fourier transform methods*, Computer Physics Communications **63**, 435 (1991).

-
- [195] B. Schneider und L. Collins, *The discrete variable method for the solution of the time-dependent Schrödinger equation*, Journal of Non-Crystalline Solids **351**, 1551 (2005).
- [196] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling und B. P. Flannery, *Numerical Recipes 3rd Edition: The Art of Scientific Computing* (Cambridge University Press, 2007).
- [197] L. Salasnich, A. Parola und L. Reatto, *Effective wave equations for the dynamics of cigar-shaped and disk-shaped Bose condensates*, Physical Review A **65**, 043614 (2002).
- [198] R. A. Williams, J. D. Pillet, S. Al-Assam, B. Fletcher, M. Shotter und C. J. Foot, *Dynamic optical lattices: two-dimensional rotating and accordion lattices for ultracold atoms*, Optics Express **16**, 16977 (2008).
- [199] T. C. Li, H. Kelkar, D. Medellin und M. G. Raizen, *Real-time control of the periodicity of a standing wave: an optical accordion*, Optics Express **16**, 5465 (2008).
- [200] M. J. W. Hall, M. S. Reineker und W. P. Schleich, *Unravelling quantum carpets: a travelling wave approach*, Journal of Physics A: Mathematical and General **32**, 8275 (1999).
- [201] M. Born und V. Fock, *Beweis des Adiabatensatzes*, Zeitschrift für Physik **51**, 165 (1928).
- [202] M. Ben Dahan, E. Peik, J. Reichel, Y. Castin und C. Salomon, *Bloch Oscillations of Atoms in an Optical Potential*, Physical Review Letters **76**, 4508 (1996).
- [203] K. Bergmann, H. Theuer und B. W. Shore, *Coherent population transfer among quantum states of atoms and molecules*, Reviews of Modern Physics **70**, 1003 (1998).
- [204] K. Eckert, M. Lewenstein, R. Corbalán, G. Birkel, W. Ertmer und J. Mompart, *Three-level atom optics via the tunneling interaction*, Physical Review A **70**, 023606 (2004).
- [205] K. Eckert, J. Mompart, R. Corbalan, M. Lewenstein und G. Birkel, *Three level atom optics in dipole traps and waveguides*, Optics Communications **264**, 264 (2006).
- [206] M. Correggi, F. Pinsker, N. Rougerie und J. Yngvason, *Rotating superfluids in anharmonic traps: From vortex lattices to giant vortices*, Physical Review A **84**, 053614 (2011).

Danksagung

Zum Abschluss möchte ich den vielen Menschen danken, die einen Anteil am Gelingen dieser Arbeit hatten.

Prof. Dr. Gerhard Birkl danke ich dafür, dass ich die Möglichkeit hatte, zunächst meine Diplomarbeit in seiner Gruppe *Atome - Photonen - Quanten* durchzuführen und anschließend die Forschungen für meine Promotion fortzuführen. Er ließ mich äußerst selbständig die Themen bearbeiten die wir in den gemeinsamen Diskussionen als besonders interessant identifizierten.

Prof. Dr. Thomas Walther hat freundlicherweise das Zweitgutachten für diese Arbeit übernommen ohne auch nur eine Sekunde zu zögern.

Die gesamte Arbeit in der Gruppe war sehr angenehm, was dem freundschaftlichen und äußerst produktiven Klima zu verdanken ist. Alle Gruppenmitglieder waren immer an der Sache interessiert und konnten sowohl über die großen als auch die kleinen technischen und physikalischen Fragestellungen aller Experimente der Gruppe begeistert diskutieren.

Hervorheben möchte ich dabei Olli und Johanna, die mich beide als Diplomand am *ATOMICS*-Experiment betreuten und mir alle Details des Experiments erklärten. In meiner Diplomandenzeit durfte ich bereits sehr schnell eigenständig am Experiment arbeiten, was einen wesentlichen Beitrag zu meiner Motivation, die Arbeit fortzuführen, geleistet hat. Aus dieser Zeit sind mir auch die Mitstudenten am Experiment, Markus und Susi in guter Erinnerung geblieben, denn wir hatten sehr viel Spaß bei der Arbeit insbesondere bei Erfolgserlebnissen, aber auch Fehlschläge wurden stets in neue Motivation gewandelt.

In meiner Zeit als Doktorand waren Olli und Johnny tolle Kollegen mit denen ich hervorragend zusammenarbeiten konnte und mit denen ich auch in der Freizeit bei diversen sportlichen Aktivitäten unterwegs war.

