

Versuch 1.6: Franck-Hertz Versuch

Vorbereitung:

Atommodelle, Vektorgerüstmodell, Termschema für Atome verschiedener Valenz-Elektronenzahl, Strahlungsübergänge (Auswahlregeln), strahlungslose Übergänge, Anregungswahrscheinlichkeiten, Wechselwirkung von Elektronen und Gasatomen, Gleichstromverstärker.

Literatur:		Bibl. Nr.
<i>Gerthsen</i>	Physik	L B S
<i>Hellwege</i>	Einf. in die Physik der Atome	L B S
<i>Franck und Jordan</i>	Anregung von Quantensprüngen durch Stöße	P 3-1
<i>Kohlrausch</i>	Praktische Physik	L B S
<i>Massey and Burhop</i>	Electronic and ionic impact phenomena	P 3-2

1. Einführung

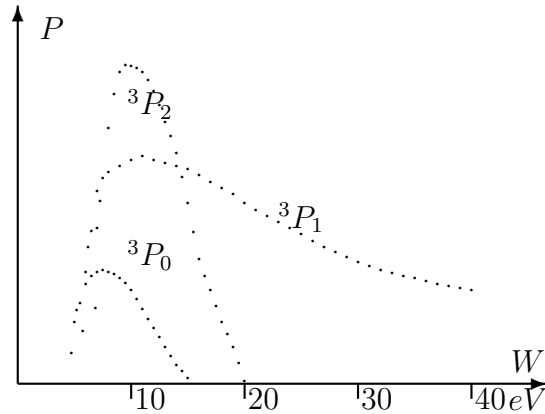
Zu den grundlegendsten Versuchen, die die Existenz diskreter Energieniveaus bei Atomen beweisen, gehören die Elektronenstoß-Versuche (erstmalig J. FRANCK und G. HERTZ 1913). Bedeutung erlangten derartige Versuche bei der Bestimmung von Anregungs- und Ionisations-Potentialen, die spektroskopisch nur schwer (Vakuum-UV) oder unter normalen Umständen gar nicht (optisch verbotene Übergänge) zugänglich sind. Die mathematische Beschreibung inelastischer Stoßprozesse ist kompliziert (siehe hierzu MASSEY & BURHOP), deshalb nur einige grundlegende Ergebnisse:

Die für Strahlungsübergänge hergeleiteten Auswahlregeln lassen sich nicht auf Stoßprozesse übertragen. Die Energie des einfallenden Elektrons muß größer als die Anregungsenergie sein, da das Atom einen Rückstoß erleidet. Da der Wirkungsquerschnitt von der Aufenthaltsdauer des Elektrons am Atom abhängt, nimmt die Anregungs-Wahrscheinlichkeit P nach Durchlaufen eines Maximums mit zunehmender Energie W des Elektrons wieder ab, und zwar ist für $W \gg$ Anregungsenergie W_0

$$P \sim \log(W/W_0) \quad \text{für optisch erlaubte Übergänge}$$

$P \sim 1/W$ für optisch verbotene Übergänge ohne Multiplizitätswechsel,

Anregungswahrscheinlichkeiten
für verschiedene Übergänge



wobei Sprünge der Drehimpulse \vec{J}, \vec{L} offenbar keiner Einschränkung unterliegen. Der dritte noch denkbare und für Hg besonders interessante Fall von Übergängen zwischen Zuständen verschiedener Multiplizität soll als Beispiel für die Nicht-Gültigkeit optischer Auswahlregeln genauer betrachtet werden. Bei vernachlässigbarer Spin-Bahn-Kopplung (L-S-Kopplung) sind derartige Übergänge, die eine Umorientierung eines Elektronenspins der Atomhülle erfordern, wegen des Spin-Erhaltungssatzes optisch verboten ($d\vec{S} = 0$). Betrachtet man aber das System *Atom + einfallendes Elektron*, so muß der Spin dieses Systems nur insgesamt erhalten bleiben, nicht aber der des Atoms alleine:

$$\vec{s}_{\text{inf.El.}} + \vec{S}_{\text{Atom}} = \vec{S}'_{\text{Atom}} + \vec{s}_{\text{ausf.El.}}$$

