

---

# Ein Lasersystem zur Spektroskopie von hochgeladenen Ionen, Tellurmolekülen und Rubidium-Rydberg-Zuständen

---

**A laser system for the spectroscopy on highly charged ions, tellurium molecules, and Rydberg states of rubidium atoms**

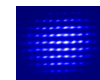
Zur Erlangung des Grades eines Doktors der Naturwissenschaften (Dr. rer. nat.)  
genehmigte Dissertation von Sebastian Albrecht M.Sc aus Bad Soden am  
Taunus

August 2014 — Darmstadt — D 17

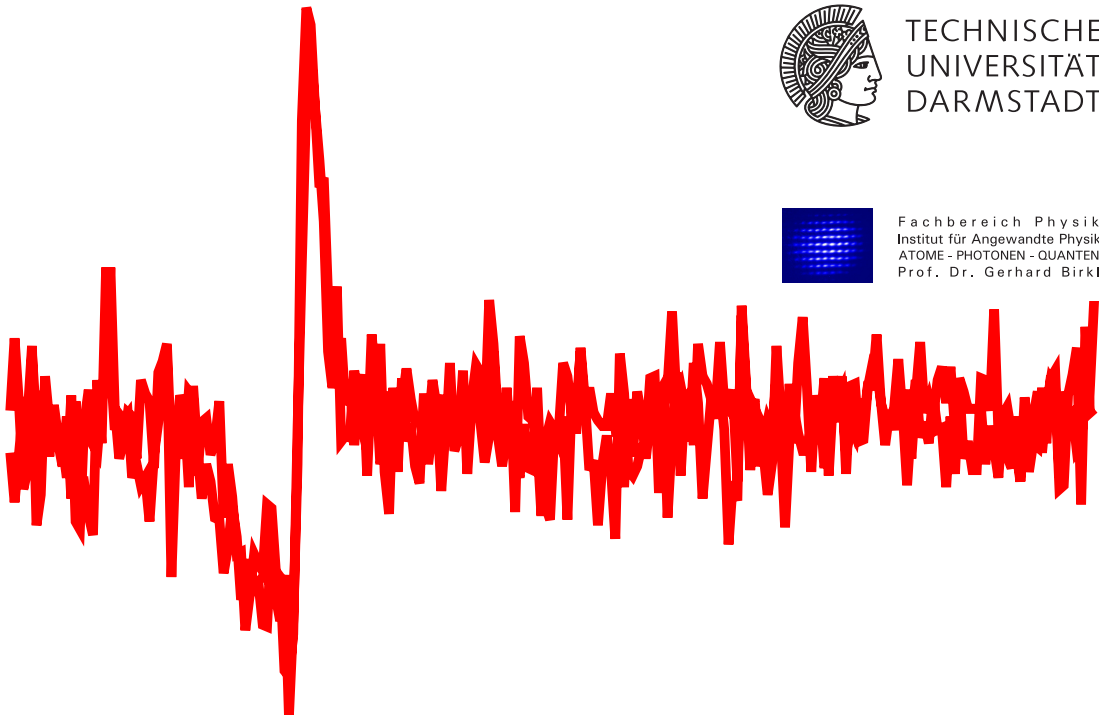
---



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT



Fachbereich Physik  
Institut für Angewandte Physik  
ATOME - PHOTONEN - QUANTEN  
Prof. Dr. Gerhard Birkl





# Ein Lasersystem zur Spektroskopie von hochgeladenen Ionen, Tellurmolekülen und Rubidium-Rydberg-Zuständen

Vom Fachbereich Physik  
der Technischen Universität Darmstadt

zur Erlangung des Grades eines  
Doktors der Naturwissenschaften (Dr. rer. nat.)

genehmigte Dissertation  
von Sebastian Albrecht M.Sc  
aus Bad Soden am Taunus

1. Prüfer: Prof. Dr. Gerhard Birkl  
2. Prüfer: Prof. Dr. Thomas Walther

Tag der Einreichung: 2. Juli 2014  
Tag der mündlichen Prüfung: 21. Juli 2014

Darmstadt 2014  
D 17

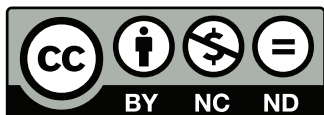


---

Titelbild: Stille rote Linie inmitten von unruhigem weiß.

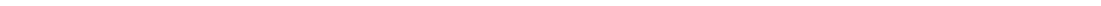
Bitte zitieren Sie dieses Dokument als:  
URN: urn:nbn:de:tuda-tuprints-39061  
URL: <http://tuprints.ulb.tu-darmstadt.de/3906>

Dieses Dokument wird bereitgestellt von tuprints,  
E-Publishing-Service der TU Darmstadt  
<http://tuprints.ulb.tu-darmstadt.de>  
[tuprints@ulb.tu-darmstadt.de](mailto:tuprints@ulb.tu-darmstadt.de)



Die Veröffentlichung steht unter folgender Creative Commons Lizenz:  
Namensnennung – Keine kommerzielle Nutzung – Keine Bearbeitung 2.0 Deutschland  
<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/2.0/de/>

---



---

---

## Abstract

---

Optical measuring methods allow the detection and identification of the atomic structure with extraordinary precision. Deviations to theoretical predictions can indicate unknown physical effects. Therefore, precise measurements on the atomic structure continue to be of large relevance.

In this work, a laser system for precision spectroscopy on Bismuth ( $^{209}\text{Bi}^{82+}$ ), Tellurium ( $^{130}\text{Te}_2$ ) and Rydberg states of Rubidium ( $^{85}\text{Rb}$ ) has been built and characterized. Spectroscopic measurements on Tellurium and Rubidium have been achieved with this setup.

The system consists of a two-stage frequency doubled diode laser, stabilized via a cavity and an RF-offsetlock to arbitrary wavelengths with absolute high stability. The setup of the laser system will be presented and the systematic error caused by the refractive index of air inside the transfer cavity will be discussed. A stability of better than 6.14 MHz at 244 nm is obtained for planned experiments on the ground state hyperfine splitting of  $^{209}\text{Bi}^{82+}$ . This will allow an increase in precision of more than four orders of magnitude for this measurement. Further increase in precision can be achieved by using an evacuated cavity.

The obtained stability is measured by comparison of the laser frequency to absorption lines of Tellurium ( $^{130}\text{Te}_2$ ). Eight reference lines, known from literature, spanning the region from 613720.717 GHz to 616803.545 GHz have been measured. The frequency measurements of three lines, coinciding with the emission spectrum of an argon-ion-laser, show deviations with respect to the published frequencies. Further inconsistencies in literature are cleared. Part of this work is also the precise measurement of 843 Doppler-free  $^{130}\text{Te}_2$  reference lines spanning the frequency range from 613881.150 GHz to 616614.258 GHz at a precision of better than 4 MHz for most lines.

Additionally, measurements on electromagnetically induced transparency (EIT) using Rydberg transitions of Rubidium have been achieved. Recorded spectra of the transitions to the principal quantum numbers  $n=20, 58, 79, 97$  and  $150$  are shown. This proves the applicability of the built laser system to the full range of two-photon Rydberg excitation of Rubidium. When the ground, intermediate and excited state are varied, the resulting spectrum of resonances is explained and analysed representatively on the transition to the Rydberg D-states of  $^{85}\text{Rb}$  with  $n = 97$ . The energy shift of the atomic levels by both electric and magnetic fields are examined. By measuring the two photon transition frequency of  $5^2S_{1/2} \rightarrow 150^2D_{5/2}$ , the ionization energy of  $^{85}\text{Rb}$  is redetermined.

---

---

## Zusammenfassung

---

Mit Hilfe von optischen Messmethoden können atomare Strukturen mit außerordentlicher Präzision untersucht werden. Abweichungen von den theoretischen Vorhersagen können dabei Hinweise auf neue physikalische Effekte liefern. Daher kommt Präzisionsmessungen an atomaren Übergängen auch in Zukunft große Bedeutung zu.

Mit der vorliegenden Arbeit wurde ein Lasersystem für Präzisionsmessungen an Bismuth ( $^{209}\text{Bi}^{82+}$ ), Tellur ( $^{130}\text{Te}_2$ ) sowie Rydberg-Zuständen von Rubidium ( $^{85}\text{Rb}$ ) entwickelt und charakterisiert. In der Anwendung konnten spektroskopische Frequenzmessungen an Tellur und Rubidium realisiert werden.

Das Lasersystem besteht aus einem zweifach frequenzverdoppelten Diodenlaser, der über einen optischen Resonator und ein RF-Schwebungssignal bei allen zugänglichen Wellenlängen absolut stabilisierbar ist. Der Aufbau des Lasersystems wird vorgestellt sowie die systematischen Abweichungen diskutiert, die durch Druckabhängigkeit des Brechungsindex der im Transferresonator enthaltenen Luft entstehen. Für ein geplantes Experiment zur Messung der Hyperfeinaufspaltung des Grundzustands von  $^{209}\text{Bi}^{82+}$  ergibt sich eine Stabilität, die besser als 6,14 MHz bei 244 nm ist. Dies erlaubt eine Verbesserung der Präzision der Übergangsfrequenzmessung von vier Größenordnungen. Durch die Nutzung eines bereits installierten evakuierten Resonators lässt sich die Präzision zusätzlich steigern.

Die erreichte Genauigkeit wird an einer  $^{130}\text{Te}_2$ -Spektroskopie bestimmt. Acht aus der Literatur bekannte Referenzlinien mit Frequenzen zwischen 613720,717 GHz und 616803,545 GHz wurden erneut aufgenommen. Bei drei Linien, die im Emissionsspektrum eines Argon-Ionen-Lasers liegen, wurde eine Abweichung zu den in der Literatur angegebenen Frequenzen festgestellt. Weitere Unklarheiten in der Literatur werden behoben. Ebenfalls Teil dieser Arbeit ist die erstmalige präzise Vermessung von 843 dopplerfreien Referenzen zwischen 613881,150 GHz und 616614,258 GHz mit einer Genauigkeit von größtenteils unter 4 MHz.

Des weiteren werden Messungen der elektromagnetisch induzierten Transparenz (EIT) an Rydberg-Übergängen von  $^{85}\text{Rb}$  vorgestellt. Aufgenommene Übergangslinien mit Hauptquantenzahlen von  $n=20, 58, 79, 97$  und  $150$  werden vorgestellt. Beispielhaft am Übergang mit dem Rydberg-Zustand  $97^2D$  an  $^{85}\text{Rb}$  wird das auftretende Spektrum an Zwei-Photonen-Resonanzen bei Variation von Anfangs-, Zwischen- und Endzustand analysiert und erklärt. Die Energieverschiebung von Unterzuständen durch elektrische und magnetische Felder wird untersucht. Durch eine Frequenzmessung am Zwei-Photonen-Übergang  $5^2S_{1/2} \rightarrow 150^2D_{5/2}$  wird die Ionisationsenergie von  $^{85}\text{Rb}$  erneut bestimmt.



---

---

# Inhaltsverzeichnis

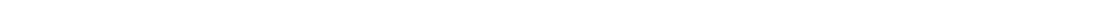
<b>Inhaltsverzeichnis</b>	<b>v</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2 Grundlagen</b>	<b>5</b>
2.1 Grundlagen zur Spektroskopie . . . . .	5
2.1.1 Spektroskopie an hochgeladenen Ionen . . . . .	6
2.2 Theoretische Betrachtung von Rydberg-Zuständen . . . . .	9
2.2.1 Einfluss des Quantendefekts . . . . .	11
2.2.2 Präzisierung des Rechenmodells durch eine effektive Rydbergkonstante . . . . .	11
2.2.3 Abschätzung der Präzision der Rydberg-Ritz-Formel . . . . .	12
2.2.4 Erzeugung eines Zwei-Qubit-Gatters mittels Rydberg zuständen . . . . .	13
2.2.5 Relevante Aspekte der Atomstruktur . . . . .	15
2.2.5.1 Feinstruktur . . . . .	15
2.2.5.2 Hyperfeinstruktur . . . . .	17
2.3 Nachweis von Rydberg-Zuständen durch elektromagnetisch in- duzierte Transparenz (EIT) . . . . .	19
2.3.1 Abschätzung der Übergangsstärke mit der Rabi-Frequenz . . . . .	22
2.3.2 Abschätzung der Lebensdauern und Linienbreiten von Rydberg-Zuständen . . . . .	24
2.3.3 Linienverschiebung durch Dopplereffekt . . . . .	28
2.4 Relevante chemische Elemente dieser Arbeit . . . . .	30
<b>3 Lasersystem für 488 nm, 480 nm und 244 nm</b>	<b>33</b>
3.1 Übersicht des experimentellen Aufbaus des Lasersystems . . . . .	33
3.2 Rubidium- und Radiofrequenz-Schwebungsstabilisierung . . . . .	35
3.3 Transferresonator als Frequenzreferenz . . . . .	39
3.3.1 Theorie optischer Resonatoren . . . . .	39
3.3.2 Skalierung der Offsetfrequenz durch die Wellenlängendif- ferenz im Transferresonator . . . . .	41
3.3.3 Experimentelle Realisierung . . . . .	43
3.3.4 Reflektivität der Resonatorspiegel . . . . .	45

3.3.5	Einfluss des Brechungsindex der Luft . . . . .	46
3.3.6	Steigerung der Frequenzstabilität durch Evakuierung des Resonators . . . . .	52
3.4	Stabilisierung des Spektroskopielaasers . . . . .	55
3.5	Experimentsteuerung und Analysesoftware . . . . .	56
3.5.1	Programm zur Steuerung des Experiments . . . . .	56
3.5.2	Auswertungs-Programm . . . . .	57
<b>4</b>	<b>Absolut-Frequenz-Messung an <math>^{130}\text{Te}</math>-Tellurresonanzen um 488 nm</b>	<b>61</b>
4.1	Übersicht bisheriger Veröffentlichungen von Frequenzmessungen an Tellurlinien . . . . .	61
4.2	Spektroskopischer Aufbau für Messungen an Tellur . . . . .	62
4.2.1	Frequenzstabilität des Spektroskopielaasers . . . . .	64
4.2.2	Erzeugung eines präzisen Atlas zur Frequenzmessung des M1-Hyperfeinübergangs von $^{209}\text{Bi}^{82+}$ . . . . .	66
4.2.3	Grafische Darstellung des erstellten Atlas . . . . .	70
4.3	Diskrepanzen zur Literatur . . . . .	75
4.3.1	Frequenzversatz der dopplerfreien Linien $a_{18}$ , $b_{18}$ und $c_{18}$ . . . . .	75
4.3.2	Darstellung der dopplerfreien Mehrfachstruktur der Linie 1088 . . . . .	76
4.3.3	Statistische Untersuchung der Genauigkeit des Atlas . . . . .	77
4.4	Fehlerbudget der gemessenen Tellurlinien . . . . .	78
<b>5</b>	<b>Messung von elektromagnetisch induzierter Transparenz (EIT)</b>	<b>79</b>
5.1	Experimenteller Aufbau der EIT-Spektroskopie . . . . .	79
5.1.1	Darstellung der gemessenen Übergänge . . . . .	80
5.1.2	Erwartetes Spektrum elektromagnetisch induzierter Transparenz . . . . .	82
5.2	Erklärung der auftretenden Linienform . . . . .	86
5.3	Linienbreite des Lasersystems . . . . .	90
5.3.1	Frequenzrauschen auf der Flanke eines EIT-Signals . . . . .	90
5.3.2	Schwebungssignal zwischen Probelaser und Referenzlaser . . . . .	93
5.3.3	Frequenzrauschen an einem Diagnoseresonator . . . . .	93
5.3.4	Zusammenfassung der Linienbreitenmessung . . . . .	94
5.4	Wechselwirkung zwischen Rydberg-Atomen und externen Feldern . . . . .	95
5.4.1	Einfluss eines magnetischen Feldes . . . . .	95
5.4.2	Einfluss eines elektrischen Feldes . . . . .	99
<b>6</b>	<b>Bestimmung der Ionisationsenergie von <math>^{85}\text{Rb}</math></b>	<b>101</b>

---

---

<b>7 Diskussion und Ausblick</b>	<b>105</b>
<b>A Kartografierte Tellurlinien</b>	<b>109</b>
<b>B Kommentierte elektronische Schaltungen</b>	<b>135</b>
B.1 Lock-In-Verstärker zur phasensensitiven Detektion . . . . .	137
B.2 Frequenz-zu-Spannungs-Konverter . . . . .	140
B.3 Frequenzstabilisierung . . . . .	143
B.3.1 Frequenzstabilisierung mit sample-and-hold . . . . .	144
B.4 Photodioden und Bandbreiten . . . . .	148
B.5 Laborhilfe zur Analyse der Regelfläche . . . . .	151
B.6 Hochspannungs-Piezotreiber . . . . .	154
<b>C Formel der Voigtfunktion zur Anpassung der EIT-Signale</b>	<b>157</b>
<b>D Definition der Begriffe Präzision und Stabilität</b>	<b>159</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>161</b>
<b>Lebenslauf</b>	<b>174</b>
<b>Erklärung zur Doktorarbeit</b>	<b>174</b>



---

# 1 Einleitung

Durch die Wechselwirkung zwischen Licht und Atomen lässt sich auf den Aufbau und die Struktur der uns umgebenden Materie schließen. Die außerordentlich hohe Auflösung im Frequenzbereich des verwendeten Lichts, wie sie in der modernen Laserspektroskopie möglich ist, erlaubt dabei die Identifikation und Vermessung von Energieniveaus der untersuchten Materie mit höchster Präzision. Diese Zustandsenergien setzen sich aus einer Vielzahl von Effekten zusammen, deren Verständnis und Anwendung das Ziel der Atomphysik ist. In dieser Arbeit wurden ausgewählte Aspekte dieser Überlegungen vertieft untersucht.

Besonders das Linienspektrum des Wasserstoffatoms stellt für die Atomphysik einen wertvollen Testbereich dar, da es mit außergewöhnlicher Präzision theoretisch berechnet werden kann. Tests an wasserstoffartigen Systemen wie Deuterium, Tritium oder dem Helium-3-Ion lieferten große Beiträge zur Entwicklung der Quantenelektrodynamik (QED) [1]. Um die Vorhersagen der QED auch in höherer Ordnung zu überprüfen, müssen für aussagekräftige Experimente entweder die Messmethoden weiter verfeinert oder die zu messenden Effekte vergrößert werden [2].

Bei Experimenten mit hochgeladenen Ionen (*engl.: highly charged ions, HCI*) werden die QED-Effekte so stark, dass diese nicht länger störungstheoretisch behandelt werden können [3]. Zusätzlich verschiebt sich die Übergangsenergie der Hyperfeinzustände des  $1S$  Grundzustandes ab einer Ordnungszahl von  $Z \approx 60$  in das optisch zugängliche elektromagnetische Spektrum [4,5]. Auf diese Weise lässt sich die erreichbare Präzision optischer Messmethoden der Atomphysik mit einer Erhöhung der QED-Effekte kombinieren. Entsprechende hochgeladene Ionen können am GSI Helmholtzzentrum für Schwerionenforschung (GSI) und an der derzeit im Aufbau befindlichen *Facility for Antiproton and Ion Research* (FAIR) erzeugt werden. Zur Untersuchung der Hyperfeinstruktur solcher hochgeladenen Ionen wurde das SpecTrap-Experiment aufgebaut [6,7]. Das zur Spektroskopie benötigte Lasersystem wurde im Rahmen dieser Arbeit entwickelt und charakterisiert.

---

Eine der meist erprobten optischen Messtechniken in der Spektroskopie ist die Differenzmessung der zu messenden Frequenz zu einem gut bekannten, einfach reproduzierbaren Frequenznormal [8–13]. Hierdurch lässt sich das Messsignal mit hoher Frequenz zu einer niederfrequenten Radiofrequenz transferieren, welche mit hoher Präzision messbar ist. Absolute Frequenzmessungen können heute mit einem Frequenzkamm oftmals höhere Präzision erreichen als der Vergleich mit einer spektroskopischen Referenz [14, 15]. Trotzdem kann eine dopplerfreie Sättigungsspektroskopie durch ihre Einfachheit und Robustheit konzeptuelle Vorteile bieten.

Über weite Teile des Spektrums des sichtbaren Lichts sind bereits Referenzfrequenzen auf einige hundert Kilo-Hertz genau bekannt. Bedingt durch den hohen Aufwand, der notwendig ist, um einen Übergang mit solch hoher Präzision zu messen, sind die hochaufgelösten Teilbereiche vergleichsweise klein. Ebenso existieren Frequenzbereiche, die mit sogenannten Atlanten lückenlos dokumentiert sind [16–18], diese besitzen jedoch zum Teil eine niedrige Auflösung oder die Genauigkeit des dargestellten Spektrums ist teilweise nicht angegeben. Daher ist es wünschenswert eine weitreichende Karte von Resonanzen hoher Präzision in dem für ein geplantes Experiment relevanten Frequenzbereich zu erstellen. Diesen Überlegungen folgend wurden im Rahmen dieser Arbeit hochpräzise Messungen an einem 1,4 THz überspannenden Bereich des Tellurspektrums durchgeführt und sollen hier vorgestellt werden. Des Weiteren soll aufbauend auf diesen Messungen die Präzision des vorhandenen Atlas von Tellurlinien [16] quantifiziert werden.

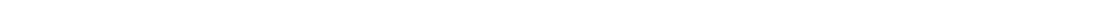
Die Ergebnisse dieser Quantifizierung sowie der hochaufgelösten Erfassung des Tellurspektrums lassen sich nicht nur für hochpräzise QED-Messungen an Ionen, sondern auch für generelle metrologische Fragestellungen nutzen. So lassen sich beispielsweise Rubidiumatome über einen Zwei-Photonen-Übergang in hochangeregte Zustände präparieren. Diese sogenannten Rydberg-Zustände haben durch die großen Bahnradialen ein großes Dipolmoment, das über externe Felder Manipulationen der internen Zustände ermöglicht. Wechselwirkungen zwischen Rydberg-Atomen sind Gegenstand aktueller Forschung unter anderem bei Musterbildung in zweidimensionalen Gittern [19] sowie die Niveauverschiebung hoher Zustände bei gleichzeitiger Anregung mehrerer Atome. Dies bildet die Grundlage zur Erzeugung eines Zwei-Qubit-Gatters für die Quanteninformationsverarbeitung [20–23]. Diese Gatter sollen auch am QUIPS-Experiment (*engl.: quantum information processing systems*) am Institut für Angewandte Physik der TU Darmstadt realisiert werden [24]. Hierzu sind eine möglichst schmale Laserlinienbreite bei stabiler Intensität sowie die

---

Kenntnis der auftretenden Effekte an Rydberg-Übergängen notwendig, die als Teil dieser Arbeit ebenfalls vorgestellt werden.

Die hier vorliegende Arbeit ist wie folgt gegliedert: Die theoretischen Grundlagen sowie allgemeine Überlegungen zu den Grundzügen dieser Arbeit werden in Kapitel 2 besprochen. Daran anschließend werden die Komponenten des Lasersystems vorgestellt und die Reproduzierbarkeit und Genauigkeit des Lasersystems in Kapitel 3 untersucht. Kapitel 4 behandelt die absoluten Frequenzmessungen an  $^{130}\text{Te}_2$  sowie eine kritische Diskussion der Literaturangaben zu den gemessenen Linien. Eine Grafische Abbildung des zugehörigen Spektrums als Referenz zur Messung von  $^{209}\text{Bi}^{82+}$  ist ebenfalls enthalten, die Frequenzinformation findet sich in Tabellenform zusätzlich in Anhang A. In Kapitel 5 werden Messungen zur elektromagnetisch induzierten Transparenz an Rydberg-Übergängen von Rubidium vorgestellt sowie die Messung der Linienbreite des Lasersystems zur Anregung des Zwei-Photonen-Übergangs besprochen. Anschließend wird in Kapitel 6 die Ionisationsenergie von  $^{85}\text{Rb}$  anhand einer absolut vermessenen  $^{130}\text{Te}_2$  Linie bestimmt. Die Arbeit schließt mit einer Diskussion und einem Ausblick in Kapitel 7 ab.

Die für diese Arbeit relevanten Ergebnisse stellen Originalarbeiten des Autors dar, in Teilen entstanden sie in Zusammenarbeit mit den Studenten Heiko Jestädt, Pascal Beike, Sanah Altenburg, Florian Vollrath, Felix Sommer, Lea Wagner und Jan Schuchter, die zu Abschluss- und Ausbildungsarbeiten am Lasersystem und dazugehörigen Komponenten geforscht haben. Alle Arbeiten wurden in der Arbeitsgruppe Atome-Photonen-Quanten unter der Leitung von Professor Gerhard Birkl am Institut für Angewandte Physik an der TU Darmstadt angefertigt.





---

---

## 2 Grundlagen

Um die Rolle der Spektroskopie in der modernen Physik zu verstehen, soll zunächst in Abschnitt 2.1 auf die geschichtliche Entwicklung der Spektroskopie eingegangen, Ausgewählte aktuelle Experimente sollen kurz motiviert und vorgestellt werden. In Abschnitt 2.2 wird die Theorie der Energieniveaus von Rydbergzuständen besprochen. Abschnitt 2.3 beschäftigt sich mit der Erzeugung von elektromagnetisch induzierter Transparenz (EIT). Abschließend wird auf die für diese Arbeit relevanten chemischen Elemente eingegangen.

---

### 2.1 Grundlagen zur Spektroskopie

---

Spektroskopie (*Specto*, lateinisch *blicken*; *Spectrum*, lateinisch *Bild*) ist die Bezeichnung für eine energie- oder frequenz aufgelöste Messung.

Vor rund 200 Jahren begann man, mit Hilfe von Prismen Licht in seine Spektralfarben zu zerlegen. 1802 entdeckte William Hyde Wollaston im kontinuierlichen Emissionsspektrum der Sonne dunkle Linien. Joseph von Fraunhofer wiederholte diese Experimente etwas später<sup>1</sup>. Er veröffentlichte seine „Versuche mit Sonnenlicht, und eine neue Entdeckung im prismatischen Farbenbilde desselben“ [25]. Fraunhofer gilt außerdem als Erfinder des Spektrometers.

Robert Wilhelm Bunsen entdeckte zusammen mit Gustav Robert Kirchhoff um 1860, dass sich die Flamme eines Gasbrenners charakteristisch verfärbt, wenn man eine Probe hinein hält. Auf diese Weise entdeckten sie die bis dahin unbekannt Elemente Rubidium und Cäsium. 1885 erkannte daraufhin Johann Jakob Balmer, dass sich die Energien der Emissionslinien von Wasserstoff mathematisch beschreiben lassen. Johannes Robert Rydberg und Walther Ritz verallgemeinerten diese später zur Rydberg-Ritz-Formel [26]. Max Planck formulierte schließlich das Plancksche Strahlungsgesetz und ermöglichte damit die Geburt der Quantenmechanik im Dezember 1900. Hiermit konnte Niels Bohr 1913 das Bohrsche Atommodell entwickeln, womit ein Großteil der Phänomene der modernen Atomphysik erklärt werden kann. Die Entwicklung des Lasers von Theodore Maiman 1960, insbesondere des Farbstofflasers von Fritz P. Schäfer und Peter Sorokin, sowie dessen Nutzung zur Spektroskopie, machten

---

<sup>1</sup> In der Literatur kursieren unterschiedliche Angaben zum Zeitpunkt der Entdeckung der Fraunhoferlinien. Oft werden Jahreszahlen von 1813 bis 1815 genannt, die Veröffentlichung geschah 1817 [25].

---

die Atomphysik nochmals verstärkt zu einem bedeutenden wissenschaftlichen Bereich [27, 28]. Eine ausführliche Darstellung der Geschichte der Spektroskopie findet sich beispielsweise in [29, 30].

In der modernen Spektroskopie werden aufgrund ihrer schmalen Linienbreite Laser verwendet. Die Laserfrequenz wird über die molekulare oder atomare Probe verstimmt und das gestreute bzw. transmittierte Licht beobachtet. In die erreichbare Auflösung gehen sowohl die Linienbreite der Probe als auch die Linienbreite des Lasers ein. Die Linienbreite der Probe lässt sich durch Fangen und Kühlen einer Atomwolke innerhalb einer Atomfalle verringern [31–33] sowie durch optische Techniken wie dopplerfreie Sättigungsspektroskopie umgehen [34, 35]. Die Linienbreite des Lasers lässt sich durch geeignete frequenzselektive Elemente und aktive Regelungstechniken verringern [36, 37].

Dies soll unter anderem zur Spektroskopie an hochgeladenen Ionen (HCI) genutzt werden.

---

### 2.1.1 Spektroskopie an hochgeladenen Ionen

---

Hochgeladene Ionen (HCI) bestehen aus einem schweren  $Z$ -Fach positiv geladenen Kern und meist nur wenigen negativ geladenen Elektronen. Durch entfernen von  $Z - 1$  Elektronen lassen sich wasserstoffartige Ionen herstellen. Diese sind physikalisch vor allem deshalb interessant, weil sich das Zwei-Körper-Problem, bestehend aus Kern und Elektron, auch unter komplizierten physikalischen Bedingungen oftmals exakt lösen lässt. Insbesondere die Quantenelektrodynamik (QED) hat von Experimenten an Wasserstoff und wasserstoffartigen Systemen profitiert [1].

Durch die hohe Ladung des Kerns werden die verbliebenen Elektronen starken QED-Effekten unterworfen. Durch die Effektstärke lassen sich diese nicht länger störungstheoretisch behandeln [3]. Zusätzlich kommt es bei Ordnungszahlen  $Z > 60$  zu einer Aufspaltungsenergie der Hyperfeinzustände des  $1S$  Grundzustandes, die mit optischer Lasertechnologie zugänglich ist [4, 5].

Ebenfalls nehmen die klassischen Effekte wie die endliche Größe des Kernvolumens (Bohr-Weisskopf-Effekt) oder die inhomogene Ladungsverteilung im Kern (Breith-Rosenthal-Effekt) an Bedeutung zu [38, 39]. Durch einen Vergleich von lithium- und wasserstoffartigem Bismut lassen sich die klassischen Effekte auslöschen. Hierdurch können die QED-Beiträge direkt gemessen werden [40].

Von diesen Überlegungen ausgehend ist die Spektroskopie der Hyperfeinaufspaltung des Grundzustandes  $1^2S_{1/2} |F = 4\rangle \rightarrow |F = 5\rangle$  (M1-Übergang) von wasserstoffartigem Bismut ( $^{209}\text{Bi}^{82+}$ ) bei 243,87(2) nm ein vielversprechender

Kandidat für weitere Tests an der Theorie. Versuche zu den Hyperfeinstrukturübergängen, der Lebensdauer sowie den QED-Beiträgen wurden bereits durchgeführt [40–42]. Eine Auflistung der Stärke der Beiträge liefert Tabelle 2.1.

**Tabelle 2.1:** Übersicht der Beiträge zur Hyperfeinaufspaltung in wasserstoffartigem Bismut ( $^{209}\text{Bi}^{82+}$ ) aus [42]

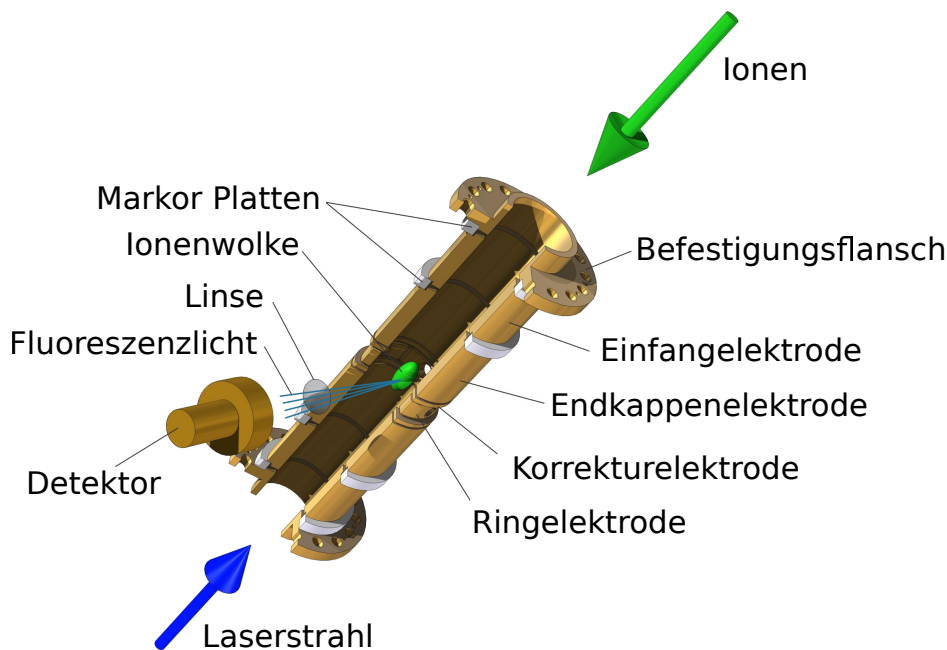
RMS Radius	5,519 fm
Magnetisches Moment	$\mu=4,1106 \mu_B$
Übergang bei Punktkern (Dirac)	212,320 nm
Breit-Schawlow	+26,561(50) nm
Bohr-Weisskopf	+5,025(330) nm
Theoretischer Übergang klassisch	243,91(38) nm
Vakuumpolarisation	-1,64 nm
Selbst-Energie	+2,86 nm
Theoretischer Übergang inklusive QED	245,15(58) nm
Experimenteller Wert	243,87(2) nm

Die Wellenlänge des gesuchten Übergangs ist aus einem vorherigen Experiment mit großer Unsicherheit bekannt [43]. Dabei sind Pakete von  $^{209}\text{Bi}^{82+}$ -Ionen bei einer Geschwindigkeit von ca. 0,6 c am Experimentierspeicherring (ESR) an der Gesellschaft für Schwerionenforschung (GSI) spektroskopiert worden [42, 44].

Mit antiparallel zur Flugbahn der Ionen eingestrahelter Laserstrahlung wurden diese mit einer durch den relativistischen Dopplereffekt vergrößerten Frequenz angeregt. Die Variation der Geschwindigkeit der Ionenpakete innerhalb des Speicherrings ermöglicht dabei eine weite und einfache Änderung der Anregungsenergie. Die Frequenz des entgegengesetzt propagierenden Lasers bleibt dabei konstant. Die Variabilität birgt jedoch auch Unsicherheit in der Energie der Ionen, die sich als Fehler in die Übergangsenergie des Ruhesystems fortpflanzt. Die Resonanzwellenlänge für das Ruhesystem der Ionen wurde zu 243,87(4) nm gemessen [43]. Der von der Geschwindigkeitsverteilung dominierte Fehler wurde in einer späteren Analyse auf 100 GHz reduziert [42].

Um die Limitierung durch Geschwindigkeitsunsicherheit zu umgehen, wurde eine spektroskopische Untersuchung der Ionen in einer Penningfalle bei beinahe Stillstand vorgeschlagen [4, 45, 46]. Eine solche Messung wäre in der Lage mit einer Präzision zu messen, die es erlaubt, die Quantenelektrodynamik gebundener Zustände (*engl.: bound state QED*) sowie weitere fundamentale Größen zu testen [47].

Das SpecTrap-Experiment (*engl.: spectroscopy trap*) an der HITRAP Anlage (*engl.: heavy ion trap facility*) der GSI ermöglicht systematische Messungen an verschiedenen Elementen [7, 45, 46]. Hier können Messungen sowohl an



**Abbildung 2.1:** Schematische Darstellung der Penningfalle des SpecTrap-Experiments aus [7].

lithium- als auch an wasserstoffartigen Ionen durchgeführt werden, um die experimentelle Unsicherheit der QED-Beiträge zur Hyperfeinaufspaltung um mehrere Größenordnungen zu senken.

Der Aufbau besteht aus einer kryogenen Penningfalle, einem frequenzstabilisierten Laser, um den Hyperfeinübergang anzuregen, sowie einem Detektions-system, um Fluoreszenzlicht der Ionen aufzunehmen [4, 6]. Die Falle soll mit hochgeladenen Ionen befüllt werden, die in der Beschleunigeranlage der GSI produziert und in der HITRAP Anlage entschleunigt werden sollen. In der Falle sollen die Ionen dann durch Widerstandskühlen auf die Temperatur von tiefkalt flüssigem Helium bzw. mit sympathetischem Kühlen unter diese Temperatur ge-kühlt werden.

Um  $^{209}\text{Bi}^{82+}$  effizient spektroskopieren zu können, wird eine Laserleistung von mehreren mW bei 243,87 nm und eine Durchstimmbarkeit von mehre-ren Standardabweichungen der vorherigen Messungen von 100 GHz benötigt. Ebenso ist eine Genauigkeit und Frequenzstabilität<sup>2</sup> auf langen Zeitskalen von unter der erwarteten dopplerverbreiterten Linienbreite von 30 MHz erforder-lich. Für einen Umzug des Lasersystems an die GSI zum Zwecke einer Strahlzeit wird ebenfalls ein modularer und transportabler Aufbau benötigt.

<sup>2</sup> Eine Erläuterung zu den Begriffen Stabilität und Präzision findet sich in Anhang D

---

---

## 2.2 Theoretische Betrachtung von Rydberg-Zuständen

---

Neben der Spektroskopie von hochgeladenen  $^{209}\text{Bi}^{82+}$ -Ionen kann das Lasersystem auch zur Spektroskopie von hochangeregten Zuständen in Rubidiumatomen genutzt werden. Bei Atomen mit Elektronen in einem Zustand weit über dem Grundzustand spricht man von Rydberg-Atomen. Häufig wird die sehr weiche Grenze  $n \gg 1$  genannt. Neutrale Atome in Rydberg-Zuständen verhalten sich ähnlich zu Wasserstoffatomen, da die Elektronenwolke bei niedrigen Hauptquantenzahlen das hochangeregte Leuchtelektron von  $Z - 1$  Kernladungen abschirmt.

Bei hohen Hauptquantenzahlen lassen sich die Energieniveaus gut mit einem semi-klassischen Ansatz vorhersagen. Aus dem Bohrschen Atommodell lässt sich die Rydberg-Ritz-Formel herleiten. Eine ausführliche Herleitung findet sich in [48].

Das Elektron mit der Masse  $m_e$  und der Ladung  $e$  wird mit der Coulombkraft an den Kern der Ladung  $Z \cdot e$  gebunden. Das Elektron umkreist den Kern mit der Geschwindigkeit  $v$  im Radius  $r$ . Durch die Zentripetalkraft ergibt sich ein Kräftegleichgewicht:

$$F_{\text{Zentripetal}} = F_{\text{Coulomb}} \quad (2.1)$$

$$\frac{m_e v^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Ze^2}{r^2} \quad (2.2)$$

Der Umfang der Kreisbahn soll ein ganzzahliges Vielfaches der de-Broglie-Wellenlänge sein, damit nur diskrete Energien besetzt werden.

$$2\pi \cdot r = n\lambda_{dB} \quad (2.3)$$

$$\lambda_{dB} = \frac{h}{m_e v} = \frac{2\pi r}{n} \quad (2.4)$$

Das Vielfache  $n$  der de-Broglie-Wellenlänge  $\lambda_{dB}$  ist dabei das klassische Analogon zur Hauptquantenzahl  $n$ . Der Ausdruck 2.4 lässt sich nach der Geschwindigkeit auflösen. Einsetzen in Gleichung 2.2 liefert die Radien der semi-klassisch berechneten Kreisbahnen:

$$r = \frac{n}{Z} \cdot \underbrace{\frac{\epsilon_0 h^2}{e^2 \cdot \pi \cdot m_e}}_{\text{Bohr-Radius } a_0} = \frac{n}{Z} \cdot a_0 \quad (2.5)$$

Der Elektronenbahnradius des Wasserstoff-Grundzustands ( $n=Z=1$ ) wird Bohr-Radius  $a_0$  genannt und hat den Wert  $a_0 = 5,29 \cdot 10^{-11}$  m.

Es sei die Energie eines ungebundenen Elektrons positive Energie und eines gebundenen Elektrons negative Energie (vgl. Abbildung 2.2). Aus Gleichung 2.2 ergibt sich ein Zusammenhang zwischen kinetischer Energie und potentieller Energie im Coulombfeld:

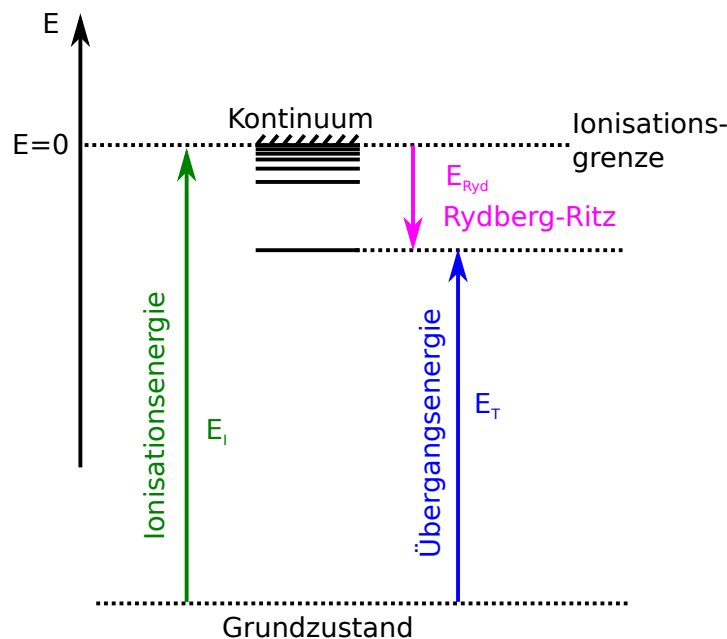
$$E_{kin} = \frac{1}{2} m_e v^2 = \frac{1}{2} \underbrace{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Ze^2}{r}}_{=-E_{pot}} = -\frac{1}{2} E_{pot} \quad (2.6)$$

Über die Gesamtenergie, die sich aus potentieller und kinetischer Energie zusammensetzt, bekommt man die Energie der einzelnen Elektronenbahnen:

$$E_{gesamt} = E_{kin} + E_{pot} = \frac{1}{2} E_{pot} = E_{kin} = \frac{1}{2} m_e v^2 = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Ze^2}{r} \quad (2.7)$$

Nach Erweitern mit  $h \cdot c$  und einsetzen von  $r$  (Gleichung 2.5) folgt:

$$E_{gesamt} = - \underbrace{\frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 c h^3}}_{R_\infty} \frac{h \cdot c \cdot Z^2}{n^2} = -R_\infty \cdot \frac{h \cdot c \cdot Z^2}{n^2} = E_{Ryd} \quad (2.8)$$



**Abbildung 2.2:** Schematische Darstellung der Übergangsenergien im Atom

Gleichung 2.8 erlaubt präzise Vorhersagen der Energieniveaus. Hierfür ist es jedoch notwendig die endliche Masse des Kerns und für  $Z > 1$  die höhere effektive Ladung des Kerns zu berücksichtigen. In den folgenden Abschnitten 2.2.1 und 2.2.2 werden Modifikationen vorgestellt, die eine Verallgemeinerung auf schwerere Atome erlauben.

---

### 2.2.1 Einfluss des Quantendefekts

---

Für Rydberg-Atome mit  $Z > 1$  gibt es eine endliche Wahrscheinlichkeit, dass das Valenzelektron in die niederenergetische Elektronenwolke eintaucht. Dadurch wird die Abschirmung der Elektronenwolke teilweise unwirksam. Das vom Coulomb-Potential gehaltene Elektron wird dadurch stärker gebunden. Dieser Effekt lässt sich in Gleichung 2.8 durch Einführen einer effektiven Hauptquantenzahl  $n^*$  berücksichtigen. Die Differenz zwischen tatsächlicher Hauptquantenzahl  $n$  und effektiver Hauptquantenzahl  $n^*$  nennt sich Quantendefekt  $\delta$ . Er lässt sich in erster Ordnung entwickeln zu [15, 49]:

$$\delta(n, j, l) = \delta_0 + \frac{\delta_2}{n - \delta_0^2} \quad (2.9)$$

Für  $^{85}\text{Rb}$  und  $n \geq 20$  wird der hintere Term so klein, dass sich der Quantendefekt für Abschätzungen durch einen konstanten Term nähern lässt. Diese Werte sind in Tabelle 2.2 für unterschiedliche Feinstrukturkomponenten aufgeführt. In der Literatur existieren zwei Messungen des Quantendefekts für  $^{85}\text{Rb}$  [15, 49], die unterschiedliche Werte für  $\delta_0$  und  $\delta_2$  bei  $nD_{5/2}$  angeben und außerhalb der jeweiligen Fehlerschranken liegen. In dieser Arbeit wird deshalb mit dem Mittelwert beider Publikationen sowie einer Unsicherheit, die beide Werte umfasst, gerechnet. Auf diese Weise erhält man:

$$\begin{aligned} \delta_0(nD_{5/2}) &= 1,3464640(20) \\ \delta_2(nD_{5/2}) &= -0,5950(10) \end{aligned}$$

---

### 2.2.2 Präzisierung des Rechenmodells durch eine effektive Rydbergkonstante

---

In Gleichung 2.8 wird von einer Kreisbahn des Elektrons um einen unendlich schweren Kern ausgegangen. Nach der Newtonschen Mechanik kreisen jedoch

**Tabelle 2.2:** Tabelle zum Quantendefekt für  $^{85}\text{Rb}$  und  $n \geq 20$  für Abschätzungen. Die Werte stammen aus [15].

Zustand	$\delta$
$nS_{1/2}$	3,132(2)
$nD_{3/2}$	1,348(4)
$nD_{5/2}$	1,343(4)

beide um einen gemeinsamen Schwerpunkt. Um dies zu berücksichtigen, wird die Rydbergkonstante  $R_\infty$  modifiziert zur spezifischen Rydbergkonstante  $R^*$ . Es gilt [48]:

$$R^* = \frac{R_\infty}{1 + \frac{m_e}{m_{nuc}}} \quad (2.10)$$

Mit der allgemeinen Rydbergkonstante  $R_\infty = 10973731,568539(55) \text{ m}^{-1}$  [50], der Elektronenmasse  $m_e = 5,4857990943(23) \cdot 10^{-4} \text{ u}$  und der Kernmasse von  $^{85}\text{Rb}$   $m_{nuc} = 84,86516044(14) \text{ u}$  [51] ergibt sich eine spezifische Rydbergkonstante von  $R_{^{85}\text{Rb}}^* = 10973660,633308(54) \text{ m}^{-1}$ . Dieser Wert stimmt mit einer relativen Genauigkeit von  $10^{-9}$  mit den Werten von [52], [53] und [54] überein.

Konventionell wird als Energienullpunkt die Ionisationsenergie gewählt (vgl. Abbildung 2.2). Die Ionisationsenergie  $E_I$  ist die Energie, die benötigt wird, um das Atom aus dem Grundzustand zu ionisieren. Analog dazu lässt sich eine Übergangsenergie  $E_T$  (*engl.: transition*) definieren, die benötigt wird, um das Atom aus dem Grundzustand in einen angeregten Zustand zu überführen. Relativ zum gewählten Energienullpunkt lässt sich nun die Energie eines Rydberg-Zustandes mit Hilfe der Rydberg-Ritz-Gleichung berechnen (vgl. Abbildung 2.2).

$$E_T = E_I - E_{Ryd}$$

$$E_T = E_I - \frac{R^* \cdot h \cdot c}{(n - \delta)^2} \quad (2.11)$$

---

### 2.2.3 Abschätzung der Präzision der Rydberg-Ritz-Formel

---

Um die Vorhersagekraft von Gleichung 2.11 einschätzen zu können, wird eine umfassende Fehleranalyse nach Gauß durchgeführt, wobei alle Größen bis



auf die Lichtgeschwindigkeit  $c$  und die Hauptquantenzahl  $n$  als fehlerbehaftet angesehen werden. Es ist:

$$\Delta E_T(n) = \sqrt{\left(\frac{\partial E_T}{\partial E_I} \Delta E_I\right)^2 + \left(\frac{\partial E_T}{\partial R^*} \Delta R^*\right)^2 + \left(\frac{\partial E_T}{\partial h} \Delta h\right)^2 + \left(\frac{\partial E_T}{\partial \delta} \Delta \delta\right)^2} \quad (2.12)$$

Mit den jeweiligen Beiträgen:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_T}{\partial E_I} \Delta E_I &= \Delta E_I = h \cdot 8 \text{ MHz} \\ \frac{\partial E_T}{\partial R^*} \Delta R^* &= \frac{h \cdot c}{n^2} \cdot \Delta R^* = h \cdot \frac{16,2 \text{ MHz}}{n^2} \\ \frac{\partial E_T}{\partial h} \Delta h &= \frac{R^* \cdot c}{n^2} \cdot \Delta h = h \cdot \frac{144,7 \text{ MHz}}{n^2} \\ \frac{\partial E_T}{\partial \delta} \Delta \delta &= \frac{2 \cdot R^* \cdot h \cdot c}{n^3} \cdot \Delta \delta = h \cdot \frac{13159,3 \text{ MHz}}{n^3} \end{aligned}$$

mit  $\Delta E_I$  aus [55] (vgl. Kapitel 6),  $\Delta h$  aus [50] und  $\Delta \delta$  für  $n=20$  und  $l=D$  (vgl. Abschnitt 2.2.1)

Für  $n=58$  ergibt sich unter der Annahme der Gültigkeit der obigen Theorie eine Unsicherheit von:

$$\Delta E_T(n) = h \cdot \sqrt{8^2 + 0,005^2 + 0,043^2 + 0,067^2} \text{ MHz} = h \cdot 8,0004 \text{ MHz} \quad (2.13)$$

Die dominierende Unsicherheit ist damit die Ionisationsenergie, da die restlichen Beiträge um zwei oder mehr Größenordnungen kleiner sind.

In [15] wird Gleichung 2.11 mit absoluten Frequenzmessungen an  $^{87}\text{Rb}$  verglichen und daraus die Ionisationsenergie bestimmt. Hierbei wurden Abweichungen von unter 2 MHz für  $20 < n < 65$  festgestellt.

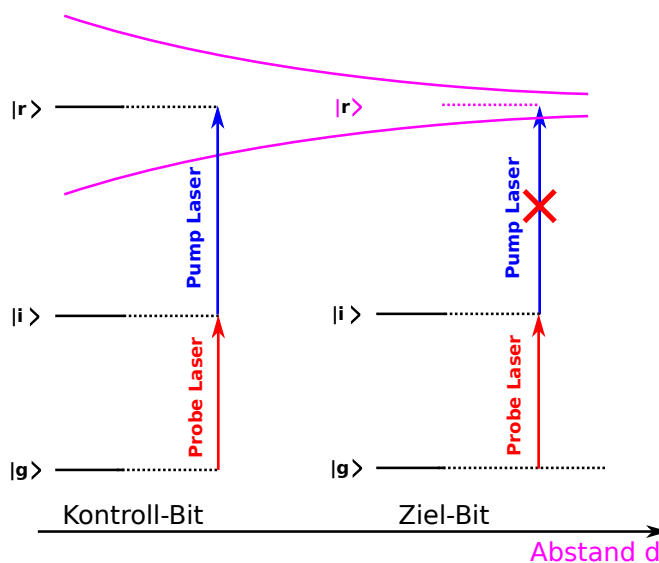
Dieser Analyse lässt sich entnehmen, dass Gleichung 2.11 das Atom im Rydberg-Zustand recht gut beschreibt. Eine Bestimmung der Ionisationsenergie ist damit auch für  $^{85}\text{Rb}$  möglich, wenn es gelingt die Absolut-Frequenz des Rydberg-Übergangs zu messen.

---

## 2.2.4 Erzeugung eines Zwei-Qubit-Gatters mittels Rydberg-Zuständen

---

Durch die hohe Hauptquantenzahl ergibt sich eine große Polarisierbarkeit, die sich nutzen lässt, um die internen Zustände des Atoms zu manipulieren. Aktuelle Forschung an Rydberg-Atomen untersucht daher die durch die Polarisierbarkeit ermöglichte Wechselwirkung unter anderem zur Nutzung als Quantengatter.



**Abbildung 2.3:** Darstellung der Niveaueverschiebung zweier benachbarter Rydbergatome. Siehe auch [24].

Abbildung 2.3 zeigt das Niveausystem einer möglichen Realisierung an Rubidium-Rydberg-Atomen. Dabei wird die Dipolwechselwirkung zwischen zwei Rydberg-Atomen genutzt. Ist ein Rubidiumatom innerhalb eines Abstandes  $d$  bereits zu einem Rydberg-Zustand  $|r\rangle$  angeregt, so verschiebt sich die Energie des Rydberg-Zustands des zweiten Atoms  $|rr\rangle$ . Dies führt dazu, dass sich das zweite Niveau nicht mit der gleichen Anregungsfrequenz erreichen lässt und der Übergang des zweiten Atoms in den Rydberg-Zustand dadurch blockiert ist. Diese Blockade lässt sich nutzen, um ein Zwei-Qubit-Gatter zu realisieren. Mit zwei Atomfallen innerhalb eines Blockaderadius lassen sich die Atomzustände als Quantenbits nutzen. Bei Anregung des Kontroll-Bits kann sich im Ziel-Bit bei einem  $\pi$ -Puls keine Phase akkumulieren, da der Übergang nicht resonant ist. Die Phase lässt sich danach durch eine weitere Operation diskriminieren. Auf diese Weise lässt sich ein sogenanntes kontrolliertes Nicht-Gatter (engl.: *controlled not*, *CNOT*) erzeugen [22, 24].

Die Anregung über den Zwei-Photonen-Übergang von Grundzustand zu Rydberg-Zustand erfolgt resonant. Da die natürliche Linienbreite des Rydberg-Zustands sehr gering ist, haben bereits kleine Abweichungen von der Resonanzfrequenz einen großen Einfluss. Um möglichst genau das Zeitintervall einer vollständigen Periode der Rabi-Oszillation steuern zu können, ist es wichtig die Laserfrequenz möglichst präzise zu definieren. Bei einer undeutlichen Definition der Laserfrequenz wird das Atom über die im Linienprofil des Lasers enthaltenen Frequenzen mit unterschiedlichen Rabi-Frequenzen angeregt. Hierdurch kommt es zu einer Ausschmierung des Zustandsvektors, die sich nicht korrigie-

---

ren lässt. Durch diese Dekohärenz bildet sich auf langen Zeitskalen ein Gleichgewicht zwischen angeregtem Zustand und Grundzustand aus. Dies begrenzt die Rechenzeit eines solchen Gatters und damit die maximal mögliche Zahl der Rechenzyklen. Die allgemein anerkannten Kriterien zur Implementierung eines Quantencomputers von David DiVincenzo [56] nennen als Größenordnung  $10^4$  Rechenzyklen innerhalb der Kohärenzzeit als tolerierbare Untergrenze zur Realisierung eines Quantengatters. Aus diesem Grund sollte die kombinierte Liniensbreite des anregenden Zwei-Photonen-Lasersystems möglichst schmal sein.

Zur Realisierung eines Quantengatters ist neben einer möglichst scharf definierten Laserfrequenz ebenfalls die präzise Kontrolle über Lichtintensität notwendig. Daher wurde ein Aufbau zum schnellen Schalten von kurzen Lichtpulsen [57] sowie ein Aufbau zur zweidimensionalen Addressierung eines Dipolfallenregisters mit Intensitätsstabilisierung aufgebaut [58]. Auf die Ergebnisse und aufgenommenen Messungen soll jedoch im Rahmen dieser Arbeit nicht weiter eingegangen werden.

---

## 2.2.5 Relevante Aspekte der Atomstruktur

---

Durch die hohen Hauptquantenzahlen bei Rydberg-Atomen verringert sich die Kopplung, und damit die Dimension der Fein- und Hyperfeinaufspaltung drastisch. Daher sollen die Gesetzmäßigkeiten der Atomstruktur von Rydberg-Zuständen in  $^{85}\text{Rb}$  im Folgenden zusammengefasst werden. Für diese Arbeit sind Hauptquantenzahlen  $n=20$ ,  $n=58$ ,  $n=79$ ,  $n=97$  und  $n=150$  relevant, weswegen diese speziell betrachtet werden.

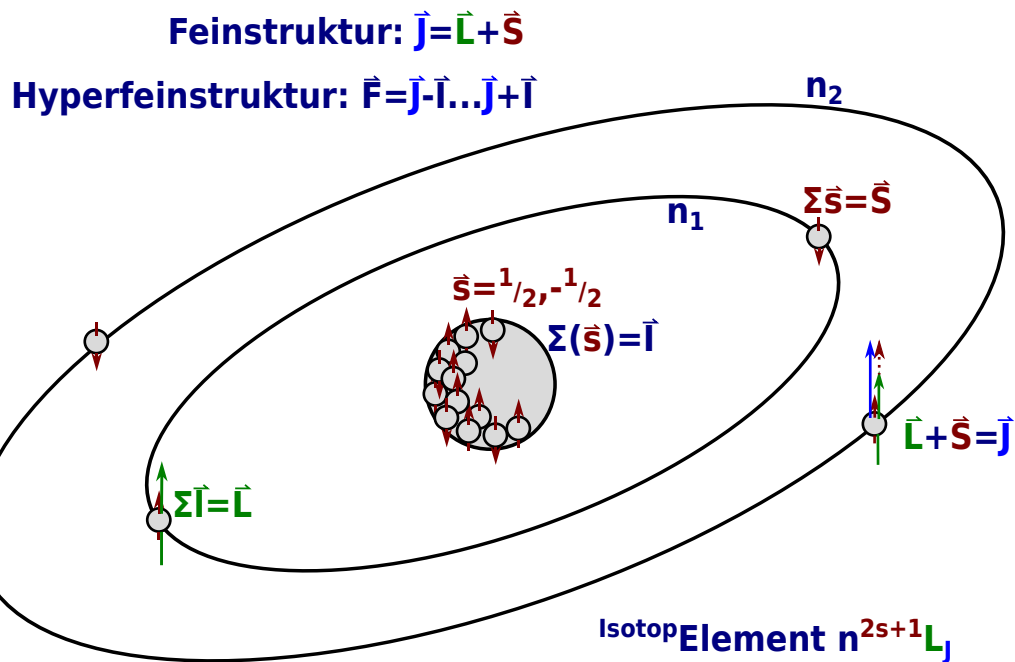
In Abbildung 2.4 wird das Atommodell kurz umrissen und in den Abschnitten 2.2.5.1 und 2.2.5.2 auf die Fein- und Hyperfeinaufspaltung bei hohen Hauptquantenzahlen eingegangen.

---

### 2.2.5.1 Feinstruktur

---

Die Feinstruktur kommt durch die Wechselwirkung zwischen Eigendrehimpuls des Elektrons (Spin) und Bahndrehimpuls des Elektrons zustande. Der Spin kann entweder parallel oder antiparallel zum Bahndrehimpulsvektor ausgerichtet sein. Für den Schalendrehimpuls ergibt sich somit  $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$  oder  $\vec{J} = \vec{L} - \vec{S}$  (vgl. Abbildung 2.4). Ausführliche Darstellungen zur Feinstruktur findet sich in [59], im Speziellen für Rubidium liefert [60] eine gute Übersicht. Für  $4 < n < 25$  folgt die Feinaufspaltung sowohl einer  $n^{-3}$  als auch einer  $n^{-5}$ -Abhängigkeit, für  $n > 25$  wird der  $n^{-5}$ -Term klein gegen den  $n^{-3}$ -Term und



**Abbildung 2.4:** Vereinfachte Darstellung der für die Atomphysik relevanten Quantenzahlen. Die Hauptquantenzahl  $n$  gibt das Energieniveau an. Dies entspricht im Bohrschen Atommodell der Elektronenbahn. Die Einzelspins  $\vec{s}$  addieren sich vektoriell zum Gesamtspin  $\vec{S}$ . Die Drehimpulse von Elektronenspin  $\vec{S}$ , Bahndrehimpuls  $\vec{L}$  addieren sich zum Schalendrehimpuls  $\vec{J}$ . Je nach Spinorientierung ergibt sich daraus die Feinstruktur. Durch Wechselwirkung zwischen Schalendrehimpuls  $\vec{J}$  und Kernspin  $\vec{I}$  ergibt sich die Hyperfeinstruktur.

Die Notation zur Beschreibung der Zustände (unten rechts) ist die Russel-Sounders-Notation. Aus Übersichtlichkeit sind die verschiedenen Aufenthaltswahrscheinlichkeitsverteilungen für Bahndrehimpulse größer als 0 nicht abgebildet.

die Aufspaltung lässt sich mit einer  $n^{-3}$ -Abhängigkeit modellieren [60]. Für die Energieaufspaltung  $\Delta E_{FS}$  gilt:

$$\Delta E_{FS} = h \cdot \left( \frac{A}{(n - \delta)^3} + \frac{B}{(n - \delta)^5} \right) \quad (2.14)$$

mit der Hauptquantenzahl  $n$  und dem Quantendefekt  $\delta$ .

Für die  $n^2D$ -Serie in  $^{85}\text{Rubidium}$  ergeben sich die Werte [60]:

$$A = 10,800(15) \text{ THz und}$$

$$B = -84,87(10) \text{ THz}$$

Die Feinaufspaltung der D-Zustände, die sich aus den obigen Werten ergeben, sind für eine relevante Auswahl hoher Hauptquantenzahlen in Tabelle 2.3 gezeigt.

**Tabelle 2.3:** Tabelle der Feinstrukturaufspaltung zwischen  $nD_{3/2}$  und  $nD_{5/2}$  für ausgewählte Hauptquantenzahlen.

$n$	$\Delta_{FS}$ in MHz
20	1624,71
58	59,25
79	23,03
97	12,35
150	3,29

### 2.2.5.2 Hyperfeinstruktur

Die Hyperfeinstruktur wird durch die Kopplung zwischen Kerndrehimpuls  $\vec{I}$  und Schalendrehimpuls  $\vec{J}$  zum Gesamtdrehimpuls  $\vec{F}$  verursacht (vgl. Abbildung 2.4). Die summierten Projektionen auf die Quantisierungsachse laufen von  $\vec{F} = \vec{I} - \vec{J}$  bis  $\vec{F} = \vec{I} + \vec{J}$  in Intervallen von eins. Aus dem Gesamtdrehimpuls ergeben sich die Hyperfeinniveaus, diese werden nach  $F$  benannt. Nach [61,62] ergibt sich für die Hyperfeinaufspaltung  $\Delta E_{HFS}$ :

$$\Delta E_{HFS} = \frac{A}{2} \cdot h \cdot K + h \cdot B \frac{3/2(K(K+1) - 2I(I+1)J(J+1))}{2I(2I-1)2J(2J-1)} \quad (2.15)$$

$$K = (F(F+1) - I(I+1) - J(J+1)) \quad (2.16)$$

Hierbei sind A und B experimentelle Parameter, die für jedes Element und jede Hauptquantenzahl ermittelt werden. Sie sind in [62] für  $^{85}\text{Rb}$  von  $4 \leq n \leq 8$  und  $l = S, P, D$  tabelliert.

Da in dieser Arbeit höhere Hauptquantenzahlen von Interesse sind, muss die Hyperfeinaufspaltung genähert werden. Eine Abschätzung für  $^{85}\text{Rb}$  konnte in der Literatur nicht gefunden werden. Für das Isotop  $^{87}\text{Rb}$  findet sich in [15] jedoch die Näherung:

$$\Delta E_{HFS}^{87\text{Rb}}(n, l = S) = \frac{33,5(9)}{n^3} \text{ GHz} \quad (2.17)$$

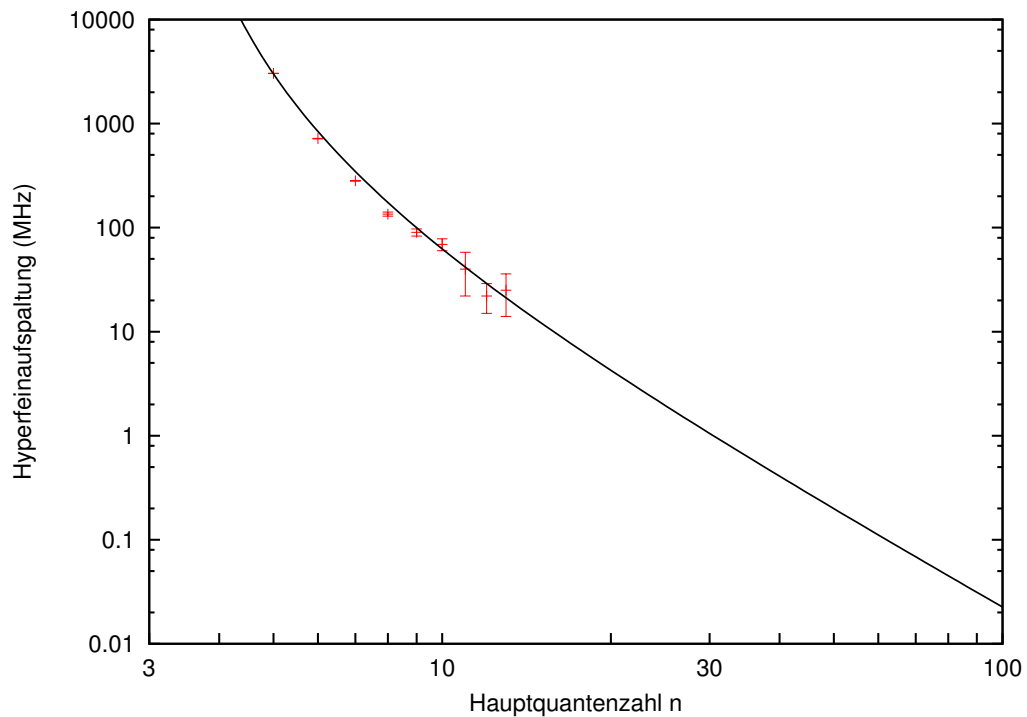
Die Abschätzung mit Gleichung 2.17 ist ab einer Hauptquantenzahl von  $n \geq 11$  auf 10 % genau [15]. Bei Annahme der  $n^{*-3}$ -Abhängigkeit [63] lässt sich mit den in [51, 52, 62] veröffentlichten Werten durch Extrapolation ebenfalls eine Abschätzung der Hyperfeinaufspaltung für hohe Hauptquantenzahlen bei  $^{85}\text{Rb}$  durchführen (vgl. Abbildung 2.5).

