

25.03.2013

Wiederholungsklausur

Theoretische Physik I:
Klassische MechanikTECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Prof. Dr. G. Alber

MSc Nenad Balanesković

Aufgabe	1	2	3	Σ
Punkte	15	10	13	38
Erreicht				
Note				

Name: _____

Vorname: _____

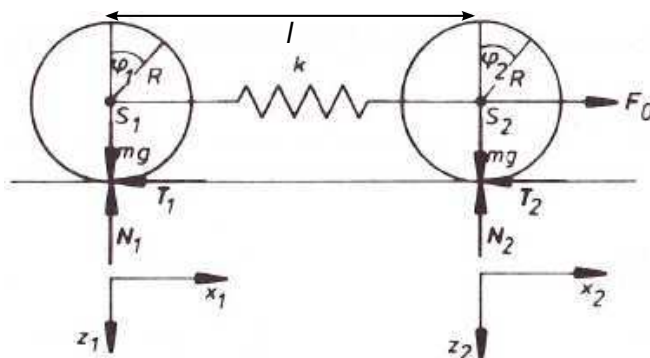
Matr.-Nr.: _____

- Schreiben Sie bitte Ihren Namen und Vornamen in GROSSBUCHSTABEN.
- Beginnen Sie bitte jede neue Aufgabe auf einem separaten Blatt.

Aufgabe 1

Zwei homogene Kreiszyylinder (Massen m_1, m_2 , Radien $R_1 = R_2 = R$) rollen auf einer horizontalen Ebene reibungsfrei unter dem Einfluss des homogenen Schwerfeldes ($\vec{g} = g\vec{e}_z, g > 0$) (siehe Skizze). Die beiden Zylinder sind über ihre Schwerpunkte S_1 und S_2 durch eine Feder (Federkonstante k , entspannte Länge l) verbunden. Auf den zweiten Zylinder wirkt eine zusätzliche konstante Kraft in x -Richtung, sodass eine eindimensionale Rollbewegung in x -Richtung erfolgt.

1. Bestimmen Sie die Komponente des Trägheitstensors des Zylinders $i (i \in \{1, 2\})$ entlang der Symmetrieachse (y -Achse) mit dem Schwerpunkt $S_i (i \in \{1, 2\})$ als Bezugspunkt. **(1 Punkt)**
2. Bestimmen Sie die Lagrange-Funktion 1. Art für die Rollbewegung der beiden Zylinder in der $x - z$ -Ebene auf der horizontalen Ebene ($z_1 = z_2 = R$). **(4 Punkte)**
3. Wie lauten die Euler-Lagrangeschen Bewegungsgleichungen? **(4 Punkte)**
4. Bestimmen Sie die Zwangskräfte N_1 und N_2 und die allgemeinste eindimensionale Bewegung der Zylinder in x -Richtung. **(4 Punkte)**
5. Bestimmen Sie die spezielle Lösung der Bewegungsgleichungen mit $x_1(0) = x_2(0) = \dot{x}_1(0) = \dot{x}_2(0) = 0$. **(2 Punkte)**



Aufgabe 2

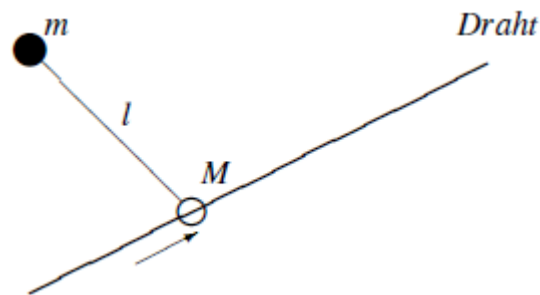
Betrachten Sie die eindimensionale Dynamik eines Massenpunktes (Masse m) in x -Richtung unter dem Einfluss einer Feder, die mit der Federkonstanten k in x -Richtung wirkt und einer zusätzlichen Kraft, die eine konstante Beschleunigung a ebenfalls in x -Richtung bewirkt.

1. Bestimmen Sie die Hamilton-Funktion. **(2 Punkte)**
2. Bestimmen Sie die allgemeinste Lösung $(p(t), x(t))$ der Hamiltonschen Bewegungsgleichungen. **(2 Punkte)**
3. Bestimmen Sie eine Erzeugende $S(x, t)$ jener kanonischen Transformationen $(p, x) \rightarrow (P, X)$, für die die transformierte Hamilton-Funktion identisch verschwindet.
Hinweis: Stellen Sie die Erzeugende als Integral dar. **(3 Punkte)**
4. Wie kann aus der Kenntnis von $S(x, t)$ die allgemeinste Lösung der Hamiltonschen Bewegungsgleichungen aus 2) bestimmt werden? **(3 Punkte)**

Aufgabe 3

Ein Teilchen der Masse m ist durch einen masselosen und starren Stab der Länge l mit einem (punkt-förmigen) Ring der Masse M verbunden. Der Ring kann sich entlang eines festen und unendlich langen Drahtes reibungsfrei bewegen (s. Abbildung). Die Schwerkraft ist zu vernachlässigen. Die Bewegung der Masse m ist dreidimensional.

1. Bestimmen Sie die Lagrange-Funktion zweiter Art. **(3 Punkte)**
2. Bestimmen Sie drei unabhängige Erhaltungsgrößen dieses dynamischen Systems. **(3 Punkte)**
3. Bestimmen Sie die Hamilton-Funktion dieses dynamischen Systems. **(4 Punkte)**
4. Bestimmen Sie die Hamiltonschen Bewegungsgleichungen. **(3 Punkte)**



Viel Erfolg!