Die Spinquantenzahl der Atomhülle sei S (Multiplizität $2S + 1$), die des einfallenden Elektrons ist $s = 1/2$, so daß die Spin-Quantenzahl des Gesamtsystems entweder $(S + 1/2)$ oder $(S - 1/2)$ ist. Nach Anregung in einen Atomzustand mit S' haben wir für das System entsprechend $(S' + 1/2)$ oder $(S' - 1/2)$. Spinerhaltung ist gegeben, wenn

$$(S' + 1/2) = (S + 1/2) \text{ bzw. } (S' - 1/2) = (S - 1/2) \Rightarrow S' = S$$

$$\text{oder } (S' + 1/2) = (S - 1/2) \Rightarrow S' = S - 1$$

$$\text{oder } (S' - 1/2) = (S + 1/2) \Rightarrow S' = S + 1$$

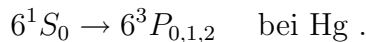
Als 'Auswahlregel' für Elektronenstoß erhält man also $\Delta S = 0, \pm 1$. Ein Multiplizitätswechsel um ± 1 ist möglich, wenn das ausfallende Elektron einen zum einfallenden umgekehrt orientierten Spin besitzt. Da aber die Wirkung des Bahnmoments auf den Spin als vernachlässigbar vorausgesetzt wurde, kann der Spin

des einfallenden Elektrons nicht durch das Atom umgekehrt werden. Denkbar ist aber ein Prozess, bei dem das stoßende Elektron unter Beibehaltung seiner Spin-Orientierung den Platz eines Valenz-Elektrons in einem Anregungszustand einnimmt und dieses, ebenfalls mit seinem ursprünglichen Spin, das Atom mit der verbleibenden Restenergie verläßt. Schematisch läßt sich ein solcher Elektronen-Austausch z.B. für ein Atom mit zwei Valenz-Elektronen $e_2 \downarrow$, $e_3 \uparrow$ (die Pfeile mögen die Spin-Orientierung andeuten) so darstellen, wenn $e_1 \downarrow$ das einfallende Elektron ist:

$$e_1 \downarrow \longrightarrow (e_2 \downarrow, e_3 \uparrow)_{Atom} = (e_1 \downarrow^*, e_2 \downarrow)_{Atom} \longrightarrow e_3 \uparrow.$$

(* soll andeuten, daß das Elektron sich nun auf einer angeregten Bahn bewegt). Dieser Elektronenaustausch besitzt allerdings nur dann eine nennenswerte Wahrscheinlichkeit, wenn die Energie des stoßenden Elektrons die Anregungsenergie nicht wesentlich übersteigt, Anregungsfunktionen derartiger Übergänge fallen zu höheren Energien wesentlich steiler ab als bei Übergängen ohne Multiplizitätswechsel.

Beispiel:



Hier bedarf das oben gesagte einer gewissen Modifikation, da die Spin-Bahn WW hier nicht mehr vernachlässigbar ist (j-j-Kopplung). Das hat zur Folge, daß 3P_1 kein reiner Triplettzustand ist, sondern Beimischung von 1P_1 enthält, so daß der Übergang $^1S_0 \leftrightarrow ^3P_1$ optisch teilweise erlaubt wird. Die diesem Übergang entsprechende Anregungsfunktion für Elektronenstoß ähnelt daher mehr der eines optisch erlaubten Überganges (siehe Abb.) mit einem Abfall $\log(W/W_0)$. 3P_0 und 3P_2 dagegen sind reine Triplett-Zustände und Übergänge von und nach 1S_0 streng verboten für Dipol-Strahlung. Die steil abfallenden Anregungsfunktionen für Elektronenstoß sind aus der Abb. ersichtlich, die Kurven stellen theoretische Berechnungen dar. Alle drei Übergänge können bei geeigneter experimenteller Anordnung tatsächlich beobachtet werden.