Das Anpassen einer Formel ähnlich Gleichung 2.17 gibt eine Abschätzung für die Hyperfeinaufspaltung der  $n^2S$ -Zustände für das in dieser Arbeit relevante  $^{85}\text{Rb}$ :

$$\Delta E_{HFS}^{85\text{Rb}}(n, l = S) = \frac{20,5}{n^3} \text{ GHz} \quad (2.18)$$

Die Kopplung zwischen Kerndrehimpuls und Schalendrehimpuls wird durch höhere Bahndrehimpulse schwächer, was eine geringere Hyperfeinaufspaltung zur Folge hat. Die zu erwartende Hyperfeinaufspaltung von  $97^2D_{5/2}$  wird also geringer sein als eine nach Gleichung 2.18 mit  $97^2S_{1/2}$  abgeschätzte Aufspaltung von 25 kHz.

Ab der Hauptquantenzahl  $n \geq 28$  ist die Hyperfeinstruktur kleiner als 1 MHz und lässt sich somit experimentell in unserem Fall vernachlässigen, da sie mit dem gegebenen System nicht auflösbar ist.

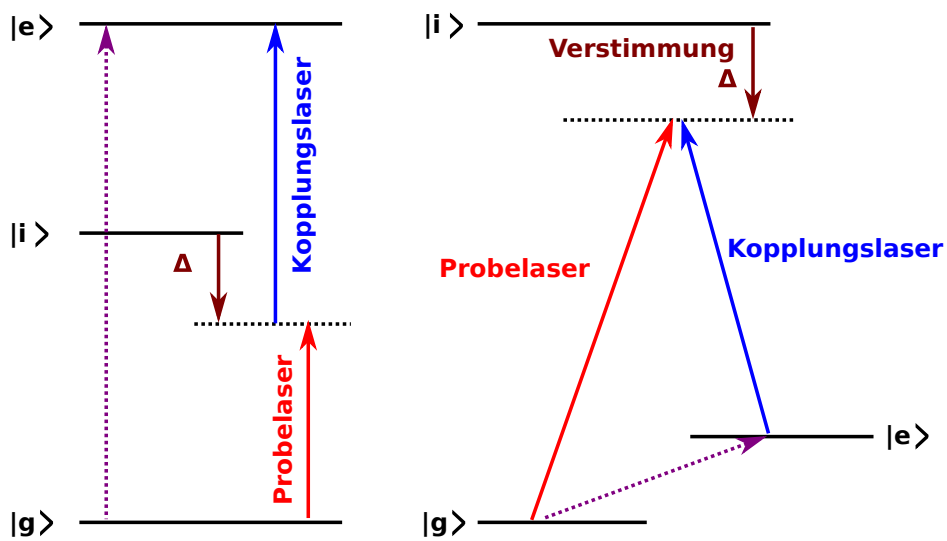


**Abbildung 2.5:** Grafische Abschätzung der oberen Schranke der Hyperfeinaufspaltung der  $^{85}\text{Rb } n^2S$ -Zustände. Der Wert für  $5^2S$  ist aus [51],  $5^2S$  bis  $8^2S$  aus [62] und  $9^2S$  bis  $13^2S$  aus [52] entnommen. Für höhere Quantenzahlen konnte keine Messungen gefunden werden. Die Funktion (schwarz) der Form  $a/(n - \delta_S)^3$  ist den Daten angepasst mit  $a = 20509,9$  MHz und dem Quantendefekt  $\delta_S$  aus [15].

### 2.3 Nachweis von Rydberg-Zuständen durch elektromagnetisch induzierte Transparenz (EIT)

Zur Messung der Rydberg-Zustände soll das Phänomen der elektromagnetisch induzierte Transparenz (EIT) verwendet werden. Dies wurde 1990 von İmamoğlu, Harris und Kollegen vorhergesagt und noch im gleichen Jahr zum ersten Mal experimentell beobachtet [64, 65]. Da es zentral für das Verständnis dieser Arbeit ist, soll der Effekt im Folgenden erläutert werden. Detaillierte Darstellungen sowie ausführliche theoretische Abhandlungen zu EIT finden sich in [66–69].

Wir betrachten ein Dreiniveausystem mit den Zuständen  $|g\rangle$ ,  $|i\rangle$  und  $|e\rangle$  (engl.: *ground, intermediate, excited*, vgl. Abbildung 2.6): Die Laserfelder zum Treiben der Übergänge  $|g\rangle \rightarrow |i\rangle$  und  $|i\rangle \rightarrow |e\rangle$  seien kohärent. Die Änderung



**Abbildung 2.6:** Darstellung der Schemata elektromagnetisch induzierter Transparenz (EIT). Links das Leiterschema mit Rydberg-Zustand als angeregtes Niveau. Rechts die verbreitete Darstellung von EIT im  $\Lambda$ -Schema. Hierbei sei  $|g\rangle$  der Grundzustand,  $|i\rangle$  das Zwischen-niveau sowie  $|e\rangle$  das angeregte Niveau und der Verstimmung zum Zwischenzustand  $\Delta$ . In purpur (gestrichelt) ist der Zwei-Photonen-Übergang eingezeichnet.



---

der Besetzung zwischen zwei Zuständen lässt sich durch die sogenannte Rabi-Oszillation beschreiben. Auf die Rabi-Frequenzen wird in Abschnitt 2.3.1 eingegangen. Die durch das Laserfeld modifizierten Atomzustände werden in der Literatur allgemein als *dressed states*<sup>3</sup> bezeichnet.

Die Zeitkonstante zur Anregung auf ein höheres Niveau ist durch die Rabi-Oszillation des Übergangs gegeben. Die Rabi-Frequenz des Kopplungslasers wird mit  $\Omega_c$ , die Rabi-Frequenz des Probelasers wird mit  $\Omega_p$  angegeben. Die Zerfallsrate aus dem höheren Niveau sei deutlich kleiner als die Rabi-Frequenz. Sind diese Bedingungen gegeben, so kann man von einem (laserinduziert) kohärenten Medium sprechen. Innerhalb dieses kohärenten Systems kann es zu Interferenz der Wahrscheinlichkeitsamplituden kommen<sup>4</sup>.

Bei dem für diese Arbeit relevanten Leitersystem kommt es zu einer destruktiven Quanteninterferenz zwischen den Anregungspfaden  $|g\rangle \rightarrow |i\rangle$  und  $|g\rangle \xrightarrow{2\text{-Photon}} |e\rangle \rightarrow |i\rangle$ . Durch diese Interferenz wird der Zustand  $|i\rangle$  zu einem sogenannten „dunklen“ Zustand. Das Lichtfeld ist damit nicht mehr in der Lage in den Zwischenzustand  $|i\rangle$  anzuregen und der Übergang  $|g\rangle \rightarrow |i\rangle$  wird transparent.

Ein sehr ähnlicher Effekt zu EIT ist kohärentes Populationsfangen (*engl.: coherent population trapping, CPT*). Dieser Effekt ist seit 1976 bekannt, er entsteht durch optisches Pumpen in einen dunklen Zustand (*engl.: dark state*)<sup>5</sup>. Eine gute Übersicht zu CPT und dunklen Zuständen liefert [70].

Bei CPT sind die Rabi-Frequenzen  $\Omega_c \approx \Omega_p$  ungefähr gleich stark. Daher erzeugen auch beide Laserfelder Interferenzeffekte. Im Gegensatz dazu spricht man von EIT, wenn das Probefeld deutlich schwächer ist als das Kopplungsfeld, also  $\Omega_p \ll \Omega_c$ . Hierdurch werden nur die vom Kopplungslaser erzeugten Interferenzeffekte relevant [69]. Zusätzlich muss für EIT die Rabi-Frequenz des Probefeldes deutlich kleiner als die Linienbreite des unteren Übergangs  $\Omega_p \ll \Gamma_{|g\rangle \rightarrow |i\rangle}$  sein, die Linienbreite ist in unserem Fall mit  $\Gamma_{|g\rangle \rightarrow |i\rangle} = 2\pi \cdot 6$  MHz gegeben. Hauptunterschied zur EIT ist, dass bei CPT Population transferiert wird. Bei EIT bleiben die oberen Zustände im Wesentlichen unbesetzt. Das physikalische Modell beider Phänomene ist über weite Teile dasselbe.

Zur Einordnung des Effekts muss die Rabi-Frequenz berechnet werden, dies geschieht in Abschnitt 2.3.1. In Abschnitt 2.3.2 wird dann auf die Lebensdauer

---

<sup>3</sup> Aus dem englischen, auf deutsch etwa „bekleidete Zustände“.

<sup>4</sup> Wahrscheinlichkeitsamplituden können negative wie positive Vorzeichen haben. Addition der möglichen Wege zu einem Zustand können sich dadurch, ähnlich dem elektrischen Feld bei Interferenz zu Null addieren. Daher spricht man in diesem Zusammenhang von Quanteninterferenz [69].

<sup>5</sup> Ein sogenannter *dark state* ist ein Zustand, der durch destruktive Quanteninterferenz nicht mit einem Lichtfeld wechselwirkt, also dunkel ist.

der Rydberg-Zustände und auf die zu erwartenden Linienbreite im Experiment eingegangen. In Abschnitt 2.3.3 folgt eine Betrachtung der scheinbaren Linienverschiebung bei nahresonanter Verstimmung zum Zwischenniveau.

---

### 2.3.1 Abschätzung der Übergangsstärke mit der Rabi-Frequenz

---

In einem Zwei-Niveau-Atom lässt sich mit einem elektromagnetischen Feld die Besetzung der Zustände manipulieren. Bei Anregung des Zwei-Niveau-Atoms mit einem Laser auf Resonanzfrequenz bildet sich eine Oszillation der Besetzung zwischen Grundzustand und angeregtem Zustand aus. Die Oszillationsfrequenz wird Rabi-Frequenz genannt. Sie lässt sich berechnen aus der Formel [30,61]:

$$\Omega_{Rabi} = -\mu \cdot \frac{E}{\hbar} \quad (2.19)$$

mit der elektrischen Feldstärke  $E$  und dem Dipolmatrixelement  $\mu$ . Das Dipolmatrixelement unterteilt sich in einen radialen und einen Drehimpulsabhängigen Teil:

$$\mu = \mu_{rad} \cdot \mu_{ang} \quad (2.20)$$

Der radiale Teil lässt sich auf folgendem Weg ermitteln: Durch Integration der Schrödinger-Gleichung des Elektrons und mit Hilfe des Numerov-Algorithmus erhält man die Energie des Elektrons. Hieraus lassen sich Wellenfunktionen erzeugen, aus deren Überlappung man das radiale Matrixelement erhält [68].

Die Analyse des Drehimpulsabhängigen Dipolmatrixelements über eine Reihe von Hauptquantenzahlen zeigt ein Verhalten, das sich mit einem exponentiellen Gesetz annähern lässt. Für  $n \geq 30$  gilt [71]:

$$\begin{aligned} \mu_{rad} &= \langle 5P_{3/2} | \mu | nl \rangle \approx C_l \cdot n^{*-3/2} \\ n^* &= n - \delta \end{aligned} \quad (2.21)$$

mit der effektiven Hauptquantenzahl  $n^*$  und dem Quantendefekt  $\delta$ .

Aus [68,71] wissen wir:

$$C_S = 4,508 e a_0 \text{ [71] bzw. } 4,502 e a_0 \text{ [68]}$$

$$C_D = 8,475 e a_0 \text{ [71] bzw. } 8,457 e a_0 \text{ [68]}$$

mit der Elektronenladung  $e$  und dem Bohrschen Radius  $a_0$ .

**Tabelle 2.4:** Tabelle der Rabi-Frequenzen für unterschiedliche Hauptquantenzahlen mit den Strahlparametern für den Kopplungslaser:  $P = 180$  mW,  $w_0 = 100 \mu\text{m}$ ,  $I(r = 0) = 573 \text{ mW/cm}^2$  bei  $\lambda = 480$  nm. Mit  $P = 1,2 \mu\text{W}$ ,  $w_0 = 27,5 \mu\text{m}$ ,  $I(r = 0) = 51 \text{ mW/cm}^2$  bei  $\lambda = 780$  nm für den Probekörper ergaben sich  $\Omega_{\text{Rabi}} = 2\pi \cdot 1,2$  MHz. Die Werte sind jeweils für den Brennpunkt und auf Resonanz berechnet.

n	$\Omega_{\text{Rabi}}/2\pi$ in MHz
58	10,1
79	6,3
97	4,5
150	2,4

Der winkelabhängige Teil lässt sich für die gestreckten Zustände mit  $j = l + 1/2$ ,  $|m_j| = j$  ausrechnen zu [68]:

$$\langle P_{3/2}, m_j = 3/2 | \mu_{\text{ang}} | l', j' = l' + 1/2, |m'_j| = j' \rangle = \sqrt{\frac{l'}{(2l' + 1)}} \quad (2.22)$$

und im Speziellen:

$$\begin{aligned} \langle P_{3/2}, m_j = 3/2 | \mu_{\text{ang}} | S_{1/2}, m_j = 1/2 \rangle &= \sqrt{\frac{1}{3}} \\ \langle P_{3/2}, m_j = 3/2 | \mu_{\text{ang}} | D_{5/2}, m_j = 5/2 \rangle &= \sqrt{\frac{2}{5}} \end{aligned}$$

Somit ergeben sich die in Tabelle 2.4 aufgelisteten Rabi-Frequenzen. Das Dipolmatrixelement  $\langle 5^2S_{1/2} | \mu | 5^2P_{3/2} \rangle$  ist in [51] aufgeführt, die zugehörige Rabi-Frequenz für den unteren Übergang beträgt auf Resonanz und im Brennpunkt  $\Omega_{\text{Rabi}} = 2\pi \cdot 1,2$  MHz für  $I(r = 0) = 51 \text{ mW/cm}^2$ .

In der Herleitung der EIT aus dem *dressed states*-Modell wird, um die Stückelberg-Winkel vernachlässigen zu können, die Näherung  $\Omega_c \gg \Omega_p$  angewendet. Die Rabi-Frequenzen der berechneten Strahlparameter in Tabelle 2.4 sind nah an der unteren Grenze zur Erfüllung dieser Bedingung, sodass man auch von CPT sprechen könnte. Da das Ziel unserer Messungen jedoch nicht die Population der Zustände ist, sondern die induzierte Transparenz, soll in dieser Arbeit weiter von EIT gesprochen werden, da die physikalischen Grundlagen im Wesentlichen dieselben sind<sup>6</sup>.

<sup>6</sup> EIT kann lediglich in optisch dichten Medien stattfinden. Die Populationsansammlung im oberen Zustand durch CPT lässt sich in einem thermischen Gas vernachlässigen.

---

### 2.3.2 Abschätzung der Lebensdauern und Linienbreiten von Rydberg-Zuständen

---

Für die Messung elektromagnetisch induzierter Transparenz ist insbesondere die zu erwartende Linienbreite von Interesse, da die Abtastintervalle entsprechend gewählt werden müssen, daher soll im folgenden Abschnitt die Linienbreite der Übergänge betrachtet werden.

Durch den geringen Überlapp der Wellenfunktionen des Grundzustandes und des Rydberg-Zustandes ist die Zerfallsrate aus dem Rydberg-Zustand und damit die natürliche Linienbreite ebenfalls gering. In die Linienbreite der gemessenen Rydberg-Übergänge gehen zusätzlich zur natürlichen Linienbreite vier weitere Beiträge ein. Diese sind:

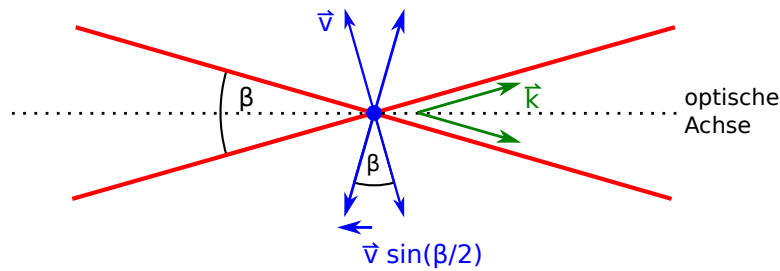
- Die Linienbreite des anregenden Laserlichts bzw. der anregenden Laserlichtfelder.
- Geometrisch bedingte Verbreiterung.
- Die durch Schwarzkörperstrahlung induzierte Depopulation.
- Die Druck-, Stoß- und Flugzeitverbreiterungen durch das thermische Gas in der Zelle.

Die Verbreiterungsmechanismen durch induzierte Depopulation und Lebensdauer gehen reziprok mit  $n$ . Als eine obere Schranke soll daher das Niveau  $n = 50$  betrachtet werden. Höhere Niveaus zeigen geringere Verbreiterung.

Die natürliche Linienbreite des Rydberg-Zustandes errechnet sich aus der Summe der Zerfallsraten der möglichen Zerfallskanäle. Da für jeden Zerfallskanal das Matrixübergangselement berechnet werden muss, ist die theoretische Berechnung der Lebensdauer kompliziert. Die natürliche Lebensdauer  $\tau_{nat}$  lässt sich jedoch experimentell nähern zu [66, 72]:

$$\tau_{nat} = \tau_s \cdot n^{*\varepsilon} \text{ ns} \quad (2.23)$$

mit der experimentell bestimmten skalierten Lebensdauer  $\tau_s$  (engl.: *scaling*) und dem Exponenten  $\varepsilon$ . Die Gesetzmäßigkeit von  $\tau_{nat} \sim n^{-3}$  aus [63] wird mit  $\varepsilon \approx 3$  bestätigt (vgl. Tabelle 2.5). Für den Zustand  $50 \ ^2D_{5/2}$  ergibt sich eine natürliche Lebensdauer von  $128 \ \mu\text{s}$  bzw. eine natürliche Linienbreite von  $\Gamma_{nat} = 2\pi \cdot 1,2 \text{ kHz}$ .



**Abbildung 2.7:** Geometrische Zusammenhänge bei dopplerfreier Spektroskopie unter einem Winkel  $\beta$ . Äquivalentes gilt bei einem fokussierten Strahl. In rot sind die Laserstrahlen dargestellt, in grün die  $\vec{k}$ -Vektoren angedeutet, in blau die entsprechenden Geschwindigkeitsvektoren der Atome gezeigt.

Auf die Linienbreite des anregenden Lasersystems wird in Abschnitt 5.3 eingegangen.

Bedingt durch die Fokussierung des Probestrahls wechselwirkt der Dampf in der Zelle mit einem Spektrum an  $\vec{k}$ -Vektoren. Daher wird nicht eine einzelne Geschwindigkeitsklasse, sondern vielmehr ein Geschwindigkeitsbereich gemessen. Hierdurch wird der Dopplereffekt durch die Geschwindigkeitsverteilung nur teilweise aufgehoben. Aus geometrischen Überlegungen (vgl. Abbildung 2.7) leitet sich der Zusammenhang:

$$\Gamma_{\beta} = \Gamma_{\text{Doppler}} \cdot \sin\left(\frac{\beta}{2}\right) \quad (2.24)$$

her. Hierbei ist  $\beta$  der Winkel zwischen den  $\vec{k}$ -Vektoren und  $\Gamma_{\text{Doppler}}$  die Dopplerbreite der atomaren Geschwindigkeitsverteilung. Die Dopplerbreite errechnet sich aus der Boltzmann-Verteilten Geschwindigkeit der Atome und dem Dopplereffekt:

$$\Gamma_{\text{Doppler}} = \vec{k} \cdot \vec{v} = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m}} = 2\pi \cdot 348 \text{ MHz} \quad (2.25)$$

bei einer Temperatur von  $T = 298 \text{ K}$  und einer Wellenlänge von  $\lambda = 780 \text{ nm}$ .

Fokussierung mit einer Linse der Brennweite  $100 \text{ mm}$  und einem Eingangsstrahlradius von  $0,75 \text{ mm}$  ergibt sich ein Winkel von  $0,43^\circ$ . Einsetzen in Gleichung 2.24 ergibt eine geometrisch bedingte Linienverbreiterung von  $\Gamma_{\beta} = 2,6 \text{ MHz}$ .

Die durch Schwarzkörperstrahlung (*engl.: black body radiation, bbr*) induzierte Depopulation errechnet sich ebenfalls aus der Summe der Zerfallsraten der verschiedenen Zerfallskanäle. Durch die zusätzlich vorhandene Schwarzkörperstrahlung kann die Depopulation auch über höher liegende Energieniveaus stattfinden. In [72] wird für die Zerfallsrate eine analytische Lösung mit experimentell ermittelten Konstanten angegeben:

$$\frac{1}{\tau_{bbr}} = \frac{C_1}{n^{*C_4}} \cdot \frac{2,14 \cdot 10^{10}}{\exp\left(\frac{315780 \cdot C_2}{n^{*C_3} T}\right) - 1} \text{ s}^{-1} \quad (2.26)$$

In Tabelle 2.5 finden sich die zur Berechnung notwendigen Konstanten  $C_1$  bis  $C_4$ . Für den Zustand  $50^2D_{5/2}$  ergibt sich eine durch Schwarzkörperstrahlung bedingte Zerfallszeit von  $144,8 \mu\text{s}$  bzw. eine Linienverbreiterung von  $\Gamma_{bbr} = 2\pi \cdot 1,1 \text{ kHz}$ .

**Tabelle 2.5:** Auflistung der für die Gleichungen 2.23 und 2.26 benötigten experimentell ermittelten Parameter aus [72].

	$S_{1/2}$	$P_{1/2}$	$P_{3/2}$	$D_{3/2}$	$D_{5/2}$
$\tau_S$	1,3680	2,4360	2,5341	1,0761	1,0687
$\varepsilon$	3,0008	2,9989	3,0019	2,9898	2,9897
$C_1$	0,134	0,053	0,046	0,033	0,032
$C_2$	0,251	0,128	0,109	0,084	0,082
$C_3$	2,567	2,183	2,085	1,912	1,898
$C_4$	4,426	3,989	3,901	3,716	3,703

Durch die Spektroskopie in einer Gaszelle bei Raumtemperatur und nicht vernachlässigbarer Dichte sind die Übergänge zu den Rydberg-Zuständen zusätzlich verbreitert. Aus der Geschwindigkeitsverteilung der Atome ergibt sich eine endliche Wahrscheinlichkeit, dass sich die Atome aus dem Laserfeld heraus bewegen und so nicht mehr zur Spektroskopie beitragen. Aus dieser scheinbaren Lebensdauerverkürzung ergibt sich die Verbreiterung für einen Laserstrahl mit Strahlradius  $w$  und einer mittleren Boltzmann-verteilten Atomgeschwindigkeit  $\bar{v} = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m}}$  von [30]:

$$\frac{1}{\tau_{fl}} = \frac{2\bar{v}}{w} \sqrt{2 \ln 2}. \quad (2.27)$$

Für einen Strahlradius von  $25 \mu\text{m}$  und einer mittleren Geschwindigkeit  $\bar{v}(T = 298 \text{ K}) = 272 \text{ m/s}$  ergibt sich eine mittlere Verweildauer innerhalb des Strahls von  $\tau_{fl} = 42,9 \text{ ns}$  bzw. eine Flugzeitverbreiterung von  $\Gamma_{fl} = 2\pi \cdot 3,7 \text{ MHz}$ .

Die Druckverbreiterungen wurden in [73] bis  $n = 50$  gemessen und sind in Tabelle 2.6 zusammengefasst. Aktuelle theoretische Betrachtungen dazu liefert [74]. Druckverbreiterungen für höhere Hauptquantenzahlen als  $n = 50$  konnten in der Literatur nicht gefunden werden. In [63] wird jedoch gezeigt, dass die Druckverbreiterung sowie Druckverschiebung ab einer bestimmten Hauptquantenzahl nicht weiter steigen.

**Tabelle 2.6:** Tabelle der in [73] gemessenen Verbreiterungen in MHz/Pa.

n	$n^2S$		$n^2D$	
	Verbreiterung	Verschiebung	Verbreiterung	Verschiebung
35	16,05(53)	16,50(38)	12,60(30)	16,28(38)
40	14,33(90)	16,28(60)	9,83(68)	16,20(68)
45			8,78(38)	16,05(45)
50			7,50(60)	15,53(45)

Die Druckverbreiterung ergibt sich aus dem Zelleninnendruck. Dieser ist wegen des Daltonschen Gesetzes der Dampfdruck von Rubidium. Dieser lässt sich unterhalb des Schmelzpunktes berechnen mit [51, 75]:

$$\log(p/\text{Pa}) = 5,006 + A + \frac{B}{T} \quad (2.28)$$

mit  $A = 4,857$  und  $B = -4215$  und einer Temperatur von  $298 \text{ K}$  ergibt sich ein Druck von  $p = 5,2 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}$ .

Ausgehend von einer Fortsetzung des Abwärtstrends in der gemessenen Linienverbreiterung [63] lassen sich für  $n = 50$  obere Schranken für die bei höheren Hauptquantenzahlen zu erwartenden Effekte finden.

Für den Zustand  $50^2D_{5/2}$  ergibt sich eine Druckverbreiterung von  $2\pi \cdot 62 \text{ Hz}$  bei  $25^\circ\text{C}$ .

Neben der Druckverbreiterung gibt es ebenfalls den Effekt der Druckverschiebung der beobachteten Linien. Dieser Effekt ist in der gleichen Größenordnung wie die Druckverbreiterung.

Die zu erwartende Linienbreite des Übergangs lässt sich durch Addition aller Verbreiterungsmechanismen berechnen.

$$\Gamma_{gesamt} = \frac{1}{\tau_{gesamt}} = \sum_i \frac{1}{\tau_i}, \quad (2.29)$$

wobei die Verbreiterungsmechanismen (i) die oben genannten Effekte sind. Für die Linienbreite ohne Einfluss von Laserverbreiterung ergibt sich somit eine erwartete Linienbreite von ca. 6,3 MHz, dieser Wert ist durch die Flugzeitverbreiterung und die geometrische Verbreiterung dominiert.

---

### 2.3.3 Linienverschiebung durch Dopplereffekt

---

Neben der im vorherigen Abschnitt besprochenen Verbreiterung der Übergänge kann es ebenfalls zu einer Linienverschiebung kommen. Ist die Verstimmung zum Zwischenzustand  $\Delta \neq 0$  und kleiner als die Dopplerverbreiterung  $\Delta < \Gamma_{Doppler}$  kommt es zu einer resonanten Anregung des Zwischenzustands bei einer Geschwindigkeitsklasse  $v_z \neq 0$ , die die Verstimmung kompensiert. Durch die Wellenlängendifferenz der gegenläufigen Strahlen in der dopplerfreien Spektroskopieanordnung kommt es dadurch zu einer scheinbaren Linienverschiebung der beobachteten Übergangskreisfrequenz  $\omega_0$ , deren Ursache im Folgenden erörtert werden soll. Die vom bewegten Atom wahrgenommene Kreisfrequenz  $\omega$  ist [48]:

$$\omega = \omega_0 + \vec{k}\vec{v} \quad (2.30)$$

mit der Laserfrequenz  $\omega_0/2\pi$ , dem Wellenvektor  $\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda}\vec{e}_k$  und der Geschwindigkeit  $\vec{v}$ .

Da für den spektroskopischen Dopplereffekt nur die Geschwindigkeit in Propagationsrichtung der Laser ( $z$ -Richtung) relevant ist, wird im Folgenden der eindimensionale Fall betrachtet. Zusätzlich soll die Zuordnung von Probelaserwellenlänge  $\lambda_p$  und Kopplungslaserwellenlänge  $\lambda_c$  zu den hier verwendeten Wellenlängen  $\lambda_1$  und  $\lambda_2$  erst am Ende geschehen. Für einen Zwei-Photonen-Übergang mit antiparallelen Lasern ergibt sich:

$$\omega_1 = \omega_{0,1} + k_1 v \quad (2.31)$$

$$\omega_2 = \omega_{0,2} - k_2 v \quad (2.32)$$

Die Verstimmung zum Zwischenzustand ist für beide Laser von unterschiedlichem Vorzeichen. In Resonanz gilt:

$$\omega_i = \omega_{0,i} \pm 2\pi \cdot \Delta \quad (2.33)$$



mit  $i = 1, 2$ . Durch Koeffizientenvergleich der Gleichungen 2.33 mit 2.31 bzw. 2.32 erhält man die Geschwindigkeitsklasse, die in Resonanz ist:

$$2\pi \cdot \Delta = k_i v_i \quad (2.34)$$

$$v_i = \lambda_i \cdot \Delta \quad (2.35)$$

Dabei ist  $\lambda_i$  die Wellenlänge, die die Geschwindigkeitsklasse selektiert. Gleichungen 2.31 und 2.32 lassen sich in Frequenzen ausdrücken. Addition der beiden Gleichungen liefert die vom Atom wahrgenommene Frequenz für den Zwei-Photonen-Übergang, hierbei muss für die Geschwindigkeit  $v_1 = v_2$  gelten. Zusammen mit Gleichung 2.35 ergibt sich:

$$\omega_{gesamt} = \omega_1 + \omega_2 = \omega_{0,1} + \omega_{0,2} + 2\pi \cdot v \left( \frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right) \quad (2.36)$$

$$\omega_{gesamt} = \omega_{0,gesamt} \pm 2\pi \cdot \lambda_i \cdot |\Delta| \left( \frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right) \quad (2.37)$$

Das alternierende Vorzeichen kommt zustande, da die Verstimmung im Leitersystem für die Laserfelder von unterschiedlichem Vorzeichen ist. Nun lässt sich  $\lambda_i = \lambda_1$  bzw.  $\lambda_i = \lambda_2$  selektieren, wählt man  $\Delta > 0$  für  $\lambda_1$  bzw.  $\Delta < 0$  für  $\lambda_2$ , so erhält man:

$$\omega_{0,gesamt}(\lambda_i = \lambda_1) = \omega_{gesamt} + 2\pi \cdot |\Delta| \left( 1 - \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right) \quad (2.38)$$

$$\begin{aligned} \omega_{0,gesamt}(\lambda_i = \lambda_1) &= \omega_{gesamt} - 2\pi \cdot |\Delta| \left( \frac{\lambda_2}{\lambda_1} - 1 \right) \\ &= \omega_{gesamt} + 2\pi \cdot |\Delta| \left( 1 - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right) \end{aligned} \quad (2.39)$$

Bei fester Probelaserfrequenz mit negativer Verstimmung  $\Delta$  und einer Abstastung der Kopplungsfrequenz über die Zwei-Photonen-Resonanz ergeben sich somit zwei Linien, von denen jeweils eine der Gleichung 2.38 bzw. 2.39 genügt.

In den Arbeiten [15, 76], die sich ebenfalls mit EIT beschäftigen, wird ebenfalls auf eine Linienverschiebung durch Dopplerversatz (*engl.: doppler mismatch*) hingewiesen. Diese wird jedoch nur für eine Wellenlängenskalierung beobachtet ( $\lambda_1 = \lambda_c$  in Gleichung 2.38  $\rightarrow (1 - \frac{\lambda_c}{\lambda_p})$ ).

Da die Rabi-Frequenzen der Übergänge in dieser Arbeit ähnlich sind ( $\Omega_c \approx \Omega_p$ ) muss davon ausgegangen werden, dass sowohl der Kopplungslaser als auch der Probelaser eine Geschwindigkeitsklasse selektieren.

Anschaulich lässt sich argumentieren, dass die Linie, bei der die Resonanzfrequenz scheinbar um  $\Delta(1 - \frac{\lambda_c}{\lambda_p})$  verschoben ist, die Probelaserfrequenz die

---

Geschwindigkeitsklasse selektiert. Die Geschwindigkeit der Atome ist genau so hoch, dass die Verstimmung des Probelaserfelds zur Resonanz gerade kompensiert wird. Die Zwei-Photonen-Resonanz findet dann bei der Frequenz des Kopplungslasers statt, bei der dieser die Verstimmung durch die Geschwindigkeit der Atome ausgleicht.

Die Linie, die scheinbar um  $\Delta(1 - \frac{\lambda_p}{\lambda_c})$  verschoben ist, kommt auf ähnliche Weise durch Selektion des Kopplungslaserfeldes zu Stande.

---

## 2.4 Relevante chemische Elemente dieser Arbeit

---

Die spektroskopischen Messungen in dieser Arbeit werden an Rubidium, Tellur und Bismut vorgenommen. Im Folgenden soll daher kurz auf diese eingegangen werden.

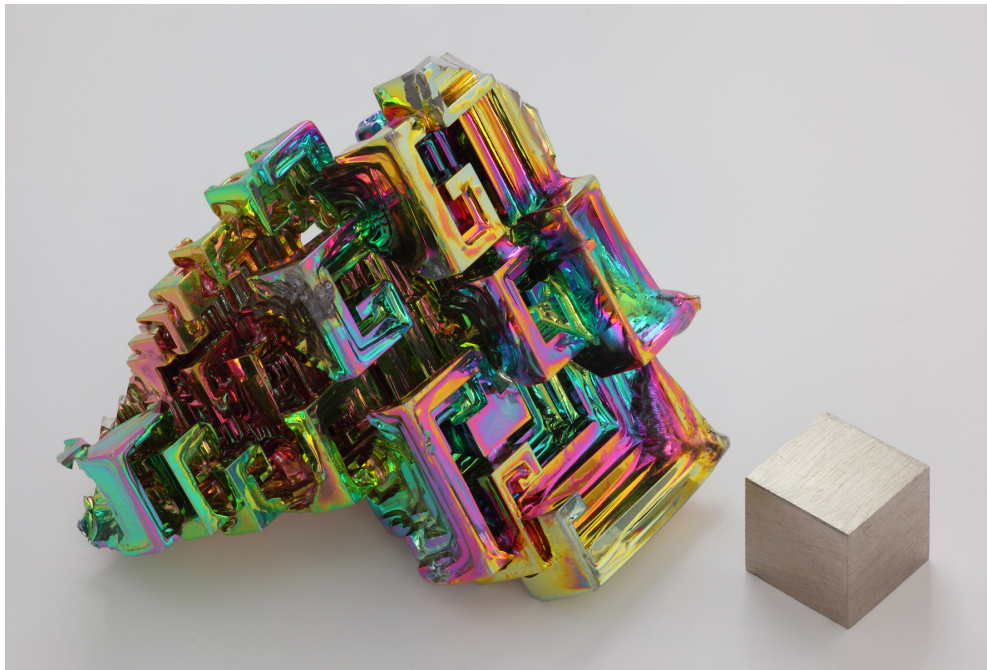
### Rubidium (Rb):

(*lat.: rubidus*, dunkelrot) Als Alkalimetall besitzt Rubidium mit Ordnungszahl 37 eine abgeschlossene Elektronen-Konfiguration (kryptonartig) und ein einzelnes Valenzelektron auf dem 5S-Orbital. Dieses mobile Elektron sorgt für eine Reihe gut spektroskopierbarer Übergänge, die mit Laserlicht angeregt werden können. Durch die niedrige Schmelztemperatur von Rubidium mit 39,3 °C ist bei Raumtemperatur ein schon genügend großer Dampfdruck, und damit optische Dichte, vorhanden, um eine gute Wechselwirkung zu erzeugen [51,75]. Da die Wellenlänge der D-Linien ähnlich zu der von Laserdioden für CD-Laufwerke ist, ist die einfache Herstellung von Spektroskopie-Lasern möglich [77].

### Tellur (Te):

(*lat.: Tellus*, Erdplanet) Tellur ist mit der Ordnungszahl 52 ein p-Halbleiter und gängige Dotierung in Akustooptischen-Modulatoren. Mit einer Reihe von kartografierten Resonanzen ist das Tellurmolekül  $\text{Te}_2$  ein hervorragendes Material, um spektroskopische Referenzen zu erzeugen. Ähnlich zu Jod wurden viele dieser Linien vermessen und sind auf Genauigkeiten von 1 MHz und besser bekannt. Die von Tellur kartografierten Absorptionslinien [16,17] liegen im blauen Spektrum (490 - 420 nm), wohingegen der Jod-Atlas den roten bis grünen (670 - 500 nm) Teil des sichtbaren Spektrums abdeckt [18].

Die in dieser Arbeit untersuchte Probe liegt als isotopisch reines  $^{130}\text{Te}_2$  in einer Absorptionzelle (Ophos [78]) vor. Mit einem Schmelzpunkt von 449,5 °C muss Tellur erhitzt werden, um einen genügend hohen Dampfdruck zur Laserspektroskopie bereit zu stellen [75].



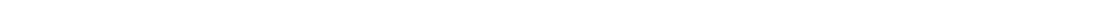
**Abbildung 2.8:** Fotografie eines gezüchteten Bismut-Kristalls mit schimmernden Anlauffarben. Der Bismut-Würfel hat eine Kantenlänge von 1 cm. (Bild von Heinrich Pniok unter der FAL «Licence Art Libre» [79]).

### **Bismut (Bi):**

(aus dem Altdeutschen: *Wismuth* „weiße Masse“) [75] Als schwerstes praktisch stabiles<sup>7</sup> Isotop hat  $^{209}\text{Bi}$  einen nahezu doppelt „magischen“ Kern mit 126 Neutronen und 83 Protonen<sup>8</sup>. Bei magischen Zahlen kommt es kernphysikalisch zu einem Schalenabschluss und der Kern ist besonders stabil [81]. Das Proton oberhalb der abgeschlossenen Schale macht es zu einem besonders interessanten Isotop. Als geplante Probe für das SpecTrap-Experiment wird es unter anderem als  $^{209}\text{Bi}^{82+}$  vorliegen, also wasserstoffartig sein. Das durch die hohe Kernladungszahl in einem extremen elektrischen Feld befindliche Elektron lässt sich nun als Probe nutzen, um quantenelektrodynamische Effekte (QED) gebundener Zustände zu testen [7, 43]. Dies geschieht durch Vermessung der Hyperfeinaufspaltung, die durch das hohe  $Z$  in den UV-Bereich verschoben ist.

<sup>7</sup>  $\alpha$ -Zerfall mit einer Halbwertszeit von  $1,9 \cdot 10^{19}$  Jahren [80].

<sup>8</sup> 82 Protonen wären ein Schalenabschluss.



---

## 3 Lasersystem für 488 nm, 480 nm und 244 nm

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein Lasersystem entwickelt, gebaut sowie charakterisiert, das den in Abschnitt 2.1.1 geforderten Anforderungen entspricht. Hierzu gehören sowohl eine möglichst schmale Laserlinienbreite, eine hohe Stabilität und Reproduzierbarkeit in Ausgangsfrequenz und Intensität sowie eine kontrollierbare Verstimmbarkeit von einigen 100 GHz bei 244 nm. Das Lasersystem besteht aus vier wesentlichen Teilgruppen (vgl. Abbildung 3.1):

- Spektroskopielaser, einem kommerziellem Laser [82] mit zweifacher Frequenzverdopplung.
- Zwei Diodenlaser (Referenz- und Transferlaser) mit Wellenlängen von 780 nm zur absoluten Stabilisierung des Gesamtsystems.
- Konfokaler Transferresonator zur Überbrückung der Wellenlängenlücke zwischen Transfer- und Spektroskopielaser sowie
- Spektroskopische Aufbauten von Rubidium und Tellur.

Im Folgenden soll auf diese Teilbereiche detailliert eingegangen werden. Teile der in diesem Kapitel dargestellten Ergebnisse wurden bereits in [83] veröffentlicht.

---

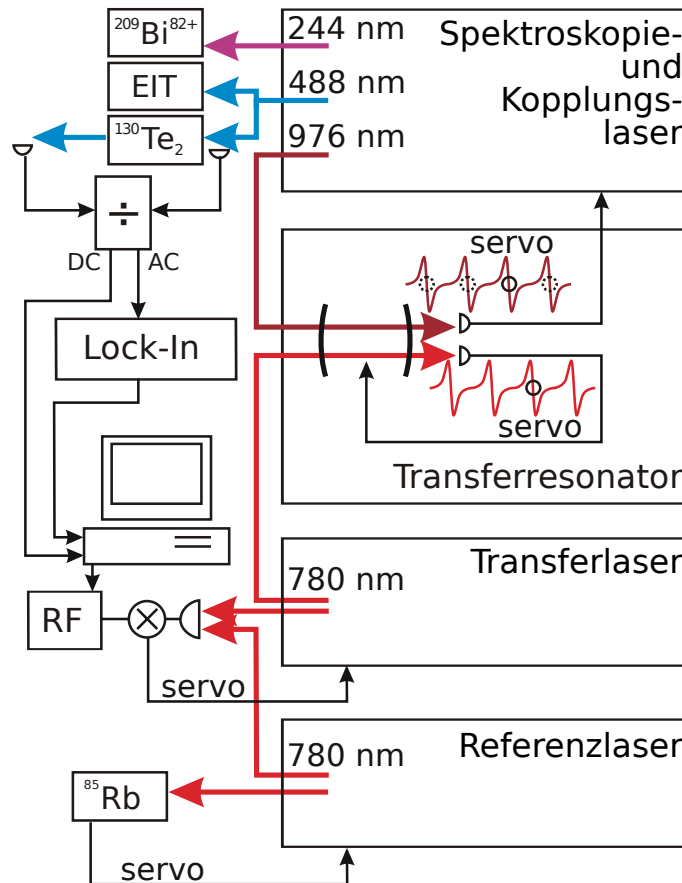
### 3.1 Übersicht des experimentellen Aufbaus des Lasersystems

---

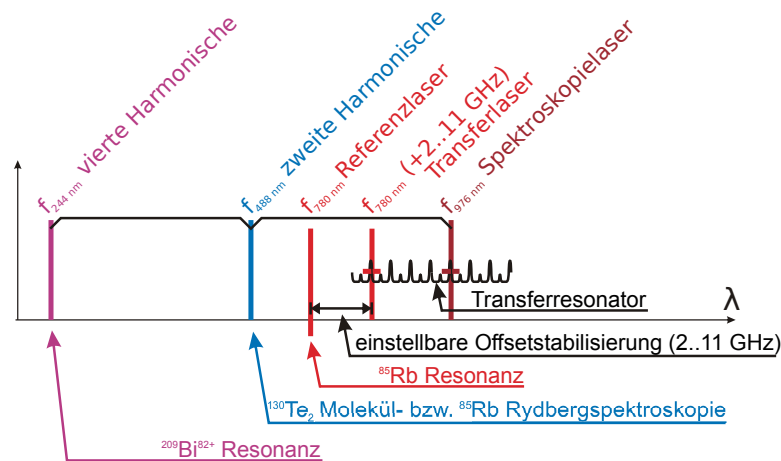
Wegen der geforderten Verstimmbarkeit von einigen 100 GHz scheidet eine festfrequente, atomare oder molekulare Resonanz zur direkten Stabilisierung des Spektroskopielasers aus. Stattdessen soll als Referenz für den Spektroskopielaser ein optischer Resonator dienen, der als Zwischenschritt eine flexible Referenz liefert. Stabilisierungen dieser Art sind schon mehrfach erfolgreich verwendet worden [84].

In dieser Arbeit wird der Transferresonator auf einen verstimmbaren Diodenlaser (Transferlaser) stabilisiert. Wenn die Frequenz des Transferlasers nun variiert wird, verändert sich durch die Stabilisierung ebenfalls die Resonanzfrequenz des Transferresonators und damit auch die Frequenz des Spektroskopielasers. Als absolute Frequenz-Referenz dient der Referenzlaser, der bei 780

nm auf  $^{85}\text{Rb}$  stabilisiert wird. Über ein optisches Schwebungssignal wird der Transferlaser auf den Referenzlaser stabilisiert. Eine Übersicht der verwendeten Laserwellenlängen findet sich in Abbildung 3.2.



**Abbildung 3.1:** Schematische Übersicht des Lasersystems mit Darstellung der jeweiligen Stabilisierungen (*engl.: servo*). Der Referenzlaser ist durch eine dopplerfreie Sättigungspektroskopie auf einen atomaren Übergang stabilisiert. Der Transferlaser ist relativ zur Referenzlaserfrequenz auf eine Radiofrequenzschwebung stabilisiert. Der Transferresonator wird auf die Frequenz des Transferlasers geregelt und dient als Referenz für den Spektroskopielaser. Dieser wird frequenzverdoppelt und -vervierfacht zu 480 nm bzw. zu 488 nm und 244 nm.



**Abbildung 3.2:** Übersicht der verschiedenen Frequenzen, die zur Stabilisierung des Lasers für Spektroskopie am  $^{209}\text{Bi}^{82+}$ -Übergang sowie zur elektromagnetisch induzierten Transparenz mit Rydberg-Zuständen von  $^{85}\text{Rb}$  verwendet werden. Die Wellenlängenachse ist nicht maßstabsgetreu.

### 3.2 Rubidium- und Radiofrequenz-Schwebungsstabilisierung

Als Referenz- und Transferlaser werden Diodenlaser verwendet, die über einen externen Resonator stabilisiert sind (ECDL), und bei einer Wellenlänge von 780,241 nm emittieren. Als frequenzselektives Element im Resonator kommt ein Interferenzfilter zum Einsatz. Das Design der Interferenzfilterstabilisierung basiert auf [36]. Der Referenzlaser ist auf den  $5^2S_{1/2}|F = 3\rangle \rightarrow 5^2P_{3/2}|F' = 3 \times 4\rangle$  „crossover“-Übergang<sup>1</sup> von  $^{85}\text{Rb}$  stabilisiert. Diese Übergangsfrequenz ist genau bekannt und liefert damit einen guten Ausgangspunkt für die Stabilisierungskette. Die dopplerfreie Sättigungsspektroskopie wird an einer mit Mumetall<sup>2</sup> geschirmten Zelle durchgeführt. Modulation des Injektionsstromes mit 70 kHz und phasensensitive Detektion (Lock-In-Verstärker, Schaltplan siehe Anhang B.1) erlauben eine Stabilisierung der Referenzlaserfrequenz auf das Linienmaximum des Spektroskopiesignals. Die Regelungsbandbreite ist durch die notwendige Zeitkonstante des Lock-In-Verstärkers beschränkt und beträgt ca. 10 kHz. Typischerweise werden bei Lasern mit 780 nm Linienbreiten von unter

<sup>1</sup> Sogenannte „crossover“-Resonanzen kommen durch Dopplerverschiebung an thermischen Atomen bei nahe beieinander liegenden Übergängen zustande. Der Übergang liegt dabei mittig zwischen den beteiligten Einzelresonanzen.

<sup>2</sup> Mumetall ist der Markenname eines Metalls mit außergewöhnlich hoher magnetischer Permeabilität  $\mu$  der Firma Vakuumschmelze, es eignet sich daher hervorragend zur Abschirmung von Magnetfeldern [85].

---

---

100 kHz erreicht [86]. In einer Schwebungssignalmessung zwischen Referenz- und Transferlaser wurde eine kombinierte Linienbreite von unter 0,5 MHz festgestellt.

Das Schwebungssignal zur Frequenzregelung zwischen Transfer- und Referenzlaserfrequenz wird auf einer schnellen Photodiode aufgenommen<sup>3</sup>. Die Detektion limitiert die maximal mögliche Schwebungsfrequenz zwischen Referenzlaser und Transferlaser auf ca. 12 GHz. Das Schwebungssignal wird anschließend mit einem Synthesizer<sup>4</sup> gemischt<sup>5</sup> und mittels Tiefpassfilter und einem Frequenz-zu-Spannungs-Konverter (*engl.: frequency to voltage converter*, Schaltplan siehe Anhang B.2) in ein Regelsignal umgewandelt. Über einen Proportional-Integral-Regler (PI-Regler, Schaltplan siehe Anhang B.3) kann der Regelkreis geschlossen werden. Der Laser wird mit einem Regelsignal in Gegenkopplung mit einer Bandbreite von ca. 30 kHz stabilisiert.

Der Frequenzabstand von Referenz- und Transferlaser ist nur bestimmt durch die Synthesizerfrequenz und eine zusätzliche Offsetfrequenz, die der Frequenz-zu-Spannungs-Konverter zur Regelung benötigt. Diese bleibt konstant und kann mittels eines RF-Spektrum-Analysators direkt gemessen werden. Der Synthesizer wurde mit einem Rubidium-Frequenzstandard<sup>6</sup> abgeglichen und liefert um einen Faktor  $6 \cdot 10^{-5}$  zu hohe Werte mit einer Präzision von 3 kHz oder besser. Diese systematische Abweichung ist deutlich kleiner als die erwartete Linienbreite des Lasersystems und kann daher vernachlässigt werden. Sollte in einer späteren Ausbaustufe die Präzision des Synthesizers relevant werden, so lässt sich diese Abweichung durch die Programmiersoftware des Synthesizers weiter verringern. Die Synthesizerfrequenz erlaubt so, die Schwebungsfrequenz (und damit die Transferlaser-Frequenz) mit hoher Präzision einzustellen. Eine computergesteuerte Programmierung des Synthesizers ermöglicht zusätzlich die Transferlaserfrequenz in beliebigen Sequenzen und über einen großen Frequenzhub abzurastern.

Bei der Abrasterung eines Frequenzbereichs von mehreren GHz kann es zu sogenannten Modensprüngen kommen. Hierbei gibt der externe Resonator, bestehend aus der Rückfacette der Laserdiode und dem Resonatorspiegel, eine Longitudinalmode vor, die im internen Resonator, bestehend aus Front- und Rückfacette der Laserdiode, nur wenig verstärkt wird. Durch sogenannte *mo-*

---

<sup>3</sup> Hamamatsu G4176-03 auf 9 V vorgespannt mittels Bias-Tee, Minicircuits ZX85-12G-S+, danach verstärkt von vier ZX60-14012L-S+ von Minicircuits.

<sup>4</sup> HP 8672A, 2-18 GHz.

<sup>5</sup> Minicircuits Mixer ZX05-153-S+, Tiefpass Minicircuits VLF320.

<sup>6</sup> Motorola P/NCGDSR1192A, Modell 130.



---

---

*decompetition*<sup>7</sup> springt der Laser auf eine weitere Longitudinalmode. Die Frequenzstabilisierung ist in der Regel nicht in der Lage diesen Sprüngen zu folgen. Diese Modensprünge lassen sich verhindern, indem die interne Resonatormode auf die externe Mode abgestimmt wird, dies kann entweder durch Steuerung oder durch Regelung erfolgen.

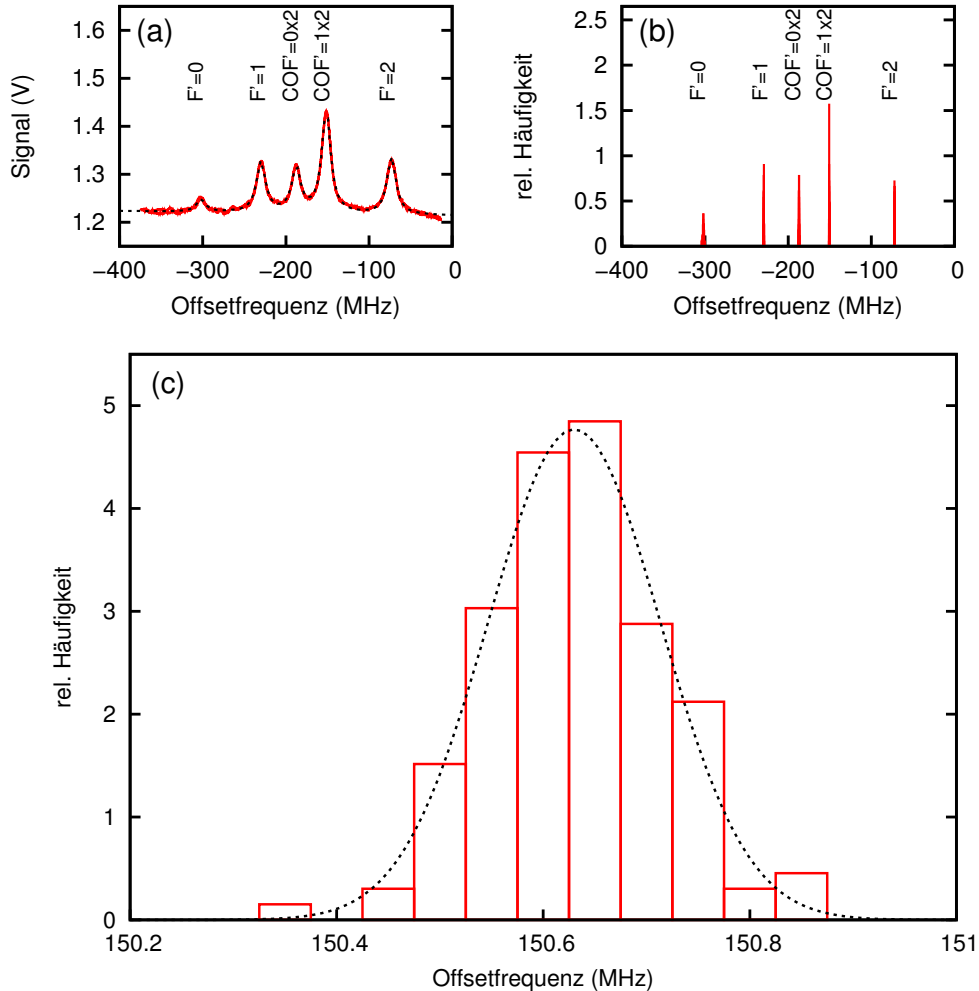
Bei einer gesteuerten Modenanpassung wird das Regelsignal zur Frequenzstabilisierung mittels Piezoaktuator zu einem Anteil auch auf die Laserdiode gebracht (*engl.: feed forward*). Hierdurch wird die Temperatur der Laserdiode am p-n-Übergang beeinflusst, und damit ebenfalls die optische Länge des internen Resonators. Bei einem Laserbetrieb von mehreren Stunden oder Tagen kann der Anteil des Regelsignals, der benötigt wird um einen möglichst großen modensprungfreien Bereich zu erreichen, jedoch variieren.

Dem lässt sich durch aktive Regelung der internen Resonatorlänge entgegenwirken. Hierfür wird mittels polarisationssensitiver Detektion die Resonatormode des internen Resonators festgestellt und über den Injektionsstrom auf die externe Resonatorlänge geregelt. Die Regelung wird in [87] ausführlich diskutiert. Auf diese Weise lässt sich ein sichtbarer modensprungfreier Bereich von über 15 GHz bei 780 nm erreichen, limitiert durch die maximal mögliche Längenänderung des Piezoactuators.

Um die Präzision der Frequenzstabilisierung des Transferlasers zu beurteilen, wurde eine separate dopplerfreie Sättigungsspektroskopie mit Rubidium aufgebaut. Am Übergang  $5^2S_{1/2}|F=1\rangle \rightarrow 5^2P_{3/2}|F'\rangle$  von  $^{87}\text{Rb}$  wurden über einen Zeitraum von mehreren Tagen Messungen des Absorptionsprofils durchgeführt. In Abbildung 3.3 (a) ist ein so erhaltenes Profil zu sehen. An die Profile wurden anschließend Lorentzlinien angepasst und deren Mittenfrequenz extrahiert (vgl. Abbildung 3.3 (b)). Die Anpassung erfolgt jeweils über das gesamte Spektrum, sodass die erhaltenen Histogramme den gleichen Flächeninhalt aufweisen. Hierbei ist auffällig, dass die Linie im Absorptionsprofil, die den höchsten Signalpegel erreicht ( $5^2S_{1/2}|F=1\rangle \rightarrow 5^2P_{3/2}|F'=1 \times 2\rangle$ ) im zugehörigen Histogramm auch die geringste Signalbreite besitzt. Das bedeutet, dass die Reproduzierbarkeitsmessung insbesondere durch das Signal-zu-Rausch-Verhältnis der Spektroskopie und die daran anschließende Extraktion der Zentralfrequenzen limitiert ist. Eine statistische Auswertung der Mittenfrequenzen ergibt eine Standardabweichung von  $\sigma_{780\text{nm}} = 83$  kHz für einen Messzeitraum von mehreren Stunden sowie  $\sigma_{780\text{nm}} = 123$  kHz für einen Messzeitraum von mehreren Tagen (vgl. Abbildung 3.3 (c) sowie [83, 88]).

---

<sup>7</sup> Aus dem englischen, etwa Modenwettkampf, beschreibt den Effekt, dass die stärkste Mode im Resonator auch den größten Teil der Besetzungsinversion der Laserdiode in Anspruch nimmt, hierdurch werden die schwächeren Moden unterdrückt.



**Abbildung 3.3:** (a) Dopplerfreie Absorptionsspektroskopie an  $^{87}\text{Rb } 5^2S_{1/2} |F = 1\rangle \rightarrow 5^2P_{3/2} |F'\rangle$  mit angepassten Lorentzprofilen. Die Linien lassen sich zuordnen:  $|F' = 0\rangle$ ,  $|F' = 1\rangle$ ,  $|F' = 0 \times 2\rangle$ ,  $|F' = 1 \times 2\rangle$  und  $|F' = 2\rangle$ . Die *crossover*-Resonanz  $|F' = 0 \times 1\rangle$  ist nicht sichtbar, da die notwendige Signalstärke nicht erreicht wird. (b) Histogramm der extrahierten Zentralfrequenzen. (c) Histogramm der Zentralfrequenzen des Übergangs  $^{87}\text{Rb } |F = 1\rangle \rightarrow |F' = 1 \times 2\rangle$  (*crossover*) und angepasste Gaußfunktion mit  $\sigma_{780\text{nm}} = 83 \text{ kHz}$ .

---

### 3.3 Transferresonator als Frequenzreferenz

---

Die frei abstimmbare Frequenzreferenz des Spektroskopielasers basiert auf einem Resonator. Durch die Differenz der Wellenlänge, auf die der Resonator stabilisiert wird, zur Wellenlänge, die zum stabilisieren des Spektroskopielasers auf den Resonator verwendet wird, gibt es einige Effekte zu beachten. Diese können sowohl geometrisch als auch durch die Dispersion des Mediums im Resonator zu Stande kommen. Daher soll im Folgenden Abschnitt 3.3.1 grundlegend auf die Theorie optischer Resonatoren eingegangen werden. Gute theoretische Betrachtungen finden sich ebenfalls in [30, 84, 89]. Anschließend soll die experimentelle Realisierung diskutiert und vorgestellt werden sowie die Einflüsse des Brechungsindex von Luft analysiert werden.

---

#### 3.3.1 Theorie optischer Resonatoren

---

Durch geeignete Anordnung von Spiegeln lässt sich Licht mit sich selbst überlagern und so ein optischer Resonator erstellen. Entspricht die optische Weglänge eines Umlaufs im Resonator einem ganzzahligen Vielfachen der Wellenlänge, so kommt es zu konstruktiver Interferenz zwischen umlaufender und einfallender Welle: Es bildet sich eine stehende Welle aus. Je nach Anordnung der Spiegel spricht man von einem Fabry-Perot-Interferometer (plan-parallele Spiegel), konfokalem Resonator (Spiegelradius  $R$  entspricht Resonatorlänge  $L$ , vgl. Abbildung 3.4) sphärischem Resonator (Spiegelradius  $R$  entspricht halber Resonatorlänge  $L$ ) oder Ringresonator (geschlossener optischer Weg mit festgelegter Umlaufrichtung durch drei oder mehr Spiegel). In dieser Arbeit wird ein konfokaler Resonator eingesetzt, ein Großteil der im Folgenden dargestellten Theorie ist jedoch allgemein für optische Resonatoren gültig.

Es lässt sich die Resonanzbedingung  $L_{opt} = m\lambda$  mit der optischen Weglänge  $L_{opt}$ , einer natürlichen Zahl  $m$  sowie der Wellenlänge  $\lambda$  aufstellen. Zwei benachbarte Moden haben mit  $\nu = c/\lambda$  den freien Spektralbereich  $FSR$ :

$$\nu(m) - \nu(m - 1) = FSR = c/L_{opt} \quad (3.1)$$

Die Umlaufweglänge der Welle ist bei einem konfokalem Resonator auf der axialen Grundmode die doppelte Resonatorlänge  $L$ . Die optische Weglänge resultiert aus dem Brechungsindex  $n$  des Mediums zwischen den Spiegeln zu  $L_{opt} = 2nL$ . Der freie Spektralbereich ergibt sich so zu:

$$FSR = \frac{c}{2nL} \quad (3.2)$$

Je nach Reflektivität der Spiegel variiert die Intensität im Resonator. Hohe Intensität begünstigt Interferenz, da mehr Photonen zur Wechselwirkung zur Verfügung stehen, daher werden die Transmissionsmaxima mit steigender Spiegelreflektivität schmaler. Das Verhältnis zwischen Modenbreite  $\Delta\nu_{FWHM}$  und Modenabstand  $FSR$  ist die Finesse  $\mathcal{F}$ . Aus phasenrichtiger Summation aller interferierenden Teilwellen und Reihenentwicklung ergibt sich für die Finesse [30]:

$$\mathcal{F}(R) = \frac{\Delta\nu_{FWHM}(R)}{FSR} = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R} \quad (3.3)$$

Bei nichtaxialer Einkopplung des Laserstrahls kann es in stabilen Resonatoren zum Auftreten höherer Moden kommen. Bei der höheren Mode im konfokalen Resonator verändert sich die optische Weglänge zu  $L_{opt} = 4nL$  (vgl. Abbildung 3.4). Durch die längere Weglänge wird der freie Spektralbereich halbiert.

Da die höhere Mode doppelt so oft reflektiert wird wie die Grundmode, sinkt die effektive Reflektivität, was die Finesse senkt. Dadurch ist die höhere Mode breiter als die Grundmode. Im konfokalen Resonator nimmt außerdem für höhere Moden die parallele Strecke A mit steigendem Winkel  $\alpha$  stärker ab als sich die Weglänge auf der Diagonalen B erhöht (vgl. Abbildung 3.4). Durch diese Weglängenverringerung bei höheren Moden verschiebt sich das Transmissionsprofil der höheren Moden zu höheren Frequenzen (vgl. Abbildung 3.5). Die geradzahligen höheren Moden überlagern mit den Grundmoden, sodass diese leicht asymmetrisch wirken (vgl. Abbildung 3.5).

Für die umlaufende Lichtwelle lässt sich der Resonator als Abfolge von Blenden und Linsen darstellen, die eine Reduktion des einfallenden Strahls auf einen Gauß'sches Strahlprofil mit einer radialen Intensitätsverteilung von [30]

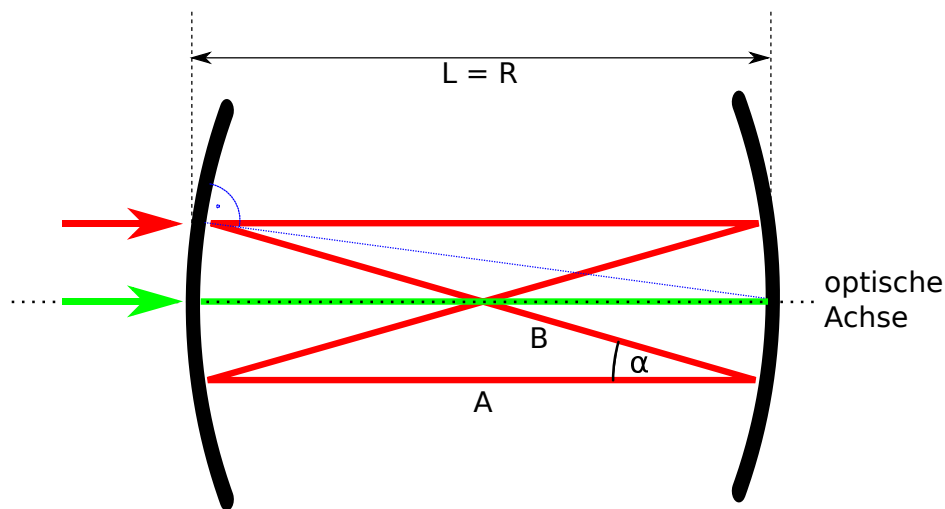
$$I(r) = I(r=0) \cdot e^{-\left(\frac{2r}{w_0}\right)^2} \quad (3.4)$$

bewirken.

Der Radius der Grundmode  $w_0$ , bei dem die Intensität  $I(r)$  auf  $1/e^2$  der Intensität auf der optischen Achse  $I(r=0)$  abgefallen ist, ergibt sich zu [30]:

$$w_0 = \sqrt{\frac{\lambda L}{2\pi}} \quad (3.5)$$

Für einen Spiegelabstand von 75 mm und einer Wellenlänge von 780 nm bzw. 960 nm beträgt der Strahlradius der Resonatormode somit  $96 \mu\text{m}$  bzw.  $107 \mu\text{m}$ . Um möglichst verlustfrei in den Resonator einzukoppeln, sollte der einlaufende Strahl auf diese Breite angepasst sein (*engl.: mode matching*). Hierbei ist die Linsenwirkung des Einkoppelspiegels zu beachten.