Die jetzigen und ehemaligen Doktoranden der anderen Experimente, Alex, Jan, Jens, Malte, Sascha, Seppo und Wouter standen mir ebenfalls jederzeit mit Rat und Tat auf ihren jeweiligen Spezialgebieten zur Seite. Unser Postdoc Norbert war in seiner Zeit bei uns eine unerschöpfliche Wissensquelle.

Die von uns betreuten Studenten waren ebenfalls eine große Hilfe. Martin baute in seiner Diplomarbeit den Lichtteppich auf, ohne den viele der Experimente dieser Arbeit nicht möglich gewesen wären. Felix lieferte viele gute Ideen zur Verbesserung des Experimentes und wird seine Masterarbeit sicher mit großem Erfolg abschließen.

Gabi hat als gute Seele dieser Gruppe einen äußerst großen Einfluss auf das gute Arbeitsklima und hält uns „Wissenschaftlern“ viel der Universitätsbürokratie vom Hals, ohne die Nerven zu verlieren. Dafür gebührt ihr besonderer Dank.

Einen enormen Beitrag leistet auch die feinmechanische Werkstatt, ich danke Herrn Kalbfleisch in Stellvertretung für alle Mitarbeiter der Werkstatt, denn ohne die präzise gefertigten Bauteile wäre es nicht möglich, unsere Experimente durchzuführen.

Prof. Dr. Anna Sanpera und Dr. Pietro Massignan danke ich für die Möglichkeit, dass ich einige Wochen an der Universität Autònoma de Barcelona arbeiten konnte und mit ihnen die Berechnung des Bragg-Spiegels und -Resonators für Atome durchführen konnte, was mir ohne ihre Unterstützung und die produktive Atmosphäre dort wahrscheinlich nicht möglich gewesen wäre.

Prof. Dr. Jordi Mompart, Dr. Yuri Loiko und Dr. Todor Kirilov stellten uns das faszinierende Phänomen der konischen Refraktion vor. Nachdem wir bei einem Treffen unserer Gruppen in Barcelona befanden, dass sich eine solche Lichtstruktur zur Führung ultrakalter Atome eignet, versorgten sie uns auch gleich noch mit einem hervorragenden biaxialen Kristall, den wir auf

anderem Wege kaum bekommen hätten. Sie haben dadurch einen wichtigen Teil dieser Arbeit überhaupt erst möglich gemacht.

Meinen Eltern möchte ich für ihre Unterstützung während des Studiums, der Promotion und meines ganzen Lebens danken. Ohne ihre Förderung und die Bestärkung, meinen Interessen und Talenten zu folgen wäre ich nicht so weit gekommen.

Claudia ist immer für mich da und konnte mich auch in schwierigen Phasen wieder optimistisch stimmen. Um meinen Dank dafür und für alles andere auszudrücken, reicht dieser Text nicht aus.

Wissenschaftlicher Werdegang

April 2003 – Juni 2008

Physikstudium, Technische Universität Darmstadt

Juli 2005 – Juni 2006

Auslandsstudium an der Norwegischen technisch-naturwissenschaftlichen Universität (NTNU), Trondheim

Mai 2007 – Mai 2008

Diplomarbeit: *Bose-Einstein-Kondensation in einer gekreuzten Dipolfalle*
Technische Universität Darmstadt, Institut für Angewandte Physik, Arbeitsgruppe von Prof. Dr. Gerhard Birkel

August 2008 – Juli 2012

Promotion: *Kohärente Dynamik von Bose-Einstein-Kondensaten in Dipolpotentialen*
Wissenschaftlicher Mitarbeiter, Technische Universität Darmstadt, Institut für Angewandte Physik, Arbeitsgruppe von Prof. Dr. Gerhard Birkel
Projekt: *ATOMICS* (ATom Optics with MICro Structures)

November 2008 und Februar 2010

Forschungsaufenthalte an der „Universitat Autònoma de Barcelona“, Spanien



Erklärung zur Dissertation

Hiermit versichere ich, die vorliegende Dissertation ohne Hilfe Dritter nur mit den angegebenen Quellen und Hilfsmitteln angefertigt zu haben. Alle Stellen, die aus Quellen entnommen wurden, sind als solche kenntlich gemacht. Diese Arbeit hat in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner Prüfungsbehörde vorgelegen.

Darmstadt, den 20.6.2012

(Thomas Lauber)