2. Kritische Versuchsbedingungen.

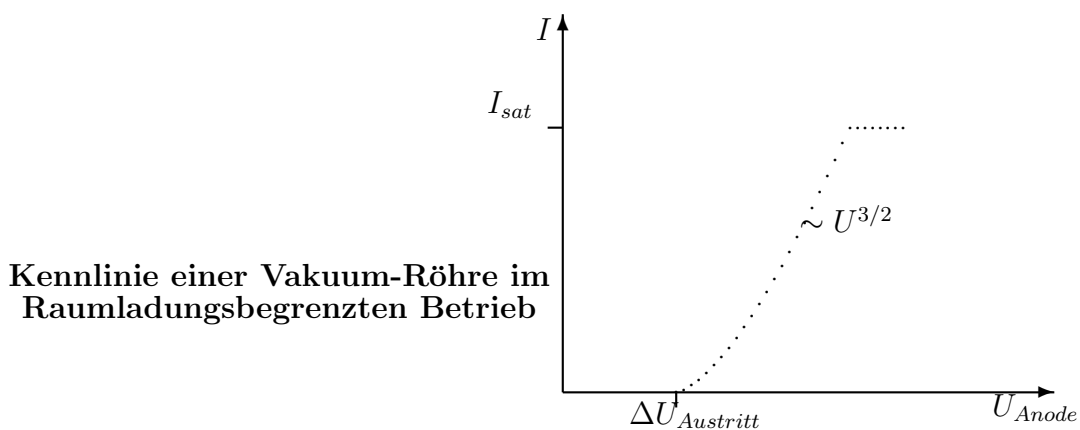
Die im Vorigen betrachteten Anregungswahrscheinlichkeiten isolierter Zustände von isolierten Atomen besagen noch nichts über die tatsächliche experimentelle Beobachtbarkeit im realen Gas mit vielen Atomen vieler anregbarer Zustände, wo die große Zahl der verschiedenen Wechselwirkungsmöglichkeiten der Atome und Elektronen zu Störungen führt (Mehrfach-Anregung, Stöße zweiter Art, elastische Stöße, Raumladung, Anregung von Fremdatomen bei Verunreinigungen usw.), die die erwarteten Effekte vollkommen verdecken können. (Wie wirken sich die oben genannten Effekte im Versuch aus?)

Einige im Experiment leicht beeinflussbare Bedingungen sollen näher betrachtet werden:

Die Strom–Spannungs Charakteristik $I \sim U^{3/2}$ einer Vakuum–Diode läßt sich für beliebige Geometrie der Röhre herleiten, wenn man voraussetzt, daß die Elektronen auf der Kathode bei $U = 0$ mit $v = 0$ starten. Solange die Kathode mit ihrer Elektronen–Emission nirgends in die Sättigung gerät, werden genau soviel Elektronen emittiert, daß deren Raumladung das elektrische Feld direkt vor der Kathode zu Null kompensiert. Die Verteilung der Raumladung, das elektrische Feld und das zugehörige Potentialfeld können analytisch nur für eine ebene Diode berechnet werden. Jedoch kann man aus der Linearität der MAXWELL–Gleichungen auch für ein ganz beliebiges Feld folgern, daß sich Raumladungsdichte, Feldstärke und das Potential im Innenraum um den selben Faktor ändern, um den man die Spannung der Anode gegen die Kathode ändert. Weiterhin gilt überall für den Betrag der Geschwindigkeit $v = \sqrt{2eU/m}$, während die Richtung der Geschwindigkeit überall unverändert bleibt. Für die Stromdichte des Elektronen–Stromes gilt

$$i = n \cdot e \cdot v \sim U \cdot U^{1/2} \quad (1)$$

Genaugenommen muß hier für U die um die Kontaktspannung zwischen Kathode und Anode verminderte Anodenspannung eingesetzt werden, da für die Elektronen–Bewegung nur das Feld im Inneren der Röhre und nicht die außen angelegte Spannung entscheidend ist. Ab einer bestimmten Stromstärke I_{sat} gerät die Kathode in die Sättigung. Wird die Anodenspannung dann noch weiter erhöht, so bleibt der Strom dennoch konstant. In diesem Betriebsmodus sind elektrisches Feld, Ladungsverteilung und das Geschwindigkeitsfeld der Elektronen nicht mehr ähnlich den entsprechenden Feldern im Raumladungsbegrenzten Betrieb.



Die Kontaktspannung zwischen einer metallenen Anode und einer Barium–Oxid–belegten Kathode beträgt etwa 3 V . Mit dem **Faustwert** $kT_u = 1/40$ eV

für Zimmertemperatur $T_u = 300 \text{ K}$ ergibt sich, daß die Elektronen bei $T = 800 \text{ K}$ eine mittlere Start-Energie von $1/10 \text{ eV}$ an der Kathode beim Austritt besitzen. Dies gibt uns ein Maß für die Abweichung der tatsächlichen Kennlinie von der in (1). Wenn die Elektronen unterwegs elastisch oder unelastisch mit Gasatomen stoßen, so ändert sich an (1) prinzipiell nichts, allerdings wird der Strom kleiner, da die Verweildauer der Elektronen in der Röhre und damit die Raumladung größer wird. Erst wenn die Gasatome durch Elektronen-Stöße ionisiert werden, verliert (1) seine Gültigkeit. Die langsamen positiven Ionen neutralisieren die negative Raumladung der Elektronen und verhindern die in der Herleitung von (1) vorausgesetzte Abschirmung der Kathode.