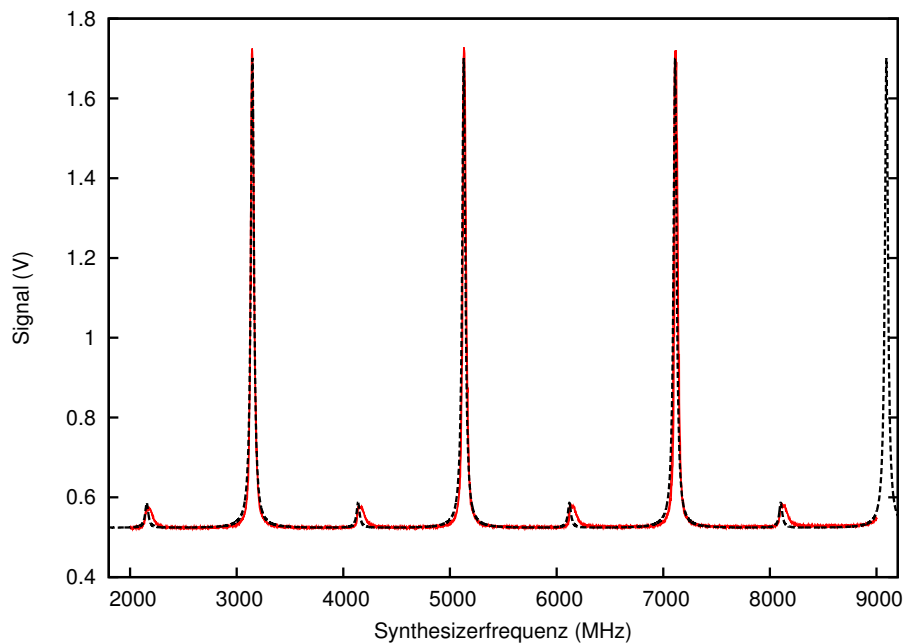


**Abbildung 3.4:** Schematische Darstellung der geometrischen Zusammenhänge eines konfokalen Resonators. Die Länge  $L$  entspricht dabei genau dem Krümmungsradius der Spiegel  $R$  (blau). Bei Einkopplung genau auf der optischen Achse wird die axiale Grundmode angeregt (grün), bei exzentrischer Einkopplung wird eine höhere Mode angeregt (rot).

### 3.3.2 Skalierung der Offsetfrequenz durch die Wellenlängendifferenz im Transferresonator

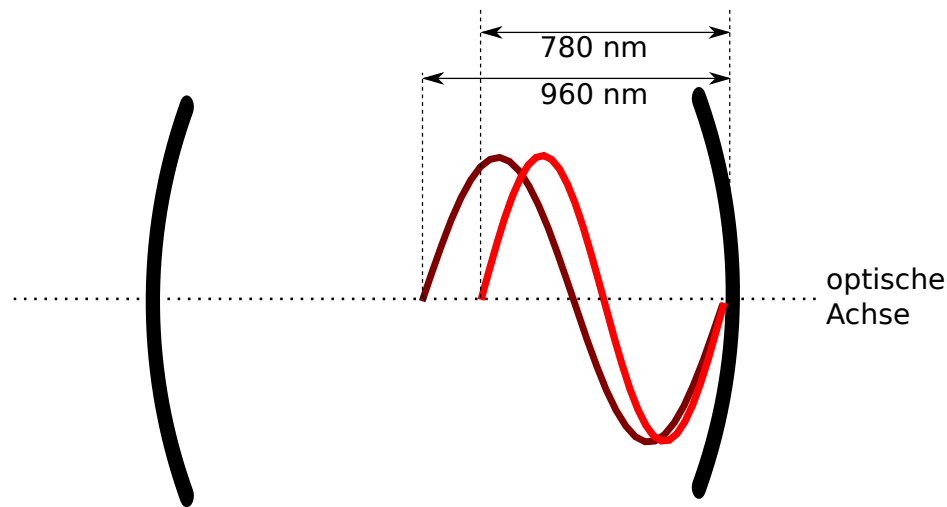
Durch die Stabilisierung des Transferresonators auf den Transferlaser wird die optische Weglänge im Resonator auf die Referenzlaserfrequenz zuzüglich eines Offsets geregelt. Dieses durch den Synthesizer hinzugemischte Frequenzoffset ermöglicht präzise Kontrolle des Resonators. Der Spektroskopielaser wird ebenfalls auf die optische Weglänge im Resonator stabilisiert, der freie Spektralbereich  $FSR$  für beide Wellenlängen ist ca. 2 GHz. Um einen  $FSR$  an der Fundamentalwellenlänge  $\lambda_{960}$  des Ziellasers zu verstimmen, sind jedoch  $\frac{1}{2} \cdot \lambda_{960}$  Längenänderung notwendig, wohingegen auf der Seite der Transferlaserwellenlänge  $\lambda_{780}$  lediglich  $\frac{1}{2} \cdot \lambda_{780}$  Längenänderung einen  $FSR$  verstimmen (vgl. Abschnitt 3.4 und Abbildung 3.6). Bei Verstimmung des Transferlasers um  $\Delta\nu$  wird der Spektroskopielaser daher bei der fundamentalen Wellenlänge um  $\Delta\nu \cdot \frac{\lambda_{780}}{\lambda_{960}}$  verstimmt, bzw. bei der zweiten Harmonischen  $\lambda_{480}$  um  $\Delta\nu \cdot \frac{\lambda_{780}}{\lambda_{480}}$  verstimmt<sup>8</sup>.

<sup>8</sup> Zur Berechnung der genauen Faktoren ist es notwendig die Wellenlängen auf Picometer genau einzusetzen.



**Abbildung 3.5:** Transmissionsprofil (rot) des Transferresonators (II) und angepasstes Linienprofil aus fünf Paaren von Lorentzlinien (schwarz, gestrichelt). Der Resonator ist auf die Grundmode justiert, bei halbem  $FSR$  ist die höhere Mode zu erkennen. Diese liegt durch die etwas kürzere optische Weglänge etwas oberhalb der erwarteten Hälfte und ist etwas breiter als die Grundmode.

In dieser Arbeit wird die Verstimmung der Transferlaserfrequenz gegenüber der Referenzlaserfrequenz als Synthesizerfrequenz bezeichnet. An der fundamentalen Wellenlänge des Spektroskopielasers bewirkt eine Synthesizerfrequenzänderung jedoch eine um  $\frac{\lambda_{780}}{\lambda_{960}}$  vergrößerte Frequenzveränderung. Bei einer Verstimmung des Synthesizers um 1 GHz verstimmt sich der auf den Transferresonator stabilisierte Spektroskopielaser um  $\frac{\lambda_{780}}{\lambda_{960}} \approx 0,81$  GHz auf der fundamentalen Wellenlänge, bzw. um  $\frac{\lambda_{780}}{\lambda_{480}} \approx 1,63$  GHz auf der zweiten harmonischen Wellenlänge. Da die Laserfrequenzen sich nicht um die Synthesizerfrequenz ändern, sondern um ein mit dem Wellenlängenquotienten skaliertes Offset verschoben wird, wird diese Frequenz Offsetfrequenz genannt. Um Verwechslungen vorzubeugen wird in dieser Arbeit die direkte Frequenzänderung des jeweiligen Lasers (Offsetfrequenz) verwendet, es sei denn es ist explizit die Synthesizerfrequenz aufgetragen.



**Abbildung 3.6:** Schematische Darstellung des Transferresonators. Um eine weitere longitudinale Mode anzuregen muss sich die Resonatorlänge um eine halbe Wellenlänge verändern. Verstimmung von einem  $FSR$  bei 780 nm erzeugt eine Verstimmung um  $\frac{780 \text{ nm}}{960 \text{ nm}} \cdot FSR$  bei 960 nm.

### 3.3.3 Experimentelle Realisierung

Zur Stabilisierung des Resonators auf die Wellenlänge des Transferlasers wird die Resonatorlänge mit Hilfe eines Piezoaktuators angepasst.<sup>9</sup> Das Gehäuse des Resonators ist aus Aluminium gefertigt und temperaturstabilisiert.

Es wurden für das Lasersystem zwei Resonatoren (I und II) angefertigt. Die Spezifikationen sind in Tabelle 3.1 zusammengefasst. Durch Änderung der Resonatormode auf den nächsthöheren Wert ergibt sich rechnerisch ein um ca. 40 kHz kleinerer freier Spektralbereich. Da der Resonator zum aktiven Verstimmen der Spektroskopielaserfrequenz verwendet wird, ergibt sich hieraus eine sinnvolle Toleranz zur  $FSR$ -Bestimmung.

Bei den anfänglichen Messungen wurde der Transferresonator offen, also unter Umgebungsdruck, betrieben. Der einfache Aufbau bietet die Möglichkeit einen Laser zu stabilisieren während der Resonator zugänglich bleibt. Da wegen der Umgebungsparameter die Resonanzfrequenz für den Spektroskopielaser jedoch leicht variiert, kann den Messungen lediglich ein mittlerer  $FSR$  zugeordnet

<sup>9</sup> Piezoaktor PTYY-0353 von Physikinstrumente (PI), Keramik PEC 151 (Navy Typ II), Maße in mm (Länge  $\times$  Außend.  $\times$  Innend. )  $15 \times 10 \times 9$ , Ausdehnungskoeffizient 12 nm/V, Spannungsversorgung über HV-Treiber, Schaltplan in Anhang B.6.

**Tabelle 3.1:** Übersicht der Kennwerte der verwendeten Transferresonatoren.  $L$  ist der Spiegelabstand,  $d$  die Schichtdicke des Silbers auf den Spiegeln, die  $FSR$  sind bei 780 nm in Luft und Vakuum (*engl.: air, vacuum*) gemessen. Der niedrigere Vakuum- $FSR$  des Resonators II kommt durch die höhere Temperatur in der Apparatur zustande. Der Fehler  $\Delta FSR$  ist dominiert durch die Verstimmung des Piezoaktuators während einer Abtastsequenz. Die Reflektivitäten für 976 nm sind etwas schlechter als die für 780 nm (vgl. Abbildung 3.7),  $\mathcal{F}$  gibt die theoretische und experimentelle Finesse bei 780 nm an.

Resonator	L in mm	$FSR_{exp}$ in MHz	d	$R_{780}$ in %	$\mathcal{F}_{theor}$	$\mathcal{F}_{exp}$
I	75	<i>air</i> 2002,345(40)	15 nm	65	8,5	8,2
II	75	<i>air</i> 1982,317(40)	40 nm	94	56	55
II	75	<i>vac</i> 1981,189(40)	40 nm	94	56	55

werden. Wegen des Einflusses des Luftdrucks (vgl. Abschnitt 3.3.5) wurde der Resonator später in eine Vakuumapparatur eingebaut.

Der mittlere  $FSR$  der Messungen am Resonator bei Raumluftdruck wird in mehreren Iterationen bestimmt. Ein Anfangswert liefert eine Aufnahme des Transmissionssignals über die Transferlaserverstimmung bei gleichzeitiger Stabilisierung des Resonators auf eine Tellurlinie mit Hilfe des Spektroskopielasers (vgl. Abbildung 3.5). Eine Verbesserung wird durch Verschieben der Spektroskopielaserfrequenz zwischen zwei kalibrierten Tellurlinien erreicht. Der  $FSR$  lässt sich aus der Anzahl freier Spektralbereiche ermitteln.

Wegen Regelungsschwankungen in der Temperaturstabilisierung des Transferresonators variiert die Länge des Resonatorgehäuses. Dieser Längenvariation wird durch die Stabilisierung auf die Transferlaserwellenlänge über den Piezoaktor entgegengewirkt. Hierdurch variiert die Ausgangsspannung an der Stabilisierung des Resonators. Durch die Spannungsvariation lässt sich über den Ausdehnungskoeffizienten des Piezoaktuators sowie dem thermischen Ausdehnungskoeffizienten von Aluminium  $\alpha_{Alu} = 21,3 \cdot 10^{-6} \text{ 1/K}$  die Präzision der Temperaturstabilisierung messen. Mit einer Spannungsvariation am Piezoaktor von ca. 30 V auf langen Zeitskalen (Tage) ergeben sich Temperaturfluktuationen von 0,2 °C, was der erwarteten Präzision des Temperaturreglers entspricht.

Sowohl die Längenstabilisierung des Transferresonators als auch die Frequenzstabilisierung des Spektroskopielasers werden über Frequenzmodulationsspektroskopie auf das Transmissionsmaximum geregelt (*engl.: top-of-fringe-locking*). Dies hat den Vorteil, dass es nicht sensitiv auf Intensitäts- und Pegel-schwankungen in den Photodioden reagiert.



---

Die hierfür notwendige Frequenzmodulation kann entweder durch Modulation der Resonatorlänge über den Piezoaktuator, oder durch Frequenzmodulation des einfallenden Strahls erzeugt werden. Die Stabilisierungsarten des Transferresonators bieten unterschiedliche Aspekte. So lässt sich der Resonator bei Modulation der Resonatorlänge über den Piezoaktuator als Tiefpass in der Stabilisierungskette verwenden. Dieser konzeptuellen Simplizität der simultanen Modulation von Transferlasersignal und Spektroskopielasersignal durch die Resonatorlänge steht die geringe Regelungsbandbreite der Stabilisierung des Spektroskopielasers gegenüber. In späteren Versuchen wurde zur Erhöhung der Regelungsbandbreite die Modulation der Laserstrahlen mit 100 kHz über zwei akustooptische Modulatoren aufgebracht, die jeweils im Einzelpass auf der ersten bzw. minus ersten Ordnung aufgebaut wurden. Hierbei ergaben sich jedoch Temperaturabhängigkeiten, die zum Zeitpunkt dieser Arbeit noch nicht vollständig geklärt werden konnten (vgl. Ausblick in Kapitel 7).

---

### 3.3.4 Reflektivität der Resonatorspiegel

---

Für die Frequenzstabilisierung des Lasersystems ist die Finesse des Resonators ein wichtiger Parameter. Eine niedrige Finesse führt zu einer hohen Fehlertoleranz in der Frequenzstabilisierung, da dies eine flache Flanke und einen hohen Einfangbereich mit sich bringt. Eine hohe Finesse hingegen erzeugt durch die schmalen Transmissionsmaxima eine steile Flanke, die es ermöglicht den Spektroskopielaser besonders präzise zu stabilisieren.

Wegen dieses Zielkonflikts wurden die Spiegel für den Resonator an der TU Darmstadt selbst hergestellt. Grundlage bildet ein Substrat<sup>10</sup> mit 12,5 mm Durchmesser und einem Konkavradius von 75 mm. Die Beschichtung wurde mit der Bedampfungsanlage des Elektronen-Mikroskops des Instituts für angewandte Physik aufgebracht. Über die Schichtdicke des aufgedampften Silbers soll dabei die Reflektivität eingestellt werden. Hierzu sollen die Abhängigkeiten an einem Silberspiegel kurz diskutiert werden. Unter Vernachlässigung der Absorption gilt für die Transmission  $T$  und die Reflexion  $R$  der Zusammenhang:

$$T(d) + R(d) = 1 \quad (3.6)$$

---

<sup>10</sup> Laseroptik CC-S-00110.

Transmission  $T(d)$  und Reflexion  $R(d)$  sind dabei Funktionen der Schichtdicke  $d$ . Die Transmission folgt der Funktion [90, 91]:

$$T(d) = e^{-2d\alpha} \quad (3.7)$$

mit

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{c}{2\sqrt{\omega^2 - \omega_p^2}} \quad (3.8)$$

Hierbei ist  $\alpha$  der Absorptionskoeffizient bzw. die inverse „Skin“-Tiefe,  $c$  die Lichtgeschwindigkeit,  $\omega$  die Kreisfrequenz des Lichts und  $\omega_p$  die Plasmafrequenz des Mediums. Sie berechnet sich aus:

$$\omega_p = \sqrt{\frac{Ne^2}{\epsilon_0 m_e}} \quad (3.9)$$

mit der Ladungsträgerdichte  $N$ , der Elektronenladung  $e$ , der elektrischen Feldkonstante  $\epsilon_0$  und der Elektronenmasse  $m_e$ . Für Silber ergibt sich eine Plasmafrequenz von  $\omega_p = 2\pi \cdot 9,18 \cdot 10^{14}$  Hz [92].

Für die transmittierte Intensität  $I_T$  bzw. reflektierte Intensität  $I_R$  sowie den Gleichungen 3.6 und 3.7 ergibt sich mit einer Eingangsintensität  $I_0$

$$I_T = I_0 \cdot T(d) = I_0 \cdot e^{-2d\alpha} \quad (3.10)$$

$$I_R = I_0 \cdot R(d) = I_0 \cdot (1 - e^{-2d\alpha}) \quad (3.11)$$

Die theoretischen Vorhersagen zur Transmission bzw. Reflexion der Gleichungen 3.10 und 3.11 wurden mit einer Beschichtungsreihe bestätigt. Die Ergebnisse finden sich in Abbildung 3.7.

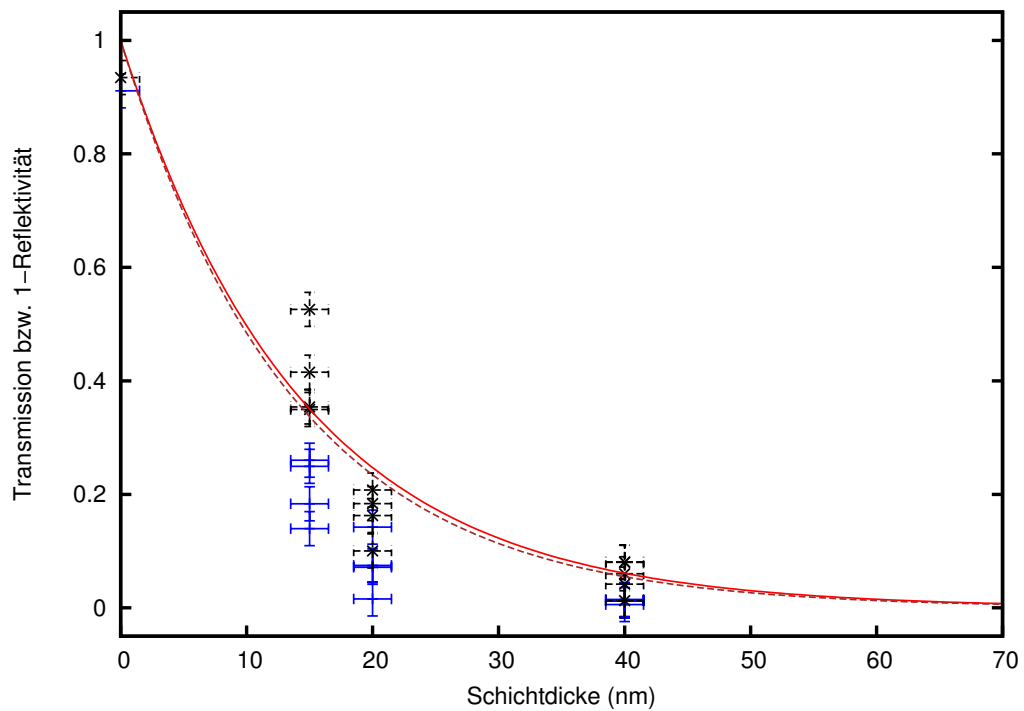
Zusätzlich zur Silberbeschichtung wird das Substrat mit einer 40 nm dicken Schicht aus Magnesiumfluorid ( $\text{MgF}_2$ ) versiegelt, um die Spiegeloberfläche vor Oxidation zu schützen.

---

### 3.3.5 Einfluss des Brechungsindex der Luft

---

Aufgrund der Dispersion von Luft über die Wellenlängen von Transfer- und Spektroskopielaser kommt es zu einer systematischen Abweichung der Spektroskopielaserfrequenz. Durch Analyse des Einflusses und nachträgliche Korrektur der Spektren lässt sich die Variation der gemessenen Frequenzen weiter reduzieren. Diese Analyse soll im folgenden Abschnitt diskutiert werden. Um den Einfluss der Dispersion außer Kraft zu setzen, wurde der Resonator für



**Abbildung 3.7:** Schichtdicke der Silberbeschichtung und daraus resultierende Transmission bzw. Reflektivität. Rot ist die theoretische Kurve für 780 nm, braun (gestrichelt) die theoretische Kurve für 976 nm. Die blauen Messpunkte (+) geben die Werte der Transmission an, die schwarzen Messpunkte (×) geben die Werte der nicht reflektierten Intensität ( $1 - R$ ) an. Die Messpunkte sind mit 780 nm und mit 976 nm Wellenlänge gemessen und gemeinsam dargestellt, da die Messgenauigkeit nicht ausreicht, um zwischen den Theorien zu diskriminieren.

weiterführende Untersuchungen der Laserstabilität in eine Vakuumapparatur eingesetzt.

Eine gute Beschreibung der Einflüsse von Luftdruck und Temperatur eines offenen Transferresonators liefert [84]. Die Resonanzfrequenz des Transferresonators in der Grundmode ist gegeben durch (vgl. Abschnitt 3.3.1):

$$\nu_m = \frac{mc}{2nL} \quad (3.12)$$

Hierbei ist  $\nu_m$  die Resonanzfrequenz,  $m$  ist die Ordnung der Longitudinalmode,  $c$  ist die Lichtgeschwindigkeit,  $L$  ist der Spiegelabstand und  $n$  ist der Brechungsindex des Mediums zwischen den Spiegeln.

Durch die Transferlaserstabilisierung auf 780 nm wird die optische Weglänge  $n(\lambda = 780 \text{ nm}) \cdot L$  zwischen den Spiegeln mit einem Piezoaktuator auf einen für den Transferlaser konstanten Wert geregelt. Durch die Dispersion der Luft wird dadurch jedoch bei 976 nm ein leicht abweichender Wert für die optische Weglänge eingestellt.

Der Brechungsindex von Luft unter Standardbedingungen  $\tilde{n}$  wird für 780 nm und 976 nm nach [93] berechnet und in Relation zu  $\tilde{n}_{vac} \equiv 1$  gesetzt:

$$\tilde{n}(\lambda) - 1 = \left[ 8342,13 + \frac{2406030}{130 - \lambda^{-2}} + \frac{15997}{38,9 - \lambda^{-2}} \right] \cdot 10^{-8} \quad (3.13)$$

mit der Wellenlänge<sup>11</sup>  $\lambda$  (in  $\mu\text{m}$ ). Die Differenz der Brechungsindizes ergibt sich zu  $\tilde{n}_{780} - \tilde{n}_{976} = \delta\tilde{n} = 9,3065 \cdot 10^{-7}$ .

Die Abhängigkeit des Brechungsindex der Luft  $n$  von Druck  $p$  (in Pa) und Temperatur  $T$  (in  $^\circ\text{C}$ ) wurde von Edlen [93] entwickelt und ist gegeben durch:

$$n(p, T, \tilde{n}(\lambda)) - 1 = (\tilde{n}(\lambda) - 1) \cdot \frac{1,0413 \cdot 10^{-5} \cdot p}{1 + 3,671 \cdot 10^{-3} \cdot T} \quad (3.14)$$

Diese Gleichung lässt sich durch eine Taylorentwicklung erster Ordnung um  $T_0 = 20^\circ\text{C}$  linearisieren:

$$n(p, T, \tilde{n}(\lambda)) - 1 \approx (\tilde{n}(\lambda) - 1)(1,041 \cdot 10^{-5} \cdot p)(0,932 - 3,186 \cdot 10^{-3} \cdot \Delta T) \quad (3.15)$$

mit  $\Delta T = T - T_0$ . Um den Einfluss der Störgrößen in  $n$  abschätzen zu können, werden in die entwickelten Terme von Gleichung 3.15 Parameter eingesetzt,

<sup>11</sup> Angabe in Vakuumwellenlänge.

die die laborspezifischen Schwankungen gut abdecken ( $\Delta p \leq 10$  hPa;  $\Delta T \leq 0,2$  °C). Lediglich die Differenz der Brechungsindizes der beiden Wellenlängen  $\tilde{n}_{780} - \tilde{n}_{976} = \delta\tilde{n}$  geht in die Frequenzschwankung ein, da der Anteil bei 780 nm über den Piezoaktuator des Resonators kompensiert wird.

$$\Delta n(p, T, \delta\tilde{n}) = \sqrt{\left(\frac{\partial n}{\partial p} \Delta p\right)^2 + \left(\frac{\partial n}{\partial T} \Delta T\right)^2}, \quad (3.16)$$

mit

$$\begin{aligned} \frac{\partial n}{\partial p} \Delta p &= \delta\tilde{n} \cdot 1,0413 \cdot 10^{-5} \Delta p \cdot 0,9316 \\ &= 9,0280 \cdot 10^{-12} \Delta p \end{aligned} \quad (3.17)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial n}{\partial T} \Delta T &= \delta\tilde{n} \cdot 1,0413 \cdot 10^{-5} \cdot p \cdot (-3,1860 \cdot 10^{-3} \Delta T) \\ &= -3,0875 \cdot 10^{-9} \Delta T \end{aligned} \quad (3.18)$$

Mit  $\Delta T \leq 0,2$  °C und  $\Delta p \leq 10$  hPa ( $\Delta p \leq 1000$  Pa) um  $p = 1000$  hPa folgt, dass der Einfluss der Temperatur vernachlässigt werden kann, da sich bei  $\Delta T \leq 0,2$  °C ein Wert der Größenordnung  $6 \cdot 10^{-10}$  einstellt, wohingegen der Druck eine Brechungsindexänderung von  $9 \cdot 10^{-9}$  bewirkt.

Nach Gleichung 3.12 ergibt sich die Abweichung der Spektroskopielaserfrequenz aus:

$$\Delta \nu = \frac{\partial \nu}{\partial n} \cdot \Delta n \quad (3.19)$$

$$= \frac{m \cdot c}{2n^2 L} \cdot \Delta n \quad (3.20)$$

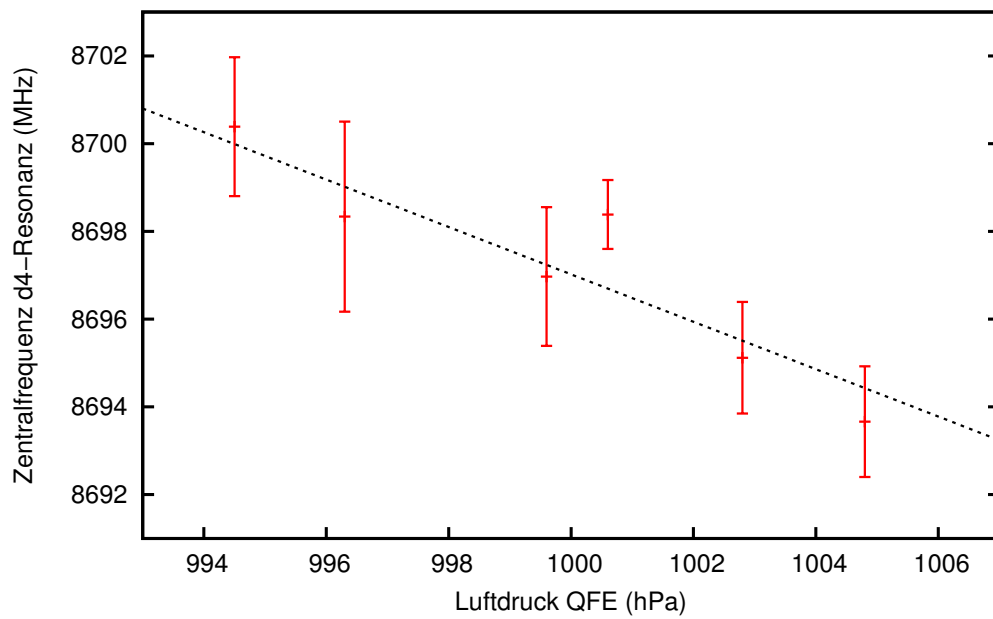
$$= \frac{m \cdot FSR}{n} \cdot \Delta n \quad (3.21)$$

$$= \nu \cdot \frac{\Delta n}{n} \quad (3.22)$$

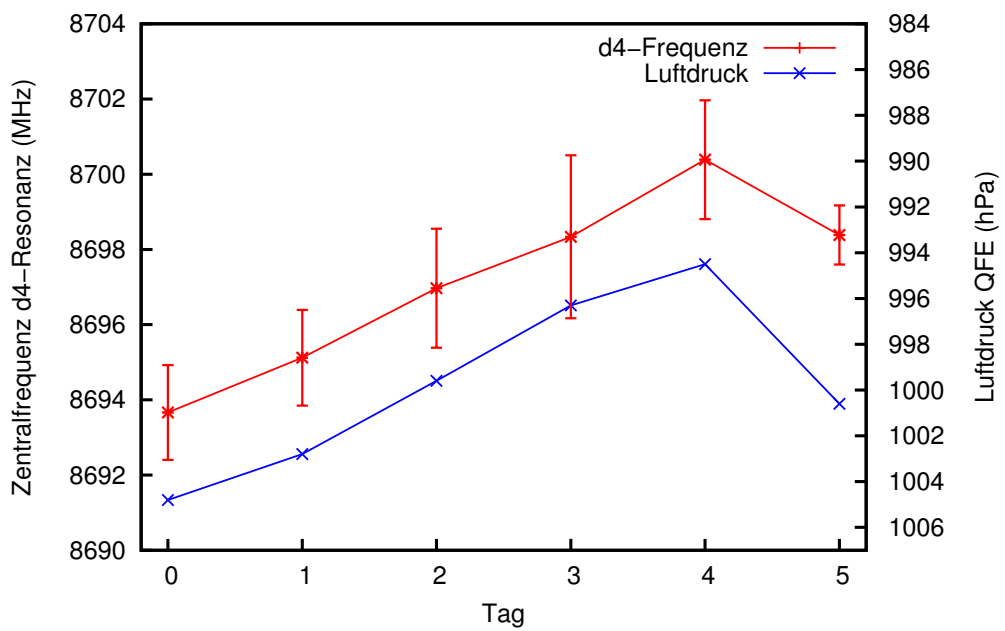
Die Frequenzvariation ist also proportional zur Frequenz mit einer Steigung, die der relativen Brechungsindexvariation entspricht.

Mit den Gleichungen 3.17 und 3.18 ergibt sich eine Druckabhängigkeit der Spektroskopielaserfrequenz von 0,27 MHz/hPa bei 976 nm bzw. 0,54 MHz/hPa und 1,08 MHz/hPa bei 488 nm und 244 nm.

Bei einer Messung der Frequenzvariation des Spektroskopielasers an Tellur (vgl. Abschnitt 4.2.1) wurde über einen Zeitraum mit variierendem Luftdruck die Frequenz aufgenommen, die benötigt wird um die sogenannte  $d_4$ -Linie resonant anzuregen. Die Abbildungen 3.8 und 3.9 zeigen diese Frequenz, gemittelt



**Abbildung 3.8:** Gemessene Resonanzfrequenz der  $d_4$ -Line (Tagesmittelwert in Einheiten des Laserlichts bei 488 nm) aufgetragen über den Luftdruck im Tagesmittelwert. Die Gerade (schwarz gestrichelt) zeigt die theoretisch vorhergesagte Steigung.



**Abbildung 3.9:** Gleichzeitige Darstellung der mittleren Zentralfrequenz der gemessenen  $d_4$ -Referenz in Einheiten des Laserlichts bei 488 nm (rot, durchgezogen) und des Luftdrucks gemessen auf Stationshöhe von Darmstadt (QFE) (schwarz, gestrichelt) aufgetragen über Messtage.

---

über einen Tag, aufgetragen über die Zeit bzw. den tageweise gemittelten Luftdruck des Großraums Darmstadt.

Es lässt sich eine lineare Abhängigkeit erkennen. Anpassen einer linearen Funktion an die Messpunkte ergibt eine Steigung von  $\frac{\Delta\nu}{\Delta p} = -0,58(11)$  MHz/hPa bei 488 nm. Das passt gut zu der erwarteten Steigung von 0,54 MHz/hPa, wenn man berücksichtigt, dass für eine zu höheren Frequenzen verschobene Laserfrequenz die Tellurresonanz bei geringerer Offsetfrequenz auftritt.

---

### 3.3.6 Steigerung der Frequenzstabilität durch Evakuierung des Resonators

---

Nach den Erkenntnissen über die Zusammenhänge des Luftdrucks wurde der Transferresonator in eine Vakuumapparatur eingebaut. Die Temperatur des Resonators ist im Vakuum auf eine Temperatur oberhalb der Raumtemperatur stabilisiert ( $T_{Resonator} \approx 29^\circ\text{C}$ ,  $T_{Raum} \approx 24^\circ\text{C}$ ). Um keine mechanische Kraft auf den Resonator auszuüben, ist der Stempel zur Temperaturstabilisierung des Transferresonators lediglich aufgelegt. Er beinhaltet ein Peltierelement zur Erzeugung einer Temperaturdifferenz und ist über ein lokales Wärmereservoir durch Kupferkabel mit der Außenhülle der Vakuumkammer verbunden. Durch die flexible Wärmebrücke der Temperaturstabilisierung an die Vakuumapparatur ist der Wärmewiderstand zwischen lokalem Wärmereservoir und Vakuumkammer vergleichsweise hoch. Das Peltierelement zur Temperaturstabilisierung erzeugt neben der Temperaturdifferenz bedingt durch den Innenwiderstand ebenfalls Wärme (ohmsche Wärme). Betrachtet man nun das System bestehend aus Resonator, Peltierelement und lokalem Wärmereservoir, so lässt sich mit dem Peltierelement eine Temperaturdifferenz zwischen Resonator und Wärmereservoir herstellen. Zusätzlich fällt sowohl resonator- als auch wärmereservoirseitig die zusätzliche Wärme des ohmschen Widerstands im Peltierelement ab. Bei einer Stabilisierung von  $\Delta T$  unterhalb der Raumtemperatur muss daher eine höhere Temperaturdifferenz am Peltierelement erzeugt werden, da ein Teil der ohmschen Wärme ebenfalls kompensiert werden muss. Zusätzlich muss vom lokalen Wärmereservoir mehr Wärme über die Kabel abgeführt werden. Bei einer Temperaturstabilisierung von  $\Delta T$  oberhalb der Raumtemperatur muss dagegen eine geringere Temperaturdifferenz am Peltierelement erzeugt werden, da die ohmsche Wärme ebenfalls zur Temperaturerhöhung am Resonator beiträgt. Zusätzlich muss am lokalen Wärmereservoir weniger Wärme zugeführt werden.

Während der Messungen hat sich mehrfach herausgestellt, dass die Resonatortemperatur ein kritischer Parameter für das Lasersystem ist. Um die thermische Last des Resonators konstant zu halten, ist es daher sinnvoll die Steuerspannung des Piezoaktuators möglichst konstant zu halten, da an der Piezo-

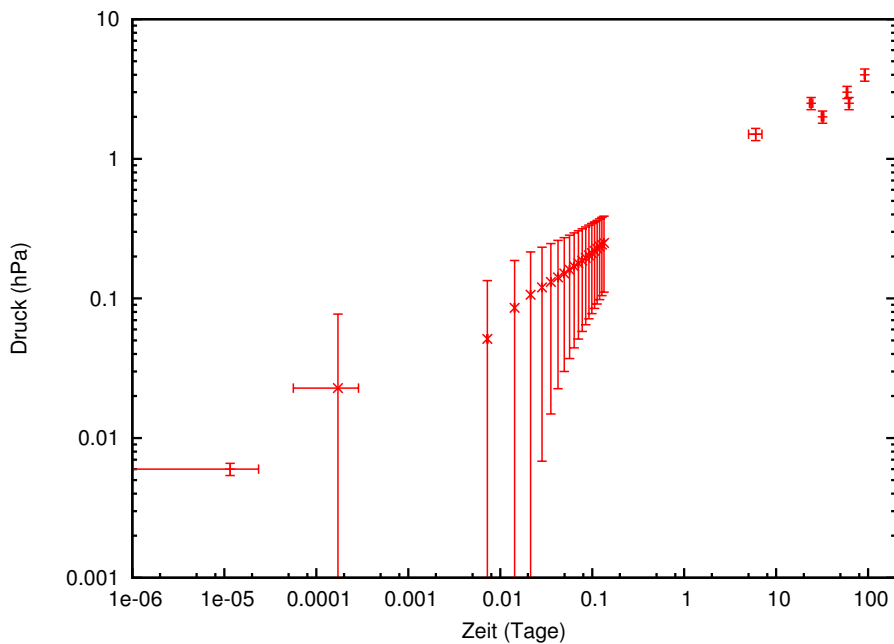


---

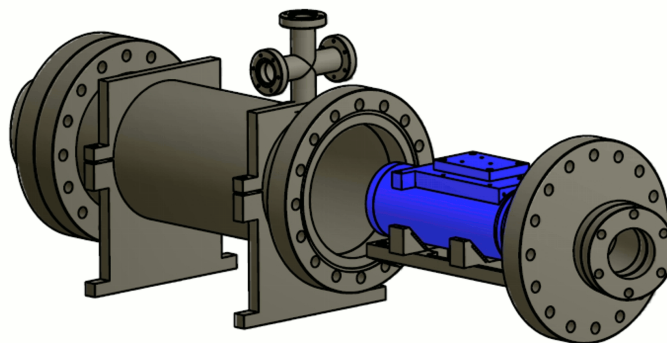
keramik ebenfalls ein geringer Strom fließt, der eine lokale Aufheizung bewirkt.

Die Vakuummapparatur beinhaltet ein Volumen von ca. 2,5 Litern, wobei das zentrale CF100-Rohr mit 270 mm Länge den Hauptanteil ausmacht (vgl. Abbildung 3.11 sowie [66]). Die Fenster sind um  $18^\circ$  geneigt, sodass Mehrfachreflexionen innerhalb des Fenstermaterials außerhalb des Strahlradius von 0,5 mm stattfinden und so Interferenzen unterdrückt werden.

Die Kammer lässt sich mit einer Vorvakuumkolbenpumpe auf einen Minimaldruck von  $6 \cdot 10^{-3}$  hPa evakuieren. Die Leckrate ist gering genug, um einen Druck von 1 hPa über einen Zeitraum von ca. 3 Tagen bei ausgeschalteter Pumpe zu halten (vgl. Abbildung 3.10). Bei einer Toleranz von  $\Delta p \leq 1$  hPa ergibt sich somit eine Frequenzunsicherheit, verursacht durch den Resonatorinnen-  
druck, von 0,54 MHz bei der zweiten Harmonischen, bzw. 1,08 MHz im UV. An dem System zur Temperaturstabilisierung wurden nur leichte Modifikationen vorgenommen, um es auch im Vakuum einsetzen zu können. Daher kann auch weiterhin von einer Temperaturstabilität von  $\Delta T \leq 0,2$  °C ausgegangen werden. Mit den Abschätzung der Gleichungen 3.17 und 3.18 ist die systematische Frequenzverstimmung durch voraussagbare Temperatur- und Druckvariationen im Resonator damit in der gleichen Größenordnung und unterhalb der bisher erreichten Auflösung des Spektroskopielasers. Damit können diese Effekte bei einem Resonator in Vakuumumgebung vernachlässigt werden.



**Abbildung 3.10:** Gemessener Kammerinnendruck über Zeit. Grafisch lässt sich eine Zeitkonstante von ca. 3 Tagen für eine Druckobergrenze von 1 hPa bestimmen. Die Variation der Datenpunkte auf langen Zeitskalen entsteht durch das Vakuumventil zwischen Pumpe und Kammer, da dieses für jede Messung einmal geöffnet und geschlossen wurde, wodurch leicht unterschiedliche Leckraten zustande kommen.



**Abbildung 3.11:** Schematische Darstellung des CF100-Rohres und Teilen der Vakuumapparatur (grau). Am Resonator (blau) ist der oben aufliegende Stempel zur Temperaturstabilisierung zu erkennen. Grafik aus [66].

---

### 3.4 Stabilisierung des Spektroskopielasers

---

Auf den im vorangegangenen Abschnitt vorgestellten Transferresonators wird der Spektroskopielaser stabilisiert. Dieser emittiert Laserlicht mit ca. 200 mW bei 488 nm oder 480 nm bzw. 15 mW bei 244 nm. Dies wird durch serielle Frequenzverdopplung erreicht. Die fundamentale Wellenlänge im Infraroten wird mit einem gitterstabilisierten Diodenlaser mit externem Resonator (*engl.: external cavity diode laser, ECDL*) erzeugt und über einen optischen Trapezverstärker (*engl.: tapered amplifier, TA*) auf ca. 1000 mW verstärkt. Im Kapitel über elektromagnetisch induzierte Transparenz wird der Spektroskopielaser auch Kopplungslaser genannt werden, da dieser das Kopplungslaserfeld bereitstellt.

Durch den modularen Aufbau der Frequenzverdopplung bzw. -vervierfachung sind drei Lichtfelder zugänglich. Die fundamentale Wellenlänge zwischen 960–976 nm (infrarot, Fundamentale) wird zur Stabilisierung des Systems über den Transferresonator verwendet. Bei 480–488 nm (blau, zweite Harmonische) lässt sich über Spektroskopie an  $^{130}\text{Te}_2$ -Dampf Frequenzdiagnostik betreiben bzw. das Laserlicht zur Anregung eines Zwei-Photonen-Übergangs zu einem Rydberg-Zustand von Rubidium nutzen. Das Licht bei 240–244 nm (ultraviolett, UV, vierte Harmonische) wird für die hochauflösende  $^{209}\text{Bi}^{82+}$ -Spektroskopie verwendet. Die vom Hersteller [82] angegebene Linienbreite ist auf unter 4 MHz im UV spezifiziert.

Durch die Stabilisierung auf den Transferresonator wird der nutzbare stabilisierte Frequenzbereich des Spektroskopielasers durch die Frequenzreichweite der Stabilisierung des Transferlasers begrenzt. Durch eine Abtast-Halte-Schaltung (*engl.: sample-and-hold*, Schaltplan in Anhang B.3.1) lässt sich der Frequenzbereich signifikant erweitern: Am oberen Rand des Abtastbereichs wird die Ausgangsspannung der Stabilisierungselektronik auf dem aktuellen Wert in einem Kondensator zwischengespeichert (hold). Dadurch wird die Wellenlänge bis auf geringfügige Abweichungen gehalten. Die Resonanzfrequenz des Transferresonators, wird dann um ein Vielfaches des *FSR* zurückgefahren, ohne dass der Spektroskopielaser folgt. Bei erneuter Aktivierung der Stabilisierung (sample) springt die Stabilisierung in den nächsten Nulldurchgang des Stabilisierungssignals. Eine niedrige Finesse vergrößert den Einfangbereich und ermöglicht so ein zuverlässiges Stabilisieren. Auf diese Weise lässt sich der Spektroskopielaser kontrolliert um mehrere *FSR* verschieben.

Der modensprungfreie Abtastbereich des Spektroskopielasers lässt sich auf diese Weise vollständig nutzen. Durch die Gitterstabilisierung des Diodenlasers verändert sich jedoch auch die Strahlposition mit Änderung der Wellenlänge.

---

Hierdurch wird der Strahl nicht mehr optimal in den TA-Chip und den Resonator zur Erzeugung der zweiten Harmonischen eingekoppelt. Um den Abtastbereich zusätzlich zu erweitern, muss daher die Einkopplung des TA-Chips, des Resonators zur Erzeugung der zweiten Harmonischen und die Faserkopplung zum Transferresonator nachjustiert werden. Auf diese Weise lässt sich der geforderte Bereich von mehreren 100 GHz sequenziell abtasten.

---

### 3.5 Experimentsteuerung und Analysesoftware

---

Ebenfalls Teil des Systems zur Spektroskopie von hochgeladenen Ionen, Tellurmolekülen und Rydberg-Zuständen von Rubidium ist eine Sammlung von Programmen, welche die Laserfrequenz kontrollieren und eine Auswertung der aufgenommenen Daten ermöglichen. Die Datenaufnahme und Analyse wurde größtenteils mit selbstgeschriebenen Programmen durchgeführt. Um die aufgenommenen Datenreihen nachvollziehen zu können, soll in Abschnitt 3.5.1 auf die geschriebene Experimentsteuerung eingegangen werden. In Abschnitt 3.5.2 wird dann die Auswertung der so genommenen Datenreihen beschrieben.

---

#### 3.5.1 Programm zur Steuerung des Experiments

---

Im Rahmen der Arbeiten am Lasersystem wurde die Software zur Steuerung und Kontrolle des Experiments in LabView geschrieben und fortwährend angepasst und verfeinert. Für die Experimente an der GSI wird eine nur geringe Abtastgeschwindigkeit notwendig sein, da hier über relativ lange Zeiträume Signal akkumuliert wird. Die Spektroskopisignale der Tellurspektroskopie (vgl. Kapitel 4) sowie der EIT-Spektroskopie an Rydberg-Zuständen von Rubidium (vgl. Kapitel 5) sind von der Signalstärke stark genug, um eine geringe Akkumulationszeit zu erlauben. Diese reagieren jedoch durch die geringen Linienbreiten empfindlich auf Frequenzverstimnungen. Um möglichst geringe Frequenzdrifts zu erlauben, wird daher eine möglichst schnelle Abtaststrategie angestrebt.

Ziel der Experimentsteuerung ist es, ein vorgegebenes Spektrum durch schrittweise Verstimmung der Laserfrequenz kontrolliert und reproduzierbar abzutasten. Die hierfür notwendigen Parameter lassen sich von der Benutzeroberfläche aus setzen.

Vor jedem Programmdurchlauf erfolgt die Initialisierung der Kommunikationsschnittstellen zu den USB-Messgeräten und des Synthesizers. Ebenso erfolgt eine Messung der Ofentemperatur über eine USB-Schnittstelle, um den Dampfdruck der Tellurzelle zu überwachen (vgl. Kapitel 4). Von der Anfangsfrequenz aus wird die Synthesizerfrequenz solange um ein Inkrement erhöht,

---

bis die Endfrequenz erreicht ist. Die so entstandene Flanke wird vom Tiefpunkt zum Hochpunkt und zurück abgerastert. Dies geschieht, indem das Vorzeichen des Inkrements invertiert wird, sodass die Spektroskopie in beide Richtungen durchlaufen wird.

Hauptbestandteil des Steuerungsprogramms ist eine Schleife, die in fester Abfolge über eine GPIB-Schnittstelle (*engl.: general purpose interface bus*) den Synthesizer auf eine neue Frequenz programmiert. Nach einer festgelegten Wartezeit, die vom Synthesizer benötigt wird, um die Frequenz am Signalausgang bereitzustellen, werden mehrere Messwerte aufgenommen (Wellenlängenmessgerät und HP-Universalmeßgerät zu Spannungserfassung über GPIB, zwei Analogeingänge über USB), in eine Datei geschrieben und danach die nächste Frequenz gesetzt.

Bei Erreichen einer Synthesizerfrequenz von 6,2 GHz wird im Synthesizer systembedingt eine interne Umschaltung des Oszillators vorgenommen. Hierdurch ist der Signalausgang kurz undefiniert. Dies führt zu Problemen bei der Stabilisierung des Lasersystems. Der Empfangsbereich der Regelung von Transferlaser und Transferresonator ist groß genug um nach einer kurzen Pause wieder stabil zu sein. Um auch den Spektroskopielaser nach einer Oszillatormschaltung stabilisiert betreiben zu können, wird die Frequenzstabilisierung des Spektroskopielasers vor Erreichen der 6,2 GHz auf den „hold“-Modus umgeschaltet (vgl. Abschnitt 3.4).

Die Software läuft mit LabView 2009 und NI-DAQmx 9.1 auf einem Windows-7-System. Als Hardware wird eine GPIB-Karte sowie zwei USB-Eingänge für den USB-NI-DAQ und USB-Temperatursensor benötigt. Ausführliche Dokumentation sowie technische Details dazu finden sich in [94].

Jede Datei wird mit einem Zeitstempel im Namen gespeichert<sup>12</sup>. Dies erlaubt eine einfache Analyse von Zeitreihen und eine schnelle Zuordnung zu verschiedenen Messsequenzen. In den oberen Zeilen finden sich Metainformationen, die für Plotprogramme auskommentiert sind, beispielsweise die Ofentemperatur, der Zeitstempel sowie eine Spaltenüberschrift für die aufgenommenen Kanäle. Beispielhaft sind die oberen sieben Zeilen einer Messreihe in Tabelle 3.2 aufgeführt.

---

### 3.5.2 Auswertungs-Programm

---

Die vom LabView-Programm geschriebene Datei lässt sich direkt in einem Plotprogramm wie zum Beispiel Gnuplot darstellen. Um jedoch eine ausführliche Analyse zu ermöglichen, ist es notwendig die aufgenommenen Messdaten

<sup>12</sup> Z.B. „Messung\_14\_07\_21-1300-00.txt“ für eine Messung am 21.07.2014 um 13:00 Uhr.

---

---

**Tabelle 3.2:** Beispielhafter Dateikopf der Messreihe „Messung\_14\_04\_14\_1431-46.txt “ aufgenommenen mit dem LabView-Programm.

```
# 14_04_14_1431-46
# Tellurspektroskopie: Temperatur 24,963 °C
# Frequenz [kHz]; Signal [V]; Signal [V]; IR-Wavelength [nm]; Cavity-PZ-U [V]
3200200      0.510      1.933      9.5866900E+002      +198.700E+0
3200400      0.510      1.960      9.5866900E+002      +198.700E+0
3200600      0.510      1.931      9.5866900E+002      +198.700E+0
3200800      0.510      1.946      9.5866900E+002      +198.600E+0
...
```

weiterverarbeiten zu können. Zu den notwendigen Operationen zählen lineare Operationen an der Synthesizerfrequenz (Verschiebung und Streckung zur Umrechnung von Synthesizerfrequenz zur Relativfrequenz der Zielwellenlänge, vgl. Abschnitt 3.3.2) sowie Hilfsoperationen wie zum Beispiel Mittelung von Datensätzen oder die Erstellung von Vorschauen, um Messreihen sortieren zu können.

Die Hauptprogramme sind größtenteils als „Shell“-Skripte geschrieben, die sich extrem einfach mit anderen Programmen verzahnen lassen. Ein „Shell“-Skript ist eine Aneinanderreihung von Kommandozeilen-Befehlen auf einem Linux-System die auch einfache Programmierungen wie z.B. Schleifen ermöglicht. Auf diese Weise lässt sich zu jeder Teilaufgabe ein Programm finden, das die Lösung des gestellten Problems möglichst einfach macht.

Die geschriebene Software soll im Folgenden kurz anhand eines exemplarischen Auswertungs-Zyklus zur Genauigkeitsbestimmung (vgl. Abschnitt 4.2.1) und einer Zusammenstellung des in dieser Arbeit gemessenen Atlas (vgl. Abschnitte 3.2 und 4.2.2) diskutiert werden.

---

### Auswerte-Zyklus zur Stabilitätsbestimmung der Laserfrequenz

---

Zur Bestimmung der Genauigkeit des Lasersystems wird eine bekannte Resonanz über einen Zeitraum mehrfach aufgenommen. Die Einzelmessungen werden dann auf dem lokalen Rechner gespeichert und gesichtet. Messungen, bei denen Fehler aufgetreten sind, werden aussortiert. An einer Einzeldatei wird zunächst die gemessene Resonanz durch eine geeignete Funktion modelliert. Die so gefundenen Startbedingungen zur Anpassung der Funktion an eine Reihe von Messungen werden dann in eine Plotdatei eingesetzt.

Das „Shell“-Skript ruft im nächsten Schritt zu jeder Datei, die das Präfix „Messung\_“ trägt, die Plotdatei auf. Aus der vorbereiteten Anpassungsprozedur werden die Ergebnisse automatisch in eine Protokolldatei geschrieben. Aus dieser

---

werden darauf die relevanten Parameter extrahiert und in einer Liste gesammelt. Diese Liste lässt sich statistisch auswerten (mittlere Frequenz, bei der die angepasste Resonanz auftritt, Verteilung etc.), durch Anpassen einer Gaußfunktion an das Histogramm der gewonnenen Mittelfrequenzen gewinnt man dann die Standardabweichung wie sie beispielsweise in Abbildung 3.3 oder Abbildung 4.2 dargestellt ist.

---

### Auswertungs-Prozedur: Aneinanderreihung von Teilspektren

---

In Abschnitt 4.2.2 wird die Aneinanderreihung von mehreren Teilspektren zu einem kontinuierlichen Atlas erklärt. Im Folgenden soll die computergestützte Auswertung zur Zusammensetzung des Spektrums dargestellt werden.

Die Pakete von ca. 7 GHz werden in Vielfachen des *FSR* aneinandergereiht. Eine Herausforderung ist das Ausschließen von Inkonsistenzen der Messungen untereinander, was beispielsweise durch einen Wechsel der Resonatormodenummer zustande kommen kann. Einen Anhaltspunkt zur Resonatormodenummer liefert die Spannung am Piezoaktuator, die benötigt wird, um den Resonator auf 780 nm zu stabilisieren. Da die Messungen für den Atlas unter Umgebungsdruck im Transferresonator aufgenommen wurden, variiert die Piezospannung. Um also Resonatormodensprünge auszuschließen, muss an jedem Messtag ein Spektrum mit gleichem Startpunkt des Vortags realisiert werden. Die Messungen müssen dann bezüglich des Umgebungsluftdrucks auf ein gemeinsames Normal gebracht werden. Die aufgenommenen Teilspektren werden über das „Atlas-Programm“ zusammengesetzt, hierfür wird von einem definierten Startpunkt (z.B. der  $d_4$ -Linie) das Spektrum zusammengesetzt. Das Atlas-Programm schlägt dabei eine Startfrequenz für das Spektroskopiesegment vor, das durch die erste gemessene Wellenlänge des Spektroskopielasers ermittelt wird. Dies wird durch den Benutzer kontrolliert, in Vielfachen des *FSR* nachjustiert und in die Metainformation im Dateikopf geschrieben. Eine zusätzliche Hilfe zur richtigen Absolut-Frequenz liefert die vorab vorhandene Nummerierung der dopplerverbreiterten Resonanzen aus dem Telluratlas [16]. Nachdem jedem Spektroskopiesegment eine relative Resonatormodenummer zugeordnet wurde, wird an einem Ende des Spektrums eine genau bekannte Resonanz identifiziert und auf die aus der Literatur bekannten Frequenz gesetzt. Über eine am entgegengesetzten Ende des Spektrums liegende Resonanz lässt sich nun der effektive *FSR* der Messreihe anpassen, sodass das Spektrum an den Kalibrierungspunkten mit der aus der Literatur bekannten Frequenz übereinstimmt. Mit dem so errechneten *FSR* wird das Spektrum dann nochmals aufgebaut und als

---

---

endgültige Atlas-Datei gespeichert.

Die Atlas-Datei wird dann in Igor<sup>13</sup> importiert, sodass die Zentralfrequenzen der dopplerverbreiterten sowie dopplerfreien Resonanzen extrahiert werden können. Hierbei treten sowohl dopplerverbreiterte Resonanzen auf, die schon im Atlas erfasst wurden, also auch Resonanzen, die noch nicht in [16] aufgeführt sind. Typischerweise haben die dopplerverbreiterten Resonanzen eine Breite von wenigen GHz. Eine Zuordnung der in dieser Arbeit gemessenen Linien zu den Frequenzen aus [16] geschieht daher bei einer Differenz von unter 1 GHz. Dopplerfreie Linien werden zu einer dopplerverbreiterten Linie zugeordnet, falls die Zentralfrequenzen sich um weniger als 200 MHz unterscheiden. Auf diese Weise bleibt gewährleistet, dass auch Mehrfachstrukturen mit einem Abstand, der kleiner ist als die Dopplerverbreiterung, zugeordnet werden können. Die dopplerfreien Strukturen sind von unterschiedlicher Größe und es gibt nicht immer eine sichtbare dopplerverbreiterte Struktur dazu. In solchen Fällen wurde dann die entsprechende Zelle der Tabelle leer gelassen.

Die Tabelle mit allen so erfassten dopplerfreien und dopplerverbreiterten Strukturen findet sich in Anhang A.

---

<sup>13</sup> Igor ist ein Mathematik- und Datenverarbeitungsprogramm ähnlich Matlab. Informationen dazu finden sich unter [95]



---

## 4 Absolut-Frequenz-Messung an $^{130}\text{Te}$ -Resonanzen um 488 nm

Mit Hilfe des Lasersystems wurde Spektroskopie an molekularem Tellurgas  $^{130}\text{Te}_2$  durchgeführt. Die gewonnenen Erkenntnisse sollen unter anderem eingesetzt werden, um eine präzise Messung der Hyperfeinstruktur von  $^{209}\text{Bi}^{82+}$  durch einen Frequenzvergleich mit den Absorptionslinien von  $^{130}\text{Te}_2$  zu ermöglichen. Hierzu soll in Abschnitt 4.1 eine Übersicht der bisherigen Arbeiten an Tellur gegeben werden. In Abschnitt 4.2 soll der spektroskopische Aufbau vorgestellt und die Messungen zur Stabilität sowie eines präzisen Atlas zur Frequenzmessung des M1-Übergangs an  $^{209}\text{Bi}^{82+}$  erklärt werden. Hierbei wurden Unstimmigkeiten zur Literatur aufgedeckt, auf die in Abschnitt 4.3 eingegangen werden soll. In Abschnitt 4.4 soll die ermittelte Messunsicherheit diskutiert werden.

---

### 4.1 Übersicht bisheriger Veröffentlichungen von Frequenzmessungen an Tellurlinien

---

Spektroskopie an molekularem Tellurgas ist durch die auftretende Vielfalt an Resonanzen für die Metrologie von großer Bedeutung.

1980 wurde der Telluratlas von Cariou und Luc veröffentlicht [16, 17]. Er enthält eine Messung der dopplerverbreiterten Resonanzen von Tellur im Bereich von 420 nm bis 492 nm mit einer Linienbreite von ca. 1 GHz sowohl als Abbildung als auch tabelliert. Betrachtet man die Frequenzdifferenz zwischen den Resonanzen des Atlas und den Werten aus [8, 96], so ergibt sich eine mittlere Frequenzabweichung von  $-61,2 \text{ MHz}^1$ . Der Atlas liefert also im Mittel zu kleine Frequenzwerte.

Diverse hochpräzise Messungen von Tellurresonanzen wurden inzwischen veröffentlicht [8–13]. Die präzisesten Messungen erreichen eine Unsicherheit von 250 kHz. Dies wird durch Vergleichsmessungen mit sehr genau bekannten Jodresonanzen erreicht. Diese Linien, benannt  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $e_3$  und  $d_4$ , wurden kalibriert, um spektroskopische Messungen am 1S-2S-Übergang von Deuterium, Wasserstoff, Positronium und Myonium durchzuführen.

---

<sup>1</sup> Dieser Wert ist als  $-0,00204 \text{ cm}^{-1}$  in [96] veröffentlicht.

---

1990 schlugen Gillaspy und Sansonetti weitere vermessene Linien als spektroskopische Referenzen vor. Diese decken den Bereich von 470 nm – 500 nm ab und haben eine Unsicherheit von 1,3 MHz [8].

Cancio und Bermejo fanden 1997 eine Reihe von Linien, die im Emissionsspektrum eines Argon-Ionen-Lasers liegen. Durch Vergleich mit einem auf Jod stabilisierten Helium-Neon-Laser konnten sie sechs Gruppen von Referenzen zwischen 476 nm und 528 nm mit einer Unsicherheit von 2,8 MHz messen. Hiervon liegen drei innerhalb des Frequenzbereichs, der ebenfalls in dieser Arbeit gemessen wurde. Diese Linien wurden weder im Atlas [16], noch von Cancio und Bermejo benannt, weswegen sie in dieser Arbeit als  $a_{18}$ ,  $b_{18}$  und  $c_{18}$  bezeichnet werden<sup>2</sup>.

Weitere hochpräzise Referenzen sind bei 467 nm [96] und zwischen 420 nm und 464 nm [97] bekannt. Eine gute Übersicht spektroskopischer Technik und relevanter Effekte liefert [10].

Oftmals kann eine Absolut-Frequenz mit einem Frequenzkamm genauer gemessen werden als der Vergleich mit einer Spektroskopie es ermöglicht [14,15]. Eine dopplerfreie Sättigungsspektroskopie kann jedoch durch ihre Einfachheit und Robustheit konzeptuelle Vorteile bieten. Dies gilt insbesondere für Experimente, die starken Erschütterungen ausgesetzt sind, bei denen extreme Kompaktheit gefordert ist oder eine Justage über lange Zeiträume nicht möglich ist. Hierzu zählen beispielsweise die Experimente zu Bose-Einstein-Kondensaten in Mikrogravitation an der Fallturmanlage der Universität Bremen [98] oder Experimente in direkter Nähe zu einem beschleunigten Ionenstrahl, wo während einer Strahlzeit hohe radioaktive Strahlungsbelastung auftritt und somit eine Justage nicht möglich ist.

---

## 4.2 Spektroskopischer Aufbau für Messungen an Tellur

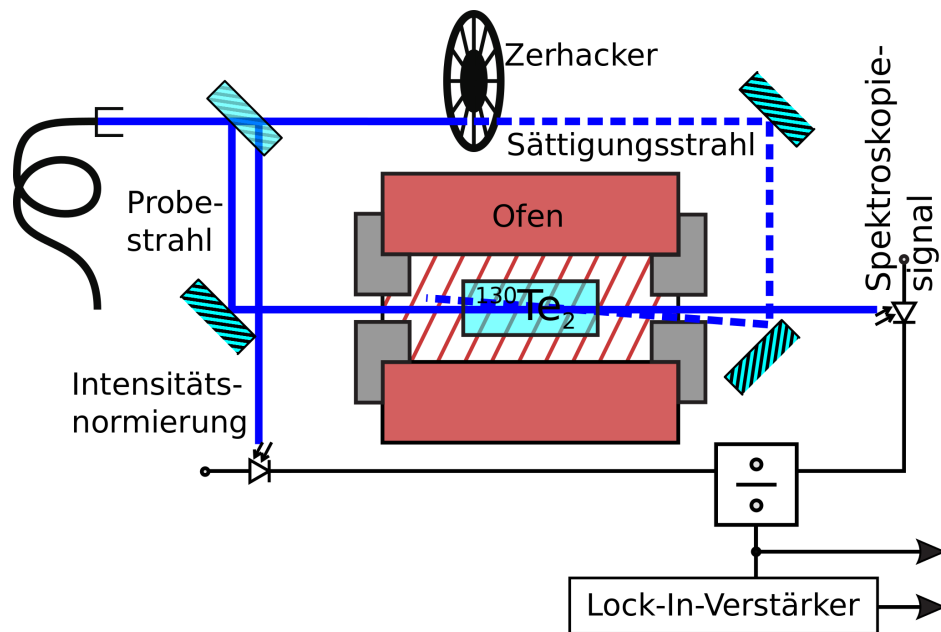
---

Für den spektroskopischen Aufbau wird eine 10 cm lange  $^{130}\text{Te}_2$ -Zelle von Opthos Instruments [78] verwendet. Besonderer Wert wurde auf die Feststellung des Zelleninnendrucks gelegt. Hierbei ist die Literatur uneindeutig, da es zwei unterschiedliche Vorschläge für die Abhängigkeit des Dampfdrucks von der Temperatur gibt [99–101].

Das in [12] vorgeschlagene Kriterium zur Dampfdruckkalibrierung der Zelle von 23 % Absorption bei einer 7,5 cm langen Zelle und der Linie 1284 (Frequenz 9 GHz kleiner als  $b_1$ ) lässt sich über das Beersche Gesetz auf die 10 cm Zelle zu 29,5 % Absorption umrechnen. Entsprechend muss die Absorption

---

<sup>2</sup> Diese Notation geht auf Hanes und Dahlstrom zurück, danach werden die relevanten Resonanzen alphabetisch mit aufsteigender Frequenz benannt. Das Suffix 18 soll bei der so gewählten Benennung einen Hinweis auf Argon liefern.



**Abbildung 4.1:** Schematischer Aufbau der dopplerfreien Sättigungsspektroskopie an  $^{130}\text{Te}_2$ .

dann bei der  $d_4$ -Linie nicht 56 % sondern 67,5 % betragen [9]. Zusätzlich zur Absorption in der Zelle müssen noch die Reflektionsverluste an den Fenstern der Zelle berücksichtigt werden. Als Kalibrierungsprozess hat sich eine wiederholte Abtastung des Spektrums bei gleichzeitiger Aufnahme der Ofentemperatur bewährt. An die aufgenommenen Spektren lässt sich dann eine durch das Beer'sche Gesetz gefaltete Gaußfunktion anpassen. Um den kalibrierten Dampfdruck zu erreichen, wird eine Zelltemperatur von 502 °C benötigt.

Das Tellurspektrum wird über eine dopplerfreie Sättigungsspektroskopie aufgenommen. Die Laserleistung beträgt ca. 25 mW aus einer Faserauskopplung und variiert bei Wellenlängenverstimmung um weniger als 20 %. Der Strahl wird an einer Glasplatte in drei Teilstrahlen aufgeteilt (4 %, 4 %, 92 %), die als Normierung auf einer Photodiode sowie Probestrahl und Sättigungsstrahl verwendet werden. Der Sättigungsstrahl wird durch einen Intensitätsmodulator (*engl.: chopper*) zerhackt und unter einem kleinen Winkel dem Probestrahl entgegengesetzt überlagert. Durch optische Verluste bleiben bei der Überlagerung noch ca. 13 mW Leistung übrig. Die Intensitätsmodulation ermöglicht Lock-In-Detektion des dopplerfreien Signals.

Der Strahlradius ( $1/e^2$  der Intensität, Gaußscher Strahl) von Probe- und Sättigungsstrahl in der Zelle wurde zu 286  $\mu\text{m}$  und 260  $\mu\text{m}$  bestimmt, indem außerhalb des Ofens an vier Punkten der Strahlradius gemessen wurde und über

---

das Gesetz von fokussierten Gaußschen Strahlen der Strahlradius im Ofen am Ort der Zelle berechnet wurde.

Die Zelle wird in einem kommerziell erhältlichen Rohrofen<sup>3</sup> geheizt, der auf eine Temperaturvariation von unter 2 K bei 1000 °C spezifiziert ist. Die Kerntemperatur wurde auf 501,6 °C bestimmt, und lässt sich auf 1 K genau halten. Zusätzlich wird das Ofenrohr mit Keramikstopfen verjüngt, die den Durchmesser der Öffnung von 7 cm auf 2 cm reduzieren. Auch ohne Fenster können gute Reproduzierbarkeiten erreicht werden.

Durch Verstimmung des Lasersystems werden dopplerfreie und dopplerverbreiterte Übergänge von  $^{130}\text{Te}_2$  aufgenommen. Die dopplerverbreiterten Linien aus [16] und die dopplerfreien Linien aus [8–13] lassen sich identifizieren.

---

#### 4.2.1 Frequenzstabilität des Spektroskopielasers

---

Die Spektroskopie von Tellur lässt sich nun nutzen, um die Langzeitstabilität des Spektroskopielasers zu messen. Hierzu wurde die  $^{130}\text{Te}_2$ -Resonanz mit der Bezeichnung  $d_4$  wiederholt über einen langen Zeitraum abgetastet. Wie bereits in Abschnitt 3.2 dargestellt, lässt sich so die statistische Schwankung der Laserfrequenz durch Vergleich zu einer spektroskopischen Referenz messen. Hierzu wird eine Lorentzfunktion an das aufgenommene Spektroskopiesignal angepasst (vgl. Abbildung 4.2 (a)) und die hieraus extrahierte Mittenfrequenz statistisch erfasst.

Bei diesen Messungen wurde der Resonator II mit hoher Finesse unter Raumluftdruck eingesetzt. Stabilisierung erfolgte durch Lock-In-Detektion bei Frequenzmodulation über den Piezoaktuator des Resonators. Die Frequenz zur Anregung des Übergangs wurde anschließend druckkorrigiert.

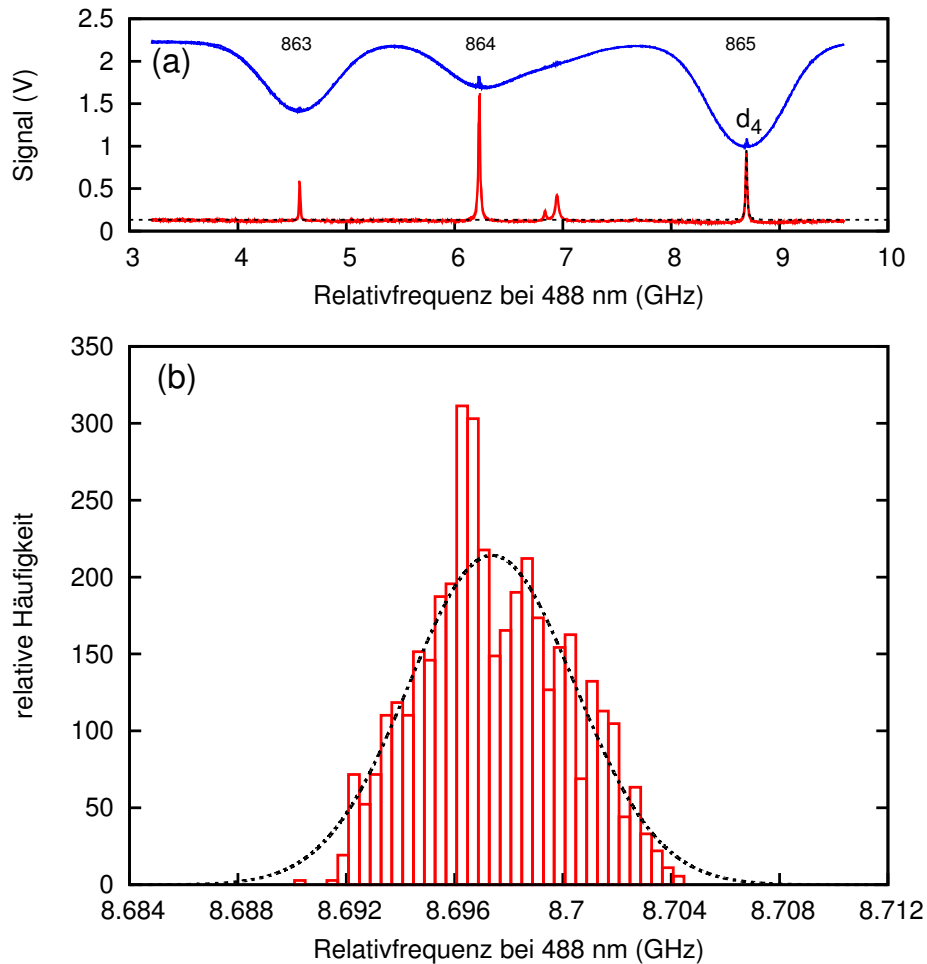
Anpassen einer Gaußfunktion an das Histogramm der extrahierten Mittenfrequenzen liefert eine Standardabweichung von  $\sigma_{488\text{ nm}} = 3,07$  MHz über einen Zeitraum von mehreren Tagen und unter Raumluftdruck, korrigiert auf den mittleren Luftdruck (vgl. Abbildung 4.2 (b)). Innerhalb der so erfassten Daten gibt es auch eine 50-stündige Messreihe, in der das Lasersystem autonom stabil gemessen hat.

Die so gemessene Frequenzstabilität gibt an wie gut das Lasersystem bei der Frequenz der sogenannten  $d_4$ -Linie ist. Für weiterführende Untersuchungen der Präzision der Laserfrequenz wurden Linien mit bekannter Absolut-Frequenz über einen breiten Frequenzbereich aufgenommen.

Hierzu wurde der Resonator II in Vakuumumgebung als Referenz verwendet. Messungen der acht verwendeten Resonanzen sind in Abbildung 4.4 zu

---

<sup>3</sup> Gero SR-70-200, [102].



**Abbildung 4.2:** (a) Dopplerverbreiterte (blau) und dopplerfreie (rot) Spektroskopie von  $^{130}\text{Te}_2$  um die  $d_4$ -Referenzlinie. Die gestrichelte Linie ist eine an die  $d_4$ -Linie angepasste Lorentzfunktion. (b) Histogramm der Zentralfrequenzen aus angepassten Lorentzfunktionen. Die Daten wurden über sechs Tage verteilt in 1300 Einzelmessungen aufgenommen und auf Standardluftdruck korrigiert. Die gestrichelte Linie ist eine angepasste Gaußfunktion mit einer Standardabweichung von  $\sigma_{488\text{ nm}} = 3,07\text{ MHz}$ . Im Ultravioletten ergibt sich somit eine Frequenzunsicherheit von  $\sigma_{244\text{ nm}} = 6,14\text{ MHz}$ .

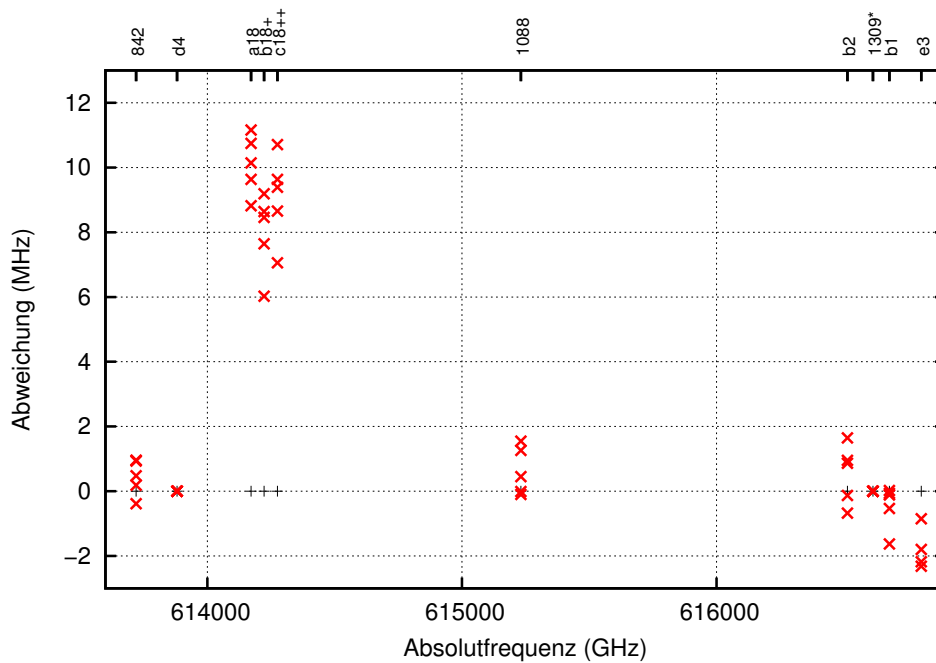
sehen. In Abbildung 4.3 bzw. Tabelle 4.1 sind die erwarteten Zentralfrequenzen der Linien über die Abweichung zwischen erwarteter und gemessener Frequenz dargestellt. Zur Datenaufnahme und Auswertung wurde ein Fehler von 0,9 MHz angesetzt. Es zeigt sich, dass die Streuung der Frequenzdifferenz zwischen den erwarteten und den gemessenen Frequenzen im Allgemeinen größer als 0,9 MHz ist. Diese Streuung lässt sich direkt auf die Stabilität des Lasersystems zurückführen. Lediglich die Linien  $a_{18}$ ,  $b_{18}$  und  $c_{18}$  liegen deutlich außerhalb dieser Grenze. Hierauf wird in Abschnitt 4.3 Bezug genommen. Über die fortlaufenden Messungen an den oben genannten Tellurresonanzen lässt sich die Präzision des Systems auf 3 MHz bei 488 nm quantifizieren (vgl. Abschnitt 4.4).

**Tabelle 4.1:** Vergleich zwischen den Literaturwerten und den in dieser Arbeit gemessenen Werten (gemittelt aus 5 einzelnen Messungen).  $\nu_{\text{lit}}$  gibt den Literaturwert aus der jeweiligen Referenz in der hintersten Spalte an,  $\nu_{\text{DA}}$  gibt den in dieser Arbeit bestimmten Wert an.  $\delta$  ist jeweils die Frequenzdifferenz,  $\delta = \nu_{\text{DA}} - \nu_{\text{lit}}$ .

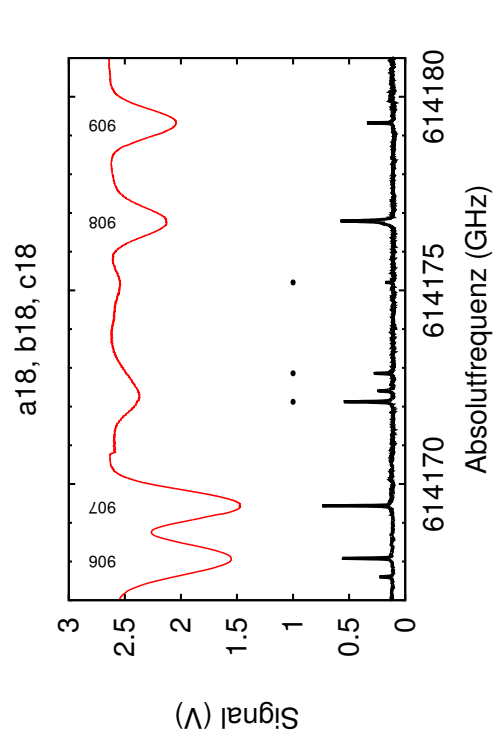
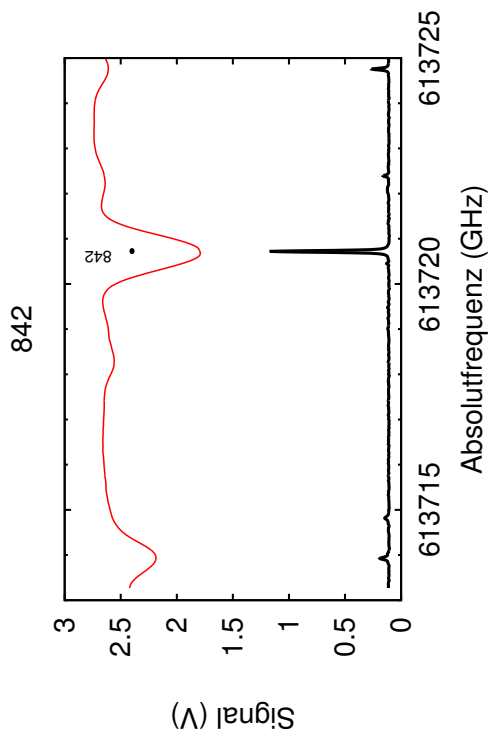
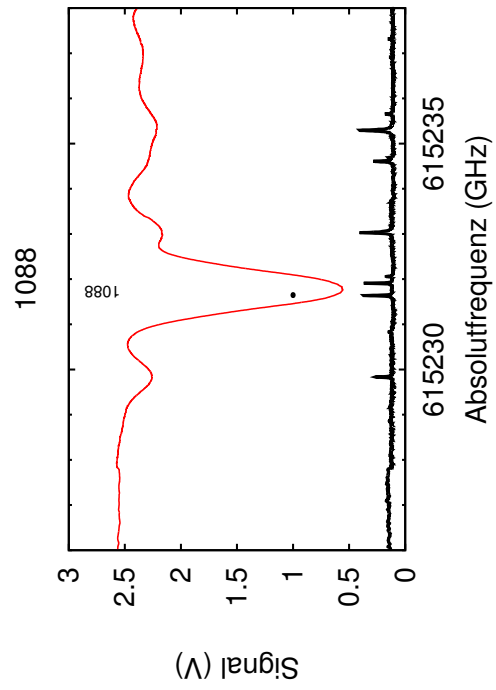
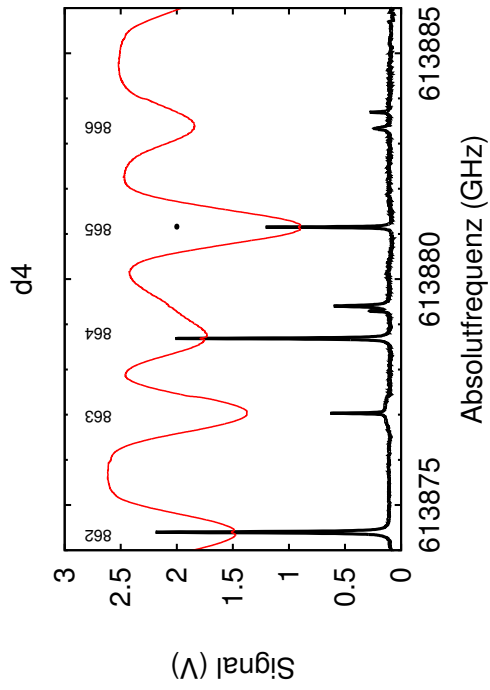
#	$\nu_{\text{lit}}$ (MHz)	$\nu_{\text{DA}}$ (MHz)	$\delta$ (MHz)	Ref.
842	613720717,00 (1,30)	613720717,4 (0,9)	0,43	[8]
$d_4 / 865$	613881150,80 (0,60)	613881150,8 (0,9)	0,00	[9]
$a_{18}$	614172111,50 (2,80)	614172121,6 (0,9)	10,10	[11]
$b_{18}$	614172847,20 (2,80)	614172855,2 (0,9)	7,99	[11]
$c_{18}$	614175193,90 (2,80)	614175203,0 (0,9)	9,09	[11]
1088	615231635,00 (1,30)	615231635,6 (0,9)	0,63	[8]
$b_2$	616513895,47 (0,60)	616513896,0 (0,9)	0,53	[13]
1309	616614258,00 (1,30)	616614258,0 (0,9)	0,00	[8]
$b_1$	616678856,52 (0,57)	616678856,1 (0,9)	-0,47	[103]
$e_3 / 1326$	616803545,31 (0,57)	616803543,5 (0,9)	-1,79	[13]

#### 4.2.2 Erzeugung eines präzisen Atlas zur Frequenzmessung des M1-Hyperfeinübergangs von $^{209}\text{Bi}^{82+}$

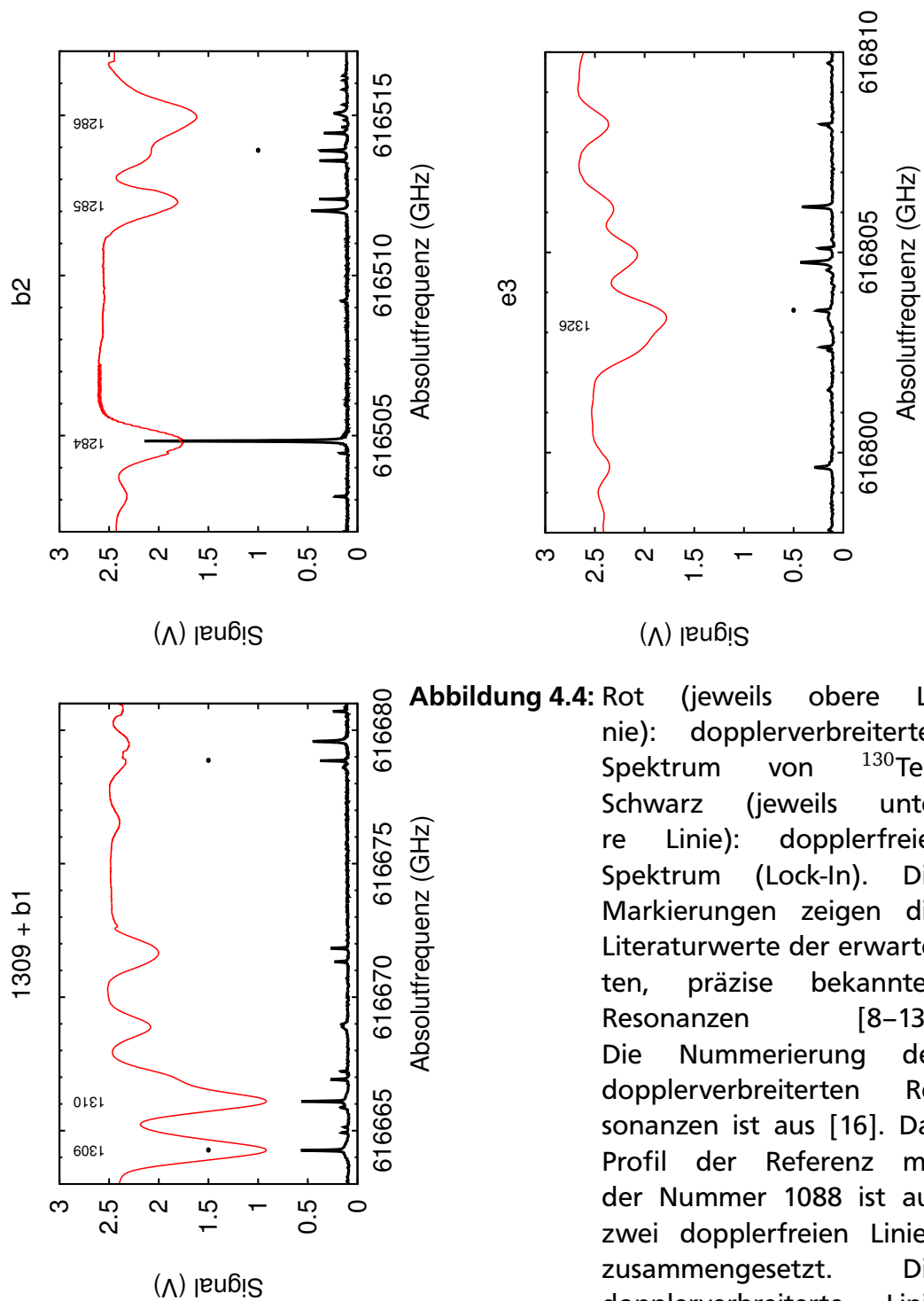
Für die präzise Messung der Hyperfeinstruktur von  $^{209}\text{Bi}^{82+}$  soll die Frequenz mit einer Resonanz von  $^{130}\text{Te}_2$  verglichen werden. Hierzu wurde ein  $^{130}\text{Te}_2$ -Spektrum aufgenommen, das mehrere Standardabweichungen des besten bisherigen Wertes der  $^{209}\text{Bi}^{82+}$ -Resonanz bei 243,87(2) nm abdeckt. Um dies zu erreichen, wurden mit dem Lasersystem Intervalle von ca. 6 GHz bei der fundamentalen Wellenlänge des Spektroskopielasers abgetastet. Auf diese Weise



**Abbildung 4.3:** Abweichung der gemessenen Resonanzen vom Literaturwert. Für die Darstellung ist die Linie 1309\* um 50 GHz zu niedrigerer Absolut-Frequenz verschoben dargestellt. Die Linien b18+ und c18++ sind um 50 bzw. 100 GHz zu höheren Frequenzen verschoben, um eine übersichtlichere Darstellung zu ermöglichen.







**Abbildung 4.4:** Rot (jeweils obere Linie): dopplerverbreitertes Spektrum von  $^{130}\text{Te}_2$ . Schwarz (jeweils untere Linie): dopplerfreies Spektrum (Lock-In). Die Markierungen zeigen die Literaturwerte der erwarteten, präzise bekannten Resonanzen [8–13]. Die Nummerierung der dopplerverbreiterten Resonanzen ist aus [16]. Das Profil der Referenz mit der Nummer 1088 ist aus zwei dopplerfreien Linien zusammengesetzt. Die dopplerverbreiterte Linie 1284, 9 GHz unter der  $b_2$ -Resonanz, wurde zur Zellendruck-Kalibrierung verwendet.

---

wurde ein 1,4 THz bei 488 nm umspannendes Spektrum aufgenommen, das von der Linie mit der Bezeichnung  $d_4$  bis zur Linie mit der Bezeichnung 1088 reicht. Zusätzlich hierzu wurden Teilbereiche des Spektrums bei höheren bzw. niedrigeren Frequenzen erfasst, die durch präzise bekannte Linien eine weitere Steigerung der Präzision des *FSR* ermöglichten und eine zusätzliche Aussage über die Stabilität des Lasersystems lieferten (vgl. Abschnitt 4.2.1).

Um die über 200 aufgenommenen Spektren zu einem Atlas von  $^{130}\text{Te}_2$  zusammenzusetzen, wird das in Abschnitt 3.5.2 beschriebene Programm angewendet. Jede Messung wird, um Hysterese auszuschließen, sowohl von großen zu niedrigen Frequenzen als auch umgekehrt aufgenommen. Die für den ungemittelten Atlas aufgenommenen Messungen wurden dann wegen des Luftdrucks im Resonator auf einen Luftdruck von 1018,29 hPa korrigiert<sup>4</sup>. Sie wurden mit jeweils einem Vielfachen des vorläufigen *FSR* aneinandergehängt und in Frequenzabstand auf die als Ankerpunkte fungierende  $d_4$ - und  $b_2$ -Linie kalibriert. Dies lieferte den präziseren mittleren *FSR* für die aufgenommenen Messungen. Mit dem genaueren mittleren *FSR* von 1982,411(40) MHz wurde dann eine endgültige Version des Atlas erstellt.

Mit der in Abschnitt 3.5.2 beschriebenen Auswertungs-Prozedur wurden die Zentralfrequenzen der dopplerverbreiterten sowie dopplerverbreiterten Linien in eine Tabelle extrahiert. Diese ist in Anhang A aufgeführt. Die grafische Darstellung der aufgenommenen Spektren ist in Abschnitt 4.2.3 zu sehen. Die Auswertung aller 851 dopplerverbreiterten Resonanzen ergibt einen mittleren Frequenzabstand von 1,6 GHz und eine mittlere Linienbreite von 35 MHz (FWHM). Für die dopplerverbreiterten Linien ergibt sich mit 631 Linien ein mittlerer Frequenzabstand von 2,3 GHz mit einer mittleren Linienbreite von (FWHM) 930 MHz. Durch die Zuordnung der dopplerverbreiterten und dopplerverbreiterten Linien kommen 920 neue Referenzen zu Stande. Auf die Unsicherheit der gemessenen Linien wird in Abschnitt 4.4 eingegangen.

---

### 4.2.3 Grafische Darstellung des erstellten Atlas

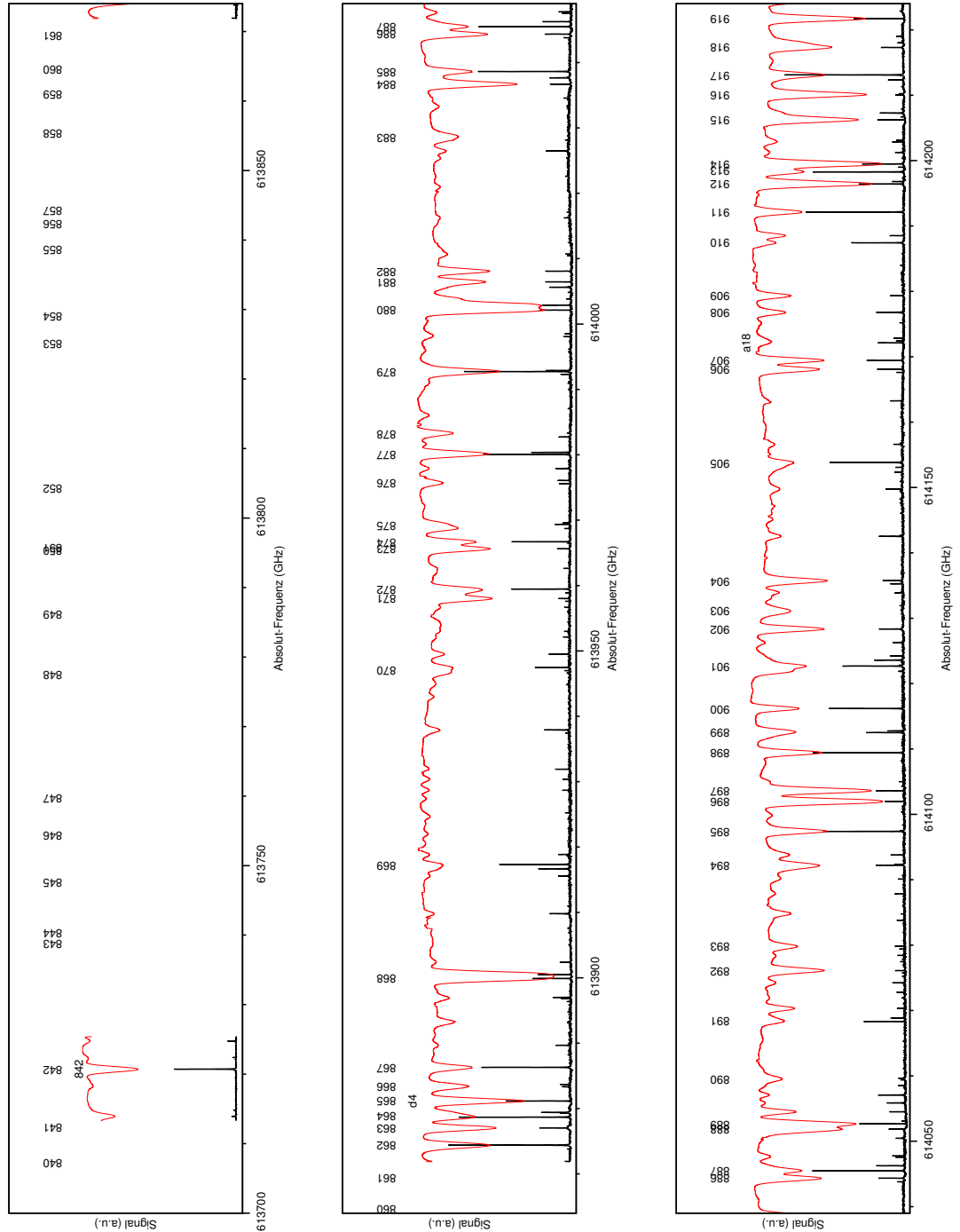
---

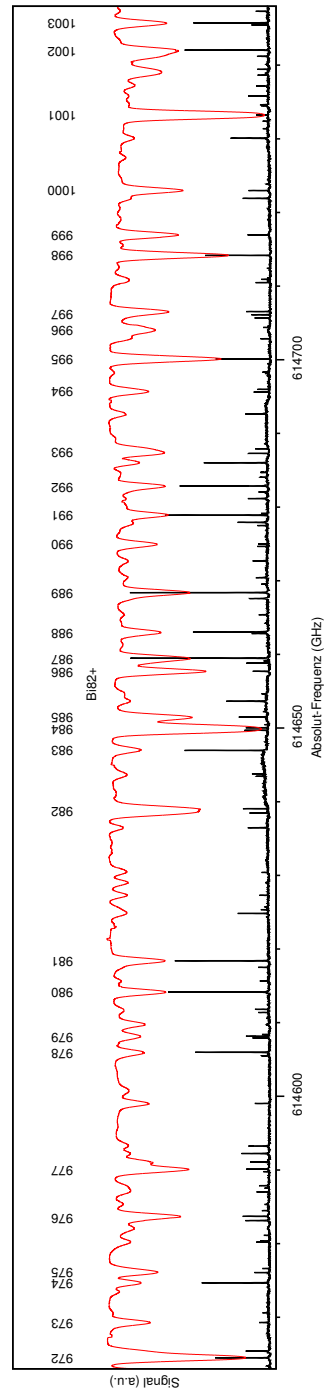
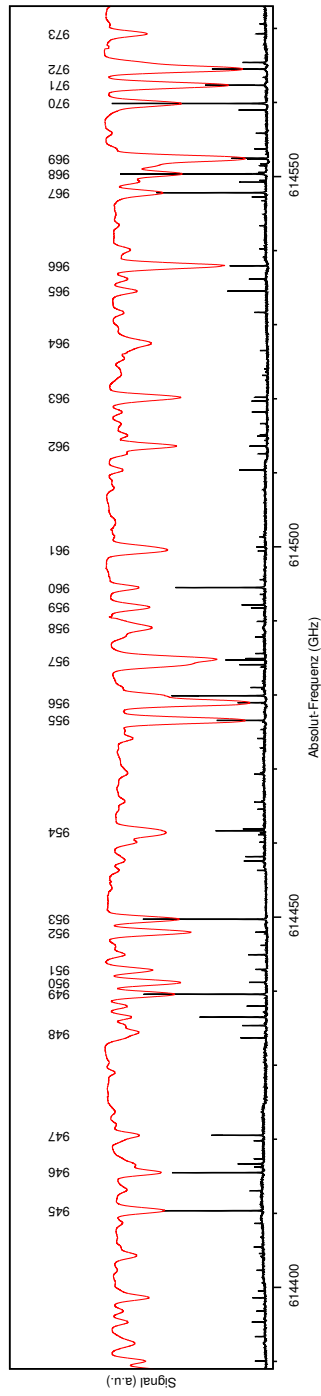
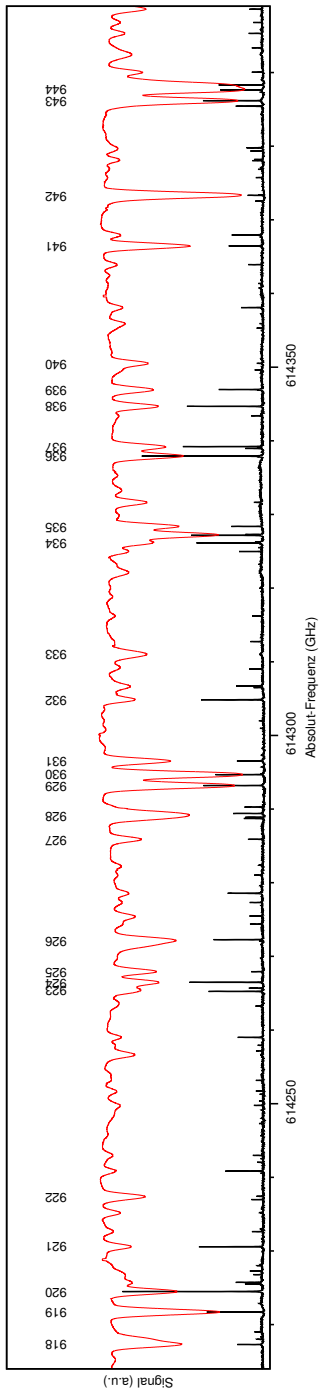
Im folgenden Abschnitt sind die Linien des Atlas zur Frequenzmessung des M1-Hyperfeinübergangs von  $^{209}\text{Bi}^{82+}$  grafisch dargestellt. Sie wurden mit der in Abschnitt 4.2.2 beschriebenen Messtechnik aufgenommen. Eine tabellarische Darstellung findet sich in Anhang A. Dieses aufgenommene Spektrum gliedert sich in zwei Teilabschnitte:<sup>5</sup>

<sup>4</sup> Der Luftdruck von 1018,29 hPa ergibt sich aus der Mittelung aller Messungen.

<sup>5</sup> Fortsetzung auf Seite 75

## Grafische Darstellung des erstellten Atlas von 613700 GHz bis 615273 GHz





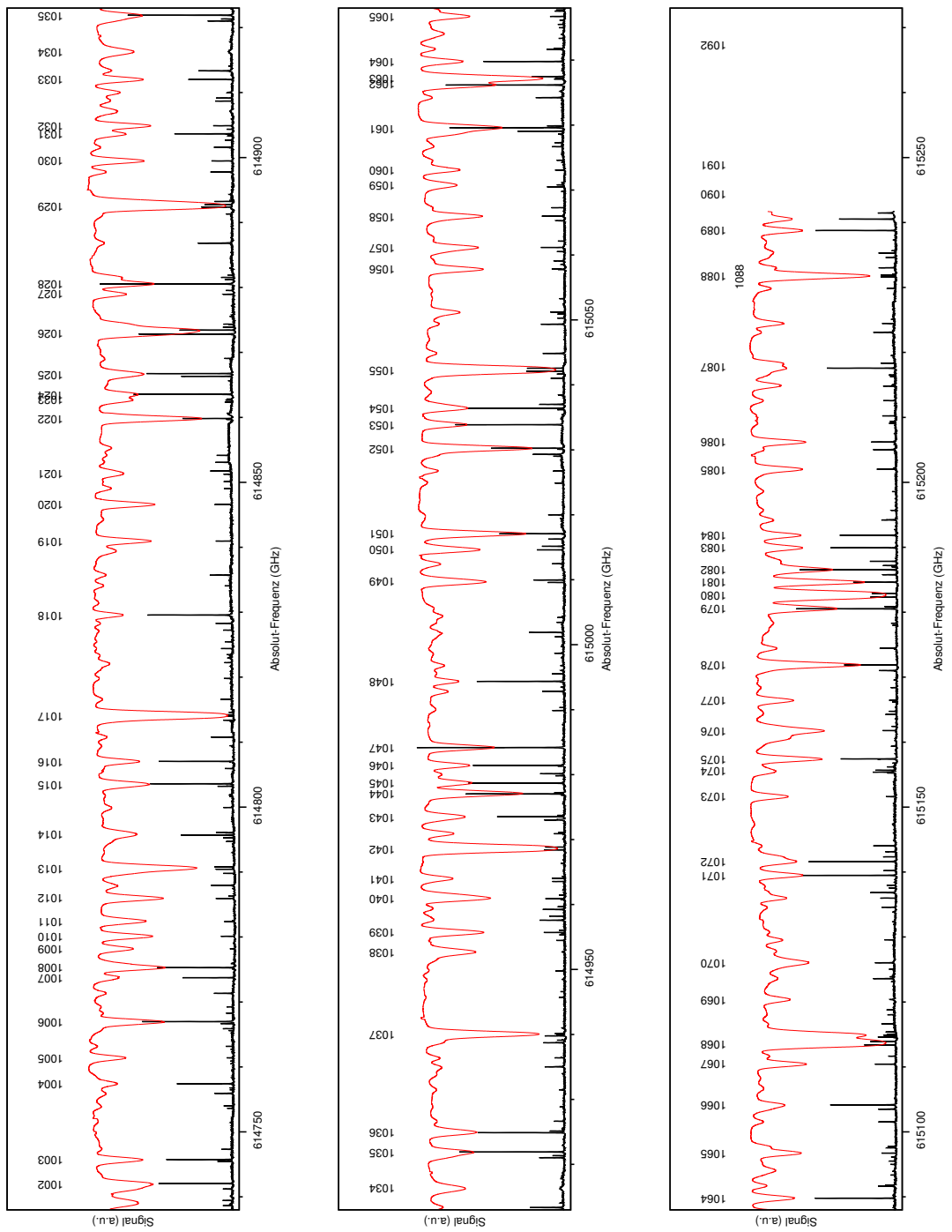


Abbildung 4.5

# Grafische Darstellung des erstellten Atlas von 616490 GHz bis 616822 GHz

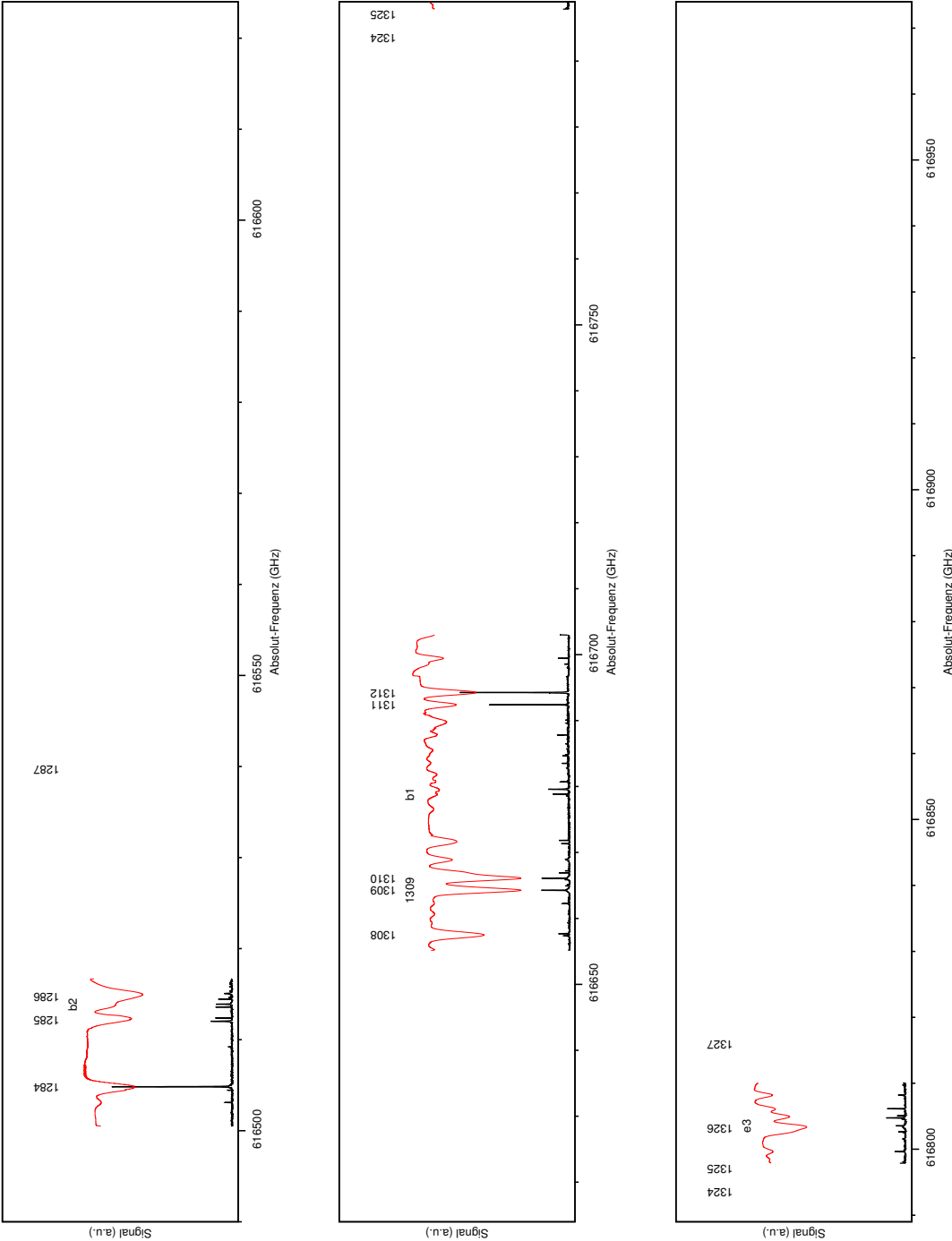


Abbildung 4.6

---

Einem von 613700 GHz bis 615273 GHz aufgenommenen Spektrum, das den Frequenzbereich zur Messung an  $^{209}\text{Bi}^{82+}$  sowie vier weitere Referenzlinien enthält. Zusätzlich wurde ein weiterer Abschnitt, mit nochmals vier präzise bekannten Referenzen, von 616490 GHz bis 616822 GHz, gemessen. Die Liniennummerierung ist aus [16] übernommen. Die aus der Literatur bekannten Linien sind ebenfalls mit deren Benennung markiert (vgl. ebenfalls Abbildung 4.4).

---

### 4.3 Diskrepanzen zur Literatur

---

Durch Vergleich der mittleren gemessenen Frequenz zu den Literaturwerten konnten fast alle Messwerte im Rahmen der Messgenauigkeit bestätigt werden (vgl. Abbildung 4.3). Eine Ausnahme bildet die Gruppe  $a_{18}$ ,  $b_{18}$  und  $c_{18}$ , bei der eine um 8 bis 10 MHz höhere Frequenz als in [11] gefunden wurde. Bei dem Profil mit der Nummer 1088 wurde zusätzlich die in [8] aufgeworfene Fragestellung der signifikant abweichenden Frequenz aufgeklärt. Des Weiteren ist vom Telluratlas [16] nicht bekannt, wie groß die Unsicherheit der gemessenen Resonanzen ist. Im Folgenden soll daher näher auf die so entstandenen Fragestellungen eingegangen werden.

---

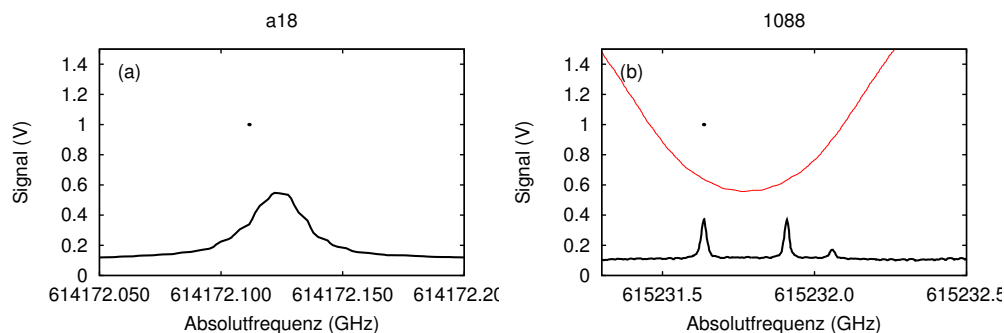
#### 4.3.1 Frequenzversatz der dopplerfreien Linien $a_{18}$ , $b_{18}$ und $c_{18}$

---

Bei der Untersuchung der Frequenzstabilität des Spektroskopielasers ist eine deutliche Abweichung der dopplerfreien Linien  $a_{18}$ ,  $b_{18}$  und  $c_{18}$  aus [11] von der erwarteten Frequenz aufgetreten. Im Folgenden soll diese Abweichung diskutiert werden.

Die Messung von [11] wurde bei 570 °C aufgenommen. Für den Dampfdruck von Tellur lässt sich eine druckabhängige Frequenzverschiebung zu ca. 1 MHz/100 °C abschätzen [103]. Dieser Wert kann jedoch für unterschiedliche Übergänge variieren. Auch mit einer Absorptionskalibrierung auf 23 % Absorption an der Linie 1284, scheint die Temperatur, bei der die kalibrierte Bedingung auftritt, bei unterschiedlichen Zellen zwischen 480 °C und 550 °C zu variieren.

Eine Frequenzverschiebung durch Restgas oder Verunreinigung ist unwahrscheinlich, aber nicht unmöglich. Untersuchungen hierzu wurden in [10] durchgeführt. Typische Werte für die Variation der Frequenzreferenzen in verschiedenen Zellen sind kleiner als 0,5 MHz. Auch das Zellenalter beeinflusst die Frequenzmessungen [10]. Für die in dieser Arbeit verwendete Zelle wird eine Verunreinigung durch Restgas ausgeschlossen, da sich die restlichen Referenzen ohne Störung reproduzieren lassen.



**Abbildung 4.7:** (a) Detailmessung der Resonanz  $a_{18}$ . Markiert (•) ist die Position entnommen aus [11]. Die schwarze Linie ist die Messung aus dieser Arbeit. (b) Detailmessung der Linie mit der Nummer 1088. Die Markierung (•) zeigt die Position entnommen aus [8]. Die schwarze Linie ist die dopplerfreie, die obere Linie (rot) ist die dopplerverbreiterte Messung. Es zeigt sich deutlich, dass die dopplerverbreiterte Linie aus drei dopplerfreien Linien zusammengesetzt ist.

Die Resonanzen, die mit dem Emissionsspektrum des Argon-Ionen-Lasers zusammenfallen ( $a_{18}$ ,  $b_{18}$  und  $c_{18}$ ), sind bei ähnlicher Leistung wie in der Literaturangabe gemessen worden. Daher ist eine Sättigungsverbreiterung ebenfalls auszuschließen. Die große Linienbreite eines Argon-Ionen-Lasers könnte eine Asymmetrie aufweisen, sodass sich ein scheinbar anderer Frequenzwert von 5 MHz einstellen kann.

Die Einzelreferenzen dieser Arbeit wurden tageweise abwechselnd von niedrigen Frequenzen zu hohen Frequenzen und umgekehrt aufgenommen. Eine zeitlich begrenzte Ungenauigkeit am Messsystem kann daher die Abweichung nicht erklären.

Aus den oben genannten Gründen wird daher davon ausgegangen, dass die Unsicherheiten in der Literaturangabe unterschätzt wurden bzw. die veröffentlichten Frequenzwerte der Literaturangabe die gefundene Verschiebung aufweisen.

#### 4.3.2 Darstellung der dopplerfreien Mehrfachstruktur der Linie 1088

Eine weitere Diskrepanz tritt bei der Absorptionslinie der Nummer 1088 auf, bei der in [8] ein positiver (Wellenzahl-)Offset gemessen wurde, während alle anderen Referenzen der Messreihe einen negativen Offset zum Atlas aufweisen.

Eine hochaufgelöste Messung des Spektrums zeigt, dass die dopplerverbreiterte Struktur aus zwei dicht beieinanderliegenden, ähnlich starken doppler-



---

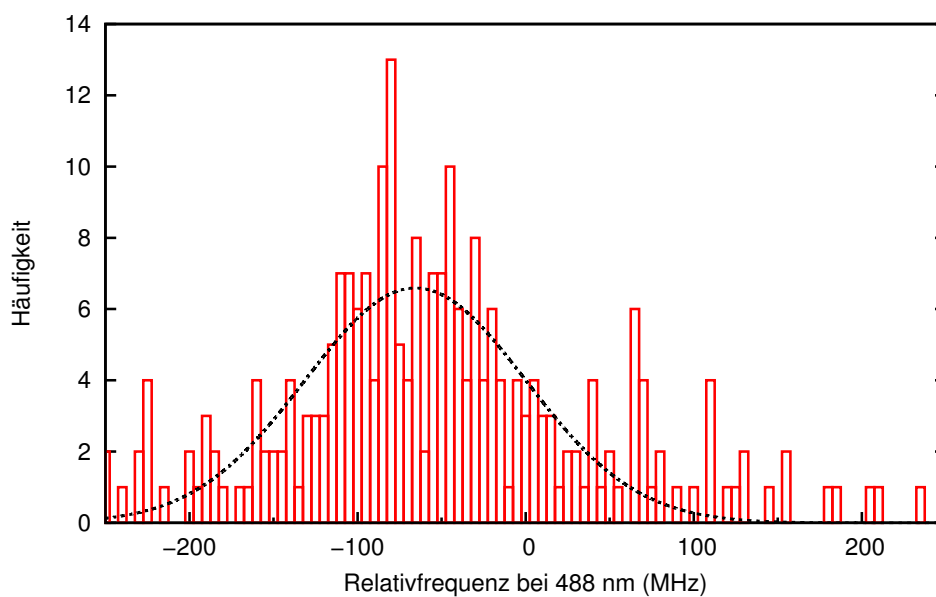
freien Strukturen zusammengesetzt ist. Die dopplerfreie Linie mit der kleineren Frequenz scheint diejenige zu sein, die in [8] gemessen wurde (vgl. Tabelle 4.2 und Abbildung 4.7 (b)). Weswegen die zweite Linie im dopplerfreien Spektrum der Referenz nicht bemerkt wurde konnte nicht geklärt werden.

---

### 4.3.3 Statistische Untersuchung der Genauigkeit des Atlas

---

In [8] wird aufgrund der vom Atlas [16] abweichenden Messungen vermutet, dass der Atlas eine im Mittel um 61,2 MHz zu niedrige Frequenz angibt. Ein Vergleich der extrahierten Zentralfrequenzen der dopplerverbreiterten Resonanzen unserer Messungen mit den Werten des Atlas bestätigte diese Frequenzabweichung von 65,6 MHz bei einer Standardabweichung von 65 MHz (vgl. Abbildung 4.8 sowie Tabelle 4.2). Aus den Werten für Offset und Standardabweichung ergibt sich für die Frequenzwerte aus dem Atlas [16] eine asymmetrische Fehlerschranke von  $-131$  MHz bis  $0$  MHz.



**Abbildung 4.8:** Statistische Variation der Differenzfrequenz zwischen Atlas [16] und dieser Arbeit. Das Histogramm hat eine Intervallgröße von 5 MHz, die angepasste Gaußfunktion ist um  $-65,6$  MHz verschoben und zeigt eine Breite von  $\sigma = 65$  MHz.

**Tabelle 4.2:** Vergleichstabelle zwischen den Werten für die dopplerverbreiterten Linien des Atlas [16] ( $\nu_{\text{Atlas}}$ ), den dopplerfreien Linien gemessen von Gillaspay und Sansonetti aus [8] ( $\nu_{\text{GS}}$ ) und den Frequenzmessungen aus dieser Arbeit, ebenfalls dopplerfrei ( $\nu_{\text{DA}}$ ).  $\delta$  ist dabei jeweils die Abweichung zur verbreiterten Struktur aus [16].

#	$\nu_{\text{Atlas}}$ (MHz)	$\nu_{\text{GS}}$ aus [8]	$\delta$ (MHz)	$\nu_{\text{DA}}$	$\delta$ (MHz)
842	613720610,1	613720716,8(1,3)	-106,7	613720720,5(3,0)	-110,4
1088	615231717,0	615231634,5(1,3)	82,5	615231637,8(3,0)	81,4
1088	615231717,0	–	–	615231910,9(3,0)	-202,9
1309	616664236,2	616664257,5(1,3)	-21,3	616664259,6(3,0)	-23,4

#### 4.4 Fehlerbudget der gemessenen Tellurlinien

Die Unsicherheit der gemessenen Referenzen setzt sich aus unterschiedlichen Unsicherheiten zusammen. Die Frequenzschwankungen innerhalb der Messungen geben Aufschluss über die Stabilität und Präzision des Systems. Mit dem Stabilisierungsschema des evakuierten Transferresonators und Piezo-Modulation ergibt sich eine Schwankung von 0,9 MHz (Standardabweichung bei 488 nm) der gemessenen Resonanzen. Hiervon ausgenommen sind die Ankerpunkte, an denen der Atlas kalibriert wurde, da die Abweichung an diesen Punkten systembedingt null ist, und die  $a_{18}$ -Gruppe, da hier ein systematischer Fehler vorzuliegen scheint. Die Lorentzfunktionsanpassungen ergeben Unsicherheiten, die geringer als 0,5 MHz sind, außer an den Linien  $c_{18}$ ,  $b_2$  und  $e_3$ , die durch ihre geringe Amplitude ein schlechtes Signal-zu-Rausch-Verhältnis aufweisen (vgl. Abbildung 4.4).

Die Reihe neuer Referenzen (Anhang A) wurde mit einer Genauigkeit von insgesamt 3 MHz beziffert, da diese mit dem Transferresonator unter Luftdruck gemessen wurden und ein geringer Restfehler nach der Korrektur des Luftdrucks auf Standard-Druck noch möglich ist (vgl. Abbildung 4.2). Hier hatte die Lorentzfunktionsanpassungen einen mittleren Fehler von 1,4 MHz (90 % besser als 3 MHz) bzw. die dopplerverbreiterten Linien eine mittlere Anpassungsunsicherheit von 15 MHz (90 % besser als 25 MHz). Die jeweiligen Fehler wurden quadratisch zur Druckunsicherheit von 3 MHz addiert und so für jede Linie einzeln errechnet.

Durch Vergleich der Frequenz des zu messenden Hyperfeinübergangs in  $^{209}\text{Bi}^{82+}$  zur erstellten Tellurkarte wird damit eine hochpräzise Messung möglich. Zusätzlich konnte mit acht Referenzlinien die Genauigkeit des Lasersystems bestimmt werden. Abweichungen zwischen den Literaturwerten und den vorliegenden Werten wurden diskutiert und konnten teilweise erklärt werden.

---

---

# 5 Messung von elektromagnetisch induzierter Transparenz (EIT)

Zur Realisierung von Zwei-Qubit-Operationen an Atomen lässt sich die Dipolwechselwirkung von Rydberg-Atomen nutzen (vgl. Abschnitt 2.2.4). Elektromagnetisch induzierte Transparenz (EIT) ermöglicht dabei die Energie von Rydberg-Übergängen genau zu messen.

In diesem Kapitel soll die experimentelle Realisierung von EIT vorgestellt werden. Hierzu wurden Zwei-Photonen-Übergänge an einer Rubidiumdampfzelle aufgenommen. Der experimentelle Aufbau wird in Abschnitt 5.1 vorgestellt. In Abschnitt 5.2 wird die erhaltene Linienform analysiert, Abschnitt 5.3 liefert eine Abschätzung der kombinierten Linienbreite von Probelaser und Kopplungslaser (Spektroskopielaser). Die Energieverschiebung durch ein Magnetfeld sowie der Einfluss eines elektrischen Feldes werden in Abschnitt 5.4 diskutiert.

---

## 5.1 Experimenteller Aufbau der EIT-Spektroskopie

---

Wie in Abschnitt 2.3 dargestellt ist EIT ein Zwei-Photonen-Prozess. Die Zustände eines leiterartigen Drei-Niveau-Systems werden dabei durch zwei Laserfelder gekoppelt. Die Kopplung der unteren beiden Zustände soll dabei mit einem schwachen Laserfeld bei 780 nm geschehen (Probelaser). Die oberen beiden Zustände werden durch ein Lichtfeld bei 480 nm gekoppelt (Kopplungslaser), dieses wird in dieser Arbeit von der zweiten Harmonischen des Spektroskopielasers erzeugt. Die Abtastung eines Übergangs erfolgt jeweils durch Verstimmung des Spektroskopielasers.

Der schematische Aufbau des Strahlengangs ist in Abbildung 5.1 dargestellt. Das Probelaserlicht wird mit einem akkustooptischen Modulator (AOM) auf der +1. Ordnung intensitätsstabilisiert und zum Transport und zur Modenfilterung in eine Glasfaser eingekoppelt. Der Probelaser wird mit einem PLL-Baustein<sup>1</sup> (RF-Bay, PDF100) relativ zum Referenzlaser frequenzstabilisiert. Dieser Regelkreis ist bandbreitenbegrenzt durch die typische Regelungsbandbreite des

---

<sup>1</sup> *engl.: phase locked loop*, dieser eigentlich zur Phasenstabilisierung niederfrequenter Oszillatoren vorgesehene Baustein lässt sich auch zur Frequenzstabilisierung von Lasern verwenden [104].

---

PLL-Bausteins von 10 kHz. Da sowohl die EIT-Spektroskopie als auch die Frequenzstabilisierung hinter dem akustooptischen Modulator stattfinden, braucht die Frequenzdrift des AOM-Treibers nicht berücksichtigt werden.

Nach der Faser wird der Laserstrahl an einem Polarisationsstrahlteiler<sup>2</sup> aufgeteilt. Ein Anteil wird zur Frequenzstabilisierung verwendet, der andere Teil wird zur hier erläuterten EIT-Spektroskopie abgezweigt. Nach dem PBS kann die Polarisation falls erforderlich gedreht bzw. in zirkuläre Polarisation umgewandelt werden. Über einen Graufilter<sup>3</sup> lässt sich die Intensität des Probestrahls verringern, mit einer 100 mm brennweitigen Linse wird der Strahl in eine Rubidiumzelle fokussiert. Eine Photodiode wird zur Detektion der Intensität des transmittierten Strahls eingesetzt. Wegen der bei EIT systembedingt geringen Intensität im Probestrahl muss das Signal hoch verstärkt werden. Der Probelaserstrahl wird durch Modulation des Diodenstroms frequenzmoduliert (Frequenzmodulationsspektroskopie, Modulationstiefe FWHM 280 kHz). Durch phasensensitive Detektion der Frequenzmodulation wird ein dispersionsartiges Signal erzeugt (Lock-In), was mit dem Experimentsteuerprogramm erfasst wird. An der Rubidiumzelle wird der Kopplungsstrahl mit dichroitischen Spiegeln (Thorlabs, DMLP567R) antiparallel überlagert. Der Laserstrahl des Kopplungslaserfelds wird im Resonator des Spektroskopielasers durch Frequenzverdopplung erzeugt und wird an einem PBS aufgeteilt in einen Strahl, der später für die Experimente an ultrakalten Atomen genutzt werden soll, sowie dem EIT-Spektroskopiestrahl. Mit jeweils einer  $\lambda/2$ - und  $\lambda/4$ -Platte lässt sich danach die Polarisation beliebig wählen, der Strahl wird vor der Überlagerung mit einer 400 mm brennweitigen Linse in die Zelle fokussiert.

---

### 5.1.1 Darstellung der gemessenen Übergänge

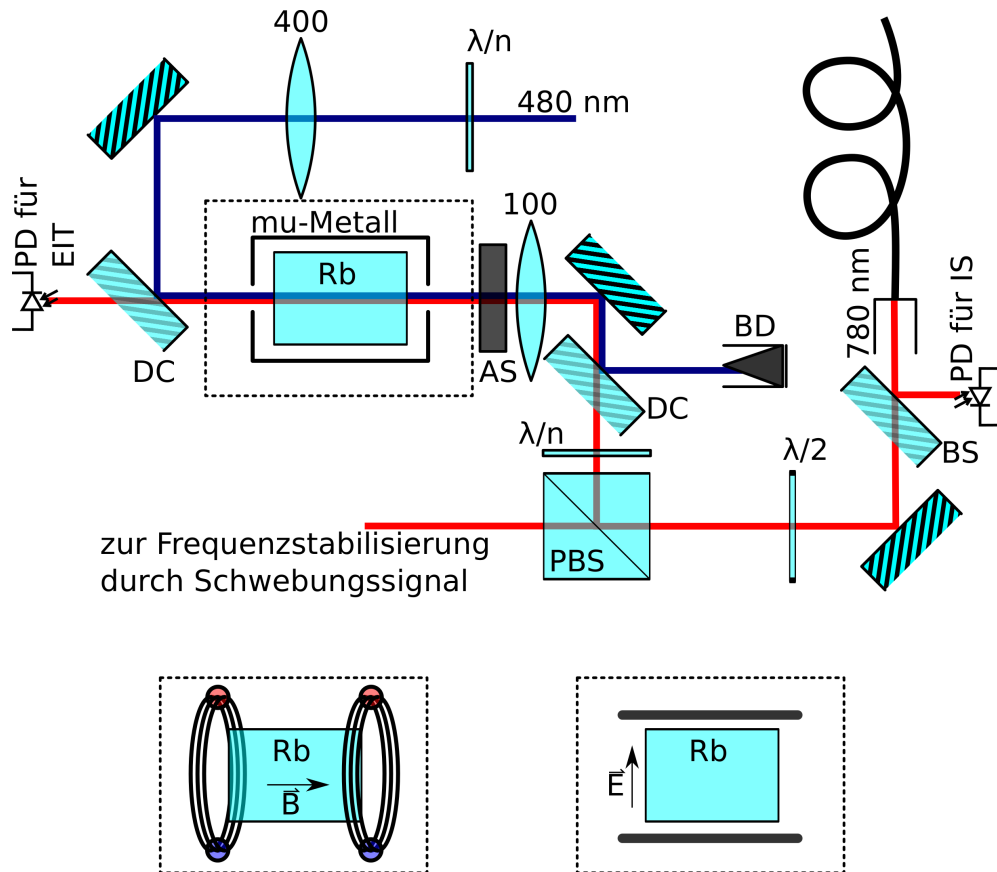
---

Mit dem oben beschriebenen Aufbau wurden Rydberg-Übergänge mit diversen Hauptquantenzahlen gemessen, eine Auswahl ist in Abbildung 5.2 gezeigt. Die Linienbreite der EIT mit oberem Niveau  $^{85}\text{Rb } 5 \ ^2S_{1/2} |F = 3\rangle \rightarrow 20 \ ^2D_{5/2}$  ist stark verbreitert, da diese ohne dichroitische Spiegel und ohne Magnetfeldabschirmung aufgenommen wurde. Stattdessen wurden die gegenläufigen Strahlen unter einem kleinen Winkel überlagert. Hierdurch bleibt die Linie zu einem geringen Anteil dopplerverbreitert. Aus geometrischen Überlegungen lässt sich die Linienverbreiterung  $\Gamma_\beta$  durch einen Winkel  $\beta$  zwischen Kopplungsstrahl

---

<sup>2</sup> engl.: polarizing beamsplitter cube, PBS.

<sup>3</sup> engl.: neutral density, ND.



**Abbildung 5.1:** Schematischer Aufbau der EIT-Spektroskopie. Die Zelle im gestrichelten Kasten lässt sich optional gegen einen Aufbau mit Kondensatorplatten (unten rechts) sowie einem Helmholtzspulenpaar (unten links) ersetzen.

Abkürzungen: wählbare Verzögerungsplatte mit  $\lambda/2$  oder  $\lambda/4$  ( $\lambda/n$ ), Verzögerungsplatte ( $\lambda/2$ ), Polarisationsstrahlteilerwürfel (PBS), Abschwächerplättchen (AS), dichroitischer Spiegel (DC), Linse mit 100 mm Brennweite (100), Linse mit 400 mm Brennweite (400), Rubidiumdampfzelle mit Mumetallabschirmung (Rb), Photodiode zur Signalaufnahme der EIT (PD für EIT), Strahlstopper (BD), Strahlprobe zur Intensitätsstabilisierung (BS, PD für IS).

---

---

und Probestrahl herleiten (vgl. Gleichung 2.24 und Abbildung 2.7). Mit der dopplerverbreiterten Linienbreite  $\Gamma_{\text{Doppler}}$  gilt:

$$\Gamma_{\beta} = \Gamma_{\text{Doppler}} \cdot \sin\left(\frac{\beta}{2}\right) \quad (5.1)$$

Für eine dopplerverbreiterte Linienbreite von  $\Gamma_{\text{Doppler}} = 2\pi \cdot 0,57$  GHz bei 480 nm und einem Winkel von  $\beta = 3^\circ$  ergibt sich eine Verbreiterung von ca.  $2\pi \cdot 15$  MHz. Zusammen mit einer Aufspaltung bedingt durch das Erdmagnetfeld von ca. 50  $\mu\text{T}$  lässt sich die große Signalbreite erklären.

Die Übergänge mit  $n = 79$  und  $n = 97$  sind mit zirkular polarisierten Laserfeldern von Probe- und Kopplungslaser aufgenommen. Die Linien mit Rydberg-Zuständen auf den Hauptquantenzahlen 20, 58 und 79 sind mit einer Kopplungslaserleistung von ca. 30 mW aufgenommen. Für den Übergang mit Rydberg-Zustand  $n = 97$  wurde in der Detektion ein zusätzlicher Verstärker eingesetzt, der das Signal invertiert. Die Kopplungslaserleistung beträgt hier 180 mW. Mit dem Lasersystem kann jedoch auch eine Leistung von 200 mW erzeugt werden.