Das Massen-Verhältnis von Quecksilber-Atomen M und Elektronen m beträgt etwa

$$M/m = 4 \cdot 10^5.$$

Daraus ergibt sich, daß die Gas-Atome sehr langsam sind im Vergleich zu den stoßenden Elektronen: $V \ll v$. Das kann man sich für die Behandlung der Stoß-Dynamik zunutze machen. Sei der Impuls des Elektrons $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$, so überträgt es bei einem zentralen, elastischen Stoß $d\vec{p} = 2\vec{p}$. Hat das Atom vor dem Stoß die Geschwindigkeitskomponente $\pm V_{\parallel i}$ in Richtung von \vec{v} und hinterher $\pm V_{\parallel f}$, so wird bei dem zentralen Stoß die Energie dW übertragen:

$$dW = \frac{M}{2}(V_{\parallel f}^2 - V_{\parallel i}^2) = \frac{M}{2}(V_{\parallel f} + V_{\parallel i}) \cdot (V_{\parallel f} - V_{\parallel i}). \quad (2)$$

Hierin ergibt in guter Näherung $V_{\parallel f} + V_{\parallel i} = 2 \cdot V_{\parallel i} + dp/M$ und $M \cdot (V_{\parallel f} - V_{\parallel i}) = dp$. Eingesetzt folgt daraus für ein Elektron der Energie $e \cdot U$ und ein Atom der Wärme-Energie $kT/2$ in diesem Freiheitsgrad:

$$dW = (V_{\parallel i} + \frac{dp}{2M}) \cdot dp = 4 eU m/M \pm 4 \cdot \sqrt{eU \cdot kT/2 \cdot m/M} \quad (3)$$

Für einen nicht zentralen Stoß ist der mittlere Impulsübertrag nur $1/\sqrt{2}$ so groß, damit ergibt sich für einen mittleren elastischen Stoß:

$$dW = 2 eU m/M \pm 2 \cdot \sqrt{eU \cdot kT \cdot m/M}. \quad (4)$$

Der erste Term in (4) ist der mittlere Energieverlust bei jedem elastischen Stoß, der zweite Term führt zu einer Energie-Unschärfe der stoßenden Elektronen aufgrund der thermischen Bewegung der Atome. Der FRANCK-HERTZ Versuch erfordert, daß die Elektronen trotz der Energieverluste bei den elastischen Stößen die für einen inelastischen Stoß nötige Energie erreichen und daß dann ihre Energie-Unschärfe deutlich kleiner ist, als die Anregungs-Energie.

Ist die freie Weglänge $\lambda = 1/(\sigma \cdot n)$ genügend klein, so bewegen sich die Elektronen im elektrischen Feld \vec{E} mit konstanter Driftgeschwindigkeit \vec{v}_D von der Kathode zur Anode. Da wegen der Streuprozesse jedes Elektron einen stark

verlängerten Weg zurücklegen muß, ist die eigentliche Teilchengeschwindigkeit dabei sehr viel größer: $v \gg v_D$.

Unter der Annahme, daß die Richtungsverteilung der Elektronen nach jedem Stoß statistisch völlig unbestimmt ist, kann man v und v_D näherungsweise berechnen. Die Zeit zwischen zwei Stößen beträgt im Mittel $\delta t = \lambda/v$, dabei hat das Elektron in Feld-Richtung den Weg $\delta z = \delta t \cdot v_D$ zurückgelegt und die Energie $\delta W = eE \cdot \delta z$ gewonnen, die es aber im Mittel beim nächsten Stoß wieder verliert: $\delta W = 2 \frac{m}{M} \cdot \frac{m}{2} v^2$. Da das Elektron nach dem Stoß keinerlei Vorzugsrichtung mehr hat, ergibt sich die zwischen zwei Stößen zurückgelegte Wegstrecke in Feldrichtung über die Formel des freien Falls: $\delta z = \frac{e}{m} E (\delta t)^2 / 2$. Hieraus erhalten wir

$$v^2 = \frac{eE}{m} \lambda \sqrt{\frac{M}{2m}} \quad \text{und} \quad v_D = v \cdot \sqrt{\frac{m}{2M}}.$$

Diese Berechnung ist deswegen nicht ganz sauber, weil wir in der Formel für den freien Fall eigentlich die quadratisch gemittelte Zeit zwischen zwei Stößen einsetzen müssen anstelle des Quadrats der gemittelten Zeitspanne.