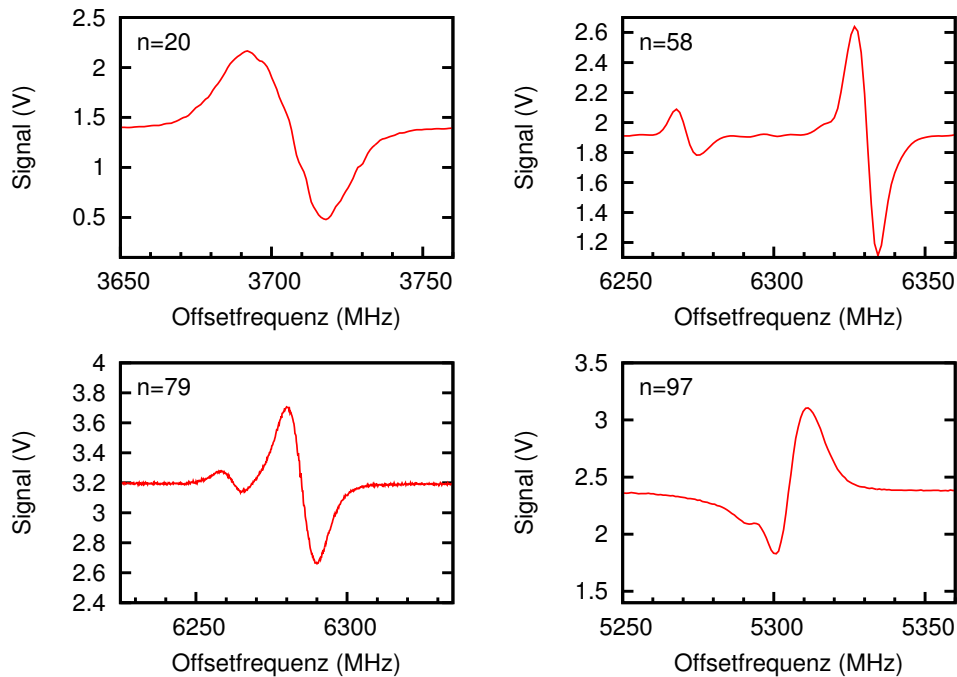
---

### 5.1.2 Erwartetes Spektrum elektromagnetisch induzierter Transparenz

---

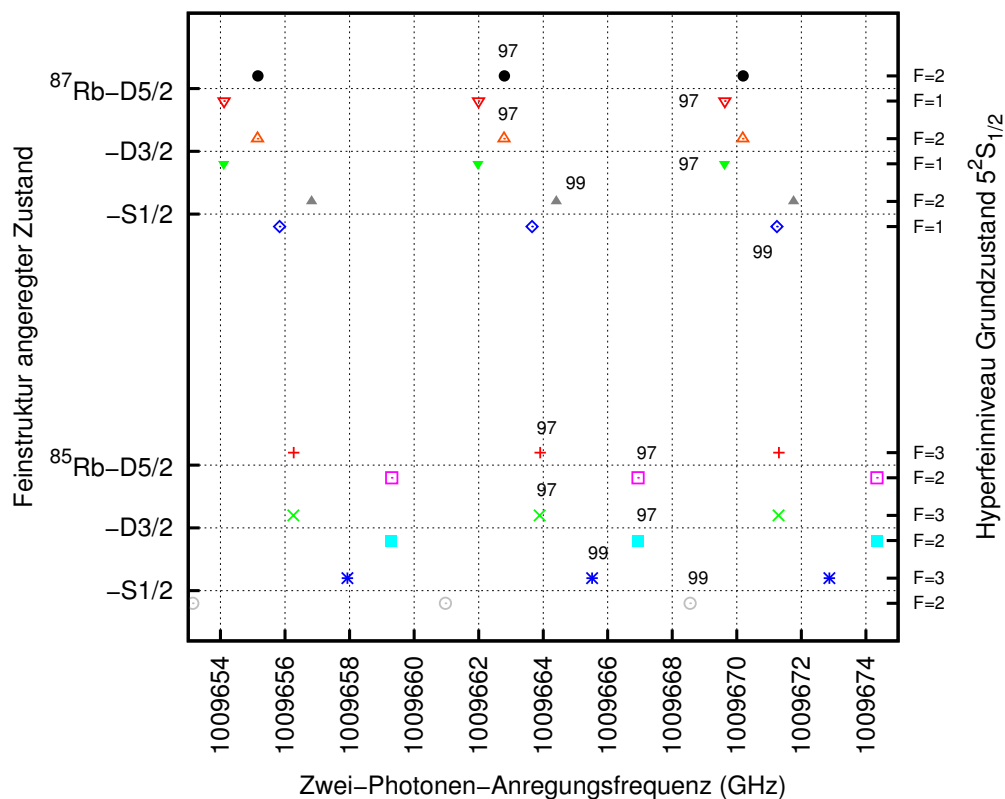
Durch die thermische Bewegung der Atome und die vergleichsweise hohe Dichte in der Rubidiumdampfzelle kommt es zu Stößen zwischen den Atomen. Dies führt zu einer Besetzung beider Grundzustandshyperfeinniveaus. Anders als bei Spektroskopie an gefangenen Atomen kann daher keine Vorauswahl getroffen werden, aus welchem Hyperfeinzustand angeregt werden soll. Daher kommt es bei einer Frequenz, die um eine Grundzustandshyperfeinaufspaltung höher ist als die resonante Anregung aus dem höheren Grundzustandshyperfeinniveau zu einer resonanten Anregung aus dem niedrigeren Grundzustandshyperfeinniveau. Zum Beispiel 3,035 GHz über der resonanten Anregung aus dem Zustand  $^{85}\text{Rb } 5^2S_{1/2}|F=3\rangle$  kommt es zu einem resonanten Übergang aus  $^{85}\text{Rb } 5^2S_{1/2}|F=2\rangle$ . Zusätzlich sind in den verwendeten Zellen natürliche Mischungen der Isotope von Rubidium vorhanden ( $^{85}\text{Rb}$  und  $^{87}\text{Rb}$ ), sodass diese Linien für beide Isotope auftreten.

In Abbildung 5.3 sind die rechnerisch möglichen Übergangsfrequenzen über den Anfangszustand aufgetragen. Über die Verstimmung  $\Delta$  des Kopplungslasers zum Zwischenzustand lässt sich die Stärke der auftretenden Linien einstellen. Da der Frequenzabstand der Hyperfeinniveaus des Grundzustands von Rubidium ca. 3,0 GHz bzw. 6,8 GHz beträgt, erlaubt dies eine gute Manipulation der Übergangsstärke durch Verstimmung.



**Abbildung 5.2:** Aufgenommene Messungen elektromagnetisch induzierter Transparenz bei verschiedenen Hauptquantenzahlen. Oben links ist  $20^2D_{5/2}$  zu sehen, in den restlichen Darstellungen sind sowohl  $D_{3/2}$  als auch  $D_{5/2}$  zu erkennen. Die Feinaufspaltung für die Übergänge  $n=20, 58, 79$  und  $97$  beträgt  $1630$  MHz,  $59$  MHz,  $23$  MHz und  $12$  MHz. Die Signale sind unterschiedlich häufig gemittelt.

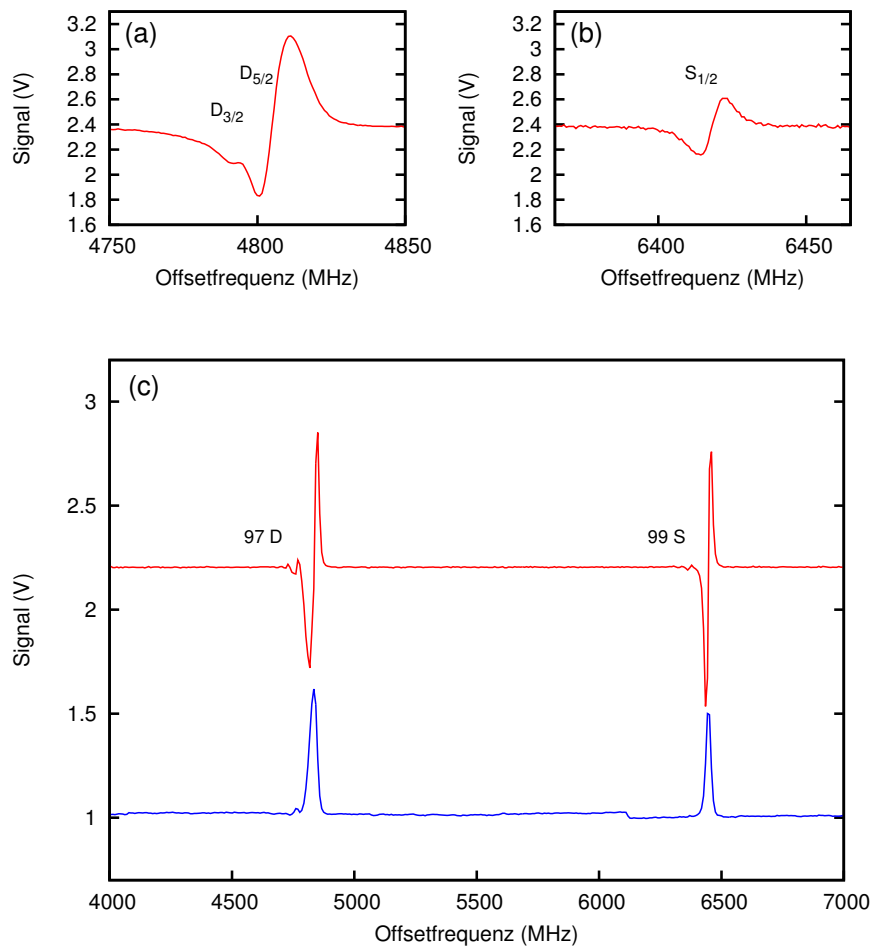
Die folgenden Messungen in diesem Kapitel werden alle an den Linien  $^{85}\text{Rb } 5^2S_{1/2} |F=3\rangle \rightarrow 97^2D_{5/2}$ ,  $97^2D_{3/2}$  und  $99^2S_{1/2}$  durchgeführt. Die nächstmöglichen Zwei-Photonen-Übergänge in der Gaszelle um  $^{85}\text{Rb } 5^2S_{1/2} |F=3\rangle \rightarrow 97^2D_{5/2}$  sind:  $^{87}\text{Rb } 5^2S_{1/2} |F=1\rangle \rightarrow 98^2S_{1/2}$  mit einer Übergangsfrequenz  $247$  MHz kleiner als der Übergang nach  $97^2D_{5/2}$  und  $^{87}\text{Rb } 5^2S_{1/2} |F=2\rangle \rightarrow 99^2S_{1/2}$  mit einer Übergangsfrequenz  $504$  MHz größer als der Übergang nach  $97^2D_{5/2}$ . Diese konnten bei einer Verstimmung zum Zwischenzustand  $^{85}\text{Rb } 5^2P_{3/2}$  von  $\Delta < 200$  MHz nicht beobachtet werden. Der nächstmögliche isotopengleiche Übergang ist  $^{85}\text{Rb } 5^2S_{1/2} |F=3\rangle \rightarrow 99^2S_{1/2}$  bei einer Frequenz  $1612$  MHz höher als  $97^2D_{5/2}$  (vgl. Abbildungen 5.3, 5.4 und 5.8).



**Abbildung 5.3:** Erwartetes Spektrum der EIT um die Zustände  $96\ ^2D_{5/2}$  bis  $98\ ^2D_{5/2}$ . Markiert sind die Übergänge mit Endzustand  $97\ ^2D$  bzw.  $99\ ^2S$ . Das Spektrum der verschiedenen oberen Zustände faltet sich mit der Niveaulstruktur der Anfangszustände. Über den unteren Gitternetzlinien für das Isotop  $^{85}\text{Rb}$  ist die Übergangsfrequenz mit Anfangszustand  $5\ ^2S_{1/2}\ |F = 3\rangle$  und auf  $D_{5/2}$  endend (rotes +), direkt darunter auf  $D_{3/2}$  endend (grünes  $\times$ ) sowie auf dem zwei Hauptquantenzahlen höher liegenden  $S_{1/2}$ -Zustand endend (blauer \*) markiert. Die entsprechenden Übergänge mit Anfangsniveau  $5\ ^2S_{1/2}\ |F = 2\rangle$  sind unterhalb der Gitterlinien bei einer Frequenz, die um eine Grundzustandshyperfeinaufspaltung von 3,035 GHz höher ist, eingezeichnet (rosa  $\square$ , türkise  $\blacksquare$  für die  $D$ -Zustände und graue  $\odot$  für den  $S$ -Zustand). Für das Isotop  $^{87}\text{Rb}$  gilt entsprechendes mit der Grundzustandshyperfeinaufspaltung von 6,834 GHz. Zusätzlich sind die Übergangsfrequenzen der Isotope durch die Isotopieverschiebung zueinander versetzt.

Das erwartete Spektrum deckt sich mit den Beobachtungen für  $n=32$  von [53] und unseren Messungen. Die Signalstärke der Übergänge lässt sich über die Verstimmung  $\Delta$  einstellen.





**Abbildung 5.4:** (a) Hochaufgelöste Messung der EIT auf  $97^2D$ . Die Feinstrukturaufspaltung beträgt 12,2 MHz, die Signalbreite, gemessen von der Frequenz des Minimums zur Frequenz des Maximums beträgt 15 MHz, das große Signal ist der  $D_{5/2}$  Übergang, da die Übergangswahrscheinlichkeit höher ist als bei  $D_{3/2}$ . (b) Hoch aufgelöste Messung der EIT auf  $99^2S_{1/2}$ , der geringere Signalpegel kommt aus leicht unterschiedlichen experimentellen Parametern zustande. (c) Beispielhafte Messung eines Spektrums. Sichtbar sind die Linien  $97^2D_{3/2}$ ,  $97^2D_{5/2}$  und  $99^2S_{1/2}$ . Die obere Linie (rot) zeigt das Lock-In-Signal der FM-Spektroskopie, unten (blau) ist das Transmissionssignal, um den Faktor 100 vergrößert, zu sehen. Die gezeigten Messungen sind Mittelungen und wurden an unterschiedlichen Tagen aufgenommen.

## 5.2 Erklärung der auftretenden Linienform

Das spektroskopische Signal wird mit phasensensitiver Detektion aufgenommen. Die Demodulation des Signals erfolgt durch einen Lock-In-Verstärker. Da das Licht des Probelasers frequenzmoduliert wird, kommt dadurch für jede Transmissionslinie ein Ableitungssignal zustande. Die in Abbildung 5.5 dargestellte Linie E lässt sich dem Rydbergniveau  $97\ 2D_{5/2}$  zuordnen. Um 12,35 MHz zu niedrigeren Frequenzen verschoben ist der etwas schwächere Übergang mit Endzustand  $97\ 2D_{3/2}$  zu finden (Linie D in Abbildung 5.5, vgl. Abschnitt 2.2.5.1). Neben den in Abschnitt 5.1.2 erklärten Linien, mit unterschiedlichem Anfangshyperfeinzustand sowie unterschiedlichem angeregten Feinzustand, treten zusätzlich dazu weitere Übergangslinien auf, die durch verschiedene Zwischenzustände zustande kommen. Die Feinstruktur des Rydberg-Zustandes wird über jeden Zwischenzustand nochmals abgebildet.

Durch den in Abschnitt 2.3.3 erläuterten Effekt des Dopplerversatzes kommt es innerhalb des dopplerverbreiterten Zwischenniveaus zu resonanten Übergängen der Hyperfeinniveaus  $5\ 2P_{3/2}\ |F = 2, 3, 4\rangle$ . Der Hyperfeinzustand mit der geringsten Verstimmung zum Zwischenzustand erzeugt den höchsten Signalpegel. Durch die Ähnlichkeit der Rabi-Frequenzen im verwendeten Aufbau wird diese Struktur zweimal abgebildet, einmal um einen Faktor  $(1 - \frac{\lambda_c}{\lambda_p}) \approx 0,38$  und nochmals um einen Faktor  $(\frac{\lambda_p}{\lambda_c} - 1) \approx 0,625$  gestreckt (vgl. Tabelle 5.1). Diese Skalierung findet um die Frequenz des Probelasers statt, sodass je ein Feinstrukturdoublett von  $97\ 2D_{5/2}$  und  $97\ 2D_{3/2}$  bei den derart skalierten Frequenzen erwartet wird.

Hiermit lassen sich die Linien A und B jeweils dem Zwischenzustand des Hyperfeinniveaus  $5\ 2P_{3/2}\ |F = 4\rangle$ , die Struktur bei C dem Hyperfeinniveau

**Tabelle 5.1:** Erwartete relative Frequenzen für ein Übergang durch die Hyperfeinabstände des Zwischenzustands  $^{85}\text{Rb}\ 5\ 2P_{3/2}$  mit einer Aufspaltung von 120,64 MHz und 63,4 MHz. Die Verstimmung des Probelasers beträgt 27 MHz zum Hyperfeinzustand  $|F = 2\rangle$ .

Skalierung	Frequenzdifferenz in MHz		
	$ F = 4\rangle$	$ F = 3\rangle$	$ F = 2\rangle$
1	-156	-36	27
$(\frac{\lambda_p}{\lambda_c} - 1)$	-98	-22	17
$(1 - \frac{\lambda_c}{\lambda_p})$	-60	-9	10

**Tabelle 5.2:** Vergleich zwischen experimentell ermittelten und mit der obigen Theorie vorhergesagten Liniendoublets im EIT-Spektrum. Die Frequenzen sind ausgedrückt in Differenzen zum mit  $(\frac{\lambda_p}{\lambda_c} - 1)$  skalierten  $|F = 2\rangle$ -Zwischenniveau (Linie E in Abbildung 5.5). Linie D ist nicht aufgeführt, da sie der Feinstruktur des angeregten Zustands zugeordnet wird. Linie C lässt sich zwei theoretischen Strukturen zuordnen.

	A	B	C	C	E	F
experimentell	-116(5)	-74(2)	-29(2)	-29(2)	0(2)	+6(2)
theoretisch	-108	-70	-32	-19	0	+7

$5^2P_{3/2} |F = 3\rangle$  und die starke Linie E mit der Substruktur F dem Hyperfein-niveau  $5^2P_{3/2} |F = 2\rangle$  zuordnen (vgl. Tabelle 5.2 sowie Abbildung 5.6 (b) ). Im Folgenden soll die Linienbreite eines einzelnen Übergangs dieser Struktur untersucht werden.

Die Linienbreite des gemessenen EIT-Signals setzt sich aus der Laserlinienbreite und atomaren Verbreiterungsmechanismen zusammen (vgl. Abschnitt 2.3.2 und [63]). Auf die Laserlinienbreite wird in Abschnitt 5.3 eingegangen. Das transmittierte Intensitätsprofil bei einer Rydbergspektroskopie  $I(\omega)$  sei für einen Übergang der Frequenz  $\omega_0$ , der Linienbreite  $\Gamma$  und der Verstimmung  $\Delta$  gegeben durch

$$I(\omega) = \frac{\Gamma/2\pi}{(\omega - \omega_0 + \Delta)^2 + (\Gamma/2)^2} \quad (5.2)$$

Für geringe Stoßraten (nur Zwei-Körper-Stöße, die Stoßzeit ist klein gegen die Zeit zwischen zwei Stößen) ergibt sich folgender Zusammenhang zwischen Stoßquerschnitt  $\sigma$  und Verbreiterung  $\Gamma$  bzw. Verschiebung  $\Delta$  [63]:

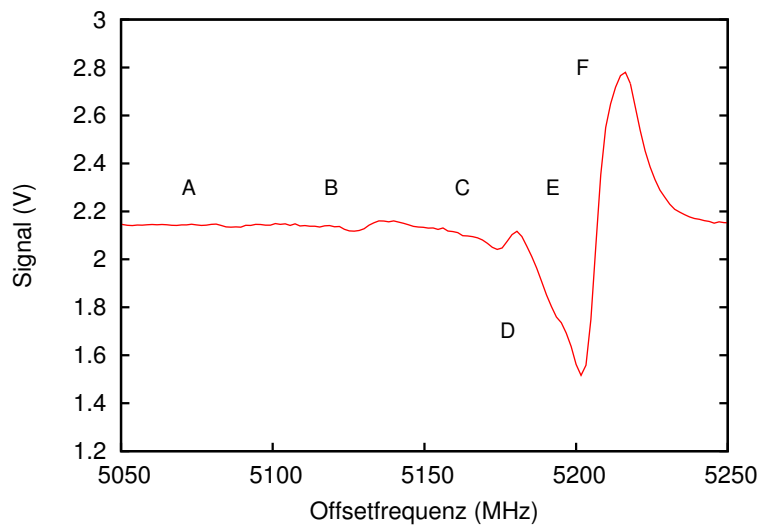
$$\begin{aligned} \Delta &= \eta \langle v\sigma^s \rangle \\ \Gamma &= 2\eta \langle v\sigma^b \rangle \end{aligned} \quad (5.3)$$

Hierbei ist  $\eta$  die Dichte der Wechselwirkungspartner,  $v$  die relative Kollisionsgeschwindigkeit und  $\sigma^b$  bzw.  $\sigma^s$  der Stoßquerschnitt der Verbreiterung (*engl.: broadening, b*) bzw. der Verschiebung (*engl.: shift, s*).

Die Stoßquerschnitte im Grundzustand sind im Normalfall vernachlässigbar klein, Stöße zwischen angeregten Atomen haben für gewöhnlich keinen Einfluss, da die Rydberg-Atomdichte sehr gering ist. Dominierend sind Stöße zwischen einem unangeregten und einem angeregten Zustand, die die Phase des

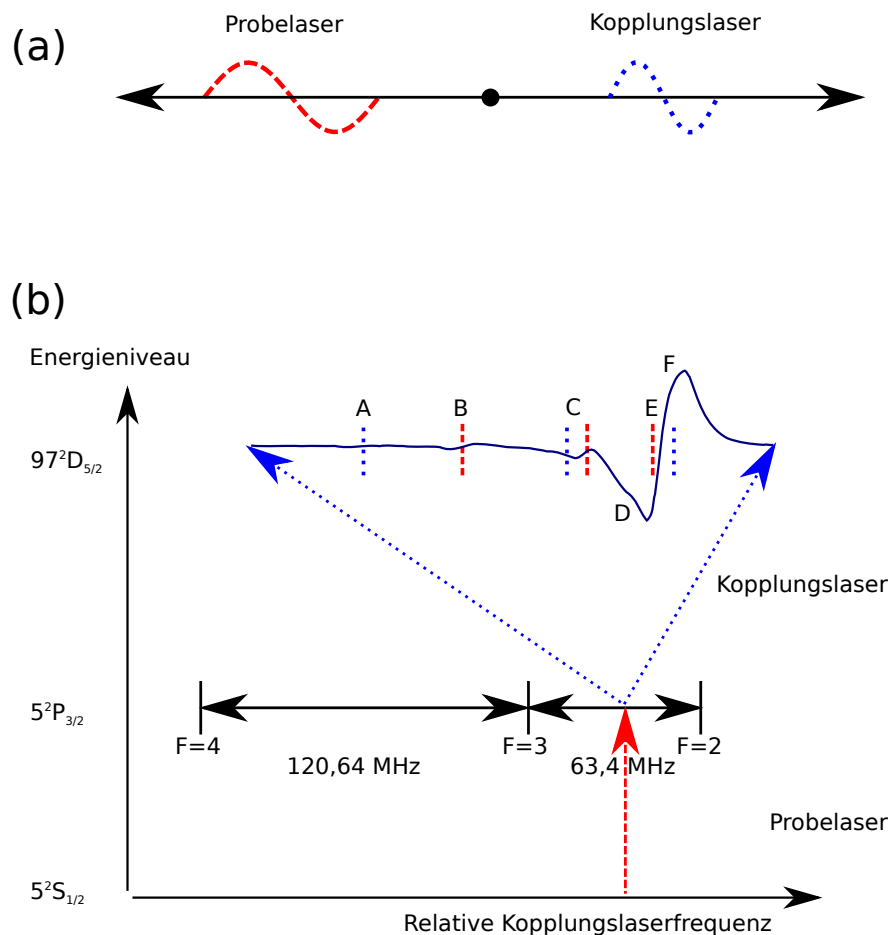
Atoms ändern. Diese Phasenänderung sorgt für eine relative Frequenzänderung des Übergangs, wodurch die Übergangslinienbreite effektiv erhöht wird.

Da der Stoßquerschnitt von S- und D-Welle unterschiedlich groß ist, muss die Linienbreite von S- und D-Zuständen ebenfalls unterschiedlich groß sein. Aus der Anpassung der Ableitung mehrerer Quasi-Voigtfunktionen<sup>4</sup> mit den erwarteten Abständen aus Tabelle 5.2 ergibt sich für die in Abbildung 5.4 (c) gezeigte Messung eine Linienbreite  $\Gamma$  für den Übergang  $^{85}\text{Rb } 5^2\text{S}_{1/2} |F = 3\rangle \rightarrow 97^2\text{D}_{5/2}$  von 15,6 MHz und für den Übergang  $^{85}\text{Rb } 5^2\text{S}_{1/2} |F = 3\rangle \rightarrow 99^2\text{S}_{1/2}$  von 11,5 MHz.



**Abbildung 5.5:** Gemitteltetes EIT-Signal des Zustands  $^{85}\text{Rb } 97^2\text{D}_{5/2}$ , gemessen bei einer Verstimmung zum Zwischenniveau von +27,7 MHz oberhalb des Hyperfeinzustandes  $5^2\text{P}_{3/2} |F = 2\rangle$  und -35,7 MHz unterhalb des Hyperfeinzustandes  $5^2\text{P}_{3/2} |F = 3\rangle$  (Frequenzdifferenz zwischen Probelaser und Referenzlaser 96 MHz). Die Linie E stellt die stärkste gemessene Linie dar, die Abstände zu den Linien A bis F sind -116(5) MHz, -74(2) MHz, -29(2) MHz, -12(2) MHz, 0(1) MHz und +6(2) MHz.

<sup>4</sup> Da sowohl die Linienbreiten des Lasersystems und die Übergangslinienbreite, als auch Frequenzabweichungen und Störungen in das gemessene Signal eingehen, muss ein Voigtprofil angepasst werden, das gauß- und lorentzartige Linienformen kombiniert. Die verwendete Formel der Voigtfunktion ist in Anhang C dargestellt.



**Abbildung 5.6:** (a) Schematische Darstellung zum Dopplereffekt der roten (gestrichelt, Probeleraser) und blauen (gepunktet, Kopplungslaser) Wellenlänge. Bei gleicher Geschwindigkeit findet im blauen eine größere Verstimmung statt. (b) Durch den Dopplerversatz kommt es zur nur teilweisen Kompensation der Geschwindigkeit. Bei Geschwindigkeitsklassenselektion des Probelerasers (rot) wird eine geringere spektrale Breite gemessen als bei Geschwindigkeitsklassenselektion des Kopplungslasers (vgl. Abschnitt 2.3.3).

---

## 5.3 Linienbreite des Lasersystems

---

In den Abschnitten 5.1 und 5.2 wurde das Zustandekommen des spektroskopischen Signals erläutert. Die so erzeugte Flanke soll im Folgenden zu einer Abschätzung der Linienbreite des Lasersystems verwendet werden, da diese für eine mögliche Realisierung eines Zwei-Qubit-Gatters von großer Bedeutung ist (vgl. Abschnitt 2.2.4). Eine Messung am Zwei-Photonen-Übergang stellt dabei eine gute Möglichkeit dar, die für die Rydberg-Spektroskopie relevante kombinierte Linienbreite von Kopplungs- und Probelaser zu messen.

Um die Qualität der Messung der kombinierten Linienbreite einschätzen zu können, soll zusätzlich eine Messung der Einzellinienbreiten vorgestellt werden.

---

### 5.3.1 Frequenzrauschen auf der Flanke eines EIT-Signals

---

Zur Bestimmung der Frequenzbreite des Lasers aus der Pegelvariation des Signals ist es notwendig die Steigung an der Flanke des Signals zu kennen. Mittels einer Aufnahme des Lock-In-Signals lässt sich die Steigung an der Messstelle bestimmen. Wird das Lasersystem nun auf einer Frequenz gehalten die beim Nulldurchgang des Lock-In-Signals liegt, so lässt sich die Signalbreite nach der Spektroskopiezelle detektieren. Das Rauschen setzt sich zusammen aus Intensitäts- und Frequenzrauschen des Laserlichts, das über die Flanke des EIT-Signals in Spannungspegel umgewandelt wird.

Die Intensität des Probelaserlichts ist stabilisiert. Intensitätsrauschen ist daher am Probestrahl nur von untergeordneter Bedeutung. Der Kopplungslaser (Spektroskopielaser) hat jedoch ein deutlich höheres Intensitätsrauschen. Dies kommt durch die Frequenzverdopplung zustande, die in einem aktiv stabilisierten Überhöhungsresonator stattfindet. Schon geringe akustische Störungen verursachen hierin eine Abweichung von der Resonanzbedingung zur Laserwellenlänge, wodurch die Intensität im Resonator kurzzeitig vermindert wird. Wegen der Nichtlinearität der Frequenzverdopplung wirkt sich dies verstärkt auf die Intensität des Kopplungslaserlichts bei 488 nm aus. In der Modellvorstellung sollte ein Intensitätseinbruch im Kopplungslicht auf dem Nulldurchgang der Flanke eine Abflachung der Signalflanke zur Folge haben. Da das Signal jedoch aus mehreren Linien zusammengesetzt ist, kann es trotzdem zu intensitätsbedingten Signaleinbrüchen kommen. Ebenso ergibt sich ein Rauschanteil durch Streulicht auf der Photodiode. Für die geplanten Experimente an kalten Atomen in einer Falle ist daher eine Intensitätsstabilisierung vorgesehen.

Da das Signal phasensensitiv demoduliert wird (Lock-In-Detektion), setzt sich das Fourierspektrum bei hohen Frequenzen aus einem großen Anteil von elek-

tronisch bedingten Rauschen zusammen. Über einen Tiefpassfilter nach der Demodulation werden die Trägerfrequenz und höhere Harmonische davon unterdrückt. Information über die Laserfrequenz lässt sich daher nur aus einer begrenzten Bandbreite des Signals gewinnen, in der Praxis hat sich ein Faktor 1 : 10 zur Modulationsfrequenz bewährt (vgl. Abschnitt B.1). Der Probelaser wird über den Injektionsstrom mit einer Frequenz von 20 kHz und einer Modulationstiefe von 280 kHz moduliert. Das aufgenommene Signal wird über eine Mittelungsfunktion auf eine Bandbreite von 1 kHz begrenzt, um ein möglichst gutes Signal-zu-Rausch-Verhältnis (*engl.: signal-to-noise-ratio, SNR*) zu erreichen.

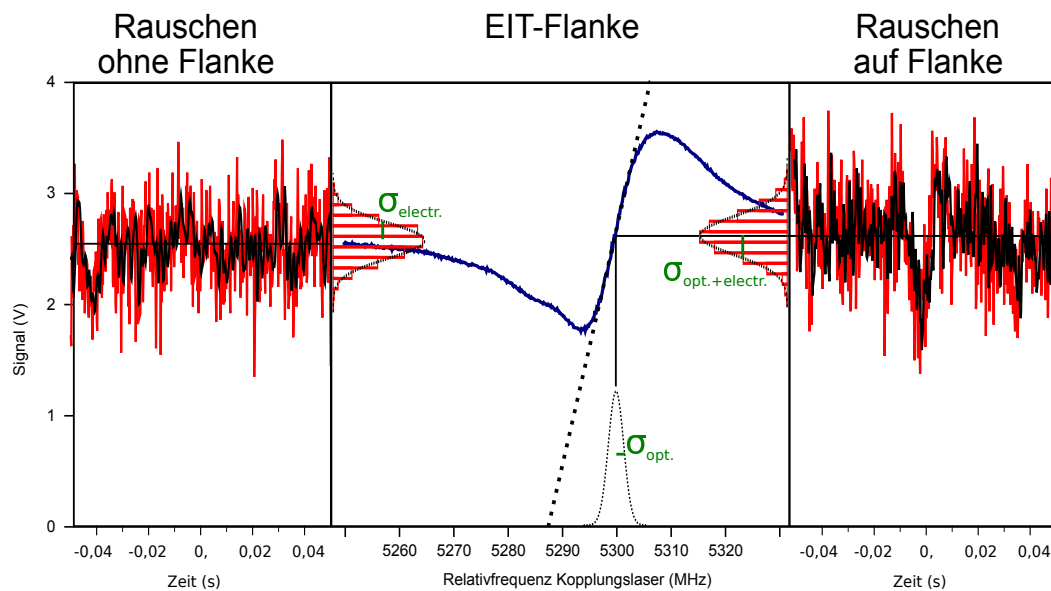
Um das optisch bedingte Pegelrauschen der Laser vom elektronisch bedingten Rauschen trennen zu können, wurde eine Referenzmessung abseits der Flanke gemacht. Das dort betrachtete Rauschen kann keine optische Ursache haben und ist somit elektronisch bedingt. Hierfür kommen diverse Ursachen in Frage. Durch die in der EIT-Spektroskopie systembedingt schwache Lichtintensität des Probestrahls lässt sich die Photodiode nicht bei einem optimalen Signal-zu-Rausch-Verhältnis betreiben. Um dieses Signal weiterverarbeiten zu können, ist es daher notwendig es weiter zu verstärken. Dies geschieht mittels zwei rauscharm und frequenzselektiv beschalteten Operationsverstärkern, die das Signal in einem Bandpass verstärken. Im Lock-In-Verstärker wird dann das Signal nochmals mit einem Referenzsignal multipliziert, was zusätzliches Rauschen produziert. Diese hohen Frequenzanteile liefern in der Modellvorstellung einen geringen Beitrag, da sie durch einen Tiefpass herausgefiltert werden können. Wegen der endlichen Unterdrückung des Tiefpasses und der hohen Verstärkungsfaktoren vor und in der Lock-In-Elektronik lassen sich jedoch nicht alle Rauschanteile unterdrücken.

Da sich elektronisches Rauschen und optisches Rauschen unabhängig voneinander ergeben, addieren sich die jeweiligen Beiträge quadratisch. Um lediglich den optischen Anteil zu extrahieren, folgt:

$$\begin{aligned}\sigma_{electr.+opt.} &= \sqrt{(\sigma_{electr.})^2 + (\sigma_{opt.})^2} \\ \sigma_{opt.} &= \sqrt{(\sigma_{electr.+opt.})^2 - (\sigma_{elektr.})^2}\end{aligned}\quad (5.4)$$

Mit einem gemessenen elektronischen Rauschen ( $\sigma_{elektr.}$ , neben der Flanke) und einem kombiniert optisch-elektronischem Rauschen ( $\sigma_{electr.+opt.}$ , auf der Flanke) bei einer künstlich limitierten Bandbreite von 1 kHz lässt sich eine optisch verursachte Standardabweichung im Signal von 0,25 V errechnen (vgl. Abbildung 5.7, mittig).

Über die Flankensteigung des EIT-Signals von 0,22 V/MHz ergibt sich eine kombinierte Frequenzbreite von  $\sigma_{opt} = \sigma_{p+c} = 1,14$  MHz (Standardabweichung, kombinierte Frequenzbreite). Diese Messung gibt jedoch nur Aufschluss



**Abbildung 5.7:** Grafische Veranschaulichung der Linienbreitenabschätzung des kombinierten Systems von Probelaser und Kopplungslaser. Links ist das Signal ohne Steigung in der Detektion zu sehen, daraus ergibt sich der Wert für das elektronisch bedingte Rauschen. In rot ist die volle Bandbreite (100 kHz), in schwarz die reduzierte Bandbreite (1 kHz) dargestellt. Auf der rechten Seite ist das Rauschsignal auf der Flanke des EIT-Signals zu sehen. Mittig ist das gemittelte Signal der verwendeten EIT zu sehen (blau), in schwarz und gestrichelt ist die angepasste Flankensteigung sichtbar. Die Gaußfunktionen geben die Verteilung des Rauschens auf bzw. neben der Flanke wieder. Nach Abzug der Standardabweichungen der Gaußfunktionen voneinander lässt sich das optisch bedingte Rauschen über die Steigung der Flanke in eine Frequenzverteilung umrechnen (schwarz, gepunktet).



---

über einen begrenzten Frequenzbereich des Rauschens. Die Messzeit von 100 ms ergibt dabei eine untere Schranke der detektierten Frequenzen von 10 Hz, die Bandbreitenbegrenzung auf 1 kHz ergibt direkt die obere Schranke. Mit der Annahme, dass zusätzlich zum Rauschen der Laserfrequenz auch Rauschen der Laserintensität auf der Photodiode zum optisch verursachten Rauschen beiträgt, muss die Linienbreite geringer sein, als der hier gemessene Wert. In den folgenden Abschnitten soll daher die Einzellinienbreite der Laser abgeschätzt werden.

---

### 5.3.2 Schwebungssignal zwischen Probelaser und Referenzlaser

---

Die Linienbreite des Probelasers lässt sich über eine Schwebungsfrequenzmessung zwischen dem Referenzlaser und dem Probelaser abschätzen. Auf einem RF-Spektrum-Analysator zeigt sich eine Signalbreite von 460 kHz (bei  $-3$  dB, FWHM). Die so aufgenommene kombinierte Linienbreite setzt sich zusammen aus den Beiträgen von zwei baugleichen Lasern (Aufbau basierend auf [36]) und entspricht den erwarteten Ergebnissen aus [86]. Da sich die Linienbreiten quadratisch addieren, kommt somit bei angenommenen gleichen Beiträgen von Referenz- und Probelaser eine Frequenzbreite von 325 kHz (FWHM) zustande. Die Einzellinienbreite des Probelasers ergibt sich bei einem Gaußförmigen Linienprofil mit  $\sigma_p = \frac{FWHM_p}{2\sqrt{\ln 2}} \approx 195$  kHz. Diese Messung ist bandbreitenbegrenzt auf 5 GHz.

---

### 5.3.3 Frequenzrauschen an einem Diagnoseresonator

---

Eine obere Grenze der Linienbreite des blauen Laserlichts lässt sich ebenfalls über einen im Aufbau befindlichen zweiten Resonator abschätzen. Auf der Flanke eines Transmissionssignals lässt sich, ähnlich der Technik in Abschnitt 5.3.1, ein Rauschen im Signalpegel detektieren. Über die Steigung des Transmissionssignals kann dies dann in ein Frequenzrauschen umgerechnet werden.

Der Vorteil dieser Methode ist, dass die Bandbreite der Messung lediglich durch die Photodiode begrenzt wird, die so ermittelte Frequenzunsicherheit gibt jedoch nur Aufschluss über die relative Frequenzabweichung zwischen Resonator und Laser. Wird der Resonator z.B. durch akkustische Störungen außer Resonanz gebracht, zeichnet sich dies in der bestimmten Frequenzunsicherheit ab. Die so erfolgte Messung lieferte ein detektiertes Rauschen von 18 mV (Standardabweichung) bei einer Steigung von 5,84 mV/MHz. Somit ergibt sich eine Frequenzunsicherheit von 3,1 MHz (Standardabweichung). Wegen des geringen Signalpegels von 18 mV kann hierbei jedoch schon geringes elektronisches Rauschen eine hohe Frequenzunsicherheit vortäuschen.

**Tabelle 5.3:** Übersicht der aussagekräftigen Linienbreiten aus den vorangegangenen Abschnitten.

Gemessene Frequenz	Bestimmte Breite	Bandbreite (BW)
Kombinierte Linienbreite $\sigma_{p+c}$	$< 1,14$ MHz	$10 \text{ Hz} < \text{BW} < 1 \text{ kHz}$
Linienbreite Probelaser $\sigma_p$	$\approx 195$ kHz	$\text{BW} \approx 5 \text{ GHz}$
Linienbreite Kopplungslaser $\sigma_c$	$< 3,1$ MHz	$\text{BW} < 50 \text{ kHz}$
Linienbreite Kopplungslaser laut Hersteller	$< 2$ MHz	
Linienbreite EIT S-Zustand $(\Gamma/2\pi)$	$\approx 11,5(20)$ MHz	

### 5.3.4 Zusammenfassung der Linienbreitenmessung

Die Aussagekraft der obigen Messungen zur Gesamtliniensbreite des Lasersystems ist durch die Bandbreiteneinbußen bei der Konvertierung von Frequenzabweichung in Signalvariationen in diesem Aufbau sowie durch die Stabilität der Referenz beschränkt. Die kombinierte Linienbreite  $\sigma_{2ph}$  am Zwei-Photonen-Übergang wurde als  $\sigma_{2ph} < 1,14$  MHz (bei einer Detektionsbandbreite von 10 Hz - 1 kHz) abgeschätzt. Die Linienbreite des Kopplungslasers wurde auf  $\sigma_c < 3,1$  MHz abgeschätzt, der Hersteller gibt die Linienbreite für diese Wellenlänge jedoch mit unter 2 MHz an, die Abschätzung am EIT-Signal bestätigt die Annahme der geringeren Linienbreite. Daher wird die Aussagekraft der Messung angezweifelt. Der Probelaser wurde auf eine Linienbreite von  $\sigma_p \approx 165$  kHz gemessen. Eine Übersicht der relevanten gemessenen Linienbreiten findet sich in Tabelle 5.3.

Die Linienbreiten der Zwei-Photonen-Übergänge liegen mit der Größenordnung von  $\Gamma_{EIT,S} = 2\pi \cdot 11,5$  MHz bzw.  $\Gamma_{EIT,D} = 2\pi \cdot 15,6$  MHz deutlich höher als die Abschätzung der Laserlinienbreite. Auch nach Abzug der Flugzeitverbreiterung von  $\Gamma_{fl} = 2\pi \cdot 3,7$  MHz liegt die Signalliniensbreite noch deutlich über der erwarteten Laserlinienbreite. Da die in den Abbildungen 5.2, 5.4 und 5.5 gezeigten Messungen Kombinationen aus mehreren Linien sind, ist die wahre Linienbreite der EIT-Übergänge jedoch schwierig zu bestimmen. Daher sollten diese mit einem Fehler von ca. 2 MHz versehen werden.

Aus der Übersicht in Tabelle 5.3 geht hervor, dass die verschiedenen Messmethoden stark unterschiedliche Ergebnisse erzeugen. Als aussagekräftige Messung lässt sich die Linienbreitenbestimmung des Probelasers durch die hohe Bandbreite einstufen. Die kombinierte Linienbreite von  $\sigma_{2ph} < 1,14$  MHz passt gut sowohl mit den gemessenen Linienbreiten der EIT zusammen, als auch zur Herstellerangabe.

---

## 5.4 Wechselwirkung zwischen Rydberg-Atomen und externen Feldern

---

Um die Zuverlässigkeit von Laserfrequenzmessungen an der EIT einschätzen zu können, wurde die Wechselwirkung von elektrischen und magnetischen Feldern mit der EIT-Spektroskopie untersucht. Hierzu wurde der Probelaser jeweils auf konstanter Frequenz betrieben. Die Kopplungslaserfrequenz wurde dann mit der verstimmbaren Stabilisierung zur Abtastung der Zwei-Photonen-Resonanz verwendet (vgl. Abbildung 5.8).

---

### 5.4.1 Einfluss eines magnetischen Feldes

---

Die Energieverschiebung  $\Delta E$  eines Rydbergniveaus gegenüber der feldfreien Energie des Niveaus lässt sich beschreiben mit [63]:

$$\Delta E = \frac{m|\vec{B}|}{2} + \frac{|\vec{B}|^2}{8} \langle nlm | r^2 \sin^2 \theta | nlm \rangle \quad (5.5)$$

Wobei  $n$ ,  $l$  und  $m$  die Quantenzahlen,  $r$  und  $\theta$  sphärische Koordinaten sind. Magnetfeld und Energie sind in atomaren Einheiten gegeben.

Eine Energieeinheit ist in atomaren Einheiten die doppelte Ionisationsenergie von Wasserstoff ( $27,2 \text{ eV} = 4,35 \cdot 10^{-18} \text{ J}$ ). Die atomare Einheit von  $|\vec{B}|$  ist durch  $\frac{h}{2\pi e a_0} \approx 2,35 \cdot 10^5 \text{ T}$  gegeben<sup>5</sup>.

Das Matrixelement lässt sich nähern zu [63]:

$$\langle nlm | r^2 \sin^2 \theta | nlm \rangle = 2 \frac{(l^2 + l - 1 + m^2)}{(2l - 1)(2l + 3)} \langle nl | r^2 | nl \rangle \quad (5.6)$$

$$\langle nl | r^2 | nl \rangle = \frac{n^2}{2} (5n^2 + 1 - 3l(l + 1)) \quad (5.7)$$

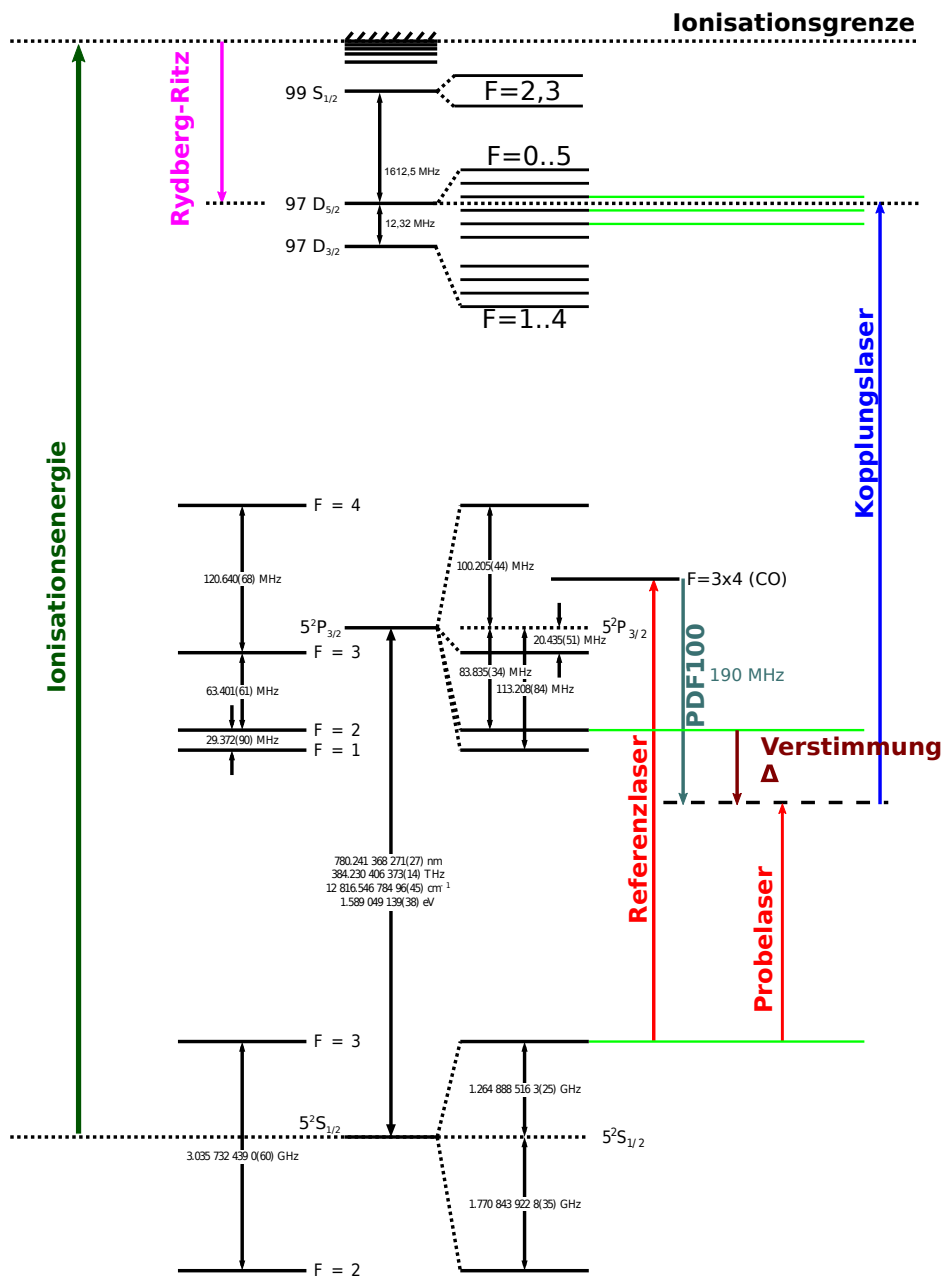
Für die Energieänderung durch ein Magnetfeld ergibt sich somit

$$\Delta E = \frac{m|\vec{B}|}{2} + \underbrace{\frac{|\vec{B}|^2}{8} \frac{(l^2 + l - 1 + m^2)}{(2l - 1)(2l + 3)} n^2 (5n^2 + 1 - 3l(l + 1))}_{\text{quadratische Ordnung}} \quad (5.8)$$

mit atomaren Einheiten der Energie  $E$  und des Magnetfeldes  $|\vec{B}|$ .

---

<sup>5</sup> Die atomare Einheit des Magnetfeldes ist 1, wenn die Lorentzkraft einer Einheitsladung mit einer Einheitsgeschwindigkeit in atomaren Einheiten 1 ist. Diese Geschwindigkeit ist in SI-Einheiten  $c \cdot \alpha \approx c/137 \approx 2,19 \cdot 10^{-6} \text{ m/s}$  [105].



$^{85}\text{Rb}$ ,  $I=5/2$

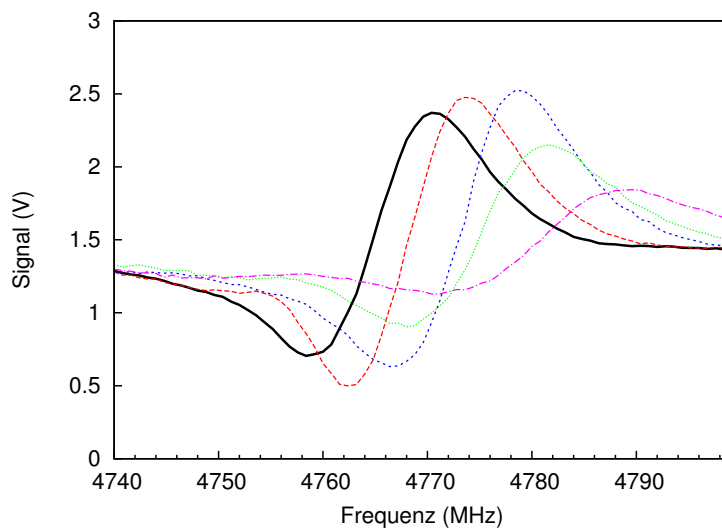
Abbildung 5.8: Darstellung der relevanten Niveaustuktur von Rubidium am Zwei-Photonen-Übergang zur EIT. Bild in Teilen aus [51].

An Gleichung 5.8 lässt sich eine Grenze abschätzen, bei der noch sinnvoll ohne quadratische Ordnung von  $|\vec{B}|$  gerechnet werden kann. Für in dieser Arbeit relevante Rydberg-Zustände gilt bis auf eine Messreihe  $n \leq 100$  und  $l \leq 2$ . Für  $n = 100$ ,  $l = 2$  und  $m = 1$  erreicht der quadratische Term bei ca. 6 mT die gleiche Größe wie der lineare Term. Da die im Labor erzeugten Magnetfelder unter  $500 \mu\text{T}$  stark sind, lässt sich der quadratische Term mit nur geringer Einbuße an Genauigkeit vernachlässigen. Der beobachtbare Effekt ist von der gleichen Größe wie der lineare Zeemaneffekt.

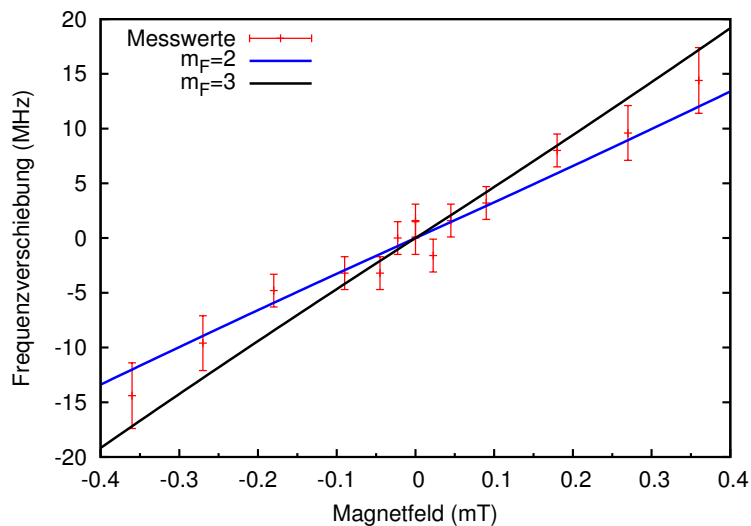
Zu beachten ist, dass der Bereich, in dem die Spin-Bahn-Kopplung aufgehoben wird, also die Magnetfeldaufspaltung die gleiche Größenordnung wie die Feinstruktur besitzt, schon bei geringerer Magnetfeldstärke erreicht wird und so das Paschen-Back-Regime früher erreicht wird [63].

Mit dem in Abbildung 5.1 gezeigten Aufbau kann die Magnetfeldabhängigkeit gemessen werden. Dafür wird mit Hilfe eines Spulenpaares (Kasten unten links) die Rubidiumzelle entlang der Strahlrichtung mit einem Magnetfeld überlagert. Die Spulen sind in Helmholz-Konfiguration aufgebaut, haben einen Durchmesser und Abstand von 8 cm und jeweils 80 Windungen. So lässt sich ein Magnetfeld von  $899 \mu\text{T}/\text{A}$  erzeugen. Hiermit wurde die Verschiebung des Zwei-Photonen-Überganges von  $5^2S_{1/2}$  nach  $97^2D_{5/2}$  gemessen (vgl. Abbildung 5.9). Bei dieser Messung wurde die Polarisation des Probelasers auf elliptisch rechtshändig und die des Kopplungslasers auf zirkular linkshändige Polarisation eingestellt. Durch die elliptische Polarisation des Probelasers ist wegen der Clebsch-Gordan-Koeffizienten von einer zu höheren Magnetquantenzahlen hin bevorzugten Anregung auszugehen. Der Zustand des Zwischenniveaus begrenzt durch die Hyperfeinquantenzahl  $|F = 2\rangle$  die Magnetquantenzahl auf  $m_F = 2$ . Von dort lässt sich mit dem Kopplungslaser und zirkularer Polarisation sowohl in die Zustände  $97^2D_{5/2} |F' = 1\rangle$  als auch  $|F' = 2\rangle$  und  $|F' = 3\rangle$  anregen. Durch die zirkulare Polarisation kommt es hier ebenfalls zu bevorzugter Anregung der höheren Magnetquantenzahlen. Dadurch wird die Population des oberen Niveaus nach  $m'_F = 1$ ,  $m'_F = 2$  und  $m'_F = 3$  gepumpt. Der Zustand  $97^2D_{5/2} |F' = 1, m'_F = 1\rangle$  wird dabei jedoch nur geringfügig besetzt, da er durch die zirkulare Polarisation nur vom schon schwach besetzten Zwischenniveau aus besetzt werden kann (vgl. Abbildung 5.8).

Aus den EIT-Profilen kann mit einer Funktionsanpassung die Zentralfrequenz extrahiert werden. Die relativen Frequenzverschiebungen lassen sich über die angelegten Magnetfelder auftragen. In Abbildung 5.10 sind die Datenpunkte sowie die nach Gleichung 5.8 ermittelte Abhängigkeit der relativen Frequenzverschiebung durch ein Magnetfeld für die Magnetquantenzahlen  $m_F=2$  und  $m_F=3$  aufgetragen.



**Abbildung 5.9:** FM-Signal des Übergangs  $5\ ^2S_{1/2} \rightarrow 97\ ^2D_{5/2}$  bei verschiedenen Magnetfeldern. Von links nach rechts: 0 T (schwarz, fett),  $90\ \mu\text{T}$  (rot),  $180\ \mu\text{T}$  (blau),  $270\ \mu\text{T}$  (grün),  $360\ \mu\text{T}$  (magenta).



**Abbildung 5.10:** Magnetfeldabhängigkeit der Frequenz des Überganges  $5\ ^2S_{1/2} \rightarrow 97\ ^2D_{5/2}$ , rot sind Datenpunkte, schwarz ist die erwartete Verschiebung des Überganges zu  $n=97, l=D, m=2$ , blau (gestrichelt) ist die erwartete Verschiebung für  $m=3$ .

---

Durch den einfachen Aufbau der Spektroskopie an einer Gaszelle bei Raumtemperatur und die nicht mehr auflösbare Hyperfeinstruktur bei  $n = 97$  lässt sich nicht gezielt in ein einzelnes Hyperfeinniveau oder eine Magnetquantenzahl anregen. Stattdessen muss mit einer Mannigfaltigkeit an Unterzuständen gerechnet werden, die über die Clebsch-Gordan-Koeffizienten auf die jeweilige Besetzungswahrscheinlichkeit abgebildet werden. Zusätzlich gewinnen mit steigender Magnetfeldstärke Inhomogenitäten in der Magnetfelderzeugung an Bedeutung, wodurch die Signalstärke zusätzlich abnimmt. Daher lassen sich nur geringe Magnetfeldstärken analysieren (vgl. Abbildung 5.9).

Die Verschiebung der Übergangsfrequenz durch das Magnetfeld deutet darauf hin, dass die Magnetquantenzahlen  $m'_F=2$  und  $m'_F=3$  bevölkert werden. Dies stimmt sehr gut mit den oben gemachten Annahmen überein.

---

#### 5.4.2 Einfluss eines elektrischen Feldes

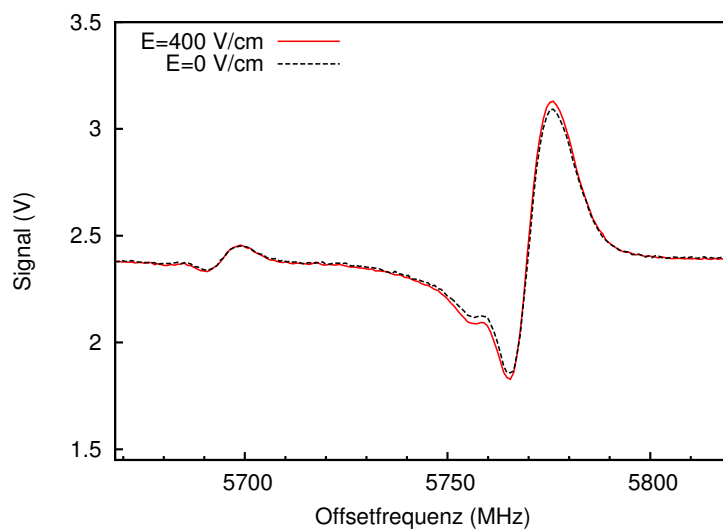
---

Durch das einzelne Elektron auf einer hohen Bahn und den positiv geladenen Kern ergibt sich für das Rydberg-Atom ein großes Dipolmoment.

Dies lässt sich einerseits nutzen, um die Energieniveaus gezielt zu verschieben (vgl. Abschnitt 2.2.4), andererseits macht dies die Messungen an Rydberg-Atomen auch sensitiv auf Streufelder und elektromagnetische Störungen. Die Polarisierbarkeit  $\alpha$  von Rydberg-Atomen skaliert mit der siebten Potenz der Hauptquantenzahl  $n$  ( $\alpha \sim n^7$ ) [63]. Bei den Messungen von [55, 76, 106] konnte jedoch kein Einfluss des elektrischen Feldes auf die Spektroskopie an Rubidiumdampfzellen gefunden werden.

Um die Effekte zu untersuchen, wurde mit dem in Abbildung 5.1 gezeigten Aufbau ein elektrisches Feld mit der Zelle überlagert (Kasten unten rechts). Bei einer Feldstärke von 400 V/cm war keine Veränderung des Signals oberhalb der Auflösungsgrenze sichtbar (vgl. Abbildung 5.11).

In [76] wird dies mit einem Abschirmeffekt erklärt, der durch mobile Ladungsträger in der Zelle zustande kommt. Dies können sowohl ionisierte Atome als auch freie Elektronen sein, die durch Wechselwirkungen von Zellenwand und Laserfeld erzeugt werden. Diese Ladungsträger kompensieren das äußere elektrische Feld, sodass keine Effekte messbar sind. Durch die hohe Mobilität dieser freien Ladungsträger bleibt der Abschirmeffekt auch bei Wechselfeldern bis in den niedrigen RF-Bereich hin erhalten [76].



**Abbildung 5.11:** FM-Signal des Übergangs  $5^2 S_{1/2} \rightarrow 97^2 D_{5/2}$  bei eingeschaltetem (rot, durchgezogen) und ausgeschaltetem (schwarz, gestrichelt) elektrischen Feld von 400 V/cm. Gezeigt sind gemittelte Werte über 20 Messungen bzw. 20 Minuten. Die Abweichung der Linien zu einander liegt deutlich innerhalb der Schwankungen der Einzelmessungen.



---

---

## 6 Bestimmung der Ionisationsenergie von $^{85}\text{Rb}$

Aus der Rydberg-Formel lässt sich bei bekannter Hauptquantenzahl  $n$  und Übergangsfrequenz  $\nu_T$  ähnlich der Messmethode von [15] die Ionisationsenergie von  $^{85}\text{Rb}$  ermitteln (vgl. Abschnitt 2.2 und Abbildung 5.8). Da die Linienenergie mit  $n^{-1}$  skaliert, wird der Abstand zwischen zwei Linien zur Ionisationsenergie hin geringer.

Die Summe der Energien einer der in [8] gemessenen dopplerfreien Absorptionslinien von  $^{130}\text{Te}_2$  und der Probelaserfrequenz ist ähnlich der von [55] gemessenen Ionisationsenergie von  $^{85}\text{Rb}$  (vgl. Tabelle 6.1). Dies lässt sich nutzen, um die Messung der Ionisationsenergie von  $^{85}\text{Rb}$  zu überprüfen.

Die Tellurlinie, die als Referenz genutzt werden soll, hat die Liniennummer 2735. Sie ist von [8] zu einer Frequenz von  $\nu_{2735} = 625645,6069(13) \text{ GHz}$ <sup>1</sup> bestimmt worden. Diese soll mit dem Rydberg-Niveau der Hauptquantenzahl  $n = 150$  verglichen werden. Die theoretisch vorhergesagte Übergangsfrequenz beträgt  $\nu_{2\text{ph}} = 1009874,588 \text{ GHz}$  (mit der Ionisationsenergie aus [55]) und liegt damit ca. 150 GHz unterhalb der erwarteten Ionisationsenergie.

Die Ionisationsenergie ergibt sich aus der Summe der Übergangsenergie und der Rydberg-Ritz-Energie:

$$E_I = E_T + E_{Ryd} \quad (6.1)$$

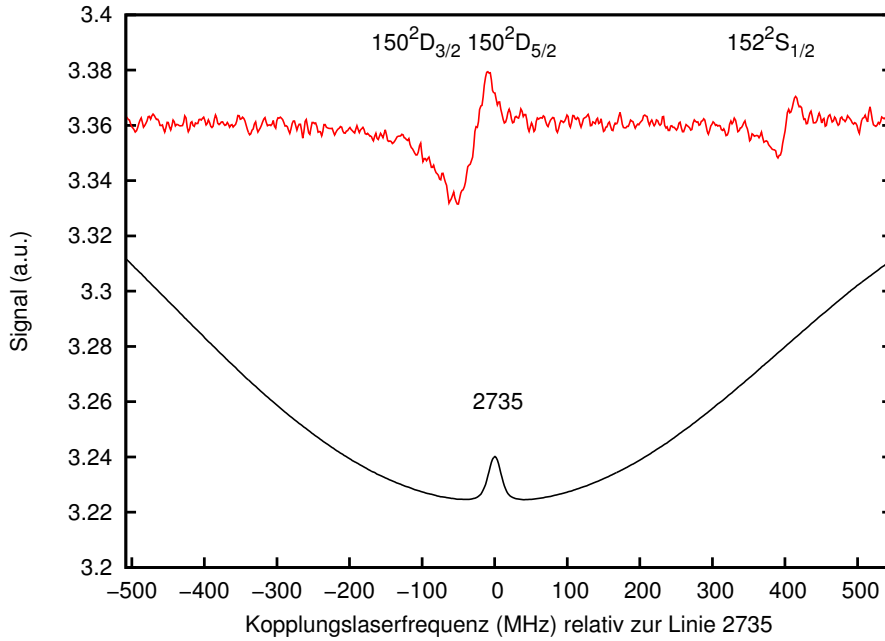
Die Übergangsenergie  $E_T = h \cdot \nu_T$  ist durch die Laserfrequenzen  $\nu_T = \nu_p + \nu_c$  gegeben.

Die Probelaserfrequenz  $\nu_p$  lässt sich aus dem Niveausystem von  $^{85}\text{Rb}$  errechnen [51]. Aus der Frequenz der Offsetstabilisierung zum Referenzlaser ergibt sich eine Laserfrequenz von  $\nu_p = 384229,0854 \text{ GHz}$ .

Die Kopplungslaserfrequenz  $\nu_c$  wird aus dem Vergleich zur präzise bekannten Tellurresonanz gewonnen (Abbildung 6.1). Sie liegt 30,005 MHz unter der präzise vermessenen Tellurlinie. Durch den in Abschnitt 2.3.3 erklärten Dopplereffekt ergibt sich bei einer Verstimmung von  $\Delta = +27,7 \text{ MHz}$  zum Zwischenniveau  $5^2P_{3/2}|F = 2\rangle$  eine scheinbar verschobene Linie. Die eigentliche Zwei-Photonen-Resonanz liegt bei einer um  $\Delta \cdot (1 - \frac{\lambda_c}{\lambda_p})$  niedrigeren Frequenz.

---

<sup>1</sup> Die Linie wurde mit einer Wellenzahl von  $20869,291079 \text{ cm}^{-1}$  gemessen und veröffentlicht.



**Abbildung 6.1:** Messung am Rydberg-Niveau  $n=150$  und simultane Tellurspektroskopie. Das Niveau  $150^2D_{5/2}$  liegt bei  $-30,005$  MHz.

Die Kopplungslaserfrequenz für den Übergang zum Rydberg-Niveau  $n=150$  ist daher um  $40,65$  MHz niedriger als die Frequenz der Linie 2735. Sie ergibt sich zu  $625645,6476$  GHz.