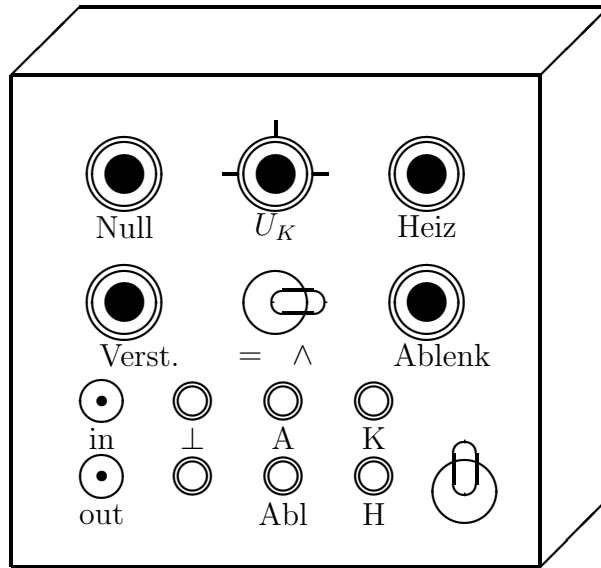
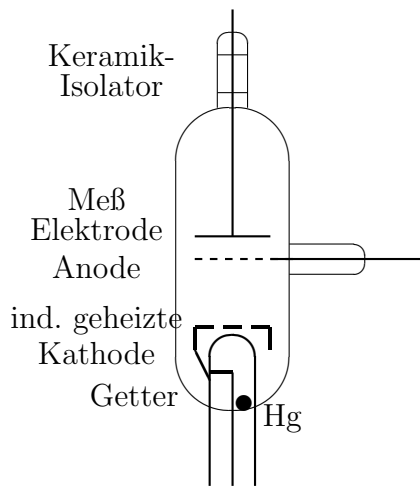
Ohne inelastische Stöße legen die Elektronen also einen um das Verhältnis v/v_D verlängerten Weg zurück. Ist L der Weg von der Kathode zur Anode, so ist die Zahl Stöße $N = L/\lambda \cdot \sqrt{2M/m}$. Setzen wir dies in (4) ein so ergibt sich als totaler Energieverlust mit Energiebreite:

$$dW = 2N \langle eU \rangle m/M \pm 2 \cdot \sqrt{N \cdot \langle eU \rangle \cdot kT \cdot m/M}. \quad (5)$$

Die mittlere kinetische Energie der Elektronen zwischen zwei inelastischen Stößen ist hier $\langle eU \rangle = 2.5\text{eV}$.

3. Meßprinzip

In diesem Versuch wird die Anregung von Hg-Atomen durch Elektronenstoß mit dem FRANCK-HERTZ-Rohr gemessen. Zum Aufheizen ist das FRANCK-HERTZ-Rohr in einem Ofen eingebaut. Das Rohr kann durch ein seitliches Glasfenster beobachtet werden. Die elektrischen Anschlüsse befinden sich auf der Frontplatte des Ofens und sind durch einen schematischen Schaltplan gekennzeichnet. Spannungsversorgung und Verstärker sind in einem Netzgerät vereinigt.



Die FRANCK-HERTZ-Röhre

Das Netz-Gerät

Das Gerät ermöglicht in der Stellung '∧' die Aufzeichnung der FRANCK-HERTZ-Kurve mit einem Oszillographen. Dazu wird die Anodenspannung sägezahnförmig durchfahren und dem Oszillographen eine synchrone Horizontal-Ablenkspannung zur Verfügung gestellt. Zur statischen Messung kann das Gerät auf Gleichspannung '=' umgestellt werden. Wird in dieser Stellung die Anodenspannung langsam hochgedreht, so kann die FRANCK-HERTZ-Kurve mit einem x-y-Schreiber aufgezeichnet werden.

4. Aufgaben

1.) Berechnen Sie für eine Ofentemperatur von 200°C und von 20°C den Druck des Hg-Dampfes durch Integration der CLAUSIUS-CLAPEYRONschen Gleichung. Dafür kann die Verdampfungswärme Q konstant gelassen werden, genauer ist aber anzusetzen:

$dQ/dT = c_p - \gamma = -1.65\text{cal/Mol/K}$ für Hg. Die Gleichung läßt sich auch so integrieren. Berechnen Sie die freien Weglängen der Elektronen und der Gasatome.