Der Übergang  $5^2P_{3/2}|F=2\rangle \rightarrow 150^2D$  hat damit eine Frequenz von:

$$\nu_T = \nu_p + \nu_c = 1009874,6517 \text{ GHz} \quad (6.2)$$

Die Rydberg-Ritz-Energie lässt sich direkt aus Gleichung 2.11 bestimmen. Sie berechnet sich mit der spezifischen Rydberg-Konstante  $R_{85Rb}^* = 10973660,633308(54) \text{ m}^{-1}$ ,  $n=150$  und dem Quantendefekt  $\delta = 1,346439$  zu:

$$E_R = \frac{R^* \cdot h \cdot c}{(n - \delta)^2} = h \cdot 148,8749 \text{ GHz} \quad (6.3)$$

Mit den obigen Werten ergibt sich eine Ionisationsenergie für  $^{85}\text{Rb } 5^2S_{1/2}|F=3\rangle$  von:

$$E_I(5^2S_{1/2}|F=3\rangle) = h \cdot (\nu_T + \nu_R) = h \cdot 1010023,4007 \text{ GHz} \quad (6.4)$$

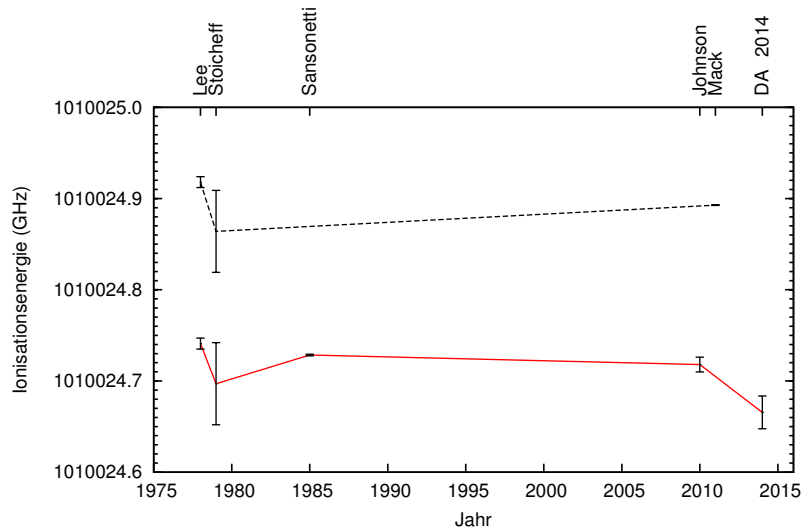
In der Literatur wird die Ionisationsenergie oftmals relativ zur Schwerpunktsenergie des  $5^2S_{1/2}$ -Zustandes angegeben. Um die hier vorgestellte Messung vergleichen zu können, wird daher die Energie der Hyperfeinstrukturverschiebung

des Zustandes  $5^2S_{1/2} |F = 3\rangle$  von 1,2649 GHz hinzuaddiert (vgl. Abbildung 5.8 sowie [51]). Es ergibt sich somit eine Ionisationsenergie von:

$$E_I(5^2S_{1/2}) = h \cdot 1010024,6656 \text{ GHz} \quad (6.5)$$

Dieser Wert kann allerdings nur mit einer begrenzten Genauigkeit angegeben werden. Da die Signalstärke der EIT-Spektroskopie bei derart hohen Hauptquantenzahlen sehr gering ist, musste über einen langen Zeitraum gemittelt werden, um ein Signal sichtbar zu machen. Abbildung 6.1 ist eine stark vergrößerte, über 720 Einzelmessungen gemittelte Messung. Durch die Signalbreite von 30 MHz und den geringen Signalpegel lässt sich die Zentralfrequenz nicht sehr präzise bestimmen. Wegen der hohen Hauptquantenzahl ist auch die Rabi-Frequenz  $\Omega_c$  des oberen Übergangs  $|i\rangle \rightarrow |e\rangle$  geringer (vgl. Abschnitt 2.3.1). Durch den in Abschnitt 5.2 erläuterten Effekt kommt es daher zu einer Dopplerverschiebung für sowohl durch die Kopplungslaserfrequenz als auch durch die Probekörperfrequenz selektierte Geschwindigkeitsklassen. Das Verhältnis der Linienstärken kann durch die geringe Signalthöhe nicht genau abgeschätzt werden, weswegen beide Geschwindigkeitsklassenselektionen in Betracht gezogen werden müssen. Die Präzision der durch die Literatur zur Verfügung gestellten Größen für die Niveaustuktur von  $^{85}\text{Rb}$  sowie der Übergangsfrequenz des Übergangs  $\nu_{2735}$  ist mit 1,3 MHz oder besser für den Fehler nicht ausschlaggebend. Die Gesamtunsicherheit dieser Messung wird daher zu 15 MHz abgeschätzt.

Der so erhaltene Wert  $E_I = h \cdot 1010024,666(15) \text{ GHz}$  für die Ionisationsenergie von  $^{85}\text{Rb}$  liegt etwas niedriger als die zurückliegenden Messungen (vgl. Abbildung 6.2 und Tabelle 6.1). Die Unsicherheit des Wertes für die Ionisationsenergie ließe sich weiter verringern, indem mehrere Rydberg-Niveaus vermessen werden. Hierdurch würde vor allem die Bestimmung der Übergangsfrequenz  $\nu_T$  präziser, die in der derzeitigen Messung die größte Unsicherheit birgt. Dafür müsste jedoch ein weiterer Frequenzbereich des Atlas präzise kalibriert werden, da bei der gegebenen Wellenlänge keine weiteren Frequenzreferenzen existieren.



**Abbildung 6.2:** Zeitliche Darstellung der Messungen der Ionisationsenergie von Rubidium jeweils relativ zur Schwerpunktennergie des  $5^2S_{1/2}$ -Zustandes angegeben. Die obere Linie (schwarz, gestrichelt) zeigt die Entwicklung für  $^{87}\text{Rb}$ , die untere (rot, durchgezogen) entsprechend für  $^{85}\text{Rb}$ .

**Tabelle 6.1:** Liste bisheriger Veröffentlichungen zur Ionisationsenergie von Rubidium, jeweils relativ zum Schwerpunkt des Grundzustands  $5^2S_{1/2}$ .

Jahr	Ionisationsenergien (GHz)	Gruppe	Quelle
$^{85}\text{Rb}$ :			
1945	1010029,6(9)	Kratz	[107]
1978	1010024,741(6)	Lee	[53]
1979	1010024,697(45)	Stoicheff	[52]
1985	1010024,7285(9)	Sansonetti	[54]
2010	1010024,718(8)	Johnson	[55]
2014	1010024,666(15)	DA	Diese Arbeit
$^{87}\text{Rb}$ :			
1978	1010024,918(6)	Lee	[53]
1979	1010024,864(45)	Stoicheff	[52]
2011	1010024,8928(3)	Mack	[15]

---

---

## 7 Diskussion und Ausblick

Das vorgestellte Lasersystem eröffnet Zugang zu zahlreichen Anwendungen in der Präzisionsspektroskopie und Quantenphysik. Durch die universell anwendbare Stabilisierung sowie den Zugang zu Laserfeldern bei 960 – 976 nm, 480 – 488 nm und 240 – 244 nm lässt es sich vielseitig einsetzen. Da sich die Ziele und die Vorgehensweise je nach Einsatzaspekt unterscheiden, sollen diese einzeln diskutiert werden.

### Erreichte Ziele und weitere Vorgehensweise am SpecTrap-Experiment

Das geplante SpecTrap-Experiment an der GSI zur Messung des M1-Hyperfeinübergangs von  $^{209}\text{Bi}^{82+}$  benötigt eine Laserlichtquelle, die mit einer Präzision von wenigen MHz einen Frequenzbereich von mehreren 100 GHz abdeckt. Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein Lasersystem entwickelt und charakterisiert, das diesen Anforderungen genügt. Es wurde gezeigt, dass durch den Einsatz eines breitbandigen, offenen Transferresonators und einen auf Rubidium stabilisierten Referenzlaser mit bekannter Laserfrequenz, das Lasersystem auf beliebige Wellenlängen stabilisierbar ist. Eine absolute Frequenzgenauigkeit von 6 MHz wurde demonstriert. Eine weitere Verbesserung der Laserfrequenz auf eine Genauigkeit von 1 MHz würde eine weitere Größenordnung der Präzisionsmessung am M1-Hyperfeinübergangs von  $^{209}\text{Bi}^{82+}$  zugänglich machen.

Eine zu der vorgestellten Stabilisierungstechnik ähnliche Realisierung befindet sich für das ARTEMIS-Experiment<sup>1</sup> ebenfalls an der HITRAP-Anlage der GSI in Entwicklung. Dies zeigt die Relevanz der hier vorgestellten Technologie für Experimente, bei denen spektroskopische Proben zur direkten Stabilisierung nur schwer zugänglich sind.

Sobald wasserstoffartiges  $^{209}\text{Bi}^{82+}$  im Rahmen des SpecTrap-Experiments von der HITRAP-Anlage zur Verfügung gestellt werden kann, wird das Lasersystem zum Laserlabor der HITRAP-Anlage transportiert, um dort die Messungen durchzuführen.

---

<sup>1</sup> *AsymmetRic Trap for the measurement of Electron Magnetic moments in IonS (ARTEMIS)*, Experiment zur Bestimmung des g-Faktors des gebundenen Elektrons am System  $^{40}\text{Ar}^{13+}$ .

---

## Diskussion der Messungen von Tellurresonanzen sowie mögliche zukünftige Messungen

Anhand spektroskopischer Referenzen in  $^{130}\text{Te}_2$  wurde die absolute Stabilität und Präzision der Laserfrequenz des Systems zu 6,14 MHz im UV bestimmt. Zusätzlich erhöht wird die Präzision durch den erstellten Atlas, der mit einer Spannweite von 1,4 THz bei 488 nm und einer Präzision von größtenteils unter 4 MHz bei 488 nm die Anforderungen des SpecTrap-Experiments an das Lasersystem klar erfüllt. Er enthält sowohl ein dopplerverbreitertes als auch ein dopplerfreies Profil des Frequenzbereichs und befindet sich in Vorbereitung zur Veröffentlichung.

Der für die Spektroskopie an hochgeladenen Ionen erstellte Atlas ist jedoch nicht auf diese limitiert. Das existierende Spektrum bereits vermessener Referenzen zeigt den Bedarf von solchen präzise bekannten Resonanzen. Eine Erweiterung des präzise bekannten Frequenzbereichs ist daher durchaus denkbar.

Die acht, im Spektrum des erstellten Atlas befindlichen und aus der Literatur bekannten, Linien konnten im Rahmen dieser Arbeit reproduziert werden. Bei den von [11] gemessenen Linien wurde dabei eine Frequenzabweichung festgestellt, die größer als die Unsicherheit unseres Systems ist. Die korrigierten Frequenzwerte der Linien  $a_{18}$ ,  $b_{18}$  und  $c_{18}$  sind in Tabelle 4.1 zusammengefasst. Aus [8] war ein systematischer Fehler am Atlas [16] schon bekannt, jedoch trat bei der Linie mit der Nummer 1088 und der Frequenz  $615231,6356 \text{ GHz}^2$  eine signifikante Abweichung auf. Mit dieser Arbeit konnte erklärt werden, dass es sich dabei um eine Doppelstruktur handelt, die sich aus zwei dopplerfreien Linien zusammensetzt. Die systematische Abweichung des Atlas [16] wurde ebenfalls untersucht. Bei einem Vergleich der gemessenen Frequenzwerte dieser Arbeit mit den in [16] veröffentlichten Werten wurde eine Gaußverteilung der Abweichungen festgestellt, die Verteilung wurde dabei auf eine Breite von 65 MHz (Standardabweichung) bei einem Systematischen Offset von  $-66 \text{ MHz}$  gemessen. Zusätzlich konnten im Spektrum 920 Linien vermessen und tabelliert werden (vgl. Anhang A). Das in dieser Arbeit entwickelte Lasersystem ist außerdem in der Lage, den erzeugten Atlas auf den gesamten Wellenlängenbereich von 480 nm bis 488 nm zu erweitern.

---

<sup>2</sup> Die Frequenz entspricht einer Wellenzahl von  $20521,91835 \text{ cm}^{-1}$ .

---

## Diskussion der EIT-Messungen und weitere Vorgehensweise zur Erzeugung von Rydberg-Zuständen

Die Quantifizierung der erreichten Präzision ist vor allem für die Messung an Rydberg-Zuständen von Bedeutung. Für die Realisierung eines Zwei-Qubit-Gatters wird Laserlicht benötigt, das sowohl Intensitäts- als auch Frequenzstabilitätsanforderungen genügt. Eine möglichst hohe Intensität erzeugt eine hohe Rabi-Frequenz, was die erreichbare Gattergeschwindigkeit erhöht und so mehr Rechenoperationen innerhalb der Dekohärenzzeit ermöglicht. Die Frequenzstabilität führt über die schmale Frequenzbreite zu einer längeren Dekohärenzzeit. Das in dieser Arbeit vorgestellte Lasersystem stellt Laserlicht mit 200 mW bei 480 nm zur Verfügung, um damit kohärente Manipulation an Atomen durchzuführen. Die Linienbreite des Lasersystems wurde für den kombinierten Zwei-Photonen-Übergang zum Anregen in den Rydberg-Zustand auf  $\sigma \leq 1,14$  MHz abgeschätzt.

Zusätzlich wurden die Einflüsse von elektrischem und magnetischem Feld auf die hoch angeregten Zustände in einer Dampfzelle untersucht. Hierbei wurde festgestellt, dass ein elektrisches Feld mit einer Stärke von 400 V/cm in einer Zelle keinen Einfluss auf eine spektroskopische Messung der Rydberg-Übergänge hat. Bei Überlagerung eines magnetischen Feldes mit der Zelle wurde eine Verschiebung der Übergangsenergie gemäß der erwarteten Magnetquantenzahlen beobachtet. Der quadratische Zeeman-Effekt konnte mit den im Labor erzeugten Magnetfeldern von unter 0,5 mT bei einer Hauptquantenzahl von  $n = 97$  nicht beobachtet werden. Mit der vorhandenen Mumetall-Abschirmung kann eine resultierende mögliche Abweichung von der Absolut-Frequenz von  $< 450$  kHz angenommen werden. Die Linienform der elektromagnetisch induzierten Transparenz am Übergang von  $^{85}\text{Rb } 5^2S_{1/2} |F = 3\rangle \rightarrow 97^2D$  wurde untersucht und konnte vollständig erklärt werden. Rydberg-Übergänge mit Hauptquantenzahlen bis  $n = 150$  wurden gemessen. Hierdurch stehen die Parameter des Zwei-Photonen-Übergangs wie die Laserfrequenz und Übergangsstärke zur Realisierung von Zwei-Qubit-Gattern zur Verfügung.

Experimente mit Rydberg-Atomen in ultrakalten Gasen befinden sich bereits in Vorbereitung. Eine Erhöhung der Regelungsbandbreite am Spektroskopielaser würde die Laserlinienbreite weiter verringern. Hierfür muss die Modulationsfrequenz des Spektroskopielasers relativ zum Transferresonator weiter erhöht werden. Erste Versuche zur Frequenzmodulation des Laserstrahls zur Stabilisierung auf den Transferresonator mit einem akkustooptischen Modulator (AOM) haben hierzu schon stattgefunden. Für zukünftige Aufbauten ist ei-

---

ne Frequenzmodulation des Laserlichts vor der Glasfaserverbindung zwischen Transferresonator und Spektroskopielaser sinnvoll. Hierdurch können temperaturabhängige Effekte in den AOMs, die über Strahllageschwankungen das FM-Signal des Resonators beeinflussen, weiter verringert werden. Durch eine höhere Modulationsfrequenz lässt sich so die Detektionsbandbreite erhöhen. Neben der Detektion der Frequenzabweichung stellt ebenfalls die Steuerungselektronik des Lasers eine Begrenzung dar. Der Steuerungseingang zur Stabilisierung ist mit einer Bandbreite von 7 kHz spezifiziert. Um die Laserlinienbreite durch aktive Regelung zu verringern, ist es daher notwendig die Bandbreiten weiter zu erhöhen. Dabei ist sowohl der Einsatz eines selbst entwickelten Laserstromtreibers als auch die zusätzliche Kontrolle des Laserdiodenstroms durch einen bereits vorgesehenen Feldeffekttransistor vorstellbar. Um eine aussagekräftige Messung der Laserlinienbreite des Zwei-Photonen-Überganges zu erreichen sollte ebenfalls beim EIT-Signal eine weitere Verringerung der Signalbreite angestrebt werden. Dies kann sowohl über Variation der Strahlbreite als auch durch die verwendeten Intensitäten geschehen.

Präzisionsmessungen an den vorgestellten atomaren Systemen ermöglichen die Bestätigung der aktuellen theoretischen Modelle bzw. deren Erweiterung. Mit der vorliegenden Arbeit konnte ein Lasersystem für spektroskopische Präzisionsmessungen bereitgestellt werden, das für zukünftige Anwendungen eine gute Grundlage bildet.



# A Kartografierte Tellurlinien

**Tabelle A.1:** Tabellarische Auflistung der gemessenen Übergänge von molekularem Tellur. In der vordersten Spalte steht eine Identifikationsnummer, hierbei steht DA für Darmstadt, 1 für den ersten abgerasteren Frequenzbereich sowie eine laufende vierstellige Nummer. In der zweiten Spalte ist die dopplerfreie Frequenz der Linie mit individuell errechnetem Fehler, in Spalte drei die dopplerverbreitete Frequenz der Linie mit entsprechendem Fehler dargestellt. Eine leere Zelle bedeutet, dass sich die dopplerfreie Linie keiner dopplerverbreiterten Linie zuordnen lässt oder umgekehrt. Die vierte Spalte gibt, falls vorhanden, die korrespondierende Liniennummer aus [16] mit der entsprechenden Frequenzdifferenz  $\delta$  der dopplerverbreiterten Linien an. In der ganz rechten Spalte ist die eventuelle Bezeichnung aus der Literatur aufgelistet sowie Kommentare, die als Fußnoten am Ende der Frequenztafel aufgeschlüsselt sind.

Name	dop.frei (MHz)	dop.verbreit. (MHz)	atlas	$\delta$ (MHz)	Komm.
DA-1-0001	613713926,4 (3,4)	613713915,5 (3,4)			
DA-1-0002	613714820,3 (5,0)				
DA-1-0003		613718477,2 (9,1)			
DA-1-0004	613720720,5 (3,0)	613720696,9 (3,1)	842	-86,8	842 <sup>A</sup>
DA-1-0005	613722392,4 (3,3)	613722246,4 (9,2)			
DA-1-0006	613724755,6 (3,0)	613724787,2 (6,4)			
DA-1-0007	613874398,2 (3,0)	613874353,7 (3,1)	862	-31,1	
DA-1-0008	613877031,0 (3,0)	613877032,2 (3,1)	863	-80,4	
DA-1-0009	613878686,9 (3,0)	613878601,4 (9,4)	864	200,2	a4 <sup>B</sup>
DA-1-0010	613879293,0 (3,1)	613879227,2 (33,2)			b4 <sup>B</sup>
DA-1-0011	613879403,5 (3,0)	613879227,2 (33,2)			c4 <sup>B</sup>
DA-1-0012	613881151,2 (3,0)	613881149,5 (3,1)	865	-48,5	d4 <sup>B</sup>
DA-1-0013	613883335,4 (3,3)	613883375,1 (3,4)	866	-10,7	e4 <sup>B</sup>
DA-1-0014	613883694,5 (3,2)				f4 <sup>B</sup>
DA-1-0015	613886306,3 (3,0)	613886283,7 (3,6)	867	-74,3	
DA-1-0016	613889685,1 (3,0)	613889659,5 (17,1)			
DA-1-0017		613893220,4 (4,5)			

Fortsetzung auf nachfolgender Seite

**Tabelle A.1 – Fortsetzung von vorheriger Seite**

Name	dop.frei (MHz)	dop.verbreit. (MHz)	atlas	$\delta$ (MHz)	Komm.
DA-1-0018	613896376,2	(3,8)			
DA-1-0019	613896856,7	(3,2)	613896918,1	(6,0)	
DA-1-0020	613897003,4	(3,0)	613896918,1	(6,0)	
DA-1-0021	613899897,8	(3,0)	613899836,9	(4,5)	868 106,0 <sup>G</sup>
DA-1-0022	613900512,8	(3,0)	613900600,5	(4,4)	868 -657,6 <sup>G</sup>
DA-1-0023	613902367,3	(3,0)	613902427,4	(4,1)	
DA-1-0024	613909808,3	(3,0)	613909803,0	(7,7)	
DA-1-0025	613915556,8	(3,1)	613915571,7	(25,7)	
DA-1-0026	613916676,7	(3,0)	613916829,5	(83,5)	869 276,5 <sup>G</sup>
DA-1-0027	613917345,3	(3,0)	613917415,9	(29,4)	869 -309,9 <sup>G</sup>
DA-1-0028	613918871,6	(3,1)	613918817,2	(18,3)	
DA-1-0029	613928681,6	(3,1)	613928709,8	(17,4)	
DA-1-0030	613930355,4	(3,1)	613930364,1	(18,7)	
DA-1-0031	613931913,9	(3,0)	613931941,0	(22,4)	
DA-1-0032	613937917,1	(3,0)	613937902,2	(10,2)	
DA-1-0033	613946644,9	(4,0)	613946722,0	(30,5)	870 348,3 <sup>G</sup>
DA-1-0034	613946991,8	(3,1)			<sup>G</sup>
DA-1-0035	613947477,6	(3,0)	613947500,7	(23,2)	870 -430,4 <sup>G</sup>
DA-1-0036	613949504,8	(3,0)	613949513,0	(11,0)	
DA-1-0037	613952135,5	(3,3)			
DA-1-0038	613952990,4	(3,3)			
DA-1-0039	613956668,5	(3,2)	613956580,1	(8,0)	
DA-1-0040	613957595,3	(3,2)			<sup>G</sup>
DA-1-0041	613958011,8	(3,0)	613957997,9	(3,3)	871 -21,2 <sup>G</sup>
DA-1-0042	613958901,2	(3,7)			<sup>G</sup>
DA-1-0043	613959468,5	(3,0)	613959319,3	(3,4)	872 -8,5 <sup>G</sup>
DA-1-0044			613962295,9	(8,8)	
DA-1-0045	613962626,4	(3,2)			
DA-1-0046	613965620,3	(3,1)	613965612,8	(3,3)	873 -18,3
DA-1-0047	613966408,1	(3,7)			<sup>G</sup>
DA-1-0048	613966695,0	(3,0)	613966710,5	(3,4)	874 -90,7 <sup>G</sup>
DA-1-0049	613968726,2	(3,5)	613968710,9	(10,6)	875 382,1 <sup>G</sup>
DA-1-0050	613969367,4	(3,0)	613969423,2	(16,4)	875 -330,2 <sup>G</sup>
DA-1-0051	613969579,8	(3,1)	613969423,2	(16,4)	875 -330,2 <sup>G</sup>
DA-1-0052	613975602,0	(3,1)	613975717,6	(4,0)	876 -47,1 <sup>G</sup>
DA-1-0053	613976071,5	(3,0)			<sup>G</sup>
DA-1-0054	613977902,5	(3,0)	613977930,4	(6,7)	
DA-1-0055	613980052,5	(3,0)	613980138,6	(3,1)	877 -70,2 <sup>G</sup>

Fortsetzung auf nachfolgender Seite

**Tabelle A.1 – Fortsetzung von vorheriger Seite**

Name	dop.frei (MHz)	dop.verbreit. (MHz)	atlas	$\delta$ (MHz)	Komm.
DA-1-0056	613980376,7 (3,0)				<sup>G</sup>
DA-1-0057	613982728,6 (3,1)				<sup>G</sup>
DA-1-0058		613983285,2 (4,2)	878	-206,8	<sup>G</sup>
DA-1-0059		613986041,4 (11,7)			
DA-1-0060		613991094,7 (19,5)			
DA-1-0061	613992315,2 (3,0)				<sup>G</sup>
DA-1-0062	613992738,3 (3,0)	613992755,4 (3,5)	879	-56,7	<sup>G</sup>
DA-1-0063	613992894,7 (3,0)	613992755,4 (3,5)	879	-56,7	<sup>G</sup>
DA-1-0064	613998071,6 (3,1)	613998218,4 (8,4)			
DA-1-0065	613998529,1 (3,2)				
DA-1-0066	614002125,3 (3,0)	614002025,7 (4,9)	880	170,4	<sup>G</sup>
DA-1-0067	614002886,7 (3,0)	614002884,3 (4,9)	880	-688,2	<sup>G</sup>
DA-1-0068	614003847,4 (3,3)	614003961,9 (6,3)			
DA-1-0069	614004843,2 (3,4)				
DA-1-0070	614005636,7 (3,0)	614005829,4 (68,4)			<sup>G</sup>
DA-1-0071	614006457,7 (3,0)	614006499,0 (8,0)	881	-138,8	<sup>G</sup>
DA-1-0072	614008094,1 (3,0)	614008097,0 (3,3)	882	-114,9	
DA-1-0073	614010458,7 (3,3)				
DA-1-0074	614010723,2 (3,0)	614010724,9 (6,1)			
DA-1-0075	614016236,1 (3,0)	614016249,1 (5,4)			
DA-1-0076	614017091,8 (3,2)				
DA-1-0077		614020966,8 (6,9)			
DA-1-0078	614022607,6 (4,0)				
DA-1-0079	614025397,6 (3,6)	614025382,0 (8,5)			
DA-1-0080	614026467,9 (3,0)	614026467,2 (4,8)			
DA-1-0081	614028135,3 (3,7)				<sup>G</sup>
DA-1-0082		614028614,9 (3,4)	883	-127,0	<sup>G</sup>
DA-1-0083		614033261,7 (10,5)			
DA-1-0084	614034562,5 (3,5)	614034591,5 (21,1)			
DA-1-0085	614036691,0 (3,0)	614036679,7 (4,2)	884	-52,4	
DA-1-0086	614037665,9 (3,1)	614037618,5 (14,5)			
DA-1-0087	614038632,2 (3,0)	614038642,8 (4,8)	885	-114,8	
DA-1-0088	614043795,7 (3,1)				<sup>G</sup>
DA-1-0089	614044345,1 (3,0)	614044322,6 (3,2)	886	-26,6	<sup>G</sup>
DA-1-0090	614045484,6 (3,0)	614045460,7 (12,2)	887	52,4	<sup>G</sup>
DA-1-0091		614045981,0 (85,1)			
DA-1-0092	614046248,9 (3,0)				<sup>G</sup>
DA-1-0093	614047565,1 (3,1)	614047652,6 (4,9)			

Fortsetzung auf nachfolgender Seite

**Tabelle A.1 – Fortsetzung von vorheriger Seite**

Name	dop.frei (MHz)		dop.verbreit. (MHz)	atlas	$\delta$ (MHz)	Komm.
DA-1-0094	614047756,4	(3,0)	614047652,6	(4,9)		
DA-1-0095	614050454,3	(3,0)				
DA-1-0096			614050773,7	(64,1)		
DA-1-0097	614051859,9	(3,1)	614051781,1	(4,5)	888	45,7
DA-1-0098	614052664,6	(3,0)	614052714,5	(4,3)	889	-153,2
DA-1-0099	614053079,0	(3,1)				$\mathcal{G}$
DA-1-0100	614054513,2	(3,0)	614054505,6	(3,3)		
DA-1-0101	614055866,7	(3,0)	614055839,6	(8,4)		
DA-1-0102	614057071,4	(3,0)	614057087,3	(6,0)		
DA-1-0103			614058252,7	(14,2)		
DA-1-0104	614058538,1	(3,2)				
DA-1-0105	614059399,3	(3,4)	614059536,6	(5,4)	890	-119,1
DA-1-0106	614059642,8	(3,3)	614059536,6	(5,4)	890	-119,1
DA-1-0107	614061084,4	(3,8)				$\mathcal{G}$
DA-1-0108	614065288,8	(3,7)				
DA-1-0109	614068311,3	(3,0)	614068274,1	(37,9)	891	107,2
DA-1-0110	614068857,2	(3,0)	614068823,6	(131,8)	891	-442,3
DA-1-0111	614070326,0	(3,0)	614070306,8	(4,0)		
DA-1-0112	614071941,6	(4,0)				
DA-1-0113	614072792,7	(3,1)				
DA-1-0114	614074228,6	(3,0)	614074225,6	(7,3)		
DA-1-0115	614075231,8	(4,0)				$\mathcal{G}$
DA-1-0116	614075752,7	(3,3)				$\mathcal{G}$
DA-1-0117	614076102,7	(3,0)	614076124,9	(3,2)	892	-98,9
DA-1-0118	614076753,6	(4,8)				
DA-1-0119	614077473,2	(3,1)				
DA-1-0120	614077840,6	(3,3)				
DA-1-0121			614078219,9	(17,3)		
DA-1-0122	614078426,7	(3,1)				
DA-1-0123	614079399,5	(3,1)				$\mathcal{G}$
DA-1-0124	614079828,4	(3,0)	614079802,2	(4,1)	893	-67,8
DA-1-0125	614083802,2	(3,1)	614083756,1	(44,7)		
DA-1-0126	614084777,8	(3,5)	614084818,5	(5,8)		
DA-1-0127	614087842,5	(3,0)	614087906,3	(18,4)		
DA-1-0128	614090100,2	(3,1)				
DA-1-0129			614090358,9	(13,5)		
DA-1-0130	614090644,2	(4,0)				
DA-1-0131	614092228,8	(3,0)	614092138,3	(4,0)	894	13,6

Fortsetzung auf nachfolgender Seite

**Tabelle A.1 – Fortsetzung von vorheriger Seite**

Name	dop.frei (MHz)		dop.verbreit. (MHz)		atlas	$\delta$ (MHz)	Komm.
DA-1-0132	614092341,3	(3,0)					<sup>G</sup>
DA-1-0133	614093784,5	(3,0)	614093864,5	(6,2)			
DA-1-0134	614097402,1	(3,0)	614097441,8	(3,3)	895	-88,6	
DA-1-0135	614100359,1	(3,2)					
DA-1-0136	614101992,7	(3,1)	614101977,0	(3,3)	896	-57,9	
DA-1-0137	614103625,8	(3,0)	614103640,5	(3,3)	897	-57,6	<sup>G</sup>
DA-1-0138	614104321,1	(3,4)					<sup>G</sup>
DA-1-0139	614105008,4	(3,0)					
DA-1-0140	614109435,5	(3,0)	614109430,0	(3,7)	898	-49,1	
DA-1-0141			614112042,0	(100,9)	899	483,8	<sup>G</sup>
DA-1-0142	614112507,0	(3,0)	614112686,5	(35,8)	899	-160,8	<sup>G</sup>
DA-1-0143	614112771,7	(3,0)	614112686,5	(35,8)	899	-160,8	<sup>G</sup>
DA-1-0144	614116189,9	(3,0)	614116185,0	(4,3)	900	-100,7	
DA-1-0145	614121873,7	(3,1)	614121880,9	(8,1)	901	684,9	<sup>G</sup>
DA-1-0146	614122679,3	(3,0)	614122730,9	(4,9)	901	-165,1	<sup>G</sup>
DA-1-0147	614122811,1	(3,1)	614122730,9	(4,9)	901	-165,1	<sup>G</sup>
DA-1-0148	614123594,5	(3,0)	614123579,9	(18,8)			
DA-1-0149	614124228,6	(3,0)	614124259,2	(109,6)			
DA-1-0150	614126289,2	(3,1)	614126287,7	(6,0)			
DA-1-0151	614128354,6	(3,0)	614128353,4	(3,1)	902	-85,6	
DA-1-0152			614131095,2	(3,5)	903	23,7	
DA-1-0153	614131924,3	(4,6)					
DA-1-0154			614133084,7	(22,8)			
DA-1-0155	614133875,7	(3,3)	614133961,6	(8,6)			
DA-1-0156	614134059,0	(5,4)	614133961,6	(8,6)			
DA-1-0157	614135270,8	(3,1)					<sup>G</sup>
DA-1-0158	614135754,3	(3,0)	614135735,4	(3,1)	904	-107,7	<sup>G</sup>
DA-1-0159	614142531,2	(3,0)	614142549,6	(6,5)			
DA-1-0160	614147630,6	(4,5)					
DA-1-0161	614149769,9	(3,0)	614149764,8	(9,0)			
DA-1-0162	614152346,4	(3,3)	614152438,2	(199,2)			
DA-1-0163	614153087,7	(3,5)	614153059,4	(39,6)	905	576,9	<sup>G</sup>
DA-1-0164	614153825,2	(3,0)	614153811,3	(17,8)	905	-175,0	<sup>G</sup>
DA-1-0165	614156611,9	(3,3)	614156583,8	(10,6)			
DA-1-0166	614163261,2	(3,1)	614163256,6	(14,7)			
DA-1-0167	614167606,7	(3,1)					<sup>G</sup>
DA-1-0168	614168083,2	(3,0)	614168061,5	(3,9)	906	-59,2	<sup>G</sup>
DA-1-0169	614169439,3	(3,0)	614169464,8	(3,6)	907	-71,4	

Fortsetzung auf nachfolgender Seite

**Tabelle A.1 – Fortsetzung von vorheriger Seite**

Name	dop.frei (MHz)	dop.verbreit. (MHz)	atlas	$\delta$ (MHz)	Komm.	
DA-1-0170	614172124,7	(3,0)			a18 <sup>C</sup>	
DA-1-0171	614172405,0	(3,1)	614172355,0	(9,4)		
DA-1-0172	614172858,6	(3,0)			b18 <sup>C</sup>	
DA-1-0173	614175205,4	(3,4)			c18 <sup>C</sup>	
DA-1-0174	614176792,4	(3,0)	614176784,5	(5,2)	908 -34,2	
DA-1-0175	614179324,1	(3,0)	614179317,6	(4,3)	909 -52,1	
DA-1-0176	614183997,0	(4,2)				
DA-1-0177	614187433,8	(3,0)	614187418,1	(4,8)	910 -13,2	
DA-1-0178	614188526,5	(3,0)	614188528,0	(4,0)		
DA-1-0179	614192138,0	(3,0)	614192134,9	(3,3)	911 -59,2	
DA-1-0180	614196420,3	(3,0)	614196447,4	(3,1)	912 -24,7	<sup>G</sup>
DA-1-0181	614196802,0	(3,1)				<sup>G</sup>
DA-1-0182	614198277,6	(3,0)	614198258,6	(3,5)	913 130,7	
DA-1-0183	614199498,6	(3,0)	614199497,9	(3,1)	914 -41,3	
DA-1-0184	614201252,2	(3,1)	614201248,2	(10,1)		
DA-1-0185	614202873,7	(3,0)	614202959,1	(6,9)		
DA-1-0186	614203125,4	(3,4)	614202959,1	(6,9)		
DA-1-0187	614206243,0	(3,0)	614206247,3	(4,5)	915 -51,4	<sup>G</sup>
DA-1-0188	614206694,8	(3,4)				<sup>G</sup>
DA-1-0189	614207281,6	(3,0)	614207184,5	(24,1)		
DA-1-0190	614207878,0	(5,1)				
DA-1-0191	614210043,5	(3,9)	614210117,3	(3,2)	916 -72,1	
DA-1-0192	614212354,7	(3,2)				<sup>G</sup>
DA-1-0193	614213110,5	(3,0)	614213076,1	(4,2)	917 -74,9	<sup>G</sup>
DA-1-0194	614217309,2	(3,0)	614217213,5	(4,9)	918 152,7	<sup>G</sup>
DA-1-0195			614217810,3	(24,7)	918 -444,1	<sup>G</sup>
DA-1-0196	614218026,8	(3,9)				<sup>G</sup>
DA-1-0197	614219020,5	(3,2)				
DA-1-0198	614221719,5	(3,0)	614221723,8	(3,1)	919 -79,6	
DA-1-0199	614224499,6	(3,0)	614224499,7	(3,3)	920 -85,4	
DA-1-0200	614225513,4	(3,2)	614225639,2	(6,6)		
DA-1-0201	614225743,8	(3,1)	614225639,2	(6,6)		
DA-1-0202	614226793,9	(3,5)	614226628,2	(6,7)		
DA-1-0203	614227283,5	(3,3)				
DA-1-0204	614230584,8	(3,0)	614230588,9	(3,8)	921 -19,9	
DA-1-0205	614232635,4	(3,2)	614232708,6	(8,0)		
DA-1-0206	614235198,2	(4,2)	614235186,7	(4,5)		
DA-1-0207	614236983,1	(3,1)				<sup>G</sup>

Fortsetzung auf nachfolgender Seite

**Tabelle A.1 – Fortsetzung von vorheriger Seite**

Name	dop.frei (MHz)		dop.verbreit. (MHz)		atlas	$\delta$ (MHz)	Komm.
DA-1-0208	614237431,9	(4,1)	614237372,4	(3,4)	922	-85,0	<sup>G</sup>
DA-1-0209	614240548,7	(3,7)					
DA-1-0210	614240847,3	(3,0)	614240882,7	(4,8)			
DA-1-0211	614242042,5	(3,3)					
DA-1-0212	614242982,2	(3,1)	614242888,5	(8,2)			
DA-1-0213	614245663,2	(3,6)					
DA-1-0214	614247307,4	(3,5)					
DA-1-0215	614249767,6	(3,3)	614249765,6	(10,1)			
DA-1-0216	614250352,8	(3,5)					
DA-1-0217	614251279,1	(4,0)					
DA-1-0218	614251717,2	(3,3)	614251667,0	(7,4)			
DA-1-0219	614253171,2	(3,2)	614253143,6	(21,3)			
DA-1-0220	614253942,4	(5,4)					
DA-1-0221			614256649,6	(4,2)			
DA-1-0222	614257163,3	(3,3)					
DA-1-0223	614257924,2	(3,3)	614257909,6	(9,2)			
DA-1-0224	614259007,2	(3,0)	614259019,1	(6,1)			
DA-1-0225	614263248,4	(3,1)					
DA-1-0226			614263551,0	(4,0)			
DA-1-0227	614265247,8	(3,0)	614265134,1	(116,8)	923	246,8	<sup>G</sup>
DA-1-0228	614265691,7	(3,1)	614265574,2	(251,5)	923	-193,3	<sup>G</sup>
DA-1-0229	614266482,5	(3,0)	614266492,2	(19,0)	924	-104,0	
DA-1-0230	614267933,8	(3,1)	614267940,1	(3,5)	925	-70,9	
DA-1-0231	614269741,0	(5,7)					
DA-1-0232			614271722,0	(22,6)	926	326,3	<sup>G</sup>
DA-1-0233	614272273,4	(3,0)	614272305,7	(5,0)	926	-257,4	<sup>G</sup>
DA-1-0234	614274374,6	(3,0)	614274452,2	(22,9)			
DA-1-0235	614275477,0	(3,3)	614275396,3	(8,7)			
DA-1-0236	614277320,7	(3,1)	614277322,5	(11,8)			
DA-1-0237	614278573,9	(3,0)	614278555,1	(6,5)			
DA-1-0238	614281028,8	(3,2)					
DA-1-0239	614282390,3	(3,5)	614282234,9	(8,5)			
DA-1-0240	614285899,3	(3,2)	614285887,7	(4,7)	927	-69,9	
DA-1-0241	614288729,6	(3,1)	614288664,4	(20,1)	928	301,2	<sup>G</sup>
DA-1-0242	614288894,8	(3,0)					<sup>G</sup>
DA-1-0243	614289409,2	(3,1)	614289283,0	(26,6)	928	-317,4	<sup>G</sup>
DA-1-0244	614290282,9	(3,0)	614290392,2	(28,6)			
DA-1-0245	614293201,9	(3,0)	614293188,7	(3,2)	929	-89,0	

Fortsetzung auf nachfolgender Seite

**Tabelle A.1 – Fortsetzung von vorheriger Seite**

Name	dop.frei (MHz)	dop.verbreit. (MHz)	atlas	$\delta$ (MHz)	Komm.
DA-1-0246	614294684,3	(3,0)	614294686,6	(3,2)	930 -13,0
DA-1-0247	614295744,0	(3,6)			
DA-1-0248	614296521,4	(3,0)	614296519,5	(3,5)	931 -32,1
DA-1-0249	614297317,0	(4,8)			
DA-1-0250	614300959,7	(3,8)			
DA-1-0251	614301989,2	(3,5)			
DA-1-0252	614304843,2	(3,0)	614304912,2	(5,1)	932 -96,6
DA-1-0253	614306499,4	(3,7)	614306633,0	(7,8)	
DA-1-0254	614306710,0	(3,0)	614306633,0	(7,8)	
DA-1-0255	614309009,8	(3,3)			
DA-1-0256			614309243,3	(12,5)	
DA-1-0257			614311015,3	(5,1)	933 -65,9
DA-1-0258	614312743,8	(3,2)	614312674,3	(26,0)	
DA-1-0259	614316222,1	(3,4)	614316259,1	(19,1)	
DA-1-0260			614322154,9	(4,2)	
DA-1-0261	614324971,5	(3,3)	614324976,3	(8,2)	
DA-1-0262	614326146,7	(3,0)	614326168,3	(6,3)	934 -37,4 <sup>G</sup>
DA-1-0263	614326286,1	(5,8)	614326168,3	(6,3)	934 -37,4 <sup>G</sup>
DA-1-0264	614327169,4	(3,0)	614327230,9	(3,7)	
DA-1-0265	614327292,8	(3,3)	614327230,9	(3,7)	
DA-1-0266	614328379,8	(3,2)	614328393,7	(4,1)	935 -197,3
DA-1-0267			614331620,5	(4,6)	
DA-1-0268			614333271,1	(15,4)	
DA-1-0269	614337924,8	(3,0)	614337934,7	(3,1)	936 -76,0
DA-1-0270	614338965,3	(3,1)			<sup>G</sup>
DA-1-0271	614339220,2	(3,0)	614339179,3	(3,1)	937 -118,4 <sup>G</sup>
DA-1-0272	614343400,3	(3,3)	614343206,3	(37,5)	
DA-1-0273	614344680,1	(3,0)	614344680,2	(4,4)	938 -43,1
DA-1-0274	614346965,8	(3,0)	614346917,2	(4,5)	939 -58,7
DA-1-0275	614349627,4	(3,1)	614349733,2	(72,7)	940 653,9 <sup>G</sup>
DA-1-0276	614350524,7	(4,5)	614350529,5	(14,2)	940 -142,4 <sup>G</sup>
DA-1-0277			614355474,9	(140,3)	
DA-1-0278			614355965,8	(57,6)	
DA-1-0279	614358088,1	(3,3)	614358068,9	(10,0)	
DA-1-0280	614361354,0	(3,9)			
DA-1-0281	614363923,4	(3,0)	614363912,3	(6,1)	
DA-1-0282	614366454,7	(3,1)	614366453,2	(3,2)	941 -81,2
DA-1-0283	614367940,4	(3,0)	614367925,3	(6,4)	

Fortsetzung auf nachfolgender Seite



**Tabelle A.1 – Fortsetzung von vorheriger Seite**

Name	dop.frei (MHz)	dop.verbreit. (MHz)	atlas	$\delta$ (MHz)	Komm.
DA-1-0284	614372546,8	(3,2)			
DA-1-0285	614373327,1	(3,1)	614373344,5	(3,1)	942 -107,2
DA-1-0286	614375745,2	(3,6)			
DA-1-0287	614376862,5	(3,2)	614376932,9	(6,6)	
DA-1-0288	614378042,8	(3,2)	614378141,5	(7,7)	
DA-1-0289	614378202,1	(3,3)	614378141,5	(7,7)	
DA-1-0290	614379345,9	(3,1)			
DA-1-0291	614379778,5	(3,1)	614379744,6	(11,8)	
DA-1-0292	614385434,9	(3,0)	614385508,9	(227,5)	943 577,5 <sup>G</sup>
DA-1-0293	614386182,5	(3,0)	614386181,6	(3,3)	943 -95,2 <sup>G</sup>
DA-1-0294	614387329,0	(4,7)	614387462,0	(3,8)	944 246,2 <sup>G</sup>
DA-1-0295	614387641,7	(3,0)	614387462,0	(3,8)	944 246,2 <sup>G</sup>
DA-1-0296	614388321,5	(3,0)	614388206,4	(6,5)	944 -498,2 <sup>G</sup>
DA-1-0297	614390047,2	(3,1)	614390019,8	(4,4)	
DA-1-0298			614392464,2	(5,8)	
DA-1-0299	614393359,1	(3,3)			
DA-1-0300	614395313,7	(3,1)	614395289,3	(6,2)	
DA-1-0301	614396797,4	(3,2)	614396805,3	(9,4)	
DA-1-0302	614398601,2	(3,1)	614398644,9	(4,0)	
DA-1-0303	614399530,3	(3,3)			
DA-1-0304	614400618,8	(4,0)			
DA-1-0305	614402307,9	(3,1)	614402327,6	(13,0)	
DA-1-0306	614404202,9	(4,6)	614404290,1	(5,1)	
DA-1-0307	614404577,6	(3,1)			
DA-1-0308	614405447,7	(3,2)	614405405,9	(17,5)	
DA-1-0309	614406816,5	(4,1)			
DA-1-0310	614408641,8	(3,2)	614408638,9	(7,5)	
DA-1-0311	614410357,2	(3,0)	614410375,9	(3,1)	945 -69,3
DA-1-0312	614413053,1	(3,1)	614413233,8	(5,7)	
DA-1-0313	614415496,5	(3,0)	614415471,3	(3,5)	946 12,7
DA-1-0314	614416250,9	(3,1)			
DA-1-0315	614416680,8	(3,0)	614416549,7	(9,3)	
DA-1-0316	614417338,7	(3,1)			
DA-1-0317	614419803,4	(3,1)	614419787,7	(18,7)	947 651,9 <sup>G</sup>
DA-1-0318	614420543,6	(3,0)	614420540,9	(6,9)	947 -101,3 <sup>G</sup>
DA-1-0319			614421937,1	(19,4)	
DA-1-0320			614423752,6	(19,0)	
DA-1-0321			614428991,7	(10,5)	

Fortsetzung auf nachfolgender Seite

**Tabelle A.1 – Fortsetzung von vorheriger Seite**

Name	dop.frei (MHz)	dop.verbreit. (MHz)	atlas	$\delta$ (MHz)	Komm.
DA-1-0322	614433703,2	(3,0)	614433689,1	(30,9)	
DA-1-0323			614434486,7	(12,5)	948 -277,6
DA-1-0324	614435356,8	(3,0)	614435397,4	(10,9)	
DA-1-0325	614436489,8	(3,0)	614436495,8	(4,0)	
DA-1-0326	614437977,1	(3,0)	614437969,6	(3,5)	
DA-1-0327	614439583,6	(3,0)	614439570,3	(3,1)	949 -16,0
DA-1-0328	614441186,9	(3,1)	614441166,7	(3,0)	950 -62,4
DA-1-0329	614442789,6	(3,5)	614442819,8	(3,1)	951 -33,7 <sup>G</sup>
DA-1-0330	614442938,1	(3,0)	614442819,8	(3,1)	951 -33,7 <sup>G</sup>
DA-1-0331	614444922,6	(3,0)	614444914,8	(6,9)	
DA-1-0332	614446183,7	(3,0)	614446159,1	(13,2)	
DA-1-0333	614447748,6	(4,1)			<sup>G</sup>
DA-1-0334	614447971,4	(3,2)	614447949,8	(3,1)	952 -94,2 <sup>G</sup>
DA-1-0335	614449712,3	(3,0)	614449712,5	(3,1)	953 -43,2
DA-1-0336	614456307,9	(3,1)	614456284,1	(9,7)	
DA-1-0337	614457574,2	(3,0)	614457509,6	(74,3)	
DA-1-0338	614458170,8	(3,0)	614458043,8	(147,4)	
DA-1-0339			614460077,5	(9,7)	
DA-1-0340	614461136,8	(3,2)	614461236,0	(23,6)	954 170,2 <sup>G</sup>
DA-1-0341	614461368,6	(3,3)	614461236,0	(23,6)	954 170,2 <sup>G</sup>
DA-1-0342	614461665,8	(3,0)			<sup>G</sup>
DA-1-0343	614461914,6	(3,0)	614461884,5	(19,9)	954 -478,3 <sup>G</sup>
DA-1-0344	614464568,7	(3,7)			
DA-1-0345	614465526,9	(3,2)	614465589,5	(21,4)	
DA-1-0346	614469300,4	(3,2)			
DA-1-0347	614469519,0	(3,8)	614469581,5	(19,7)	
DA-1-0348	614472835,3	(3,7)			
DA-1-0349	614474119,3	(3,2)	614474154,2	(9,3)	
DA-1-0350			614475121,7	(16,6)	
DA-1-0351	614475333,4	(3,6)			
DA-1-0352	614476562,7	(3,0)	614476553,6	(3,1)	955 -43,8
DA-1-0353	614478964,7	(3,0)	614478936,0	(3,4)	956 -102,8
DA-1-0354	614479892,1	(3,0)	614479962,5	(5,6)	
DA-1-0355	614481005,4	(3,1)	614480995,2	(17,1)	
DA-1-0356	614483782,2	(3,8)			<sup>G</sup>
DA-1-0357	614484087,8	(3,1)	614484010,2	(10,8)	957 564,0 <sup>G</sup>
DA-1-0358	614484722,8	(3,0)	614484827,2	(8,5)	957 -253,0 <sup>G</sup>
DA-1-0359	614484920,4	(3,1)	614484827,2	(8,5)	957 -253,0 <sup>G</sup>

Fortsetzung auf nachfolgender Seite

**Tabelle A.1 – Fortsetzung von vorheriger Seite**

Name	dop.frei (MHz)	dop.verbreit. (MHz)	atlas	$\delta$ (MHz)	Komm.
DA-1-0360	614485598,2 (3,3)				<sup>G</sup>
DA-1-0361	614487837,8 (3,1)	614487904,5 (30,6)			
DA-1-0362		614489109,4 (8,5)	958	-104,3	<sup>G</sup>
DA-1-0363	614489925,2 (3,1)				<sup>G</sup>
DA-1-0364	614491765,9 (3,1)	614491859,9 (6,3)	959	-12,8	<sup>G</sup>
DA-1-0365	614492163,4 (3,0)				<sup>G</sup>
DA-1-0366	614493576,2 (3,5)				
DA-1-0367	614494503,9 (3,0)	614494500,7 (7,7)	960	-81,3	
DA-1-0368	614495570,3 (5,0)				
DA-1-0369	614499447,1 (3,2)	614499341,6 (22,3)	961	150,2	<sup>G</sup>
DA-1-0370	614499974,9 (3,2)	614499811,6 (88,1)	961	-319,8	<sup>G</sup>
DA-1-0371	614501333,5 (4,0)				
DA-1-0372		614508314,7 (10,9)			
DA-1-0373	614510367,3 (3,0)	614510382,2 (4,2)			
DA-1-0374	614512582,6 (3,1)	614512508,2 (5,0)			
DA-1-0375	614513602,2 (3,0)	614513612,3 (3,2)	962	-63,2	
DA-1-0376	614514377,5 (3,6)				
DA-1-0377	614514946,4 (3,0)	614515047,5 (5,2)			
DA-1-0378	614515139,7 (3,1)	614515047,5 (5,2)			
DA-1-0379	614516648,5 (3,1)	614516486,8 (8,1)			
DA-1-0380	614518209,4 (3,0)	614518184,4 (5,3)			
DA-1-0381	614519678,5 (3,0)				<sup>G</sup>
DA-1-0382		614519957,6 (103,0)	963	58,0	<sup>G</sup>
DA-1-0383	614520201,0 (3,1)	614520330,1 (29,8)	963	-314,4	<sup>G</sup>
DA-1-0384	614523147,6 (3,1)				
DA-1-0385		614525478,7 (12,5)			
DA-1-0386	614526510,3 (3,1)	614526394,4 (12,1)			<sup>G</sup>
DA-1-0387		614527466,9 (5,9)	964	19,6	<sup>G</sup>
DA-1-0388	614531658,0 (3,1)	614531594,4 (3,9)			
DA-1-0389	614534540,1 (3,0)	614534521,1 (3,5)	965	-22,5	
DA-1-0390	614536154,0 (3,0)	614536171,5 (4,3)			
DA-1-0391	614537946,6 (3,0)	614537943,7 (3,0)	966	-78,4	
DA-1-0392		614539979,0 (4,7)			
DA-1-0393	614540241,2 (3,8)				
DA-1-0394	614543371,5 (3,3)	614543388,1 (11,5)			
DA-1-0395	614547252,1 (3,1)	614547273,2 (381,4)			<sup>G</sup>
DA-1-0396	614547822,2 (3,0)	614547826,9 (11,5)	967	-110,4	<sup>G</sup>
DA-1-0397	614549257,7 (3,0)	614549272,3 (4,6)			

Fortsetzung auf nachfolgender Seite

**Tabelle A.1 – Fortsetzung von vorheriger Seite**

Name	dop.frei (MHz)		dop.verbreit. (MHz)	atlas	$\delta$ (MHz)	Komm.
DA-1-0398	614550357,6	(3,0)	614550365,6	(3,3)	968	-52,9
DA-1-0399	614551475,0	(3,5)	614551424,7	(4,1)		$\mathcal{G}$
DA-1-0400	614551710,1	(3,7)				$\mathcal{G}$
DA-1-0401	614552357,4	(3,1)	614552433,9	(3,1)	969	-64,7
DA-1-0402	614552472,0	(3,0)	614552433,9	(3,1)	969	-64,7
DA-1-0403	614553739,2	(3,1)	614553820,7	(7,0)		
DA-1-0404	614555846,3	(3,1)	614555914,6	(11,2)		
DA-1-0405	614558982,4	(3,0)	614558916,7	(28,9)		$\mathcal{G}$
DA-1-0406	614559868,9	(3,0)	614559855,7	(4,4)	970	-30,6
DA-1-0407	614562336,6	(3,0)	614562331,2	(3,1)	971	-56,8
DA-1-0408	614564505,6	(3,0)	614564474,1	(6,8)	972	18,8
DA-1-0409	614565410,4	(3,0)	614565250,8	(25,9)		$\mathcal{G}$
DA-1-0410	614569288,4	(3,2)	614569278,7	(4,1)	973	-70,1
DA-1-0411	614570619,0	(3,6)				
DA-1-0412			614573473,6	(6,6)		
DA-1-0413	614574683,0	(3,0)	614574662,7	(3,4)	974	-69,8
DA-1-0414	614575953,3	(4,5)	614576148,9	(3,2)	975	-39,1
DA-1-0415	614576075,8	(3,0)	614576148,9	(3,2)	975	-39,1
DA-1-0416	614576623,7	(3,0)				$\mathcal{G}$
DA-1-0417	614580211,5	(3,0)	614580187,1	(5,0)		
DA-1-0418	614580374,2	(3,0)	614580187,1	(5,0)		
DA-1-0419	614581122,6	(3,1)				
DA-1-0420			614582098,6	(5,2)		
DA-1-0421	614583130,2	(3,1)				$\mathcal{G}$
DA-1-0422	614583705,0	(3,2)	614583669,5	(3,2)	976	-184,8
DA-1-0423	614584487,6	(3,1)				
DA-1-0424	614585325,2	(3,3)	614585351,6	(5,9)		
DA-1-0425	614587033,4	(3,4)				
DA-1-0426			614587302,6	(4,5)		
DA-1-0427	614587537,4	(4,0)				
DA-1-0428	614587874,1	(3,2)				
DA-1-0429	614589771,1	(3,1)	614589733,0	(252,3)	977	245,2
DA-1-0430	614590113,6	(3,0)	614590144,2	(113,3)	977	-166,0
DA-1-0431	614591075,3	(3,2)	614591095,3	(9,8)		
DA-1-0432	614592235,3	(3,0)	614592207,1	(5,9)		
DA-1-0433	614593246,5	(3,1)	614593319,4	(7,0)		
DA-1-0434	614599036,0	(3,2)	614599023,0	(3,3)		
DA-1-0435			614600735,3	(5,6)		

Fortsetzung auf nachfolgender Seite

**Tabelle A.1 – Fortsetzung von vorheriger Seite**

Name	dop.frei (MHz)		dop.verbreit. (MHz)		atlas	$\delta$ (MHz)	Komm.
DA-1-0436	614605498,0	(3,3)					<sup>G</sup>
DA-1-0437	614605982,5	(3,0)	614605911,0	(3,3)	978	-46,8	<sup>G</sup>
DA-1-0438	614607929,9	(3,0)	614608129,4	(3,4)	979	-52,7	<sup>G</sup>
DA-1-0439	614608159,1	(3,0)	614608129,4	(3,4)	979	-52,7	<sup>G</sup>
DA-1-0440	614608399,7	(3,3)					<sup>G</sup>
DA-1-0441			614609771,3	(3,2)			
DA-1-0442	614611384,6	(3,2)					
DA-1-0443			614611593,1	(5,6)			
DA-1-0444	614611808,3	(3,1)					
DA-1-0445	614614161,0	(3,0)	614614150,1	(3,1)	980	-80,6	
DA-1-0446	614615676,7	(3,6)	614615643,3	(5,1)			
DA-1-0447	614617508,2	(3,1)	614617567,8	(29,3)	981	728,8	
DA-1-0448	614618403,3	(3,0)	614618415,2	(4,2)	981	-118,6	
DA-1-0449			614623250,4	(15,8)			
DA-1-0450	614624832,0	(3,0)	614625000,9	(5,6)			
DA-1-0451	614625341,7	(3,3)					
DA-1-0452	614627293,3	(3,1)	614627322,7	(4,6)			
DA-1-0453			614628993,3	(4,7)			
DA-1-0454	614630399,3	(3,4)	614630504,0	(5,2)			
DA-1-0455	614636467,8	(3,1)	614636447,2	(5,5)			
DA-1-0456	614638469,0	(3,2)	614638350,1	(7,8)	982	332,4	<sup>G</sup>
DA-1-0457	614639057,3	(3,2)	614638997,1	(8,1)	982	-314,6	<sup>G</sup>
DA-1-0458	614643458,8	(3,6)	614643655,5	(14,9)			
DA-1-0459	614643787,7	(3,3)	614643655,5	(14,9)			
DA-1-0460	614646964,2	(3,0)	614647028,3	(6,9)	983	-65,5	
DA-1-0461	614649699,6	(3,1)	614649626,2	(12,2)	984	142,6	<sup>G</sup>
DA-1-0462	614650044,3	(3,1)	614650146,0	(12,1)	984	-377,2	<sup>G</sup>
DA-1-0463	614651490,6	(3,0)	614651403,5	(4,6)	985	-18,8	
DA-1-0464	614653644,7	(3,0)	614653695,2	(18,0)			
DA-1-0465	614657706,2	(3,1)	614657694,8	(3,3)	986	-65,4	
DA-1-0466	614658826,2	(3,1)	614658830,7	(26,2)	987	531,5	<sup>G</sup>
DA-1-0467	614659486,3	(3,0)	614659486,7	(12,1)	987	-124,5	<sup>G</sup>
DA-1-0468	614662834,6	(3,2)	614662964,8	(3,7)	988	-56,1	<sup>G</sup>
DA-1-0469	614663023,3	(3,0)	614662964,8	(3,7)	988	-56,1	<sup>G</sup>
DA-1-0470	614665385,0	(3,9)					
DA-1-0471	614667583,5	(3,1)	614667583,2	(14,9)	989	691,8	<sup>G</sup>
DA-1-0472	614668390,1	(3,0)	614668381,8	(3,7)	989	-106,8	<sup>G</sup>
DA-1-0473	614669537,6	(3,1)					

Fortsetzung auf nachfolgender Seite

**Tabelle A.1 – Fortsetzung von vorheriger Seite**

Name	dop.frei (MHz)	dop.verbreit. (MHz)	atlas	$\delta$ (MHz)	Komm.
DA-1-0474	614670421,3	(3,3)	614670289,7	(16,2)	
DA-1-0475	614672689,2	(3,1)	614672624,6	(8,7)	
DA-1-0476	614674665,0	(3,5)			G
DA-1-0477	614674975,6	(3,5)	614674936,0	(3,5)	990 -26,6 G
DA-1-0478	614677491,8	(3,1)			
DA-1-0479	614677924,7	(3,0)	614677753,6	(8,0)	
DA-1-0480	614678896,7	(3,0)	614678920,8	(3,6)	991 -33,1 G
DA-1-0481	614679144,7	(3,7)			G
DA-1-0482	614681159,3	(3,1)			
DA-1-0483	614682055,8	(3,3)			
DA-1-0484	614682867,7	(3,0)	614682822,7	(3,4)	992 -118,7
DA-1-0485	614684060,8	(3,7)			
DA-1-0486	614684733,9	(4,7)			
DA-1-0487	614686016,5	(3,0)	614686025,5	(5,0)	
DA-1-0488	614687289,8	(3,1)	614687159,8	(5,8)	993 251,0 G
DA-1-0489			614687650,2	(21,1)	993 -239,4 G
DA-1-0490	614687917,4	(3,2)			G
DA-1-0491	614692641,2	(3,1)	614692633,7	(6,5)	
DA-1-0492	614695619,3	(3,1)	614695718,3	(4,0)	994 5,7 G
DA-1-0493	614695985,6	(3,2)			G
DA-1-0494	614698320,8	(4,3)			
DA-1-0495	614700115,5	(3,0)	614700108,9	(3,1)	995 -97,9
DA-1-0496	614702852,0	(3,7)	614702793,6	(9,2)	
DA-1-0497			614704044,6	(5,4)	996 -70,3
DA-1-0498	614705431,3	(3,8)			G
DA-1-0499	614705679,7	(3,1)			G
DA-1-0500	614706115,8	(3,0)	614706038,9	(204,2)	997 120,9 G
DA-1-0501	614706548,7	(3,0)	614706578,8	(22,0)	997 -419,0 G
DA-1-0502	614710481,3	(3,0)			
DA-1-0503	614710918,8	(3,2)	614710830,6	(8,0)	
DA-1-0504	614711104,1	(3,6)			
DA-1-0505	614714172,3	(3,0)	614714173,7	(3,1)	998 -69,4
DA-1-0506	614716963,6	(3,0)	614716949,8	(3,4)	999 -69,4
DA-1-0507	614721916,2	(3,0)	614721882,2	(10,0)	
DA-1-0508	614722979,1	(3,1)	614722984,3	(3,5)	1000 -30,1
DA-1-0509	614723839,9	(5,7)			
DA-1-0510	614730086,3	(3,1)	614730073,6	(19,5)	
DA-1-0511	614731380,9	(5,3)			

Fortsetzung auf nachfolgender Seite

**Tabelle A.1 – Fortsetzung von vorheriger Seite**

Name	dop.frei (MHz)		dop.verbreit. (MHz)		atlas	$\delta$ (MHz)	Komm.
DA-1-0512	614733198,3	(4,3)	614733226,1	(3,2)	1001	-31,0	<sup>G</sup>
DA-1-0513	614733257,7	(3,4)	614733226,1	(3,2)	1001	-31,0	<sup>G</sup>
DA-1-0514	614734483,1	(4,0)					
DA-1-0515	614734629,4	(3,5)					
DA-1-0516	614735823,9	(3,2)					
DA-1-0517	614737166,0	(3,3)	614737272,8	(20,4)			
DA-1-0518	614738639,8	(3,3)	614738732,4	(190,4)			
DA-1-0519			614739321,2	(225,9)			
DA-1-0520	614741206,9	(3,4)					<sup>G</sup>
DA-1-0521			614741532,4	(25,8)	1002	290,7	<sup>G</sup>
DA-1-0522	614742043,4	(3,0)	614742138,8	(11,3)	1002	-315,7	<sup>G</sup>
DA-1-0523	614745457,4	(3,1)					<sup>G</sup>
DA-1-0524	614745740,8	(3,0)	614745693,3	(5,0)	1003	-59,8	<sup>G</sup>
DA-1-0525	614747310,6	(3,2)	614747371,2	(15,9)			
DA-1-0526			614748347,0	(30,0)			
DA-1-0527	614753634,6	(3,1)					
DA-1-0528	614753997,2	(3,2)	614753974,1	(9,4)			
DA-1-0529	614755927,3	(3,0)	614755894,4	(9,2)			
DA-1-0530	614757408,2	(3,0)	614757421,5	(4,7)	1004	-54,2	
DA-1-0531			614758465,3	(17,4)			
DA-1-0532	614761396,4	(3,4)	614761377,7	(3,3)	1005	-80,1	
DA-1-0533	614763168,4	(3,1)	614763165,1	(7,5)			
DA-1-0534	614765593,4	(3,3)	614765721,1	(18,8)			
DA-1-0535	614765883,3	(3,1)	614765721,1	(18,8)			
DA-1-0536	614766665,1	(3,1)					<sup>G</sup>
DA-1-0537	614766972,9	(3,0)	614766934,1	(3,7)			<sup>G</sup>
DA-1-0538	614768280,0	(3,3)	614768180,4	(8,1)			
DA-1-0539	614769249,9	(3,3)	614769101,6	(9,6)			
DA-1-0540	614771327,3	(3,0)	614771216,0	(6,6)			
DA-1-0541	614773738,9	(3,0)	614773696,8	(4,8)	1007	-35,7	
DA-1-0542	614775076,2	(4,4)	614775236,5	(4,3)	1008	25,4	<sup>G</sup>
DA-1-0543	614775279,2	(3,0)	614775236,5	(4,3)	1008	25,4	<sup>G</sup>
DA-1-0544	614775918,8	(3,5)	614775833,3	(105,0)	1008	-571,4	<sup>G</sup>
DA-1-0545	614778195,0	(3,2)	614778184,3	(3,5)	1009	-35,4	
DA-1-0546	614779146,4	(4,3)					
DA-1-0547	614780116,6	(3,0)	614780107,7	(3,2)	1010	-64,1	
DA-1-0548	614782373,6	(3,0)	614782432,9	(3,3)	1011	-47,9	<sup>G</sup>
DA-1-0549	614782510,2	(4,8)	614782432,9	(3,3)	1011	-47,9	<sup>G</sup>

Fortsetzung auf nachfolgender Seite

**Tabelle A.1 – Fortsetzung von vorheriger Seite**

Name	dop.frei (MHz)		dop.verbreit. (MHz)	atlas	$\delta$ (MHz)	Komm.	
DA-1-0550	614785936,2	(3,0)	614785966,5	(3,2)	1012	10,0	G
DA-1-0551	614786285,3	(3,4)					G
DA-1-0552	614787945,8	(3,0)	614787821,8	(5,3)			
DA-1-0553	614789792,1	(3,0)	614789745,2	(32,4)	1013	761,2	G
DA-1-0554	614790438,4	(3,0)	614790430,7	(58,0)	1013	75,7	G
DA-1-0555	614790795,6	(3,1)	614790900,9	(60,9)	1013	-394,5	G
DA-1-0556	614793032,4	(5,2)					
DA-1-0557	614794704,8	(3,1)					
DA-1-0558			614794934,7	(257,8)			
DA-1-0559	614795292,7	(3,0)					G
DA-1-0560	614795672,5	(3,0)					G
DA-1-0561	614796021,6	(3,2)	614795873,3	(22,3)	1014	-144,5	G
DA-1-0562	614796069,1	(3,0)	614795873,3	(22,3)	1014	-144,5	G
DA-1-0563	614799936,5	(3,1)	614799895,4	(16,6)			
DA-1-0564	614801634,9	(4,5)					
DA-1-0565	614801839,6	(5,4)					
DA-1-0566	614803213,1	(3,1)					G
DA-1-0567	614803591,1	(3,0)	614803490,0	(4,2)	1015	-95,5	G
DA-1-0568	614805937,4	(3,1)	614805966,7	(32,5)			
DA-1-0569	614807033,2	(3,0)	614807018,9	(4,8)	1016	-89,9	
DA-1-0570	614810762,8	(3,0)	614810748,5	(13,5)			
DA-1-0571	614813199,6	(3,4)					G
DA-1-0572	614813382,0	(3,1)					G
DA-1-0573	614813975,2	(3,1)	614814095,4	(3,1)	1017	-148,2	G
DA-1-0574	614814219,8	(3,1)	614814095,4	(3,1)	1017	-148,2	G
DA-1-0575	614814595,0	(3,3)					G
DA-1-0576	614816587,6	(3,0)	614816591,2	(18,2)			
DA-1-0577	614819138,4	(4,4)					
DA-1-0578	614819804,7	(3,0)	614819802,8	(12,6)			
DA-1-0579			614822012,4	(7,6)			
DA-1-0580	614822237,9	(3,2)					
DA-1-0581	614822946,6	(3,2)					
DA-1-0582	614823299,5	(4,0)	614823439,1	(15,6)			
DA-1-0583	614823471,6	(3,4)	614823439,1	(15,6)			
DA-1-0584	614824405,4	(3,1)	614824389,4	(19,6)			
DA-1-0585	614825455,4	(3,3)	614825474,9	(24,7)			
DA-1-0586			614826961,6	(20,1)			
DA-1-0587	614827243,3	(3,1)					

Fortsetzung auf nachfolgender Seite



**Tabelle A.1 – Fortsetzung von vorheriger Seite**

Name	dop.frei (MHz)		dop.verbreit. (MHz)		atlas	$\delta$ (MHz)	Komm.
DA-1-0588	614828271,9	(3,1)	614828308,7	(10,3)			
DA-1-0589	614829567,8	(3,0)	614829554,7	(3,8)	1018	-57,3	
DA-1-0590			614831474,8	(5,6)			
DA-1-0591	614834058,9	(3,6)	614834081,4	(7,8)			
DA-1-0592	614835709,6	(3,1)	614835683,4	(7,0)			
DA-1-0593			614839414,8	(5,6)			
DA-1-0594	614840955,2	(3,1)	614840955,4	(3,3)	1019	-47,9	
DA-1-0595	614846576,0	(3,0)	614846567,6	(3,9)	1020	-51,0	
DA-1-0596	614849025,7	(3,0)	614849084,9	(12,0)			
DA-1-0597	614850101,1	(3,1)					
DA-1-0598	614851250,8	(3,1)	614851363,6	(7,3)	1021	-68,3	<sup>G</sup>
DA-1-0599	614851745,0	(3,0)					<sup>G</sup>
DA-1-0600	614853071,0	(3,1)					
DA-1-0601	614854144,2	(3,1)	614854221,1	(45,3)			
DA-1-0602	614855145,4	(5,3)	614855248,7	(16,1)			
DA-1-0603	614855403,1	(3,9)	614855248,7	(16,1)			
DA-1-0604	614859827,4	(3,0)	614859822,8	(3,3)	1022	-118,3	
DA-1-0605	614862328,9	(3,9)					<sup>G</sup>
DA-1-0606	614862656,6	(4,6)	614862650,7	(16,2)	1023	78,7	<sup>G</sup>
DA-1-0607	614863546,7	(3,0)	614863605,2	(11,3)	1024	-228,3	
DA-1-0608			614865040,4	(26,2)			
DA-1-0609	614866316,7	(3,0)					<sup>G</sup>
DA-1-0610	614866743,1	(3,0)	614866651,4	(7,1)	1025	-87,7	<sup>G</sup>
DA-1-0611	614869074,3	(4,4)	614869083,1	(6,7)			
DA-1-0612	614872794,2	(3,0)	614872872,5	(8,5)	1026	79,8	<sup>G</sup>
DA-1-0613	614872820,1	(3,0)	614872872,5	(8,5)	1026	79,8	<sup>G</sup>
DA-1-0614	614873434,9	(3,1)	614873490,5	(6,4)	1026	-538,2	<sup>G</sup>
DA-1-0615	614873868,3	(3,2)	614873953,7	(35,1)			<sup>G</sup>
DA-1-0616	614874294,8	(3,4)					
DA-1-0617	614874356,7	(3,7)					
DA-1-0618	614878949,1	(3,2)	614878972,8	(3,7)	1027	-21,6	<sup>G</sup>
DA-1-0619	614879531,6	(3,8)					<sup>G</sup>
DA-1-0620	614880538,6	(3,0)	614880526,2	(4,0)	1028	-4,1	<sup>G</sup>
DA-1-0621	614881238,9	(3,1)					<sup>G</sup>
DA-1-0622	614881549,1	(3,2)	614881559,9	(6,6)			
DA-1-0623	614881897,6	(3,5)					
DA-1-0624	614886819,1	(3,0)	614886776,2	(9,5)			
DA-1-0625			614891158,0	(18,5)			

Fortsetzung auf nachfolgender Seite

**Tabelle A.1 – Fortsetzung von vorheriger Seite**

Name	dop.frei (MHz)		dop.verbreit. (MHz)	atlas	$\delta$ (MHz)	Komm.	
DA-1-0626	614892375,8	(3,1)	614892178,8	(4,2)	1029	263,0	<i>G</i>
DA-1-0627	614892731,1	(3,2)	614892837,0	(6,5)	1029	-395,2	<i>G</i>
DA-1-0628	614893239,1	(3,0)					<i>G</i>
DA-1-0629	614897770,5	(3,0)	614897776,6	(3,9)			
DA-1-0630	614899478,8	(3,1)	614899481,3	(3,1)	1030	-21,3	
DA-1-0631	614901562,9	(3,1)	614901674,9	(6,7)			
DA-1-0632	614902647,8	(3,2)					
DA-1-0633	614903654,3	(3,0)	614903600,7	(3,4)	1031	29,4	
DA-1-0634	614904901,7	(3,1)	614904891,0	(3,2)	1032	-79,7	
DA-1-0635			614907106,3	(4,0)			
DA-1-0636	614908698,1	(3,0)	614908774,7	(5,3)			
DA-1-0637	614909157,0	(3,1)					
DA-1-0638	614910014,3	(4,3)	614910021,4	(4,2)			
DA-1-0639	614912012,7	(3,0)	614912012,1	(3,4)	1033	-38,8	
DA-1-0640	614913348,0	(3,0)	614913448,0	(7,1)			
DA-1-0641			614916290,9	(3,9)	1034	-18,6	
DA-1-0642	614921027,7	(3,0)	614921196,5	(18,9)	1035	565,0	<i>G</i>
DA-1-0643	614921341,0	(3,1)	614921196,5	(18,9)	1035	565,0	<i>G</i>
DA-1-0644	614921911,4	(3,0)	614921912,5	(9,9)	1035	-151,0	<i>G</i>
DA-1-0645	614924872,2	(3,0)	614924950,5	(3,4)	1036	-71,1	<i>G</i>
DA-1-0646	614925130,5	(3,1)	614924950,5	(3,4)	1036	-71,1	<i>G</i>
DA-1-0647	614926634,0	(3,1)	614926570,7	(15,0)			
DA-1-0648			614931452,1	(41,1)			<i>H</i>
DA-1-0649			614933867,3	(42,8)			<i>H</i>
DA-1-0650	614935035,8	(40,1)	614934913,5	(40,9)			<i>H</i>
DA-1-0651	614936423,0	(40,3)	614936360,2	(40,3)			<i>H</i>
DA-1-0652	614938736,6	(40,1)	614938858,5	(40,8)			<i>H</i>
DA-1-0653	614939799,6	(40,1)	614939675,6	(43,6)	1037	253,3	<i>G H</i>
DA-1-0654	614940019,2	(40,4)	614940113,0	(42,0)	1037	-184,1	<i>G H</i>
DA-1-0655	614940151,3	(40,4)	614940113,0	(42,0)	1037	-184,1	<i>G H</i>
DA-1-0656	614941012,8	(40,4)					
DA-1-0657	614945696,6	(3,5)					
DA-1-0658			614945897,6	(11,9)			
DA-1-0659	614946589,2	(3,5)					
DA-1-0660	614948468,9	(5,1)	614948358,2	(12,9)			
DA-1-0661	614949754,6	(3,2)	614949907,3	(12,0)			
DA-1-0662			614951386,2	(13,3)			
DA-1-0663	614952700,1	(4,6)	614952709,2	(4,0)	1038	-75,0	

Fortsetzung auf nachfolgender Seite

**Tabelle A.1 – Fortsetzung von vorheriger Seite**

Name	dop.frei (MHz)	dop.verbreit. (MHz)	atlas	$\delta$ (MHz)	Komm.
DA-1-0664		614954254,6 (8,3)			
DA-1-0665	614954467,7 (3,1)				
DA-1-0666	614955341,1 (3,2)				G
DA-1-0667	614955690,2 (3,0)	614955707,7 (3,1)	1039	-54,6	G
DA-1-0668	614956052,1 (3,1)				G
DA-1-0669	614957582,8 (3,0)	614957776,6 (4,9)			
DA-1-0670	614958204,2 (3,0)				
DA-1-0671	614959242,4 (3,0)	614959397,3 (6,2)			
DA-1-0672	614959696,9 (3,3)				
DA-1-0673	614960909,9 (3,0)	614960747,9 (5,3)	1040	184,5	G
DA-1-0674		614961213,6 (25,9)	1040	-281,2	G
DA-1-0675	614961441,6 (3,3)				G
DA-1-0676	614963549,2 (3,0)				G
DA-1-0677	614964015,6 (3,1)	614963968,4 (3,3)	1041	-77,0	G
DA-1-0678	614968414,3 (3,1)	614968261,5 (5,0)	1042	204,7	G
DA-1-0679	614968845,7 (3,0)	614968923,9 (5,4)	1042	-457,7	G
DA-1-0680	614970893,2 (3,4)	614970892,6 (3,8)			
DA-1-0681	614971116,3 (3,3)				
DA-1-0682	614973015,9 (3,1)	614973060,7 (43,0)	1043	283,1	G
DA-1-0683	614973533,2 (3,0)	614973599,4 (25,9)	1043	-255,6	G
DA-1-0684	614977025,9 (3,0)	614977083,9 (3,1)	1044	-97,6	G
DA-1-0685	614977197,6 (3,6)	614977083,9 (3,1)	1044	-97,6	G
DA-1-0686	614978688,6 (3,0)	614978728,7 (3,7)	1045	-33,6	
DA-1-0687	614979832,9 (3,2)	614979996,2 (7,6)			
DA-1-0688	614980137,3 (3,0)	614979996,2 (7,6)			
DA-1-0689	614981424,2 (3,0)	614981417,8 (3,5)	1046	-90,5	
DA-1-0690	614984168,3 (3,0)	614984178,1 (3,1)	1047	-83,7	
DA-1-0691	614989867,2 (3,2)				
DA-1-0692		614990075,0 (8,0)			
DA-1-0693	614992812,5 (3,0)	614992782,6 (3,8)			
DA-1-0694	614994357,7 (3,0)	614994349,3 (3,4)	1048	-44,0	
DA-1-0695	614995508,4 (3,1)	614995585,5 (9,6)			
DA-1-0696		614996763,8 (4,7)			
DA-1-0697	614998685,1 (3,4)	614998503,9 (7,2)			
DA-1-0698	615001225,1 (3,2)				
DA-1-0699	615001881,2 (3,0)	615001700,2 (7,6)			
DA-1-0700	615003445,8 (3,2)	615003464,3 (9,8)			
DA-1-0701	615004188,5 (3,5)				

Fortsetzung auf nachfolgender Seite

**Tabelle A.1 – Fortsetzung von vorheriger Seite**

Name	dop.frei (MHz)		dop.verbreit. (MHz)		atlas	$\delta$ (MHz)	Komm.
DA-1-0702			615004411,9	(6,1)			
DA-1-0703			615005562,0	(7,8)			
DA-1-0704	615009584,7	(3,2)	615009408,3	(21,2)	1049	291,3	G
DA-1-0705	615009965,5	(3,0)	615009885,1	(29,6)	1049	-185,5	G
DA-1-0706	615012459,7	(3,3)	615012408,2	(4,6)			
DA-1-0707	615014603,4	(3,0)	615014476,7	(24,2)	1050	160,5	G
DA-1-0708			615014820,7	(123,1)	1050	-183,5	G
DA-1-0709	615015153,8	(3,0)					G
DA-1-0710	615016258,7	(3,0)					G
DA-1-0711	615017081,8	(3,0)	615017070,4	(3,1)	1051	-64,8	G
DA-1-0712			615019632,8	(16,3)			
DA-1-0713	615019996,6	(3,0)					
DA-1-0714	615024881,3	(3,1)	615024933,9	(8,8)			
DA-1-0715	615026735,3	(3,1)	615026758,2	(4,4)			
DA-1-0716	615029009,0	(3,1)	615029187,7	(8,0)			
DA-1-0717	615029302,2	(3,0)	615029187,7	(8,0)			
DA-1-0718	615030088,0	(3,3)	615030240,5	(3,2)	1052	-86,0	G
DA-1-0719	615030247,0	(3,0)	615030240,5	(3,2)	1052	-86,0	G
DA-1-0720	615033872,3	(3,0)	615033877,6	(3,2)	1053	-68,6	
DA-1-0721	615036175,3	(3,5)					G
DA-1-0722	615036391,8	(3,0)	615036478,9	(3,3)	1054	-136,7	G
DA-1-0723	615037001,2	(3,0)					G
DA-1-0724	615038440,3	(4,2)					
DA-1-0725			615038754,9	(12,3)			
DA-1-0726	615041008,7	(3,0)	615040989,8	(17,2)			
DA-1-0727	615041665,2	(3,3)					G
DA-1-0728	615042078,6	(3,0)	615041997,6	(5,7)	1055	175,6	G
DA-1-0729	615042569,7	(3,0)	615042688,6	(5,7)	1055	-515,4	G
DA-1-0730	615044846,8	(3,0)	615044847,7	(7,0)			
DA-1-0731	615049337,0	(3,0)	615049446,5	(9,0)			
DA-1-0732	615050285,9	(3,1)					
DA-1-0733	615050909,4	(3,2)					
DA-1-0734	615051209,8	(3,1)	615051131,2	(3,8)			
DA-1-0735	615053273,2	(3,7)					
DA-1-0736	615057759,7	(3,2)	615057797,8	(3,4)	1056	-32,4	G
DA-1-0737	615057829,8	(3,1)	615057797,8	(3,4)	1056	-32,4	G
DA-1-0738	615058558,8	(4,3)					
DA-1-0739	615059089,9	(3,1)					

Fortsetzung auf nachfolgender Seite

**Tabelle A.1 – Fortsetzung von vorheriger Seite**

Name	dop.frei (MHz)		dop.verbreit. (MHz)		atlas	$\delta$ (MHz)	Komm.
DA-1-0740	615060514,1	(3,2)					<sup>G</sup>
DA-1-0741	615061161,3	(3,0)	615061113,7	(3,8)	1057	-89,6	<sup>G</sup>
DA-1-0742	615062132,6	(3,2)					
DA-1-0743			615062639,7	(10,8)			
DA-1-0744	615065273,4	(3,2)	615065229,0	(73,2)	1058	594,8	<sup>G</sup>
DA-1-0745	615065976,7	(3,0)	615065978,4	(9,8)	1058	-154,6	<sup>G</sup>
DA-1-0746	615067279,9	(3,1)	615067281,0	(11,9)			
DA-1-0747	615069775,6	(3,7)					
DA-1-0748	615070486,0	(3,0)					<sup>G</sup>
DA-1-0749	615070790,2	(3,5)	615070741,4	(3,4)	1059	-91,0	<sup>G</sup>
DA-1-0750	615073073,2	(3,2)	615073099,2	(3,7)	1060	-56,4	
DA-1-0751			615074383,1	(11,6)			
DA-1-0752	615074587,0	(3,3)					
DA-1-0753	615076666,9	(3,3)	615076846,1	(6,3)			
DA-1-0754	615077290,9	(3,5)					
DA-1-0755	615078608,2	(4,9)	615078715,1	(8,6)	1061	722,3	<sup>G</sup>
DA-1-0756	615079054,5	(3,0)					<sup>G</sup>
DA-1-0757	615079596,8	(3,0)	615079652,6	(4,8)	1061	-215,2	<sup>G</sup>
DA-1-0758	615079886,4	(3,0)					<sup>G</sup>
DA-1-0759	615084226,3	(3,0)	615084272,2	(5,5)			
DA-1-0760	615086168,4	(3,0)	615086086,8	(3,3)	1062	191,8	
DA-1-0761	615087158,5	(3,5)	615087194,0	(3,1)	1063	-28,0	<sup>G</sup>
DA-1-0762	615087475,5	(3,0)					<sup>G</sup>
DA-1-0763	615089790,7	(3,0)	615089791,1	(3,2)	1064	-37,9	
DA-1-0764	615091641,7	(3,1)	615091696,0	(4,6)			
DA-1-0765	615091779,9	(3,1)	615091696,0	(4,6)			
DA-1-0766	615093350,0	(3,1)					
DA-1-0767			615094024,4	(3,9)			
DA-1-0768	615094983,6	(3,8)					
DA-1-0769	615095501,4	(3,8)	615095552,0	(10,2)			
DA-1-0770	615096134,4	(3,7)					
DA-1-0771	615096728,6	(3,1)	615096715,4	(3,5)	1065	-49,0	
DA-1-0772	615097545,4	(3,1)					
DA-1-0773	615097729,5	(3,0)	615097753,6	(6,3)			
DA-1-0774	615101534,3	(3,1)	615101517,9	(5,7)			
DA-1-0775	615103492,9	(3,1)	615103398,0	(18,4)	1066	631,3	<sup>G</sup>
DA-1-0776	615104156,1	(3,0)	615104116,6	(9,8)	1066	-87,3	<sup>G</sup>
DA-1-0777			615106666,0	(10,3)			

Fortsetzung auf nachfolgender Seite

**Tabelle A.1 – Fortsetzung von vorheriger Seite**

Name	dop.frei (MHz)		dop.verbreit. (MHz)	atlas	$\delta$ (MHz)	Komm.
DA-1-0778	615110430,3	(3,0)	615110433,0	(3,2)	1067	-36,1
DA-1-0779	615111658,8	(3,3)	615111646,8	(7,4)		
DA-1-0780	615113380,7	(3,0)	615113230,1	(6,4)	1068	233,7 <sup>G</sup>
DA-1-0781	615113916,9	(3,0)	615113913,8	(6,7)	1068	-450,0 <sup>G</sup>
DA-1-0782	615114603,7	(3,0)				
DA-1-0783	615114880,9	(3,1)	615114955,0	(5,6)		
DA-1-0784	615115035,6	(3,2)	615114955,0	(5,6)		
DA-1-0785	615115380,1	(3,2)				
DA-1-0786	615116612,9	(3,1)	615116517,2	(13,9)		
DA-1-0787	615118035,8	(3,3)				
DA-1-0788	615118775,0	(3,4)				
DA-1-0789	615120375,5	(3,9)	615120376,1	(3,6)	1069	-71,0
DA-1-0790	615123588,1	(3,1)	615123620,1	(8,2)		
DA-1-0791	615125031,4	(3,5)				
DA-1-0792	615126034,8	(3,1)	615126041,6	(3,6)	1070	-151,4
DA-1-0793			615127824,6	(7,7)		
DA-1-0794	615129564,4	(3,3)	615129549,6	(4,9)		
DA-1-0795	615134581,0	(3,1)	615134536,4	(10,5)		
DA-1-0796	615135984,0	(3,1)	615135952,8	(9,5)		
DA-1-0797	615136835,0	(3,0)	615136735,6	(92,8)		
DA-1-0798	615137553,4	(3,3)				
DA-1-0799	615137966,9	(3,3)	615137903,2	(26,1)		
DA-1-0800	615139486,6	(3,0)	615139521,8	(3,3)	1071	-87,0
DA-1-0801	615140216,3	(3,5)				
DA-1-0802	615141606,4	(3,0)	615141519,2	(12,8)	1072	62,1 <sup>G</sup>
DA-1-0803	615142346,5	(3,1)	615142321,3	(23,8)	1072	-740,0 <sup>G</sup>
DA-1-0804	615143123,8	(3,7)				
DA-1-0805	615144034,8	(3,1)	615143952,2	(11,4)		
DA-1-0806	615151609,1	(3,7)	615151617,6	(3,4)	1073	-50,2
DA-1-0807	615155248,4	(4,2)				<sup>G</sup>
DA-1-0808	615155379,7	(3,2)				<sup>G</sup>
DA-1-0809	615155672,0	(3,1)	615155597,8	(4,5)	1074	-106,1 <sup>G</sup>
DA-1-0810	615156190,3	(3,8)				
DA-1-0811	615157387,3	(3,0)	615157393,0	(3,2)	1075	-84,5 <sup>G</sup>
DA-1-0812	615157422,8	(3,0)	615157393,0	(3,2)	1075	-84,5 <sup>G</sup>
DA-1-0813	615159368,3	(3,2)				
DA-1-0814			615159647,5	(67,0)		
DA-1-0815			615160492,0	(6,8)		

Fortsetzung auf nachfolgender Seite

**Tabelle A.1 – Fortsetzung von vorheriger Seite**

Name	dop.frei (MHz)		dop.verbreit. (MHz)		atlas	$\delta$ (MHz)	Komm.
DA-1-0816	615161776,3	(3,1)	615161741,8	(3,9)	1076	-53,4	<sup>G</sup>
DA-1-0817	615162423,9	(3,2)					<sup>G</sup>
DA-1-0818	615164261,6	(3,1)	615164461,6	(14,7)			
DA-1-0819	615164743,8	(3,2)					
DA-1-0820	615166196,1	(3,3)					<sup>G</sup>
DA-1-0821	615166443,5	(3,1)	615166402,5	(3,6)	1077	-55,3	<sup>G</sup>
DA-1-0822	615168390,6	(3,1)					
DA-1-0823	615171015,7	(3,0)	615171021,7	(16,2)	1078	781,7	<sup>G</sup>
DA-1-0824	615171883,0	(3,0)	615171885,1	(3,4)	1078	-81,7	<sup>G</sup>
DA-1-0825	615174451,7	(3,0)	615174449,1	(5,4)			
DA-1-0826	615177984,8	(3,2)					
DA-1-0827	615178304,6	(3,1)	615178310,8	(6,8)			
DA-1-0828	615180528,5	(3,0)	615180582,5	(3,2)	1079	-40,1	<sup>G</sup>
DA-1-0829	615180863,7	(3,1)					<sup>G</sup>
DA-1-0830	615182315,5	(3,0)	615182282,0	(4,7)	1080	331,9	<sup>G</sup>
DA-1-0831	615182889,3	(3,0)	615183011,7	(4,5)	1080	-397,8	<sup>G</sup>
DA-1-0832	615184620,3	(3,0)	615184625,9	(3,1)	1081	-33,3	
DA-1-0833	615185775,8	(3,0)					<sup>G</sup>
DA-1-0834	615186533,4	(3,0)	615186530,5	(3,8)	1082	-1,3	<sup>G</sup>
DA-1-0835	615187183,5	(3,0)					
DA-1-0836	615187838,7	(3,0)					
DA-1-0837	615189915,6	(3,0)	615189914,7	(3,4)	1083	-21,8	
DA-1-0838	615191850,0	(3,0)	615191843,2	(3,3)	1084	-31,6	
DA-1-0839	615194212,5	(3,1)	615194233,6	(5,5)			
DA-1-0840	615195681,4	(3,2)	615195725,1	(13,9)			
DA-1-0841	615198570,4	(3,3)	615198673,9	(10,5)			
DA-1-0842	615202009,9	(3,2)	615201989,5	(3,3)	1085	-74,9	
DA-1-0843	615205028,6	(3,1)	615205009,5	(8,3)			
DA-1-0844	615206202,7	(3,0)	615206197,3	(3,4)	1086	-76,6	
DA-1-0845	615209087,6	(3,8)	615209175,1	(18,4)			
DA-1-0846	615209364,8	(4,1)	615209175,1	(18,4)			
DA-1-0847	615210231,1	(3,2)	615210207,9	(18,3)			
DA-1-0848	615212566,9	(3,2)	615212574,8	(7,1)			
DA-1-0849	615214813,8	(3,1)	615214905,3	(4,1)			
DA-1-0850	615216521,7	(3,7)	615216599,1	(38,8)			
DA-1-0851	615217575,6	(3,0)	615217559,5	(12,2)	1087	196,1	<sup>G</sup>
DA-1-0852	615218340,3	(3,4)	615218360,8	(15,8)	1087	-605,2	<sup>G</sup>
DA-1-0853	615223093,1	(3,1)	615223064,6	(8,9)			

Fortsetzung auf nachfolgender Seite

**Tabelle A.1 – Fortsetzung von vorheriger Seite**

Name	dop.frei (MHz)		dop.verbreit. (MHz)		atlas	$\delta$ (MHz)	Komm.
DA-1-0854	615224454,0	(3,4)	615224473,5	(3,9)			
DA-1-0855	615229834,7	(3,1)	615229821,9	(3,5)			
DA-1-0856	615231637,8	(3,0)	615231661,7	(12,4)	1088	55,2	1088 <sup>A G</sup>
DA-1-0857	615231910,9	(3,0)	615232090,4	(12,2)	1088	-373,4	
DA-1-0858	615233032,7	(3,0)	615233040,1	(4,4)			
DA-1-0859	615234606,7	(3,1)	615234492,1	(23,5)			
DA-1-0860	615235294,2	(3,0)	615235368,1	(18,7)			
DA-1-0861			615236945,4	(14,1)			
DA-1-0862	615238762,8	(3,0)	615238767,1	(3,1)	1089	-29,0	
DA-1-0863	616503099,1	(3,1)	616503076,1	(3,2)			
DA-1-0864	616504832,3	(3,0)	616504766,5	(4,2)	1284	-16,9	
DA-1-0865	616509202,2	(3,7)					
DA-1-0866	616512018,0	(3,0)					<sup>G</sup>
DA-1-0867	616512382,7	(3,0)	616512278,0	(3,4)	1285	-117,5	<sup>G</sup>
DA-1-0868	616513582,8	(3,0)	616513610,2	(5,7)			a2 <sup>D</sup>
DA-1-0869	616513896,3	(3,0)					b2 <sup>D</sup>
DA-1-0870	616514063,1	(8,6)					c2 <sup>D</sup>
DA-1-0871	616514445,8	(3,0)					d2 <sup>D</sup>
DA-1-0872	616515058,4	(3,2)	616514893,4	(4,3)	1286	-154,7	h2 <sup>D</sup>
DA-1-0873	616657368,2	(3,8)	616657500,0	(3,8)	1308	-78,0	<sup>G</sup>
DA-1-0874	616657685,2	(3,0)	616657500,0	(3,8)	1308	-78,0	<sup>G</sup>
DA-1-0875	616662253,9	(3,2)					
DA-1-0876	616664259,6	(3,0)	616664287,9	(3,3)	1309	-51,7	1309 <sup>A</sup>
DA-1-0877	616664922,8	(3,0)					
DA-1-0878	616665128,9	(4,0)					
DA-1-0879	616665871,4	(3,9)					<sup>G</sup>
DA-1-0880	616666094,9	(3,0)	616666093,6	(4,8)	1310	-28,6	<sup>G</sup>
DA-1-0881	616666916,1	(3,0)	616667022,1	(9,5)	1310	-957,1	
DA-1-0882	616667219,6	(3,2)	616667022,1	(9,5)	1310	-957,1	
DA-1-0883			616668898,0	(5,8)			
DA-1-0884	616671328,1	(3,1)					
DA-1-0885	616671835,1	(3,1)	616671676,2	(5,3)			
DA-1-0886			616676564,5	(7,9)			
DA-1-0887	616678599,1	(3,8)					a1 <sup>E</sup>
DA-1-0888	616678856,7	(3,0)	616678799,3	(20,8)			b1 <sup>E</sup>
DA-1-0889	616679582,4	(3,0)	616679599,8	(14,3)			c1 <sup>E</sup>
DA-1-0890	616680705,3	(3,1)	616680802,2	(11,2)			d1 <sup>E</sup>
DA-1-0891	616680849,1	(4,1)	616680802,2	(11,2)			e1 <sup>E</sup>

Fortsetzung auf nachfolgender Seite



**Tabelle A.1 – Fortsetzung von vorheriger Seite**

Name	dop.frei (MHz)	dop.verbreit. (MHz)	atlas	$\delta$ (MHz)	Komm.
DA-1-0892		616681830,2 (8,3)			
DA-1-0893	616682795,3 (7,8)				f1 <sup>E</sup>
DA-1-0894	616683515,0 (3,1)	616683534,2 (7,9)			g1 <sup>E</sup>
DA-1-0895	616684680,0 (3,2)	616684588,7 (15,5)			
DA-1-0896	616684830,1 (3,5)				
DA-1-0897		616685452,9 (11,2)			
DA-1-0898	616686466,5 (3,7)				
DA-1-0899	616687808,1 (3,0)	616687837,3 (4,1)			
DA-1-0900	616689605,4 (3,5)	616689727,4 (3,7)			
DA-1-0901	616690064,4 (3,3)				
DA-1-0902	616692390,9 (3,0)	616692386,8 (3,1)	1311	-12,0	
DA-1-0903	616694189,0 (3,0)	616694248,1 (3,1)	1312	-71,6	G
DA-1-0904	616694255,5 (3,0)	616694248,1 (3,1)	1312	-71,6	G
DA-1-0905	616698561,7 (3,2)	616698557,0 (10,4)			
DA-1-0906	616699439,6 (3,1)	616699467,3 (4,7)			
DA-1-0907	616799631,4 (3,1)	616799635,5 (6,5)			
DA-1-0908	616801562,1 (5,7)				a3 <sup>F</sup>
DA-1-0909	616802549,7 (3,4)	616802616,5 (12,2)			b3 <sup>F</sup>
DA-1-0910	616802634,1 (3,1)	616802616,5 (12,2)			c3 <sup>F</sup>
DA-1-0911	616803366,5 (8,1)	616803440,7 (8,3)			d3 <sup>F</sup>
DA-1-0912	616803549,3 (3,1)	616803440,7 (8,3)			e3 <sup>F</sup>
DA-1-0913	616804554,8 (3,7)				f3 <sup>F</sup>
DA-1-0914	616804749,3 (3,0)	616804933,5 (3,8)			g3 <sup>F</sup>
DA-1-0915	616805102,2 (3,1)	616804933,5 (3,8)			h3 <sup>F</sup>
DA-1-0916	616806136,6 (3,0)	616806128,6 (4,8)			i3 <sup>F</sup>
DA-1-0917	616808197,6 (3,3)	616808193,4 (3,9)			
DA-1-0918	616809727,4 (4,2)				
DA-1-0920	616809727,4 (4,2)				

---

Kommentare zu Tabelle A:

- A* Namen und Referenzen aus [8].
- B* Namen und Referenzen aus [9].
- C* Referenzen aus [11].
- D* Namen und Referenzen aus [12] und [103].
- E* Namen und Referenzen aus [103].
- F* Namen und Referenzen aus [12].
- G* Inkonsistenz zum Atlas [16] oder große Differenz zwischen dopplerfreier und dopplerverbreiteter Resonanz wegen Vielfach-Resonanz.
- H* Lokal begrenzte Frequenzunsicherheit von 40 MHz addiert.

---

## B Kommentierte elektronische Schaltungen

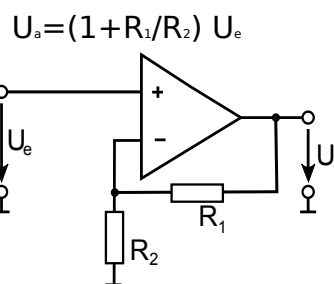
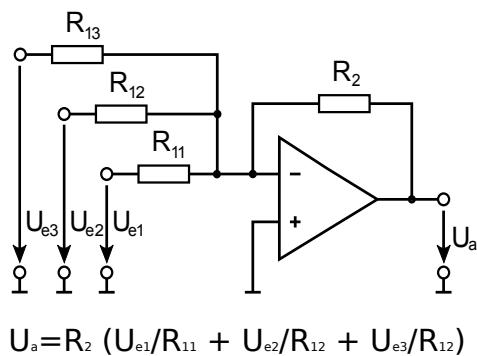
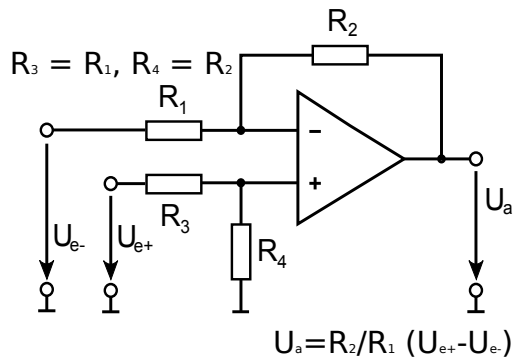
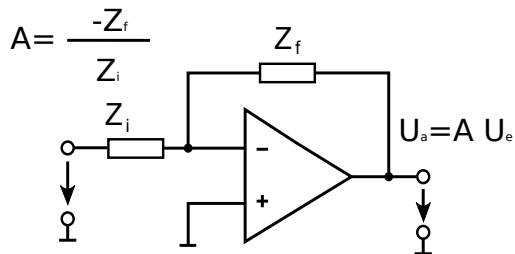
Im Folgenden sollen einige für das Lasersystem relevante Schaltungen mit Funktionsbeschreibung und Schaltplan vorgestellt werden. Eine gute Übersicht über elektronische Problemstellungen und deren Lösungen finden sich in [108], ein ausführliches Kompendium von hilfreichen Schaltungen ist in [109] zu finden. Eine gute Einführung in die Technik des Lötens findet sich in [110].

Die vorgestellten Schaltungen basieren großteils auf Operationsverstärkerschaltungen (OP, vgl. Abbildung B.1) und lassen sich auf Europlatinen mit Lochraster aufbauen. Für besonders rauscharme Anwendungen macht jedoch eine kommerziell gefertigte Platine Sinn, da jede Leiterbahn auch eine Antenne darstellt und so das Übersprechen von Signalen (*engl.: crosstalk*) minimiert werden kann. Diese Platinen lassen sich dann in abgeschirmten Baugruppen integrieren, um unter dem Gesichtspunkt elektromagnetischer Verträglichkeit (EMV) isoliert zu sein.

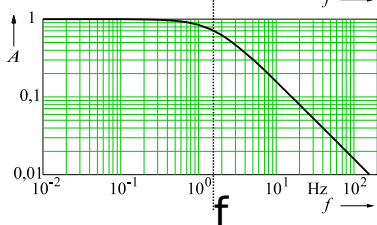
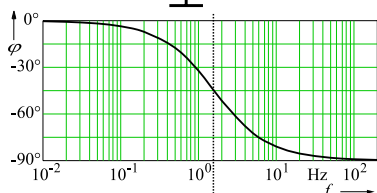
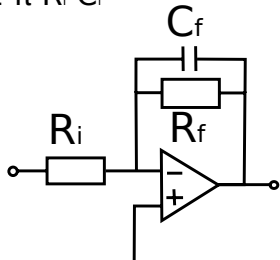
Zu vielen dieser Schaltungen existieren auch Testsequenzen für die Erstinbetriebnahme. Bei Schaltungen ohne eine solche Beschreibung ist folgende Reihenfolge sinnvoll:

- Sichtkontrolle, besondere Aufmerksamkeit auf offene Pins an ICs, Versorgungsleitungen und Masseverbindungen lenken. Elektrolyt-Kondensatoren auf richtige Polarität überprüfen.
- Netzteil anschließen, Strombegrenzung dafür ganz zudrehen und nach dem Einschalten langsam öffnen. Falls die erwartete Stromaufnahme erreicht wird aber die Strombegrenzung noch greift, sollte die Schaltung erneut auf Kurzschlüsse kontrolliert werden. Durchgebrannte ICs lassen sich gut durch Temperaturerhöhung identifizieren.
- Grundlegende Funktionskontrolle. Bei Photodioden prüfen ob das 100-Hz-Flackern einer Glühbirne sichtbar ist.
- Bei komplexeren Schaltungen wie PI-Reglern kann zur Funktionsprüfung das Schließen des Regelkreises und zusätzliche Addition eines Störsignals mit einem als Addierer beschalteten Operationsverstärker sinnvoll sein. Ebenso kann die Ausgabe des Reglers bei verschiedenen Eingangssignalen sinnvoll zu prüfen sein.

# OPERATIONSVERSTÄRKER GRUNDSCHALTUNGEN



$f = \frac{1}{2 \pi R_f C_f}$  **Tiefpass**



$f = \frac{1}{2 \pi R_f C_i}$  **Hochpass**

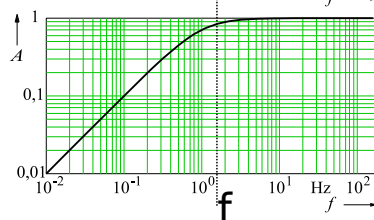
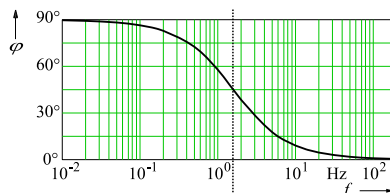
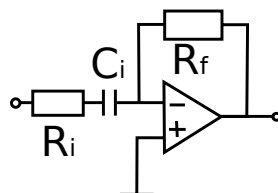
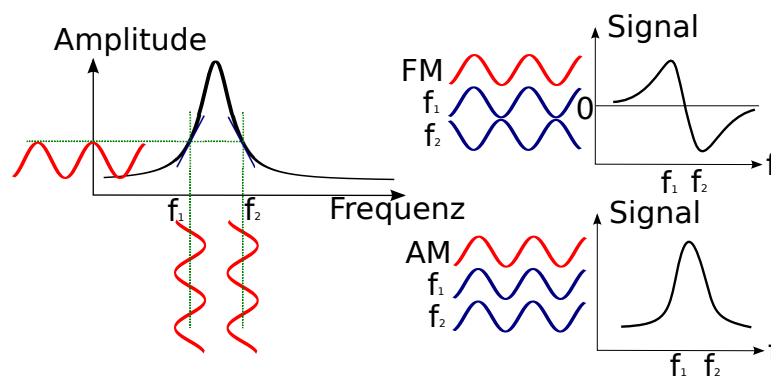


Abbildung B.1: Darstellung einiger Grundschaltungen von Operationsverstärkern.

## B.1 Lock-In-Verstärker zur phasensensitiven Detektion

Bei einer geringen Signalstärke kann mit einem sogenannten Lock-In-Verstärker die Signalamplitude stark vergrößert werden. Hierzu muss das Signal moduliert werden, dies kann durch Amplituden- oder Frequenzmodulation geschehen. Durch Multiplikation mit der Referenzfrequenz lässt sich gezielt das Nutzsignal verstärken.

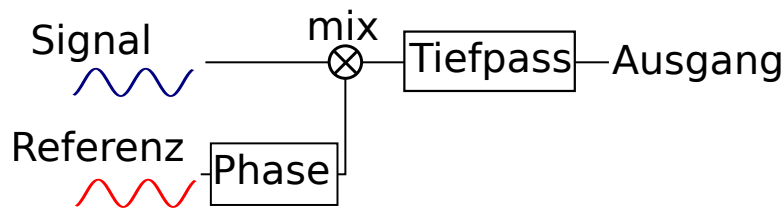
Bei Amplitudenmodulation, beispielsweise durch einen Zerhacker (vgl. Abschnitt 4.2), wird das Signal direkt verstärkt, bei Frequenzmodulation wird aus dem modulierten Signal die Ableitung erzeugt, auf welches eine Frequenzstabilisierung möglich ist (vgl. Abbildung B.2).



**Abbildung B.2:** Schematische Darstellung der verschiedenen Modulationsarten und Signale bei einem Lock-In-Verstärker. Bei Frequenzmodulation multiplizieren sich die aufgenommenen Signale (blau) jeweils mit der Referenzoszillation (rot) zu einem positiven bzw. negativen Signal. Bei Amplitudenmodulation entsteht sowohl bei der Frequenz  $f_1$  als auch bei der Frequenz  $f_2$  ein positives Signal bei entsprechender Phasenanpassung.

In Abbildung B.3 sind die Baugruppen eines Lock-In-Verstärkers dargestellt. Er besteht im Wesentlichen aus einem Multiplikationsbaustein, in dem das Referenzsignal mit dem aufgenommenen Signal multipliziert wird. Die so entstandene Oszillation mit der doppelten Frequenz muss über einen Tiefpass geglättet werden. Über eine Phasenanpassung kann die Signalform justiert werden. Dies wird an der Referenzoszillation durchgeführt, da sie aus einer diskreten Frequenz besteht, deren Phase gut justiert werden kann.

Kommerzielle Lock-In-Verstärker haben oftmals eine Zeitkonstante, die länger ist, als es für Anwendungen in der optischen Spektroskopie notwendig ist. Dies begrenzt bei Stabilisierungen die erreichbare Regelungsbandbreite. Um die volle mögliche Bandbreite nutzen zu können, ist in der Arbeitsgruppe



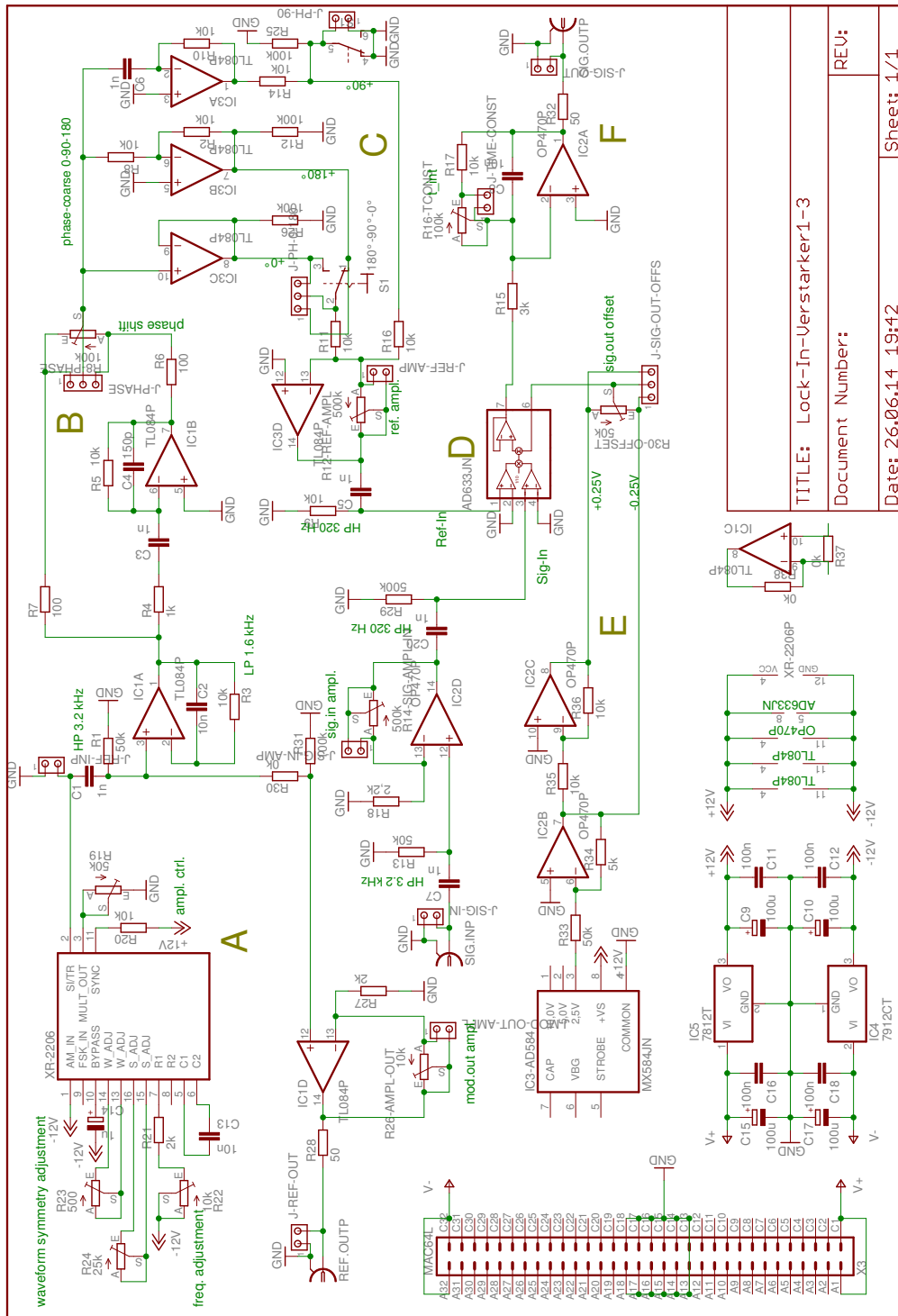
**Abbildung B.3:** Schematische Darstellung der Funktionsgruppen bei einem Lock-In-Verstärker.

*Atome-Photonen-Quanten* an der TU Darmstadt eine Schaltung für einen solchen Verstärker entstanden, sie ist in Abbildung B.4 dargestellt. Der Aufbau soll im folgenden Abschnitt kurz erklärt werden.

Das Referenzsignal wird in einem gesockelten Funktionsgenerator-Baustein (A)(XR-2206) erzeugt und lässt sich über einen Verstärker auskoppeln. Für schnelle Modulationssignale kann die Modulation auch extern erzeugt werden, in diesem Fall wird das Signal über einen Adapter auf Pin 2 des IC-Sockels eingespeist. Über einen Bandpass-Filter geringer Güte kann die Phase um ca.  $0^\circ$ - $90^\circ$ gedreht werden (B), ein zusätzlicher Phasenhub kann dann über eine wählbare Schaltung aufgebracht werden, hierbei wird durch einen Spannungsfolger ( $0^\circ$ ), einen Hochpass ( $90^\circ$ ) oder einen invertierenden Verstärker ( $180^\circ$ ) ein zusätzlicher Phasenhub eingestellt (C).

Das über die Referenzoszillation modulierte Signal aus der Spektroskopie wird dann mit dem Phasen-angepassten Signal multipliziert (D). Danach kann eine über einen Referenzbaustein erzeugte Spannung (E) addiert werden, so dass die Signalthöhe justierbar ist. Mit einem einstellbaren Tiefpass (F) wird das Signal anschließend geglättet.

Die Dimensionierung des Tiefpasses zur Signalauskopplung richtet sich nach der Modulationsfrequenz. Um die Trägerfrequenz gut unterdrücken zu können, sollte die Grenzfrequenz des Tiefpasses um einen Faktor 10 geringer sein als die Modulationsfrequenz. Je nach Signalpegel kann dieser Wert jedoch variieren. Eine gezielte Unterschreitung dieses Faktors führt zu hochfrequenten Anteilen auf dem Ausgangssignal.



TITLE: Lock-In-Verstärker1-3
Document Number:
REU:
Date: 26.06.14 19:42
Sheet: 1/1

Abbildung B.4: Schaltplan des Lock-In-Verstärkers zur phasensensitiven Detektion.

---

## B.2 Frequenz-zu-Spannungs-Konverter

---

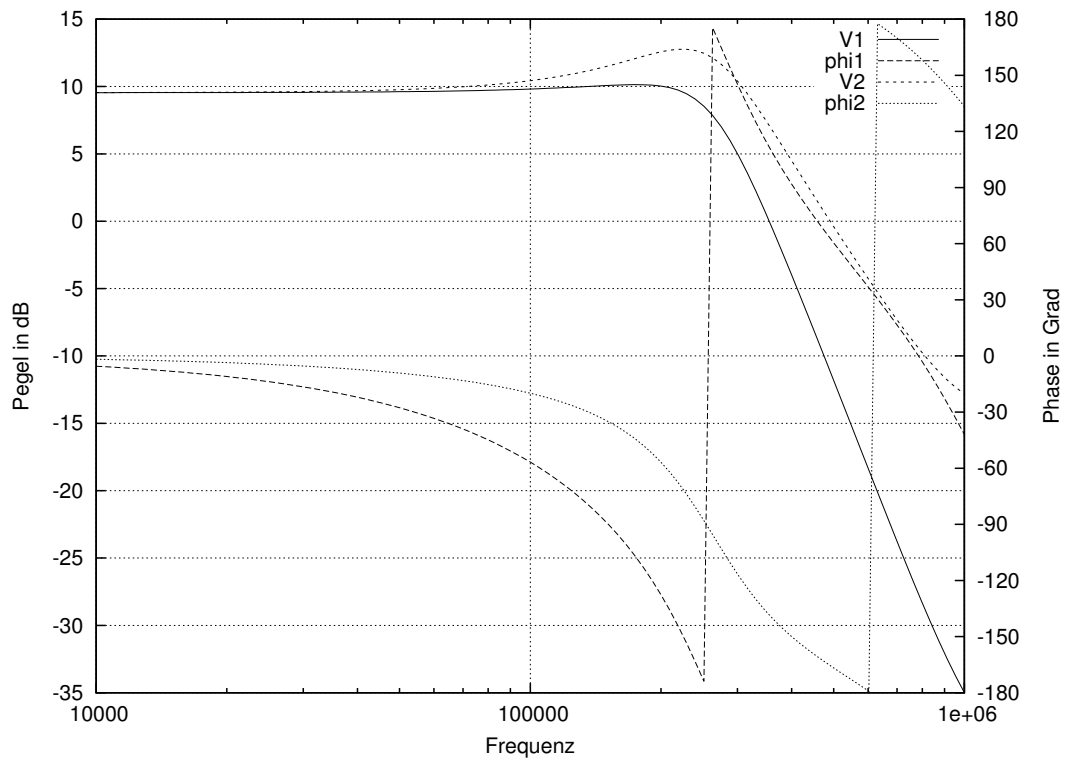
Der Frequenz-zu-Spannungs-Konverter wandelt eine Frequenz in eine hierzu proportionale Spannung. Er wird zur Offset-Stabilisierung zwischen Lasern eingesetzt, um aus der Schwebungsfrequenz zwischen den Laserfeldern ein Regelsignal zu generieren. Teile der Schaltung werden im Datenblatt des VFC110 angesprochen.

Der Schaltplan ist in Abbildung B.6 gezeigt. Nach der Signalannahme über einen Koppelkondensator wird die Frequenz mit einem *Prescaler* MB504 (A) dividiert. Über den monostabilen Multivibrator 74LS123 (B) wird das Signal aufbereitet und an den eigentlichen Frequenz-zu-Spannungs-Wandlerbaustein geführt. Hierzu wird ein *Voltage-to-Frequency-Converter* VFC110 (C) umgekehrt betrieben. Details hierzu finden sich im Datenblatt von *Texas Instruments*. Nach der Signalaufbereitung durch einen invertierenden Verstärker wird das Signal mit einem doppelten *Sallen-Key-Filter* als Tiefpass ausgekoppelt (D).

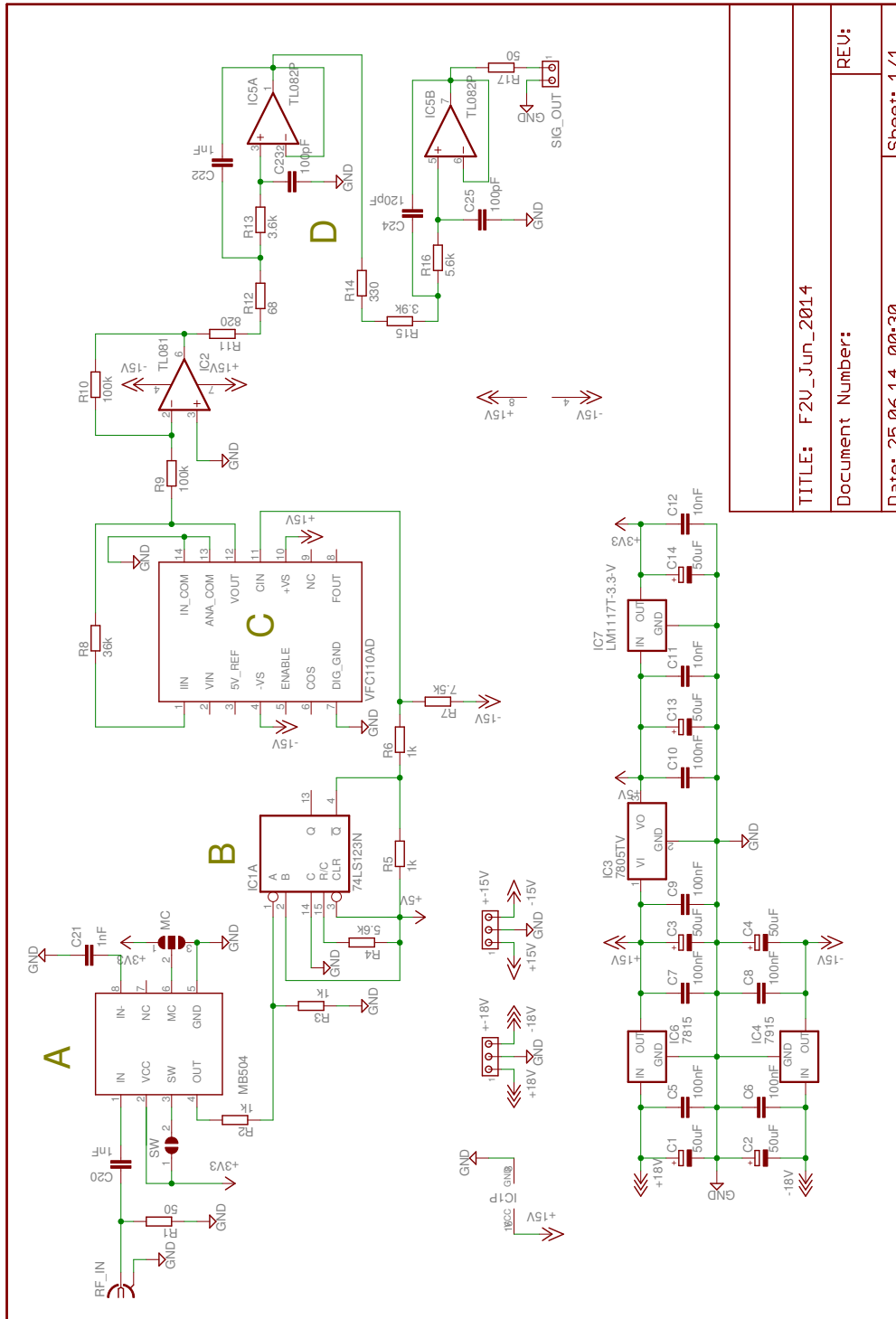
Der Tiefpass ist auf eine Frequenz von 200 kHz ausgelegt, eine Simulation der Übertragungsfunktion des Tiefpasses vierter Ordnung ist in Abbildung B.5 dargestellt. Kritisch hierbei ist, dass der Phasenhub des Tiefpasses bei 100 kHz bereits  $60^\circ$  beträgt (vgl. Abbildung B.5). Hierdurch kann der Regelkreis bei hohen Bandbreiten durch Verlust der Gegenkopplung zum Schwingen neigen.

Der Tiefpass ist das bandbreitenlimitierende Element, da die restlichen Komponenten auf dem Signalstrang für Signale mit Frequenzen im MHz-Bereich ausgelegt sind.





**Abbildung B.5:** Simulation der Übertragungsfunktion des doppelten (vierter Ordnung, V2) sowie eines einzelnen (zweiter Ordnung, V1) Sallen-Key-Filters der im Frequenz-zu-Spannungs-Konverter verwendeten Konfiguration.



TITLE: F2U\_Jun\_2014

Document Number:

Date: 25.06.14 00:30

REV:

Sheet: 1/1

Abbildung B.6: Schaltplan des Frequenz-zu-Spannungs-Konverters.

---

### B.3 Frequenzstabilisierung

---

Zur Stabilisierung der Laserfrequenzen auf ein frequenzabhängiges Signal wurde in [88] eine Regelungselektronik konzipiert, die im Rahmen dieser Arbeit verfeinert wurde. Die Schaltung basiert auf einer Regelungselektronik von Oliver Wille, eine Prinzip-Skizze ist in Abbildung B.7 dargestellt. Ziel der Schaltung ist es, über eine Proportional-Integral-Schaltung ein Regelsignal zu erzeugen, das einer Abweichung von der Sollfrequenz entgegengesetzt ist (Gegenkopplung). Zur Manipulation der Laserfrequenz stehen zwei Stellglieder zur Verfügung: die Resonatorlänge über einen Piezoaktuator und der Injektionsstrom an der Laserdiode. Um die unterschiedliche charakteristische Regelgeschwindigkeit beider Stellglieder optimal zu nutzen, sollen beide mit unterschiedlicher Übertragungsfunktion angesteuert werden. Da die verwendeten, gestapelten Piezoaktuatoren eine Resonanzfrequenz von ca. 2 kHz aufweisen, wird die Bandbreite auf diesem Pfad begrenzt. Da sich im Piezoaktuator mit der Resonanz auch ein Phasenhub einstellt, muss dieser durch den Injektionsstrom der Laserdiode kompensiert werden. Daher wird die Regelspannung des Laserdiodeninjektionsstroms bei hohen Frequenzen zusätzlich erhöht.

Ebenso soll eine möglichst hohe Regelbandbreite zur Verfügung gestellt werden sowie möglichst wenig Rauschen durch den Einsatz möglichst weniger Operationsverstärker verursacht werden. Dies stellt einen Zielkonflikt dar, da für eine optimale Ausnutzung des *Gain-Bandwidth-Product*<sup>1</sup> (GBP) die Verstärkung pro Verstärkerbaustein möglichst gering sein sollte.

Zusätzlich sollte die Schaltung neben der Stabilisierungsfunktion ebenfalls eine Spannungsrampe zur Verfügung stellen, an der die Amplitude und das Frequenzoffset eingestellt werden können, sodass im Laborbetrieb die Laserfrequenz z.B. auf eine Spektroskopie justiert werden kann.

Der entstandene Schaltplan ist in Abbildung B.8 gezeigt. Nach einer Signalanahme und einer Auskopplung des Eingangssignals zur Darstellung auf einem Oszilloskop (A) wird der benötigte Signalpegel über einen Spannungsteiler eingestellt. Hiernach geschieht die eigentliche Regelung an einem kombiniert als Proportional-Integral-Verstärker beschalteten Operationsverstärker (B). Durch den Integralteil in der Regelung wird auch eine um geringe Spannungen vom Sollwert abweichende Störung korrigiert. Der Kondensator zur Integration des Signals wird bei inaktiver Regelung kurzgeschlossen, um ein störungsfreies Einhängen (*locken*) ohne Sprünge zu ermöglichen. Durch einen Addierer wird danach wahlweise eine Rampe bei ausgeschalteter Regelung oder lediglich ein Offset bei eingeschalteter Regelung hinzuaddiert (C). Danach werden die Re-

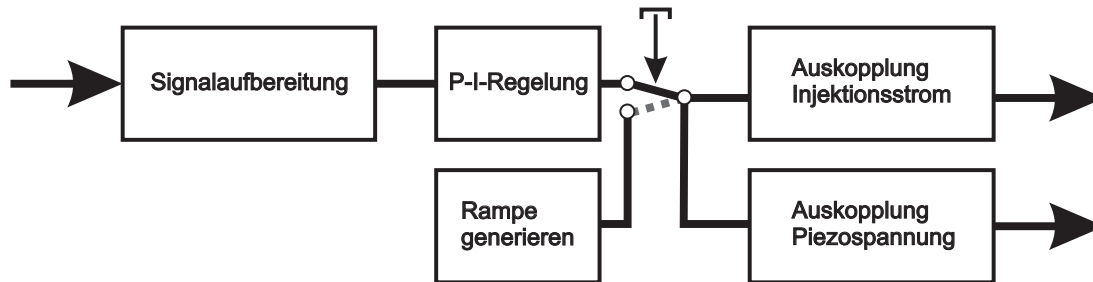
---

<sup>1</sup> Das Produkt von Verstärkung und Bandbreite kann bei einem Operationsverstärker als annähernd konstant angesehen werden [108].

---

gelsignale zur Ausgabe an den Piezoaktuator (D) mit einem Tiefpass bzw. an den Laserdioden-Stromtreiber (E) vorbereitet.

Die Schaltung erreicht im Laborbetrieb in Zusammenspiel mit dem Frequenz-zu-Spannungs-Konverter eine Bandbreite von ca. 30 kHz. Sie ist als Standard-Platine in kommerziell gefertigter Form vorhanden.



**Abbildung B.7:** Prinzipieller Aufbau der Frequenzstabilisierung.

---

### B.3.1 Frequenzstabilisierung mit sample-and-hold

---

Durch die zusätzlichen Anforderungen an das Lasersystem bei den Experimenten an der GSI wurde die Möglichkeit vorgesehen, über ein TTL-Signal die Laserfrequenz zu halten bzw. neu auf das Fehlersignal zu stabilisieren (vgl. Abschnitt 3.4). Hierzu wurde ein Abtast-Halte-IC (*sample-and-hold*, LF398) in die Regelung integriert, der so entstandene Schaltplan ist in Abbildung B.10 dargestellt. Die Schaltung basiert auf demselben Schaltplan wie die einfache Frequenzstabilisierung. Zusätzlich ist ein Vielfach-Operationsverstärker (TL084), ein TTL-Schalter (DG413) sowie der *sample-and-hold*-Chip (A) verbaut. Mit dieser zusätzlichen Elektronik ist es möglich den Spektroskopielaser über ein TTL-Signal gesteuert in eine Stabilisierungsflanke ein- bzw. auszuhängen, falls der Schalter am Eingang in Neutralstellung ist. Der auf diese Weise ermöglichte Messablauf ist in Abbildung B.9 schematisch dargestellt.

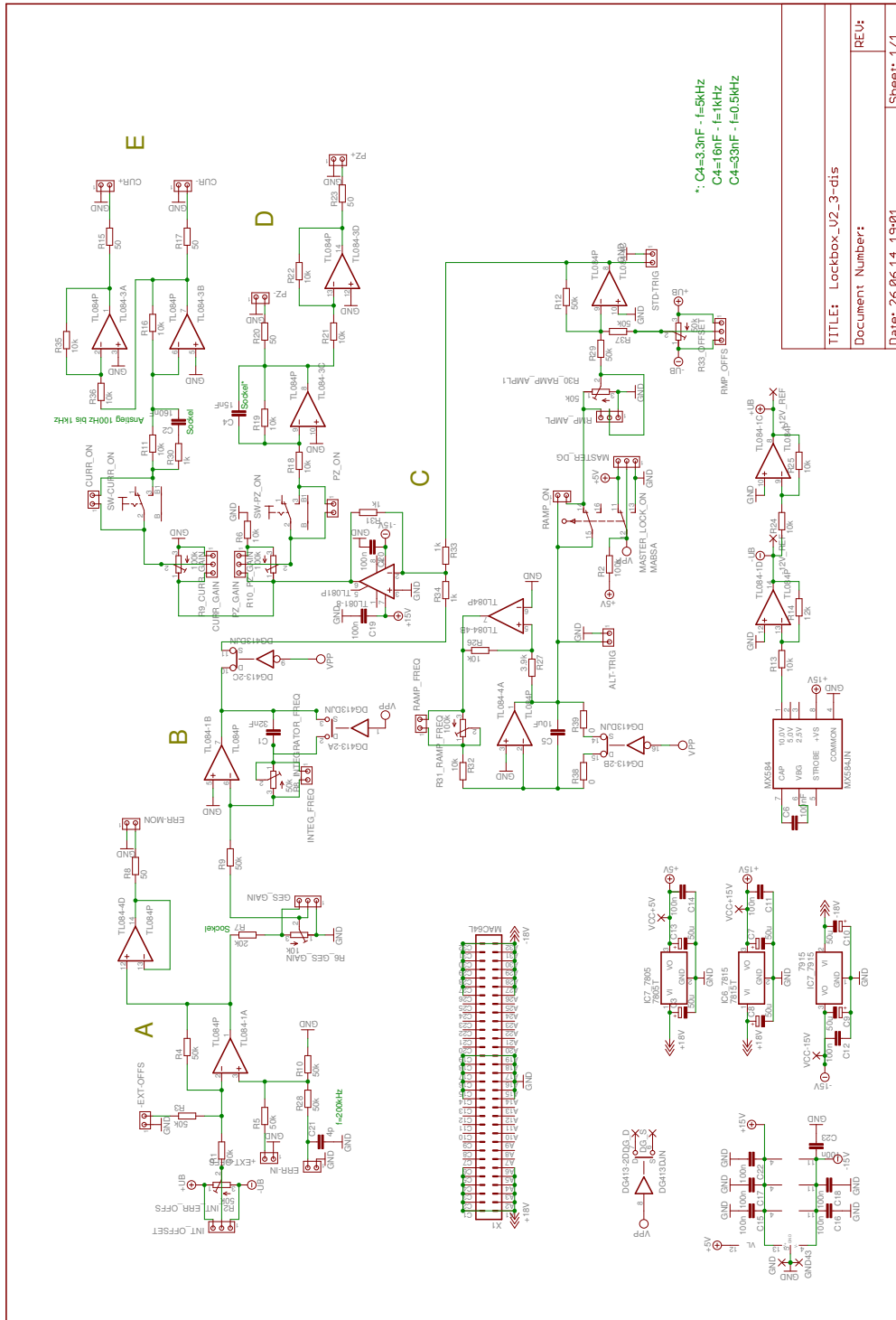
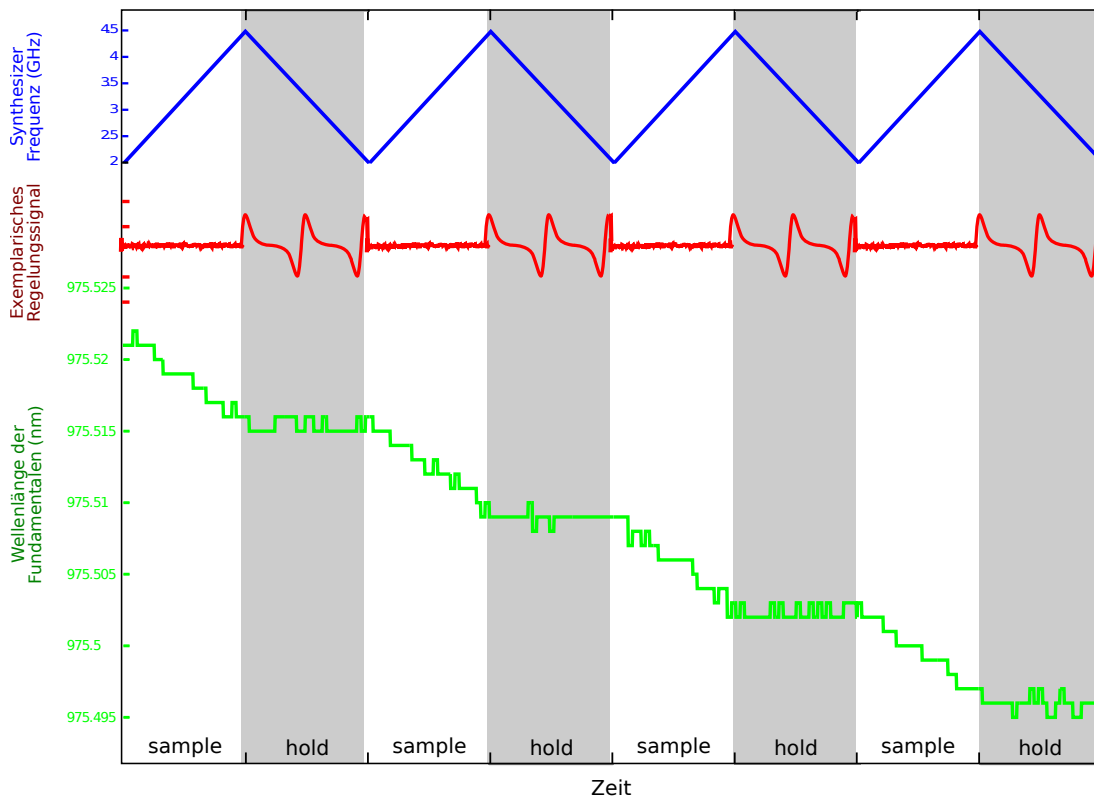


Abbildung B.8: Schaltplan der Frequenzstabilisierung.