2.) Stellen Sie die vom Gerät gelieferte Beschleunigungsspannung auf dem Oszillographen dar und auf dessen zweitem Kanal gleichzeitig die Spannung für die Horizontal-Ablenkung. Anschließend erzeugen Sie auf dem Oszillographen einen Graphen $U_{Kathode}$ über U_{Ablenk} , überprüfen ihn auf Linearität und diskutieren das Zustandekommen seiner einzelnen Abschnitte.

3.) Machen Sie die FRANCK-HERTZ-Kurve am Oszillographen sichtbar. Vari-

ieren Sie dazu die Temperatur und die Kathoden-Heizung, so daß die Kurve mit ausgeprägten Maxima und Minima sichtbar wird. Schätzen Sie den Abstand der Maxima.

4.) Stellen Sie nun das Gerät auf Gleichspannung und nehmen Sie die FRANCK-HERTZ-Kurve bei zwei verschiedenen Ofen-Temperaturen mit dem x-y-Schreiber auf, indem Sie die Anodenspannung langsam und möglichst gleichmäßig von Hand hochdrehen. Dafür muß der x-y-Schreiber so eingestellt werden, daß die Kurve das Blatt optimal ausfüllt. Die x-Achse unserer Franck-Hertz-Kurven eichen wir, indem wir mit Hilfe eines Digitalmultimeters alle 5V oder 10V in gleichen Abständen Punkte auf die Achse zeichnen. Wegen der Hysterese des x-y-Schreibers ist dabei darauf zu achten, dass jeder Punkt von links her eingestellt wird. (Wurde die Spannung versehentlich über die Marke hinaus hochgeregelt, so muss sie anschließend ersteinmal soweit abgesenkt werden, bis der Schlitten sich etwas nach links bewegt hat.)

5.) Zur Auswertung dieser Kurven markieren Sie die Maxima und bestimmen Sie deren Abstände. Bei welchen Spannungen treten Maxima auf? Die Positionen sind durch Vielfache der Anregungsenergie gegeben. Zusätzlich bewirkt die Kontaktspannung zwischen Kathode und Anode eine Verschiebung sowie der Energieverlust durch elastische Stöße der Elektronen gegen die Quecksilber-Atome.

6.) Berechnen Sie Energieverlust und Energieverbreiterung für Ihre beiden Mess-Temperaturen und vergleichen sie das Ergebnis mit Ihren Messwerten. (Abstand Kathode-Anode etwa 1cm .)

7.) Bestimmen Sie die Temperatur, bei der sich das erste Minimum beim Aufheizen gerade andeutet bzw. beim Abkühlen gerade verschwindet. Berechnen Sie für die so ermittelte Temperatur die freie Weglänge der Elektronen.

8.) Welchen Verlauf hat die Kurve, wenn noch weiter abgekühlt wird?

9.) Welche Feldstärke muß bei Ihrer oberen Mess-Temperatur im Rohr mindestens herrschen, damit die Elektronen die für einen inelastischen Stoß nötige Energie erreichen können. Bei welcher Temperatur wird die Energieunschärfe der Elektronen ebenso groß wie die Anregungs-Energie?

5. Versuchsdurchführung

Das FRANCK-HERTZ-Rohr ist teuer, deshalb sind die folgenden Hinweise unbedingt zu beachten:

a) Erschütterungen gefährden die Röhre, da sich Quecksilber auf die Elektroden setzen kann. Vor Inbetriebnahme der Röhre muß sie mindestens 10min geheizt werden, erst dann darf die Anodenspannung eingeschaltet werden. Die Kathoden-Heizung sollte über die gesamte Zeit (in niedriger Stellung) eingeschaltet bleiben, um die Kathoden-Oberfläche sauber zu halten.

b) Vor der eigentliche Versuchs-Durchführung empfiehlt es sich, die Kathode etwa eine halbe Minute in Maximum Stellung auszuheizen und sich dann im

unteren Regelbereich der Kathoden-Heizung eine optimale Einstellung zu suchen.

c) Die Spannung Kathode — Anode darf nur für die Zeit aufgedreht werden, in der die FRANCK-HERTZ-Kurve aufgenommen wird. Abhängig von der Ofen-Temperatur darf auch dann der Regelbereich der Spannung nur auf etwa $1/4$ bis etwa $1/2$ der Skala hochgeregelt werden. Oberhalb kommt es zur Glimmentladung in der Röhre, kenntlich durch ein plötzliches Umschlagen der Kurvenform im 'Λ'-Mode auf dem Oszillographen oder zu einen sprunghaften Anstieg des Stroms im '='-Mode.