**Abbildung B.9:** Schematische Darstellung verschiedener Signale bei *sample-and-hold*-Sequenzen des Spektroskopielasers. Die Synthesizerfrequenz (blau) wird dafür in einer Rampe zu steigenden bzw. sinkenden Frequenzen gesteuert. Bei eingeschalteter Regelung (*sample*) folgt die Laserwellenlänge (grün), bei ausgeschalteter Stabilisierung hält das System die Wellenlänge. In Rot ist beispielhaft das Fehlersignal zur Stabilisierung auf den Transferresonator dargestellt.

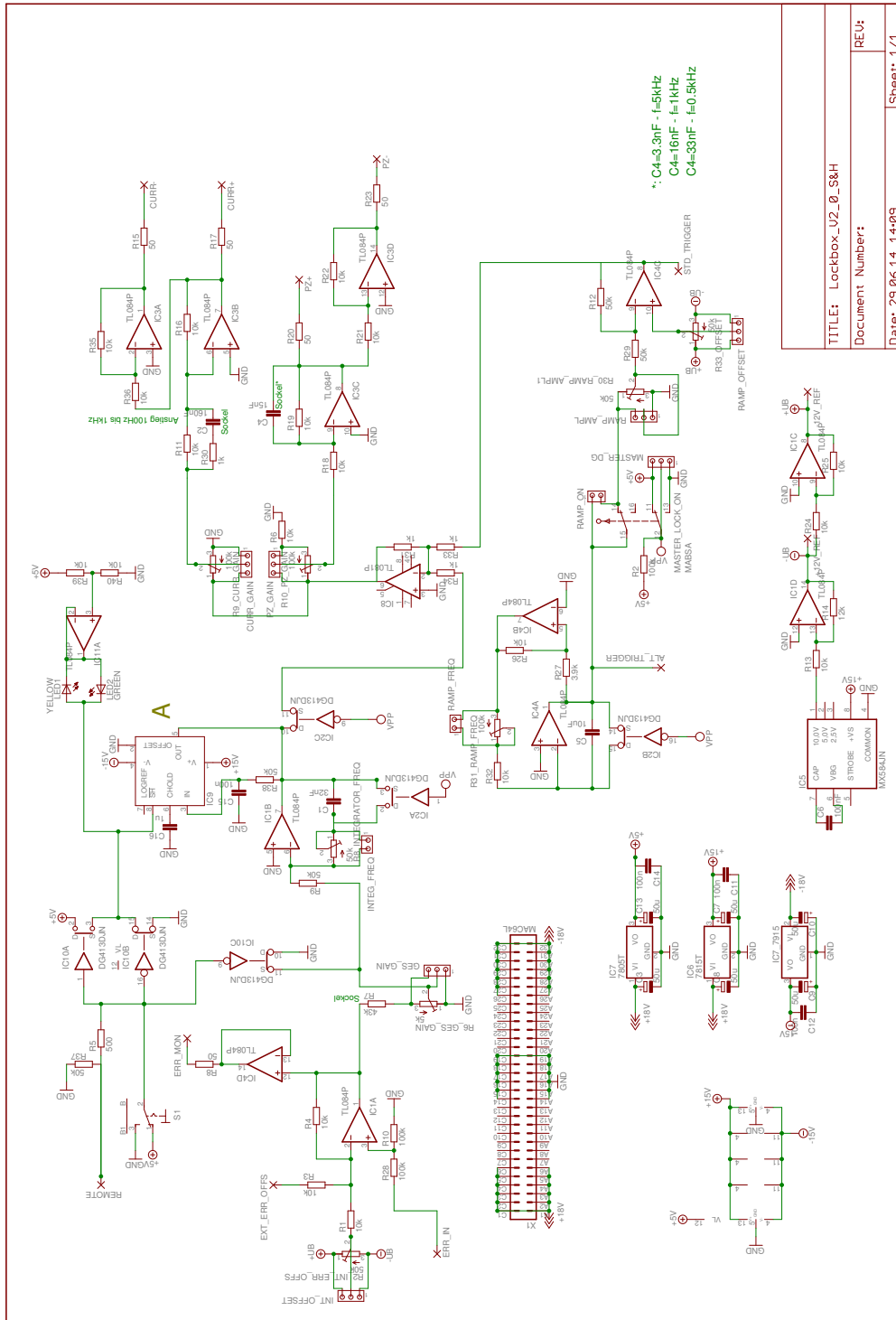
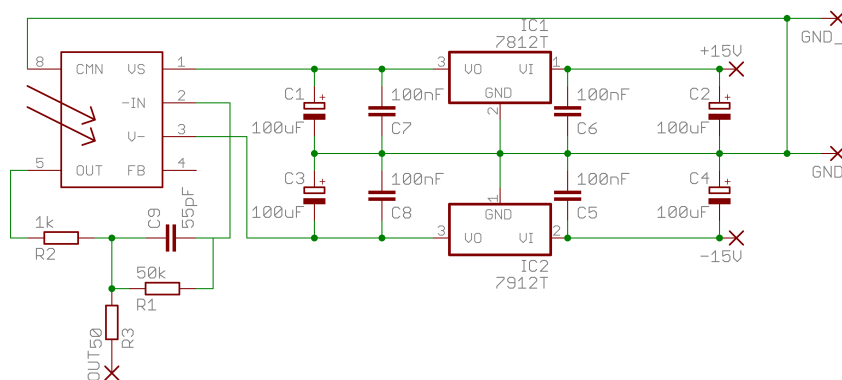


Abbildung B.10: Schaltplan der Frequenzstabilisierung mit Halte-Schaltung.

## B.4 Photodioden und Bandbreiten

Photodioden stellen in der Arbeit an spektroskopischen Aufbauten ein zentrales Element dar. Da in dieser Arbeit auch die Regelungsbandbreiten an spektroskopischen Aufbauten relevant sind, soll untersucht werden, wie hoch die Bandbreite der vorhandenen Photodioden ist. Hierzu wurde eine Praktikumsarbeit angefertigt, in der verschiedene Beschaltungen von Photodioden und Verstärkern getestet wurden [111]. Die für die maximal detektierbare Frequenz relevanten Eigenschaften eines Photoverstärkers sind die Fläche der Photodiode und die Bandbreite des nachgeschalteten Verstärkers. Eine Photodiode mit einer großen Fläche ist tolerant gegenüber geringen Positionsänderungen im Strahlengang, durch die parasitäre Kapazität des p-n-Übergangs jedoch auch in ihrer Ansprechgeschwindigkeit limitiert. Der nachgeschaltete Operationsverstärker ist über das *gain-bandwidth-product* bei hoher Verstärkung bandbreitenbegrenzt. Ebenfalls ist eine lineare Verstärkung wünschenswert. Hierzu gibt es integrierte Lösungen (OPT101 bzw. OPT210), denen lediglich geringe Beschaltung sowie Spannungsversorgung hinzugefügt werden muss (vgl. Abbildung B.11).

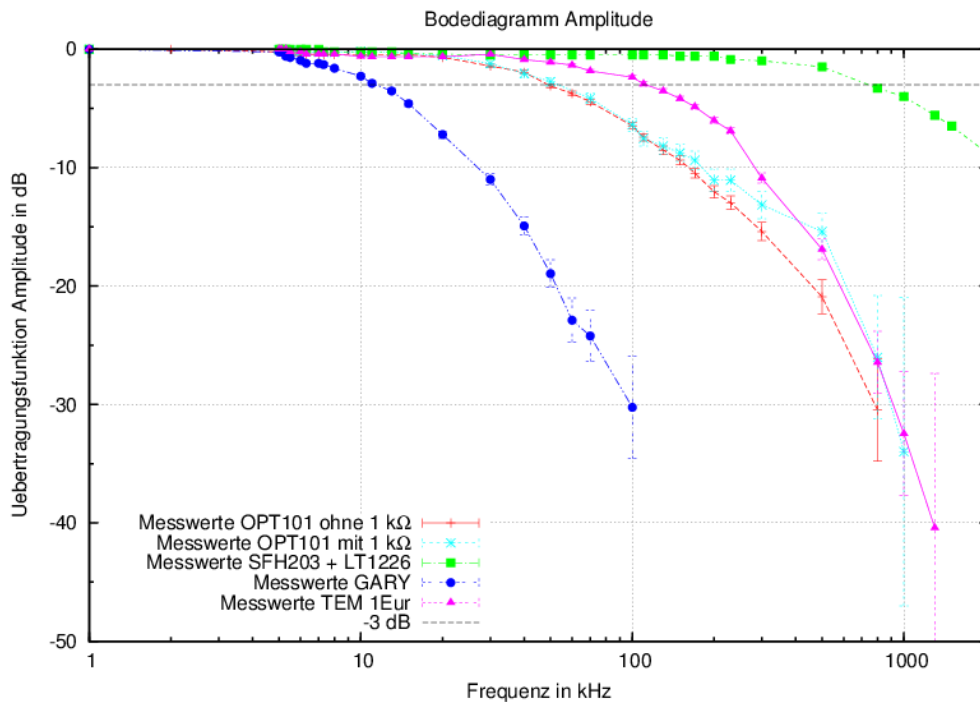


**Abbildung B.11:** Beschaltung einer integrierten Photodiode mit Verstärker am Beispiel einer OPT101.

Angaben über die Bandbreite solcher Photoverstärker sind oftmals uneinheitlich oder nicht nachvollziehbar, daher wurde mit einer über einen Funktionsgenerator angesteuerten LED die Übertragungsfunktion gemessen (vgl. Abbildung B.12).

Die vielfach in den Labors eingesetzte OPT101 erreicht so eine Bandbreite von 58 kHz ( $-3$  dB), wobei bereits bei 40 kHz ein Phasenhub von  $45^\circ$  erreicht wird. Für besonders schnelle Lösungen müssen jedoch hochwertige Komponenten eingesetzt werden. Das Datenblatt des Operationsverstärkers LT1226 zeigt





**Abbildung B.12:** Bodediagramm verschiedener Photoverstärker aus [111].

beispielhaft eine Verstärkerschaltung die DC-68 MHz gute Signale liefert. Diese wurde auch in [68] beschrieben (vgl. Abbildung B.13). Die Messkurve für die SFH-203 Photodiode mit nachgeschaltetem LT1226 in Abbildung B.12 gibt lediglich die maximal mögliche Amplitudenmodulation der Leuchtdiode wieder. Um die Bandbreite dieser schnellen Konfiguration (SFH203, LT1226) zu messen, wurde ein Schwebungssignal zwischen zwei Lasern aufgenommen und auf einem RF-Spektrum-Analyzer betrachtet (vgl. Abschnitt 3.2). Es ergibt sich ein  $-3$  dB-Punkt von ca. 68 MHz. Mit leistungsstarken SMD-Bausteinen auf einer RF-kompatiblen Platine lassen sich in ähnlicher Konfiguration jedoch auch Bandbreiten von ca. 100 MHz ( $-3$  dB) erreichen.

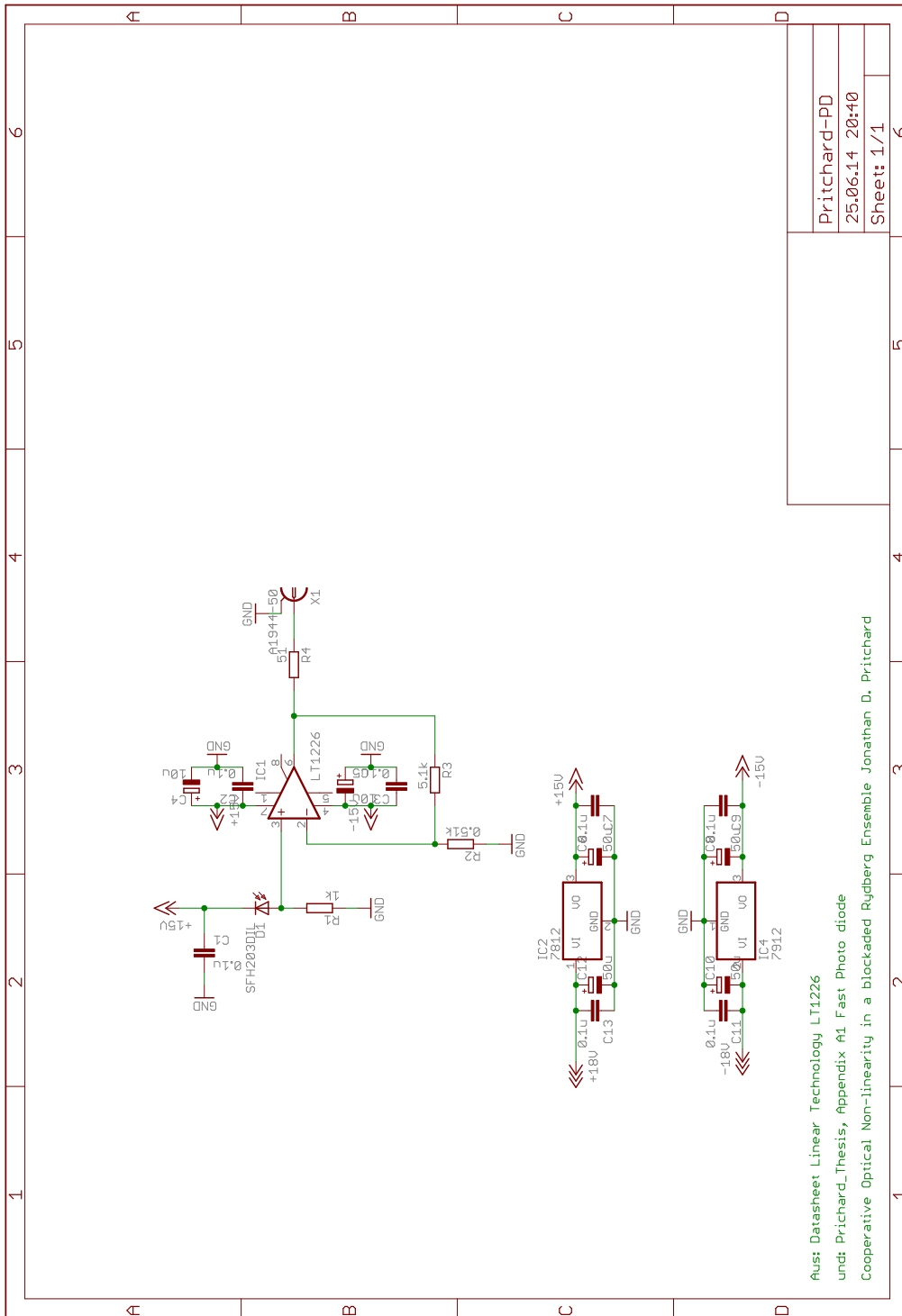


Abbildung B.13: Schaltplan einer Photodiode mit einer Bandbreite von 68 MHz.

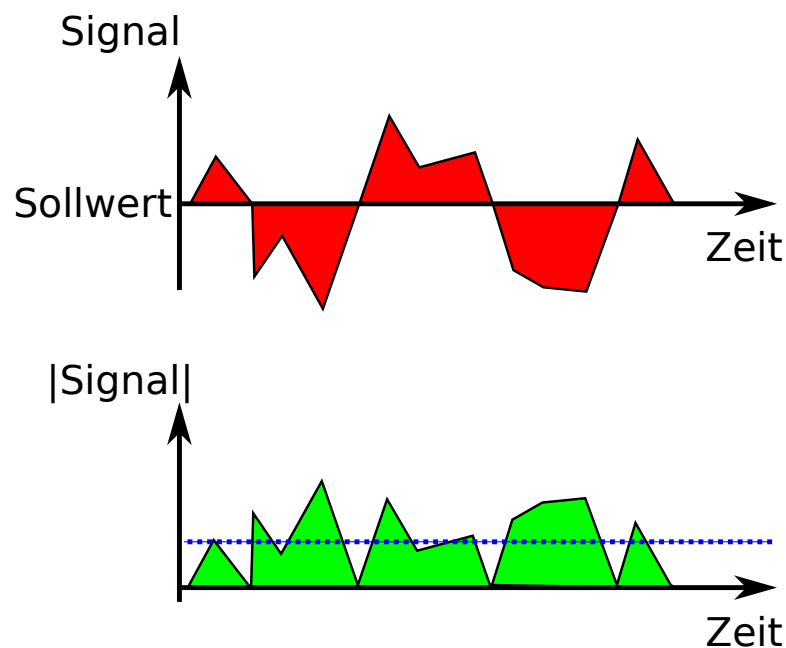
---

## B.5 Laborhilfe zur Analyse der Regelfläche

---

Die Güte eines PI-Reglers bzw. dessen Parameter im Laborbetrieb zu beurteilen ist oftmals schwierig bis unmöglich. Zur Einstellung der optimalen Regelungsparameter sollte die Sprungantwort eines Regelkreises optimiert werden. Dies geschieht indem dem Regler am Sollwert über eine sprunghafte Variation des Pegels eine Auslenkung aufgezwungen wird. Die Zeit, die benötigt wird, damit der Regelkreis wieder zu seinem Sollwert zurückkehrt, gibt ein aussagekräftiges Maß zur Quantifizierung der Regelungsgüte wieder.

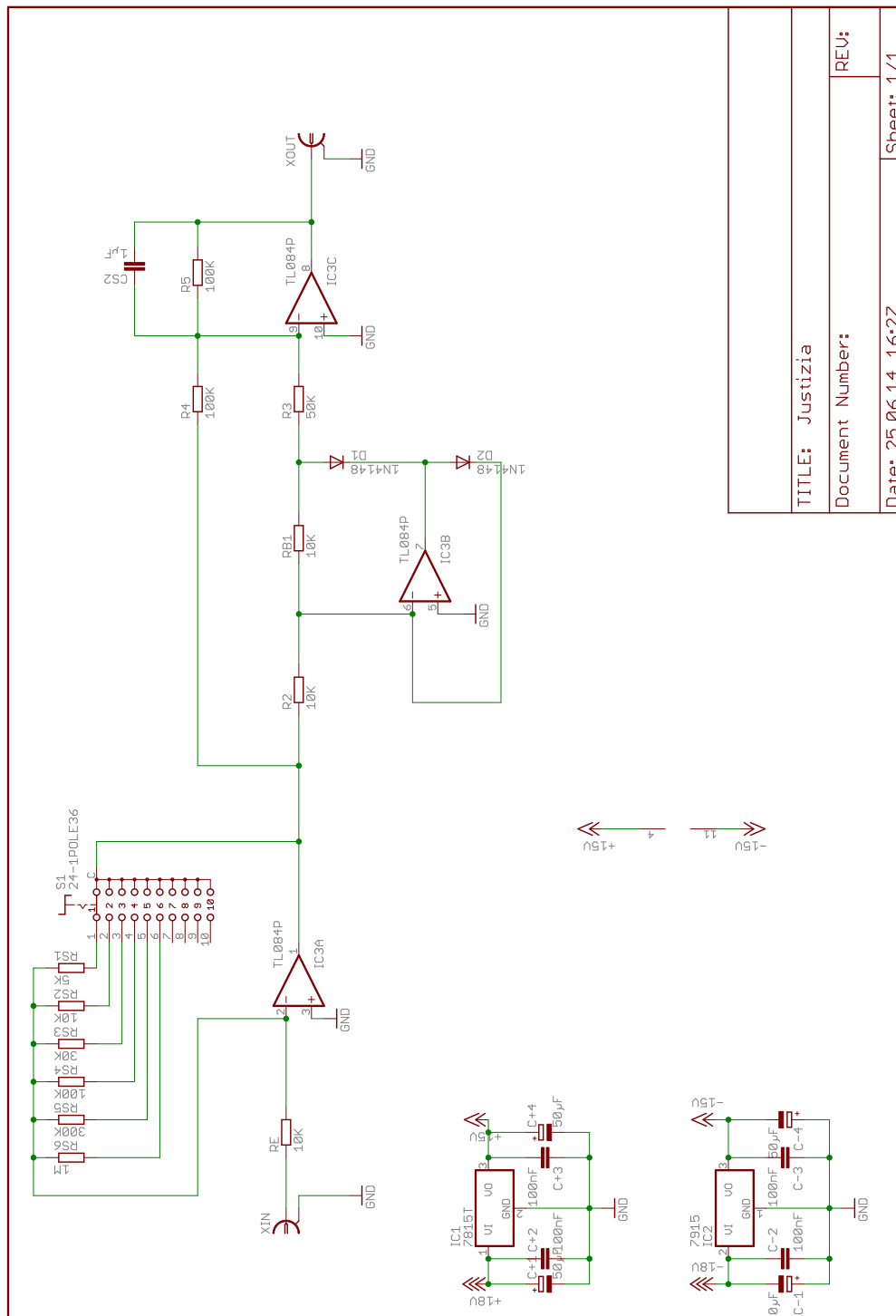
Bei manchen Stabilisierungen ist eine derartige Auslenkung jedoch nicht möglich, da die Flanke zur Stabilisierung zu klein ist, um einen ausreichenden Frequenzsprung durchzuführen. Daher wurde zur Analyse der Regelungsparameter eine Laborhilfe gebaut, mit der die Regelfläche analysiert werden kann.



**Abbildung B.14:** Schematische Darstellung der Regelfläche. Durch den Einfluss von Störungen wird das Diagnosesignal vom Sollwert abgelenkt. Die Fläche zwischen Sollwert und Istwert (rot) ist die Summe der Abweichungen. Durch Betragsbildung (grün) und Mittelung (blau, gestrichelt) lässt sich die Regelfläche direkt ermitteln.

---

Der Schaltplan des Instruments ist in Abbildung B.15 dargestellt. Nach einer Signalannahme und -verstärkung wird der Betrag des Signals gebildet. Die Schaltung zur Betragsbildung stammt aus [108]. Über eine Diodenschaltung an einem OP wird der negative Signalteil ausgeschnitten, dieser wird dann mit doppelter Amplitude invertiert zu dem bipolaren Signal hinzuaddiert. Auf diese Weise entsteht der Betrag des Signals. Über einen Tiefpass wird die Regelfläche eines Zeitabschnittes gemittelt. Dies erlaubt direkte Darstellung auf einem Amperemeter. Das Instrument kann am Monitorausgang der Frequenzstabilisierungen angeschlossen werden, da hier das Fehlersignal mit Sollwert = 0 ausgegeben wird.



TITLE: Justizia	REU;
Document Number:	
Date: 25.06.14 16:27	Sheet: 1/1

Abbildung B.15: Schaltplan des Anzeigeinstrument der Regelfläche.

---

---

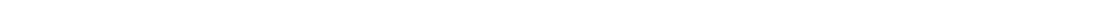
## B.6 Hochspannungs-Piezotreiber

---

Zur Steuerung der Piezoaktuatoren in einem Resonator ist es sinnvoll eine hohe Spannung zur Verfügung zu haben. Gewöhnliche Hochspannungsnetzteile verfügen jedoch oftmals nicht über einen Steuerungseingang, um die Ausgangsspannung zu kontrollieren. In [109] wird eine Schaltung vorgeschlagen, die mit Modifikationen zur Kontrolle von Hochspannung (HV) verwendet werden kann (vgl. Abbildung B.16). Im Wesentlichen besteht diese aus einer MOSFET-Schaltung (**A**), welche die HV kontrolliert. Diese wiederum wird durch eine Operationsverstärkerbeschaltung (**B**) mit geringer Versorgungsspannung kontrolliert. Eine Strombegrenzung über einen Shunt-Widerstand (R16) sorgt für Betriebssicherheit.

Zusätzlich zum Verstärker-Modus ist ein Rampengenerator mit justierbarem Offset (**C**) in die Schaltung umschaltbar integriert. So lässt sich im Laborbetrieb komfortabel die Resonatormode auswählen. Ausgabe der Rampenspannung (**D**) erlaubt x-y-Darstellung auf einem Oszilloskop.







## C Formel der Voigtfunktion zur Anpassung der EIT-Signale

Bei Signalen, die sich aus Gaußfunktionen und Lorentzfunktionen zusammensetzen, wird eine sogenannte Voigtfunktion zum Anpassen an die Signale verwendet. Mathematisch ist sie die Faltung aus Gauß- und Lorentzprofil. Sie lässt sich gut mit einer Quasi-Voigtfunktion ( $V(x)$ ) nähern. Hierzu wird ein modifiziertes Gauß- ( $G(x)$ ) und ein modifiziertes Lorentzprofil ( $L(x)$ ) anteilig addiert:

$$L(x, x_0, \Gamma_\nu) = \frac{1}{1 + \frac{(x-x_0)^2}{\Gamma_\nu^2}} = \frac{\Gamma_\nu^2}{\Gamma_\nu^2 + (x - x_0)^2} \quad (\text{C.1})$$

$$G(x, x_0, \Gamma_\nu) = \exp(-\ln(2)) \cdot \frac{(x - x_0)^2}{\Gamma_\nu^2} \quad (\text{C.2})$$

$$V(x_0, AV, \Gamma_\nu, x) = AV \cdot (n \cdot L(x, x_0, \Gamma_\nu) + (1 - n) \cdot G(x, x_0, \Gamma_\nu)) \quad (\text{C.3})$$

Die Anpassungsparameter sind:  $x_0$ , Zentralfrequenz der Resonanz;  $\Gamma_\nu$ , Frequenzbreite des Voigtprofils;  $AV$ , die Amplitude der betreffenden Voigtfunktion;  $n$  der Anteil an Lorentzprofil bzw.  $1 - n$  der Anteil an Gaußprofil. Die Ableitung dieses Profils errechnet sich nach der Summenregel:

$$\frac{\partial L(x, x_0, \Gamma_\nu)}{\partial x} = -2 \Gamma_\nu^2 \cdot \frac{x_0 - x}{(\Gamma_\nu^2 + (x_0 - x)^2)^2} \quad (\text{C.4})$$

$$\frac{\partial G(x, x_0, \Gamma_\nu)}{\partial x} = 2(\ln(2)) \frac{x - x_0}{\Gamma_\nu^2} \cdot G(x, x_0, \Gamma_\nu) \quad (\text{C.5})$$

$$dV(x, x_0) = \frac{\partial V(x, x_0, \Gamma_\nu)}{\partial x} = dAV \left( n \cdot \frac{\partial L(x, x_0, \Gamma_\nu)}{\partial x} + (1 - n) \cdot \frac{\partial G(x, x_0, \Gamma_\nu)}{\partial x} \right) \quad (\text{C.6})$$

Mit der Signalstärke  $dAV$  als Anpassungsparameter. Neben der in Gleichung C.1 gegebenen Funktion gibt es noch eine weitere verbreitete Definition des Lorentz-Profils [30]:

$$L(x, x_0, \Gamma_L) = \frac{\Gamma_L/2\pi}{(\frac{\Gamma_L}{2})^2 + (x - x_0)^2} \quad (\text{C.7})$$

---

Hierbei ist zu beachten, dass die Linienbreite in Gleichung C.1  $\Gamma_\nu$  die halbe Linienbreite wiedergibt, die Linienbreite in Gleichung C.7  $\Gamma_L$  jedoch die volle Linienbreite angibt.

Für die Anpassung an das in Abbildung 5.5 dargestellte Profil muss jeweils ein doppeltes Voigtprofil zu jeder in Abschnitt 5.2 errechneten Frequenz angepasst werden. Das Profilmuster ergibt sich aus der Summe der Dopplermuster (*DM1* und *DM2*):

$$\text{Duplett}(x, x_0) = dV(x, x_0) + dV(x, x_0 - 12 \text{ MHz}) \quad (\text{C.8})$$

$$\begin{aligned} \text{DM1} = & \text{Duplett}(x, x_0 - 98 \text{ MHz}) + \\ & \text{Duplett}(x, x_0 - 22 \text{ MHz}) + \text{Duplett}(x, x_0 + 17 \text{ MHz}) \end{aligned} \quad (\text{C.9})$$

$$\begin{aligned} \text{DM2} = & \text{Duplett}(x, x_0 - 60 \text{ MHz}) + \\ & \text{Duplett}(x, x_0 - 9 \text{ MHz}) + \text{Duplett}(x, x_0 + 10 \text{ MHz}) \end{aligned} \quad (\text{C.10})$$

$$\text{Gesamtmuster} = \text{DM1} + \text{DM2} \quad (\text{C.11})$$

---

## D Definition der Begriffe Präzision und Stabilität

John Vig vergleicht in seiner Anleitung zu Quarz-Oszillatoren [112] die Frequenz eines Oszillators mit den Treffern auf einer Zielscheibe eines Sportschützen (vgl. Abbildung D.1). Der Umfang der Streuung wird dabei mit „Präzision“ bei orts aufgelöster Messung oder „Stabilität“ bei frequenz aufgelöster Messung beschrieben. Die Nähe zur anvisierten Frequenz hingegen wird als „Genauigkeit“ benannt.

In dieser Arbeit wird daher die Streuung der Laserfrequenz mit Präzision spezifiziert. Die Reproduzierbarkeit gibt die Genauigkeit der Laserfrequenz wieder.

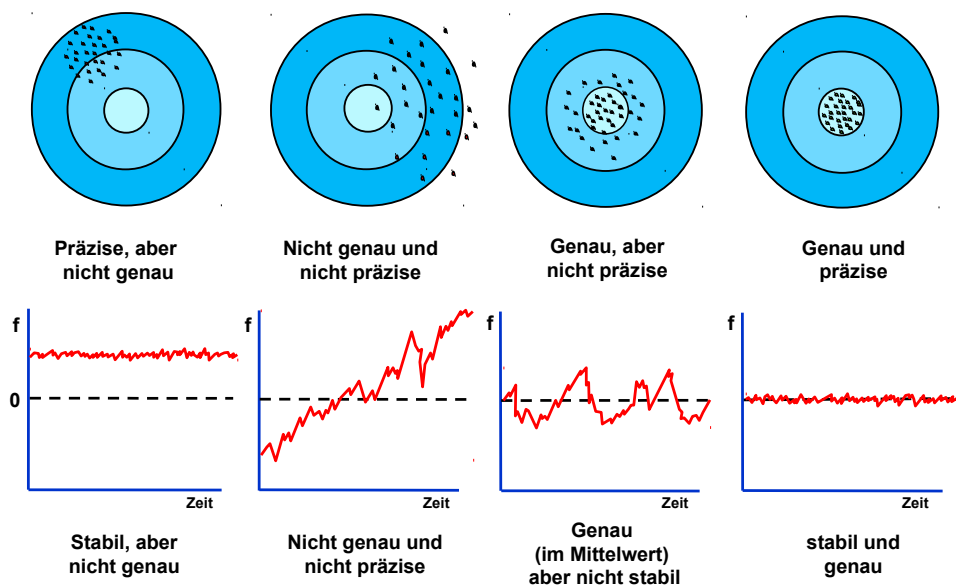
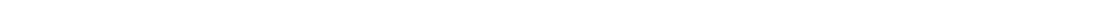


Abbildung D.1: Visualisierung der Begriffe „Genauigkeit“, „Stabilität“ und „Präzision“ aus [112] (ins Deutsche übersetzt).



---

## Literaturverzeichnis

- [1] S. Karshenboim und V. Ivanov, *Hyperfine structure of the ground and first excited states in light hydrogen-like atoms and high-precision tests of QED*, The European Physical Journal D - Atomic, Molecular, Optical and Plasma Physics **19**, 13 (2002).
- [2] T. Stöhlker, A. Gumberidze, M. Trassinelli, V. Andrianov, H. Beyer, S. Kraft-Bermuth, A. Bleile, P. Egelhof und T. collaboration, *Quantum Electrodynamics in Extreme Fields: Precision Spectroscopy of High-Z H-like Systems*, in *Precision Physics of Simple Atoms and Molecules*, Vol. 745 of *Lecture Notes in Physics*, S. Karshenboim, ed., (Springer Berlin Heidelberg, 2008), pp. 157–163.
- [3] D. Winters, M. Vogel, D. Segal, R. Thompson und W. Nörtershäuser, *Laser spectroscopy of hyperfine structure in highly-charged ions: A Test of QED at high fields*, Can.J.Phys. **85**, 403 (2007).
- [4] M. Vogel, D. F. A. Winters, D. M. Segal und R. C. Thompson, *Proposed precision laser spectrometer for trapped, highly charged ions*, Review of Scientific Instruments **76**, 103102 (2005).
- [5] V. M. Shabaev, *Hyperfine structure of hydrogen-like ions*, Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics **27**, 5825 (1994).
- [6] Z. Andjelkovic, S. Bharadia, B. Sommer, M. Vogel und W. Nörtershäuser, *Towards high precision in-trap laser spectroscopy of highly charged ions*, Hyperfine Interactions **196**, 81 (2010).
- [7] Z. Andjelkovic, *Setup of a Penning trap for precision laser spectroscopy at HITRAP*, <http://ubm.opus.hbz-nrw.de/volltexte/2012/3132>, 2012.
- [8] J. D. Gillaspay und C. J. Sansonetti, *Absolute wavelength determinations in molecular tellurium: new reference lines for precision laser spectroscopy*, J. Opt. Soc. Am. B **8**, 2414 (1991).
- [9] D. H. McIntyre und T. W. Hänsch, *Interferometric frequency measurement of a  $^{130}\text{Te}_2$  reference line for muonium 1S-2S spectroscopy*, Phys. Rev. A **36**, 4115 (1987).

- 
- [10] G. P. Barwood, W. R. C. Rowley, P. Gill, J. L. Flowers und B. W. Petley, *Interferometric measurements of  $^{130}\text{Te}_2$  reference frequencies for 1S-2S transitions in hydrogenlike atoms*, Phys. Rev. A **43**, 4783 (1991).
- [11] P. Cancio und D. Bermejo, *Absolute wavelengths in  $^{130}\text{Te}_2$  : new reference lines for laser spectroscopy coinciding with emissions of the  $\text{Ar}^+$  laser*, J. Opt. Soc. Am. B **14**, 1305 (1997).
- [12] D. H. McIntyre und T. W. Hänsch, *Absolute calibration of the  $^{130}\text{Te}_2$  reference line for positronium  $1^3\text{S}_1$ - $2^3\text{S}_1$  spectroscopy*, Phys. Rev. A **34**, 4504 (1986).
- [13] D. H. McIntyre, W. M. Fairbank, S. A. Lee, T. W. Hänsch und E. Riis, *Interferometric frequency measurement of  $^{130}\text{Te}_2$  reference transitions at 486 nm*, Phys. Rev. A **41**, 4632 (1990).
- [14] T. W. Hänsch, *Nobel Lecture: Passion for precision*, Rev. Mod. Phys. **78**, 1297 (2006).
- [15] Mack, Markus and Karlewski, Florian and Hattermann, Helge and Höckh, Simone and Jessen, Florian and Cano, Daniel and Fortagh, Jozsef, *Measurement of absolute transition frequencies of Rb87 to  $n\text{S}$  and  $n\text{D}$  Rydberg states by means of electromagnetically induced transparency*, Phys. Rev. A **83**, 052515 (2011).
- [16] J. Cariou und P. Luc, *Atlas du Spectre d'Absorption de la Molécule Tellure,  $20300\text{cm}^{-1}$  -  $21195\text{cm}^{-1}$*  (Lab. Aime-Cotton CNRS, Paris, 1980).
- [17] J. Cariou und P. Luc, *Atlas du Spectre d'Absorption de la Molécule Tellure,  $21100\text{cm}^{-1}$  -  $23800\text{cm}^{-1}$* , <http://www.lac.u-psud.fr/spip.php?article497>, 2014, (Lab. Aime-Cotton CNRS, Paris, 1980).
- [18] S. Gerstenkorn und P. Luc., *Atlas du spectre d'absorption de la molécule d'Iode,  $14800$ - $20000\text{ cm}^{-1}$* , <http://www.lac.u-psud.fr/spip.php?article491>, 2014, (Edition du CNRS, Paris).
- [19] P. Schauß, M. Cheneau, M. Endres, T. Fukuhara, S. Hild, A. Omran, T. Pohl, C. Gross, S. Kuhr und I. Bloch, *Observation of spatially ordered structures in a two-dimensional Rydberg gas*, Nature **491**, 87 (2012).
- [20] M. Saffman und T. G. Walker, *Analysis of a quantum logic device based on dipole-dipole interactions of optically trapped Rydberg atoms*, Phys. Rev. A **72**, 022347 (2005).

- 
- [21] T. Wilk, A. Gaëtan, C. Evellin, J. Wolters, Y. Miroshnychenko, P. Grangier und A. Browaeys, *Entanglement of Two Individual Neutral Atoms Using Rydberg Blockade*, Phys. Rev. Lett. **104**, 010502 (2010).
- [22] L. Isenhower, E. Urban, X. L. Zhang, A. T. Gill, T. Henage, T. A. Johnson, T. G. Walker und M. Saffman, *Demonstration of a Neutral Atom Controlled-NOT Quantum Gate*, Phys. Rev. Lett. **104**, 010503 (2010).
- [23] X. L. Zhang, L. Isenhower, A. T. Gill, T. G. Walker und M. Saffman, *Deterministic entanglement of two neutral atoms via Rydberg blockade*, Phys. Rev. A **82**, 030306 (2010).
- [24] M. Schlosser, *Bereitstellung und kohärente Kontrolle von Einzel-Atom-Quantensystemen in zweidimensionalen Quantenregistern*, Doktorarbeit, TU Darmstadt, (2013).
- [25] J. Fraunhofer, *Bestimmung des Brechungs- und des Farbenzerstreungsvermögens verschiedener Glasarten, in Bezug auf die Vervollkommnung achromatischer Fernrohre*, Annalen der Physik **56**, 264 (1817).
- [26] J. R. Rydberg, *XXXIV. On the structure of the line-spectra of the chemical elements*, Philosophical Magazine Series 5 **29**, 331 (1890).
- [27] *Spektroskopie, sowie die Artikel Bohrsches Atommodell und Rydberg-Formel*, <http://de.wikipedia.org/wiki/Spektroskopie>, 2014.
- [28] A. L. Schawlow, *Spectroscopy in a new light*, Rev. Mod. Phys. **54**, 697 (1982).
- [29] J. Grehn und J. Krause, *Metzler Physik, 5. Auflage* (Schroedel Verlag GmbH, Hannover, 1998).
- [30] W. Demtröder, *Laserspektroskopie, 5. Auflage* (Springer Verlag, Heidelberg, 2007).
- [31] S. Chu, *Nobel Lecture: The manipulation of neutral particles*, Rev. Mod. Phys. **70**, 685 (1998).
- [32] C. N. Cohen-Tannoudji, *Nobel Lecture: Manipulating atoms with photons*, Rev. Mod. Phys. **70**, 707 (1998).
- [33] W. D. Phillips, *Nobel Lecture: Laser cooling and trapping of neutral atoms*, Rev. Mod. Phys. **70**, 721 (1998).
- [34] R. A. McFarlane, W. R. Bennett und W. E. Lamb, *Single mode tuning dip in the power output of an He-Ne optical maser*, Applied Physics Letters **2**, 189 (1963).

- 
- [35] T. W. Hänsch, I. S. Shahin und A. L. Schawlow, *High-Resolution Saturation Spectroscopy of the Sodium D Lines with a Pulsed Tunable Dye Laser*, Phys. Rev. Lett. **27**, 707 (1971).
- [36] X. Baillard, A. Gauguet, S. Bize, P. Lemonde, P. Laurent, A. Clairon und P. Rosenbusch, *Interference-filter-stabilized external-cavity diode lasers*, Optics Communications **266**, 609 (2006).
- [37] R. Drever, J. Hall, F. Kowalski, J. Hough, G. Ford, A. Munley und H. Ward, *Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator*, Applied Physics B **31**, 97 (1983).
- [38] A. Bohr und V. F. Weisskopf, *The Influence of Nuclear Structure on the Hyperfine Structure of Heavy Elements*, Phys. Rev. **77**, 94 (1950).
- [39] J. E. Rosenthal und G. Breit, *The Isotope Shift in Hyperfine Structure*, Phys. Rev. **41**, 459 (1932).
- [40] V. M. Shabaev, A. N. Artemyev, V. A. Yerokhin, O. M. Zhrebtsov und G. Soff, *Towards a Test of QED in Investigations of the Hyperfine Splitting in Heavy Ions*, Phys. Rev. Lett. **86**, 3959 (2001).
- [41] M. Finkbeiner, B. Fricke und T. Kühl, *Calculation of the hyperfine structure transition energy and lifetime in the one-electron  $^{209}\text{Bi}^{82+}$  ion*, Physics Letters A **176**, 113 (1993).
- [42] S. Borneis *et al.*, *Ground-state hyperfine structure of heavy hydrogen-like ions*, Hyperfine Interactions **127**, 305 (2000).
- [43] I. Klaft, *Messung der Hyperfeinstruktur im Grundzustand von wasserstoffartigem  $^{209}\text{Bi}^{82+}$  am Schwerionen-Speicherring ESR*, Doktorarbeit, Johannes Gutenberg-Universität, (1994).
- [44] I. Klaft *et al.*, *Precision Laser Spectroscopy of the Ground State Hyperfine Splitting of Hydrogenlike  $^{209}\text{Bi}^{82+}$* , Phys. Rev. Lett. **73**, 2425 (1994).
- [45] W. Quint *et al.*, *HITRAP: A Facility for Experiments with Trapped Highly Charged Ions*, in *Atomic Physics at Accelerators: Mass Spectrometry*, D. Lunney, G. Audi und H.-J. Kluge, eds., (Springer Netherlands, 2001), pp. 457–461.
- [46] H.-J. Kluge *et al.*, *Chapter 7 HITRAP: A Facility at {GSI} for Highly Charged Ions*, in *Current Trends in Atomic Physics*, Vol. 53 of *Advances in Quantum Chemistry*, S. Salomonson und E. Lindroth, eds., (Academic Press, 2008), pp. 83 – 98.



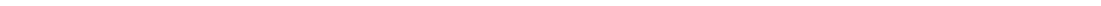
- 
- [47] M. Vogel und W. Quint, *Trap-assisted precision spectroscopy of forbidden transitions in highly-charged ions*, Physics Reports **490**, 1 (2010).
- [48] W. Demtröder, *Experimentalphysik3, Atome, Moleküle und Festkörper*, 3. Auflage (Springer Verlag, Heidelberg, 2005).
- [49] W. Li, I. Mourachko, M. W. Noel und T. F. Gallagher, *Millimeter-wave spectroscopy of cold Rb Rydberg atoms in a magneto-optical trap: Quantum defects of the ns, np, and nd series*, Phys. Rev. A **67**, 052502 (2003).
- [50] CODATA, <http://physics.nist.gov/cuu/Constants/index.html>, 2010, recommended values.
- [51] D. A. Steck, *Rubidium 85 D Line Data*, <http://steck.us/alkalidata>, 2008.
- [52] B. P. Stoicheff und E. Weinberger, *Doppler-free two-photon absorption spectrum of rubidium*, Canadian Journal of Physics **57**, 2143 (1979).
- [53] S. A. Lee, B. P. Stoicheff, J. Helmcke und J. L. Hall, *Doppler-free two-photon transitions to Rydberg levels: convenient, useful, and precise reference wavelengths for dye lasers*, Opt. Lett. **3**, 141 (1978).
- [54] C. J. Sansonetti und K. H. Weber, *High-precision measurements of Doppler-free two-photon transitions in Rb: new values for proposed dye-laser reference wavelengths*, J. Opt. Soc. Am. B **2**, 1385 (1985).
- [55] L. A. M. Johnson, H. O. Majeed, B. Sanguinetti, T. Becker und B. T. H. Varcoe, *Absolute frequency measurements of 85 Rb  $n F 7/2$  Rydberg states using purely optical detection*, New Journal of Physics **12**, 063028 (2010).
- [56] D. P. DiVincenzo, *The Physical Implementation of Quantum Computation*, Fortschritte der Physik **48**, 771 (2000).
- [57] F. Vollrath, *Aufbau eines Laserpulssystems mit Hilfe von Akusto-Optischen-Modulatoren.*, Bachelorarbeit, Technische Universität Darmstadt, (2012).
- [58] P. Beike, *Aufbau eines Systems zur zweidimensionalen Adressierung von Mikrofallen.*, Diplomarbeit, Technische Universität Darmstadt, (2014).
- [59] T. Mayer-Kuckuk, *Atomphysik* (Teubner Verlag, Stuttgart, 1997).
- [60] K. C. Harvey und B. P. Stoicheff, *Fine Structure of the  $n^2D$  Series in Rubidium near the Ionization Limit*, Phys. Rev. Lett. **38**, 537 (1977).
- [61] H. J. Metcalf und P. van der Straten, *Laser Cooling and Trapping* (Springer-Verlag, New Yourk, Inc., 1999).

- 
- [62] E. Arimondo, M. Inguscio und P. Violino, *Experimental determinations of the hyperfine structure in the alkali atoms*, Rev. Mod. Phys. **49**, 31 (1977).
- [63] T. F. Gallagher, *Cambridge Monographs on Atomic, Molecular, and Chemical Physics, 3. Rydberg Atoms* (Cambridge University Press, 1994).
- [64] S. E. Harris, J. E. Field und A. Imamoglu, *Nonlinear optical processes using electromagnetically induced transparency*, Phys. Rev. Lett. **64**, 1107 (1990).
- [65] K.-J. Boller, A. Imamolu und S. E. Harris, *Observation of electromagnetically induced transparency*, Phys. Rev. Lett. **66**, 2593 (1991).
- [66] H. Jestädt, *Weiterführende Arbeiten am UV-Lasersystem und Aufbau sowie Charakterisierung einer EIT-Spektroskopie*, Masterarbeit, Technische Universität Darmstadt, (2012).
- [67] M. Fleischhauer, A. Imamoglu und J. P. Marangos, *Electromagnetically induced transparency: Optics in coherent media*, Rev. Mod. Phys. **77**, 633 (2005).
- [68] D. Pritchard, Jonathan, *Cooperative Optical Non-linearity in a blockaded Rydberg Ensemble*, <http://etheses.dur.ac.uk/782/>, 2011.
- [69] J. P. Marangos, *Electromagnetically induced transparency*, Journal of Modern Optics **45**, 471 (1998).
- [70] E. Arimondo, *V Coherent Population Trapping in Laser Spectroscopy*, in *V Coherent Population Trapping in Laser Spectroscopy*, Vol. 35 of *Progress in Optics*, E. Wolf, ed., (Elsevier, 1996), pp. 257 – 354.
- [71] J. Deiglmayr, M. Reetz-Lamour, T. Amthor, S. Westermann, A. de Oliveira und M. Weidemüller, *Coherent excitation of Rydberg atoms in an ultracold gas*, Optics Communications **264**, 293 (2006), quantum Control of Light and Matter In honor of the 70th birthday of Bruce Shore.
- [72] I. I. Beterov, I. I. Ryabtsev, D. B. Tretyakov und V. M. Entin, *Quasiclassical calculations of blackbody-radiation-induced depopulation rates and effective lifetimes of Rydberg  $nS$ ,  $nP$ , and  $nD$  alkali-metal atoms with  $n \leq 80$* , Phys. Rev. A **79**, 052504 (2009).
- [73] D. C. Thompson, E. Weinberger, G.-X. Xu und B. P. Stoicheff, *Frequency shifts and line broadenings in collisions between Rydberg and ground-state alkali-metal atoms*, Phys. Rev. A **35**, 690 (1987).

- 
- [74] M. E. Henry und R. M. Herman, *Collisional broadening of Rydberg-atom transitions by ground-state alkali atoms*, Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics **35**, 357 (2002).
- [75] R. C. Weast, *CRC Handbook of Chemistry and Physics* (CRC Press, Inc. Boca Raton, Florida, 1985).
- [76] A. K. Mohapatra, T. R. Jackson und C. S. Adams, *Coherent Optical Detection of Highly Excited Rydberg States Using Electromagnetically Induced Transparency*, Phys. Rev. Lett. **98**, 113003 (2007).
- [77] A. Zybin, C. Schnürer-Patschan, M. Bolshov und K. Niemax, *Elemental analysis by diode laser spectroscopy*, TrAC Trends in Analytical Chemistry **17**, 513 (1998).
- [78] *Ophos Instruments Inc.*, <http://www.e-opthos.com/>, standard cell for isotopic tellurium 130.
- [79] H. Pniok, *Wismut Kristall und 1 cm<sup>3</sup> Wuerfel*, [http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Wismut\\_Kristall\\_und\\_1cm3\\_Wuerfel.jpg](http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Wismut_Kristall_und_1cm3_Wuerfel.jpg), copyright © 21.05.2014 Heinrich Pniok, « Art Libre ».
- [80] P. de Marcillac, N. Coron, J. Dambier, Gerard Leblanc und J.-P. Moalic, *Experimental detection of  $\alpha$ -particles from the radioactive decay of natural bismuth*, Nature **422**, 876 (2003).
- [81] T. Mayer-Kuckuk, *Kernphysik* (Teubner Verlag, Stuttgart, 1992).
- [82] *TOPTICA Photonics AG*, <http://www.toptica.com/>, TA-FHG 110.
- [83] S. Albrecht, S. Altenburg, C. Siegel, N. Herschbach und G. Birkl, *A laser system for the spectroscopy of highly charged bismuth ions*, Applied Physics B **107**, 1069 (2012).
- [84] E. Riedle, S. H. Ashworth, J. T. Farrell und D. J. Nesbitt, *Stabilization and precise calibration of a continuous-wave difference frequency spectrometer by use of a simple transfer cavity*, Review of Scientific Instruments **65**, 42 (1994).
- [85] *Vakuumschmelze Informationsblatt für Erzeugnisse, Mumetall*, [http://www.vakuumschmelze.de/fileadmin/Medienbibliothek\\_2010/Unternehmen/Qualitaet/SD\\_Sicherheitsdatenblaetter/HT/IB22D.pdf](http://www.vakuumschmelze.de/fileadmin/Medienbibliothek_2010/Unternehmen/Qualitaet/SD_Sicherheitsdatenblaetter/HT/IB22D.pdf).

- 
- [86] M. Beian, *Aufbau und vergleichende Charakterisierungen von interferenzfilterstabilisierten Diodenlasern bei 780 nm.*, Bachelorarbeit, Technische Universität Darmstadt, (2009).
- [87] T. Führer, D. Stang und T. Walther, *Actively Controlled Tuning of an External Cavity Diode Laser by Polarization Spectroscopy*, Opt. Express **17**, 4991 (2009).
- [88] S. Albrecht, *Charakterisierung einer UV-Laserlichtquelle zur Spektroskopie von wasserstoffähnlichem  $^{209}\text{Bi}^{82+}$* , Masterarbeit, Technische Universität Darmstadt, (2009).
- [89] P. Bohlouli-Zanjani, K. Afrousheh und J. D. D. Martin, *Optical transfer cavity stabilization using current-modulated injection-locked diode lasers*, Review of Scientific Instruments **77** (2006).
- [90] W. Demtröder, *Experimentalphysik2, Elektrizität und Optik, 4. Auflage* (Springer Verlag, Heidelberg, 2006).
- [91] M. V. Klein und T. E. Furtak, *Optik* (Springer Verlag, Heidelberg, 1988).
- [92] A. J. McAlister und E. A. Stern, *Plasma Resonance Absorption in Thin Metal Films*, Phys. Rev. **132**, 1599 (1963).
- [93] B. Edlén, *The Refractive Index of Air*, Metrologia **2**, 71 (1966).
- [94] H. Jestädt, *Programmierarbeiten an der Experimentsteuerung zur Spektroskopie an ultrahoch geladenen  $^{209}\text{Bi}^{82+}$* , Berufsbezogenes praktikum des studiengangs technische physik, Technische Universität Darmstadt, (2011).
- [95] Wavemetrics, *Igor Pro 5*, <http://www.wavemetrics.com/>.
- [96] P. Courteille, L. Ma, W. Neuhauser und R. Blatt, *Frequency measurement of  $^{130}\text{Te}_2$  resonances near 467 nm*, Applied Physics B **59**, 187 (1994).
- [97] T. J. Scholl, S. J. Rehse, R. A. Holt und S. D. Rosner, *Absolute wave-number measurements in  $^{130}\text{Te}_2$ : reference lines spanning the 420.9-464.6-nm region*, J. Opt. Soc. Am. B **22**, 1128 (2005).
- [98] *Degenerate Quantum Gases in Microgravity*, Microgravity Science and Technology **23**, 287 (2011).
- [99] Robert F. Brebrick, *Tellurium vapor pressure and optical density at 370-615 degree*, The Journal of Physical Chemistry **72**, 1032 (1968).

- 
- [100] L. S. Brooks, *The Vapor Pressures of Tellurium and Selenium*, Journal of the American Chemical Society **74**, 227 (1952).
- [101] R. E. Machol und E. F. Westrum, *Vapor Pressure of Liquid Tellurium*, Journal of the American Chemical Society **80**, 2950 (1958).
- [102] Gero; a Carbolite company, <http://www.gero-gmbh.de/deutsch/industriefen/rohrfen/standardrohrfen-sr.html>, gero SR-70-200.
- [103] J.R.M. Barr and J.M. Girkin and A.I. Ferguson and G.P. Barwood and P. Gill and W.R.C. Rowley and R.C. Thompson, *Interferometric frequency measurements of  $^{130}\text{Te}_2$  transitions at 486 nm*, Optics Communications **54**, 217 (1985).
- [104] A. Castrillo, E. Fasci, G. Galzerano, G. Casa, P. Laporta und L. Gianfrani, *Offset-frequency locking of extended-cavity diode lasers for precision spectroscopy of water at 1.38  $\mu\text{m}$* , Opt. Express **18**, 21851 (2010).
- [105] A. M. Rey, *A note on Units*, [http://jila.colorado.edu/arey/sites/default/files/files/Appendix\\_1.pdf](http://jila.colorado.edu/arey/sites/default/files/files/Appendix_1.pdf).
- [106] P. Thoumany, T. Germann, T. Hänsch, G. Stania, L. Urbonas und T. Becker, *Spectroscopy of rubidium Rydberg states with three diode lasers*, Journal of Modern Optics **56**, 2055 (2009).
- [107] H. R. Kratz, *The Principal Series of Potassium, Rubidium, and Cesium in Absorption*, Phys. Rev. **75**, 1844 (1949).
- [108] U. Tietze und C. Schenk, *Halbleiter-Schaltungstechnik 10. Auflage* (Springer Verlag, Berlin, 1993).
- [109] Horowitz und Hill, *The Art of Electronics* (Cambridge University Press; Auflage: 2., 1989).
- [110] *Soldering is easy*, <http://mightyohm.com/soldercomic>.
- [111] L. Wagner, *Bandbreitenbestimmung von Photodioden*, Berufsbezogenes praktikum des studiengangs technische physik, Technische Universität Darmstadt, (2013).
- [112] J. R. Vig, *Quartz Crystal Resonators and Oscillators - For Frequency Control and Timing Applications*, [tf.nist.gov/sim/2010\\_Seminar/vig3.ppt](http://tf.nist.gov/sim/2010_Seminar/vig3.ppt), 2004, SLCET-TR-88-1 (Rev. 8.5.2.0).



---

---

# Abbildungsverzeichnis

2.1	SpecTrap Schematisch aus [7]	8
2.2	Schematische Darstellung der Übergangsenergien im Atom	10
2.3	Darstellung der Rydberg-Blockade	14
2.4	Darstellung der Quantenzahlen	16
2.5	Diagramm der Hyperfeinaufspaltung über $n$	19
2.6	Niveaustuktur von EIT	20
2.7	Geometrische bedingte Dopplerverbreiterung	25
2.8	Foto eines Bismut-Kristalls	31
3.1	Schematische Übersicht des Lasersystems	34
3.2	Übersicht der Laserfrequenzen	35
3.3	Grafische Darstellung der Variation des Transferlasers	38
3.4	Geometrische Darstellung der Resonatormoden	41
3.5	Transmissionsprofil am Transferresonator	42
3.6	Darstellung zur Frequenzskalierung am Transferresonator	43
3.7	Diagramm zur Reflektivität der Spiegelbeschichtung	47
3.8	Frequenzverschiebung über Luftdruck	50
3.9	Frequenzverschiebung über Zeit	51
3.10	Kammerinnendruck aufgetragen über Zeit	54
3.11	CAD-Zeichnung Vakuumkammer für Resonator	54
4.1	Optischer Aufbau Tellurspektroskopie	63
4.2	Varianz der Spektroskopielaser-Frequenz	65
4.3	Abweichung der acht Referenzen zum Literaturwert	67
4.4	Spektrum der acht Referenzen	69
4.5	Grafische Darstellung des Atlas	73
4.6	Grafische Darstellung des Atlas	74
4.7	Nahaufnahme der unklaren Referenzen $a_{18}$ und 1088	76
4.8	Variation des Atlas von dieser Arbeit	77
5.1	Optischer Aufbau der EIT	81
5.2	EIT-Spektroskopie von $n=20, 58, 79$ und $97$	83
5.3	Erwartetes Spektrum der EIT	84
5.4	EIT-Spektrum von $97 D$ und $99 S$	85
5.5	Resultierende Linienform bei Dopplerverschobener EIT	88

5.6	Schematische Darstellung zum Dopplershift . . . . .	89
5.7	Linienbreitenmessung an der EIT . . . . .	92
5.8	Relevante Niveaustuktur von $^{85}\text{Rb}$ . . . . .	96
5.9	EIT-Signale bei verschiedenen Magnetfeldstärken . . . . .	98
5.10	Verschiebung der Rydberg-Zustände über Magnetfeldstärke . . . . .	98
5.11	EIT mit und ohne E-Feld . . . . .	100
6.1	EIT-Signal von $n=150$ und Tellurspektroskopie . . . . .	102
6.2	Entwicklung der Messergebnisse der Ionisationsenergie von Rb . . . . .	104
B.1	Darstellung einiger Grundschaltungen von Operationsverstärkern. . . . .	136
B.2	Darstellung von FM und AM am Lock-In . . . . .	137
B.3	Funktionsgruppen eines Lock-In-Verstärkers . . . . .	138
B.4	Schaltplan Lock-In-Verstärker . . . . .	139
B.5	Simulation Sallen-Key-Filter . . . . .	141
B.6	Schaltplan des Frequenz-zu-Spannungs-Konverters. . . . .	142
B.7	Prinzipieller Aufbau der Frequenzstabilisierung. . . . .	144
B.8	Schaltplan der Frequenzstabilisierung. . . . .	145
B.9	Beispielhafte Darstellung der sample-and-hold-Stabilisierung . . . . .	146
B.10	Schaltplan Frequenzstabilisierung mit sample-and-hold . . . . .	147
B.11	Schaltplan OPT101 . . . . .	148
B.12	Bodediagramm verschiedener Photoverstärker . . . . .	149
B.13	Schaltplan einer Photodiode mit einer Bandbreite von 68 MHz. . . . .	150
B.14	Darstellung der Regelfläche . . . . .	151
B.15	Schaltplan des Anzeigeinstrumentes der Regelfläche. . . . .	153
B.16	Schaltplan HV-Verstärker . . . . .	155
D.1	Genauigkeit, Präzision und Stabilität . . . . .	159



---

# Danksagung

An dieser Stelle sollen jene erwähnt werden, die durch Unterstützung in verschiedenster Form zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

Prof. Dr. Gerhard Birkl möchte ich dafür danken, dass ich die Möglichkeit hatte, anschließend an die stetig wachsenden wissenschaftlichen Projekte von der Miniforschung über Bachelor und Masterarbeit in seiner Gruppe die Forschungen für meine Promotion fortzuführen. Es war immer eine Freude, auf der Suche nach spannenden Fragestellungen, Experimente und Instrumente zu entwickeln und zu testen.

Prof. Dr. Thomas Walther hat freundlicherweise das Zweitgutachten für diese Arbeit übernommen. Er hat mit den Vorlesungen zur Experimentalphysik meine Begeisterung an wissenschaftlichen Fragestellungen geschürt.

Ebenfalls besonderer Dank gilt der Arbeitsgruppe *Atome-Photonen-Quanten*, neben einer hervorragenden Arbeitsatmosphäre hatte immer jemand ein offenes Ohr für die Laborprobleme, die das Ringen um physikalische Fragestellungen so zeitintensiv machen. Hervorgehoben seien dabei die Doktoranden Alex, Sascha, Johnny, Tobi, Marko und Felix sowie die Doktoren Malte, Jan, Thomas, Norbert, Manuel und Olli, die treue Wegbegleiter und wertvolle Diskussionspartner waren oder sind. Ebenso sollen Heiko, Pascal, Sanah, Florian, Felix, Lea und Jan hervorgehoben werden, die durch kleinere und größere Projekte mitgeholfen haben, das Lasersystem aufzubauen und zu charakterisieren. Neben den wissenschaftlichen Problemen hat Gabi die „irdische“ Seite der Wissenschaft und Universität stets soweit in Schach gehalten, dass die Physik nicht ihren Reiz verlor, wofür ihr außerordentlicher Dank gebührt.

Besonderer Dank gilt auch meiner Familie, meiner Frau Mimi und meinen Eltern, die mir an den vielen Arbeitswochenenden und Sessions den Rücken frei gehalten haben und mich mit materiellen und immateriellen Gütern weiter bei Gesundheit gehalten haben. Ebenso die vielen angeheirateten und nicht angeheirateten Familienmitglieder und Freunde der Korrekturleserei, Vanessa, Flo, Matze und Andi. Ebenso gilt mein Dank auch all denjenigen, die durch kleine aber wichtige Beiträge diese Arbeit unterstützt haben.

---

---

# Lebenslauf

## Persönliche Daten

Sebastian Albrecht

*In der Online-Version aus Gründen des Datenschutzes nicht  
enthalten*

## Schulbildung

*In der Online-Version aus Gründen des Datenschutzes nicht  
enthalten*

## Zivildienst

*In der Online-Version aus Gründen des Datenschutzes nicht  
enthalten*

## Studium

04/2004–08/2009 Physikstudium, Technische Universität Darmstadt

04/2007–06/2007 Bachelorthesis, Institut für Angewandte Physik, Technische Universität Darmstadt, Gruppe von Prof. Dr. Gerhard Birkel  
Titel: *Bau eines Instruments zur Bestimmung des Radius von Laserstrahlen*

09/2008–08/2009 Masterthesis, Institut für Angewandte Physik, Technische Universität Darmstadt, Gruppe von Prof. Dr. Gerhard Birkel  
Titel: *Charakterisierung einer UV-Laserlichtquelle zur Spektroskopie an wasserstoffähnlichem  $^{209}\text{Bi}^{82+}$*

08/2009 Master of Science

## Promotion

10/2009–07/2014 *Ein Lasersystem zur Spektroskopie von hochgeladenen Ionen, Tellurmolekülen und Rubidium-Rydbergzuständen*  
Institut für Angewandte Physik, Technische Universität Darmstadt, Gruppe von Prof. Dr. Gerhard Birkel  
Projekt: *HCI (Highly Charged Ions)*

---

# Erklärung zur Dissertation

Hiermit versichere ich, die vorliegende Dissertation ohne Hilfe Dritter nur mit den angegebenen Quellen und Hilfsmitteln angefertigt zu haben. Alle Stellen, die aus Quellen entnommen wurden, sind als solche kenntlich gemacht. Diese Arbeit hat in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner Prüfungsbehörde vorgelegen.

Darmstadt, den 11. August 2014

---

(Sebastian Albrecht)